



数字锁相环设计实验

Simulink 仿真实验

数字锁相环是数字通信接收机中一个十分关键的模块，它的主要功能是完成接收机中本地载波与接收调制信号的载波同步，是相干解调所必需的部件。在这个实验中，我们将引导同学们一步步地建立起一个锁相环的 Simulink 仿真模型，在实验过程中需要同学们对所构建的锁相环的模型的性能指标进行测量，并对测量结果给予分析说明。

大连理工大学 电子信息与电气工程学部

信息技术实验中心

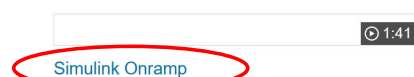
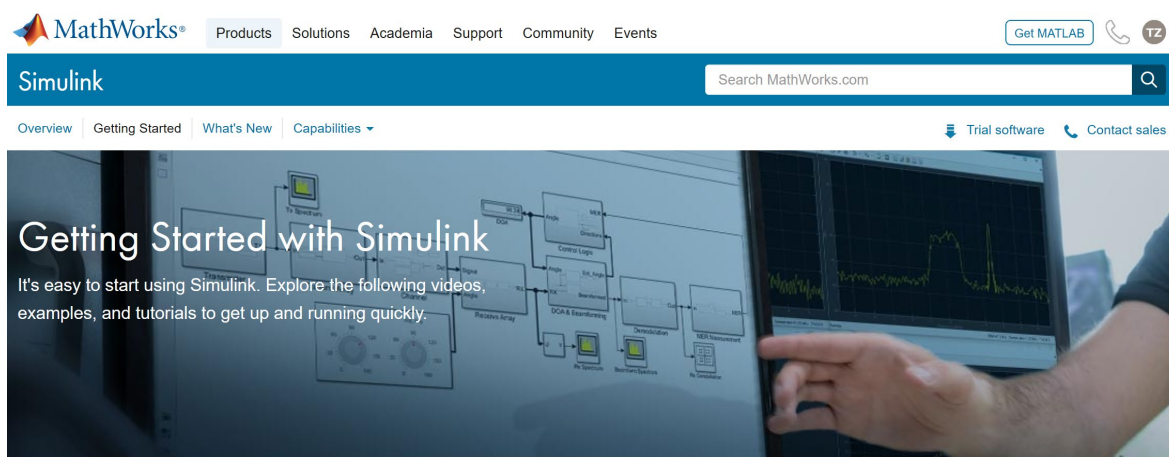


实验前需要的准备工作

在开始下面的实验之前，请同学们在网上查找一些相关的背景知识，主要是关于锁相技术、数字锁相环的理论知识。此外，由于我们下面的实验将用到 Simulink 来作为仿真软件，所以还需要大家首先在计算机上安装 MATLAB 2019 版的软件。大家可以去学校网站上下载 MATLAB 安装文件。

对于没有使用过 Simulink 的同学，我建议大家可以登录 MATLAB 的官方网站，完成 MATLAB 和 Simulink 的入门教程。这个教程可以覆盖我们仿真实验中的大部分功能，是一个非常好的交互式的入门教程。

教程的网址在: <https://www.mathworks.com/products/simulink/getting-started.html>



Simulink Onramp

This free, three-hour tutorial provides an interactive introduction to Simulink. You will learn the basics of how to create, edit, and simulate Simulink models.

Simulink入门教程

How to Get Started:

With R2019a and beyond:

With R2018b:

With R2018a and earlier:



第一部分 建立一阶数字锁相环

在本实验的第一部分，我们将在 Simulink 中完成一个一阶数字锁相环的仿真，通过该过程熟悉 Simulink 的用法和数字锁相环的工作原理。一阶数字锁相环的功能框图如图 1 所示。对比经典的锁相环功能框图我们会发现，这个一阶数字锁相环缺少了环路滤波器，只有鉴相器和 NCO 两部分组成。我们之所以从这个一阶环开始，是因为它相对简单，同时也具备了一个数字锁相环的基本功能。

