

MA4702. Programación Lineal Mixta. 2020.**Profesor:** José Soto**Auxiliar:** Diego Garrido**Fecha:** 25 de junio de 2020.

Total Unimodularidad (TU)

1. Teorema de Braum-Trotter

Diremos que un poliedro P tiene la propiedad de descomposición entera si $\forall k \in \mathbb{Z}^+ \setminus \{0\}$ se tiene que todo vector integral del conjunto kP es suma de k vectores integrales de P . Sea $P = \{x \in \mathbb{R}^n : Ax \leq b, x \geq 0\}$ un poliedro racional y puntiagudo.

- Demuestre que si P tiene la propiedad de descomposición entera, entonces P es un poliedro entero.
- Demuestre que si A es total unimodular y b es integral, entonces P tiene la propiedad de descomposición entera.
- Concluya que P tiene la propiedad de descomposición entera para todo b integral si y sólo si A es total unimodular.

2. Propiedades de una Matriz TU

Prueba que si $A \in \{-1, 0, 1\}^{m \times n}$ es unimodular, entonces:

- Cada submatriz cuadrada invertible de A tiene una fila con un número impar de coordenadas no nulas.
- Si B es submatriz cuadrada de A tal que la suma sobre las filas y sobre las columnas de B es par, entonces la suma sobre todo B es divisible por 4.

Hint: Si A es TU, entonces todo submatriz B de A es TU. Use el teorema de Ghouila-Houri.