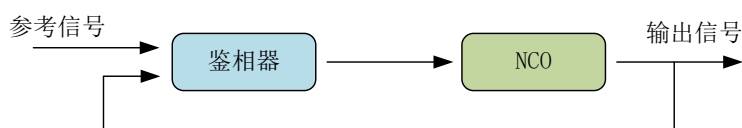
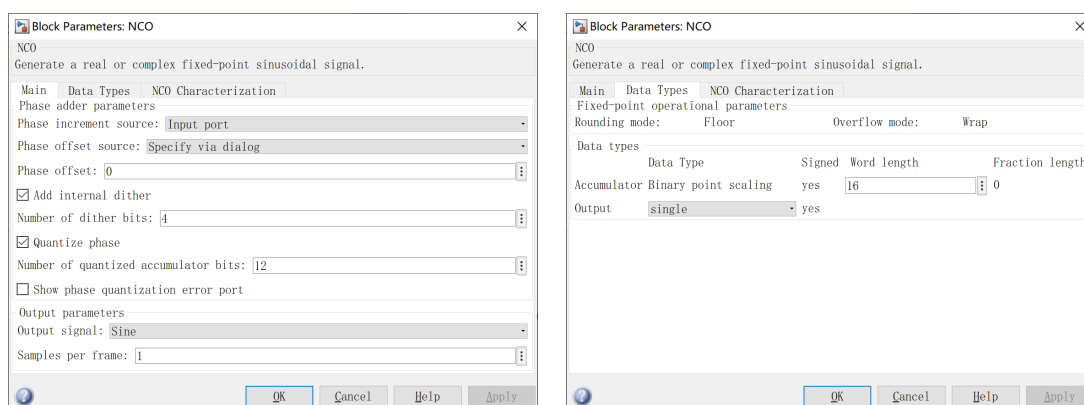


图 1

1. 建立一个数控振荡器的仿真

首先在 Simulink 中新建一个仿真文件，之后在该文件中加入一个数控振荡器（NCO）模块、一个示波器（SCOPE）模块和一个常量（Constant）模块。

这里 NCO 是一个比较特殊的功能模块，之前大家可能没有用过，请大家在使用之前，查阅一下相关的资料，熟悉它的用法，因为这个模块将在后续的所有实验中使用。图 2 是 NCO 的属性设置页面，下面主要介绍几个常用的参数。



a

b

图 2

Main 选项卡下的 Phase increment source：这里如果选 Input port 的话，模块会留一个输入端口作为变量的输入。

Data Types 选项卡下的 Accumulator Binary point scaling 是相位累加器的字长，

它的长度与相位增量一同决定了输出信号的频率。它们的关系如下：

$$\frac{2^N}{\text{Phase_inc} \times \text{Sample_Rate(Hz)}} = \text{Peroid(s)} \quad (1)$$

其中：

N 为相位累加器的位数，如在本例中是 16

Phase_inc：相位增量

Sample_Rate：NCO 的采样率，这里因为使用了相位增量的输入，所以 NCO 的采样率与相位增量的采样率一致。也就是说，NCO 的输出的采样率由输入信号的采样率决定。

那么根据以上信息，请同学们分别设计一个振荡频率为 10KHz 和 100KHz 的正弦波振荡器。Simulink 仿真文件中各模块间的连接关系如图 3 所示。如果 NCO 的相位累加器的位宽是 16 位的话，**请计算 NCO 的输入相位增量分别应是多少？**

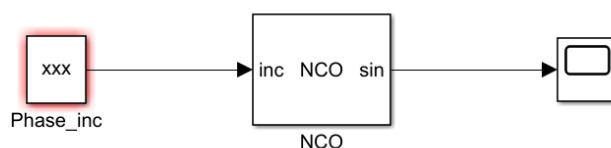


图 3

将相位增量的计数结果填入常数模块中后，打开示波器模块，进行仿真。在仿真之前，我们需要设计一下仿真的时间长度。对于我们这个仿真，仿真长度设置为 0.0001 秒即可。设置方法如图 4 所示。

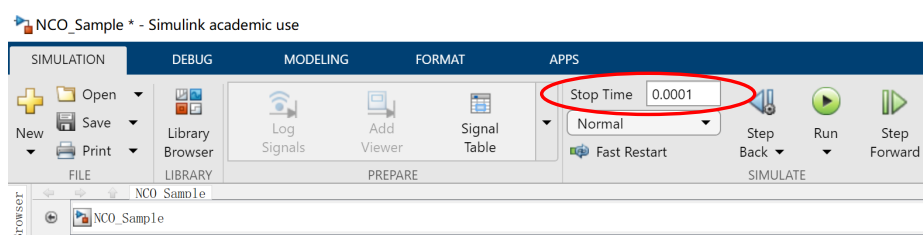


图 4

打开示波器模块，按下示波器按钮栏中的 Run 按钮，即启动一次仿真，很快示波器模块的窗口中就会出现正弦波的波形。之后可以使用菜单栏中的 Tools->Measurements->Cursor Measurements 来测量正弦信号的周期，如图 5 所示。

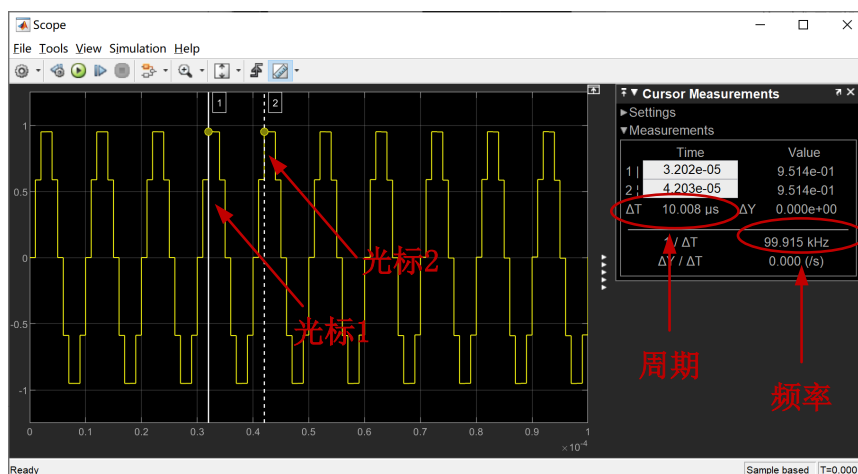


图 5

2. 向仿真文件中加入鉴相器

在数字锁相环中，可以使用一个乘法器和一个低通滤波器组合作为鉴相器。鉴相器的输入为两个正弦信号，输出为一个低频的信号，信号的电压值（或幅值）代表了两个输入信号的相位差。这里有一个问题请大家思考一下，**鉴相器中的低通滤波器，截止频率应该有一个范围，这个范围应该是多少？为什么？**

请同学设计一个仿真实验，验证一下由一个乘法器和一个低通滤波器构成的鉴相器的鉴相特性，即**两个输入信号的相位差和输出信号的是什么关系。**

在 Simulink 中，乘法模块位于 Simulink->Math Operations->Product 模块，低通滤波器可以使用位于 DSP System Toolbos->Filtering->Filter Design->Lowpass Filter，也可以使用其它的数字滤波器模块。

3. 建立一阶数字锁相环

请参照图 6，利用之前建立的仿真模型，加入反馈回路，构成一个一阶的数字锁相环。一阶数字锁相环相对于二阶锁相环，优点是结构比较简单，缺点是性能相对较差。更详细的讨论，同学们可以查阅相关的文献资料。

在连接仿真模型的时候，需要注意模块间数据类型需要相同，否则是无法运行仿真的。对于数字滤波器模块，他的输出是浮点型。而 NCO 的输入需要是整型，那么这里就需要进行数据的类型转换。我们可以在增益模块（反馈回路中乘以 1024 那个模块）中进行数据类型的转换设置。设置方法是在属性页中的 Signal Attributes 选项卡中的 Output data type 中选择 int16，就可以将它的输出数据类型设置为整型。

在这个仿真模型中，我们将 NCO 的**自然振荡频率**设置为 100KHz，即在反馈回

路的值为 0 的时候，NCO 的输出频率为 100KHz。改变参考信号的频率（如 98KHz 和 102KHz），观察 NCO 输出信号和参考信号之间的关系。在正常情况下，NCO 的输出信号在一开始会与参考信号有一定的频率差，但随着仿真的进行，NCO 的输出信号与慢慢与参考信号同步，即频率相同，可能会有一定的相位差，但这个相位差是不变的。

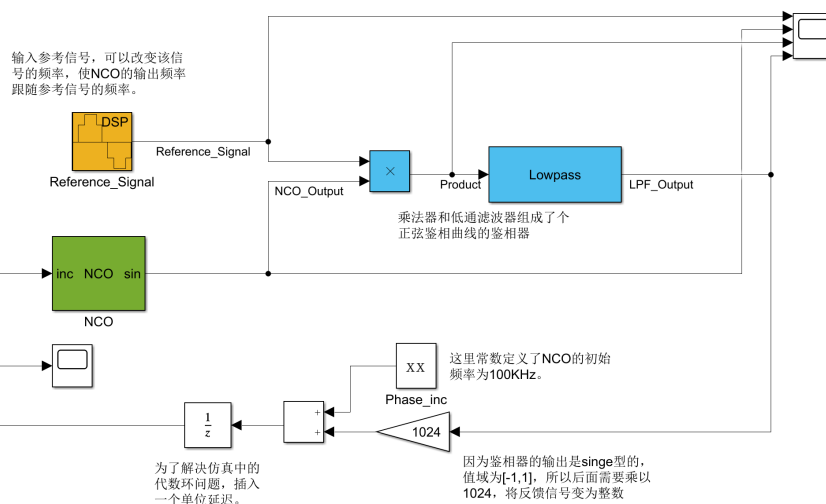
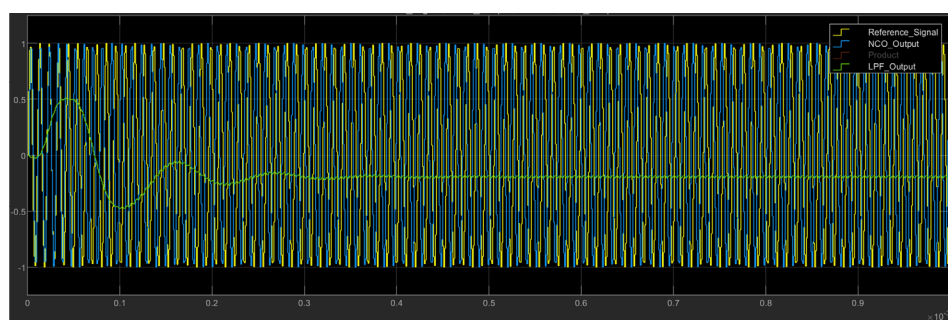
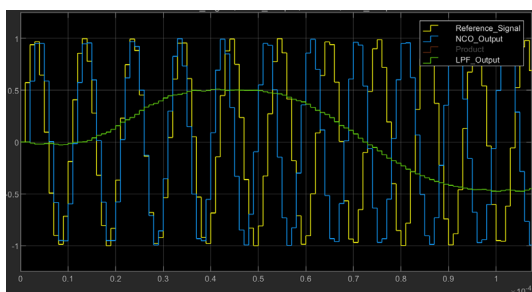


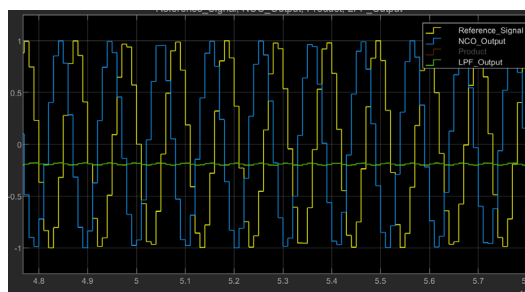
图 6



a



b



c

图 7



对于这个一阶数字锁相环，我们可以设置仿真时间为 1ms。数字锁相环的锁定时间是比较快的，一般是 0.3ms 即可达到稳定。图 7 是一次仿真的结果，图 7-a 是这次仿真的完整波形，图 7-b 是其中前 0.1ms 的波形的放大图，图 7-c 是后面 5ms 附近波形的放大图。其中的 LPF_Output 是鉴相器的输出信号，从这个信号的变化可以看出一开始两个信号存在较大的相位差（见图 7-b），随着仿真的进行这个反馈信号渐渐收敛至一个稳定的电压，当反馈信号稳定后，我们可以认为 NCO 输出信号的频率也达到稳定的状态（见图 7-c），即 NCO 的输出频率锁定了输入的参考频率。

这里请大家思考一下为什么可以由反馈信号的稳定可以推断出 NCO 输出信号频率的稳定？请将该问题的论述内容写到实验报告中。

实验报告内容

4. 测量一阶数字锁相环的锁相带宽

锁相环的锁相带宽是指一个频率范围，当参考信号的频率在此范围内时，锁相环中 NCO 的输出信号的频率可以锁定输入参考信号的频率。这里我们可以通过改变参考信号的频率，同时观察 NCO 和反馈信号来测量前面设计的锁相环的锁相带宽。一般情况下，锁相带宽是以 NCO 自由振荡频率为中心的一个频率范围。

在实验中，可以以 1KHz 作为步进频率来改变参考信号的频率。**在记录实验数据的时候，除了要记录锁相带宽，还要记录数字锁相环的其它主要参数，如反馈环路的增益、NCO 的配置参数、鉴相器中低通滤波器的截止频率等。**

实验报告内容

5. 分析反馈增益与锁相带宽之间的关系

反馈增益我们可以按下面的公式进行计算

$$K = 2^{N_{PD}-2} \times \text{Sample_Rate} / 2^{N_{NCO}} \quad (2)$$

这里 N_{PD} 是鉴相器的位宽，在图 6 中，我们可以认为鉴相器是由乘法器、低通滤波器和增益模块构成的。低通滤波器的输出的值域为 $[-1,1]$ ，乘以增益模块后，输出的位宽其实就是增益模块的位宽，在图 6 中为 10。

Sample_Rate 为 NCO 的采样率。对于一个 Simulink 仿真文件来说，可以点击左侧按钮栏中的 Sample time 按钮，具体操作见图 8。Simulink 给出的是采样间隔，是采样率的倒数。

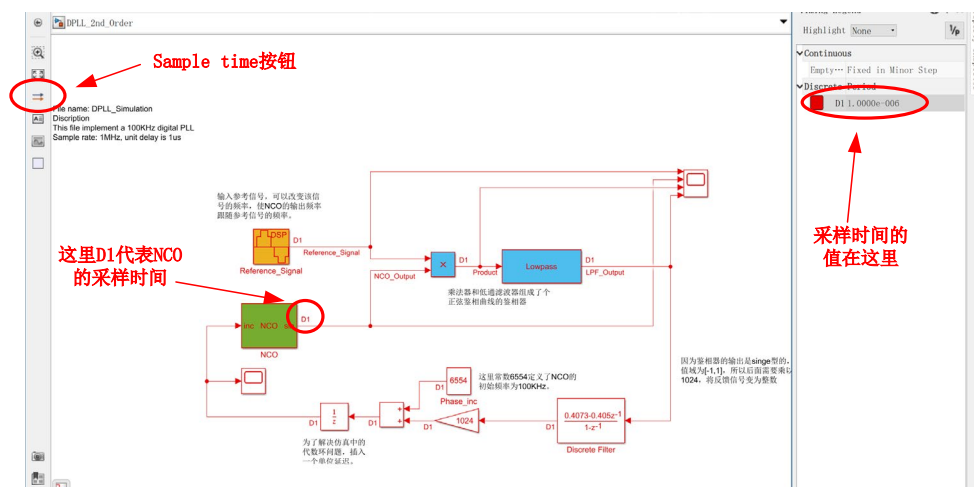


图 8

N_{NCO} 是 NCO 相位累加器的位宽。这个位宽是我们设计 NCO 时输入的，就是图 2-b 中的 Accumulator binary point scaling 中的值。

利用公式 (2) 计算出的值就是反馈增益，他的单位是 Hz。对于图 8 中的例子，我们按公式 (2) 计算环路增益为：

$$K = 2^8 \times 10^6 / 2^{16} = 3906(\text{Hz})$$

这里我们要修改反馈增益，可以通过修改反馈回路中增益模块的值来实现。通过实验测量不同的反馈增益对锁相带宽有什么影响？结合实验结果，分析反馈增益对锁相带宽是如何产生的影响。

实验报告内容

6. 分析锁相输出信号与参考信号的相位差与参考信号频率之间的关系

这里我们修改输入参考信号的频率，同时测量锁相输出信号与参考信号相位差。根据测量结果总结出两者的变化关系，并结合理论分析，说明出现这种现象的原因。

实验报告内容



第二部分 二阶数字锁相环设计

在前面的第一部分实验中，我们完成了一个最简单的一阶数字锁相环。它已经具有了锁相环的一些基本功能。在这一部分实验中，我们将升级之前的锁相环，在一阶数字锁相环的反馈回路中加入一个一阶的环路滤波器，这样可以对原有的一阶环带来一些性能方面的提高。

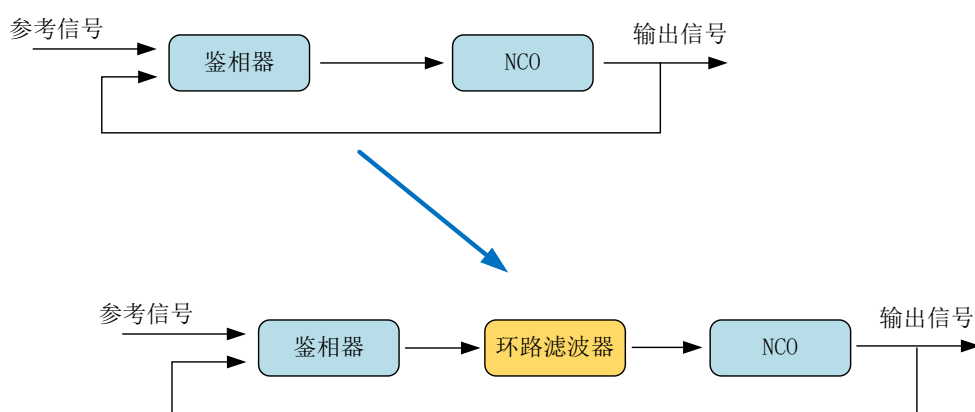


图 9

图 9 中给出了二阶数字锁相环和一阶数字锁相环的区别。那么同学们可能会问两个问题，一个是对于数字锁相环，一阶和二阶的定义是怎么来的？另一个就是二阶环在性能方面都有哪些提升？下面的内容我们将给出这两个问题的答案。

第一个问题，关于数字锁相环的阶数，是一个理论问题。锁相技术是一个十分成熟的技术，已经有很多人给出了相关的理论推导，这里我们只引用结论，有兴趣的同学可以阅读相关的书籍。

关于阶数，是多系统函数中得到的。如果针对图 9 中的锁相环，形象些来说的话，在环路中 NCO 是一个一阶的器件，类似一个积分器，是对正弦信号相位进行积分的器件。鉴相器是一个零阶的网络。这样的话，仅由鉴相器和 NCO 构成的锁相环就是一个一阶环。而环路滤波器一般是一个低通滤波器，可以是一阶的，也可以是二阶的。在工程中一般一阶的环路滤波器使用的较多，那么在原有一阶环的基础上加入一个一阶的环路滤波器，就构成了一个二阶的锁相环。

下面我们来看建立一个二阶的数字锁相环。

7. 在 Simulink 中建立一个环路滤波器

环路滤波器有很多种设计方法，比较经典的一种方法是参考模拟锁相环的比例



积分型环路滤波器，采用双线性变换的方法得到相应的数字滤波器。变换后得到的数字滤波器的传输函数为：

$$F(z) = C_1 + \frac{C_2 z^{-1}}{1 - z^{-1}} \quad (3)$$

其中两个常数 C_1 和 C_2 的计算方法见公式（4）和公式（5）

$$C_1 = \frac{2\tau_2 + T}{2\tau_1} \quad (4)$$

$$C_2 = \frac{T}{\tau_1} \quad (5)$$

式中两个常数 τ_1 和 τ_2 是模拟比例积分滤波器的两个时间常数。他们与环路滤波器的阻尼系数和截止频率间的关系见公式（6）和公式（7）。公式（6）中的K是反馈增益，具体计算方法见第一部分实验的公式（2）。

$$\xi = \frac{\tau_2}{2} \sqrt{\frac{K}{\tau_1}} \quad (6)$$

$$f_c = \sqrt{\frac{2}{\tau_1^2 - 2\tau_2^2}} \quad (7)$$

有了上面这5个公式，就可以计算出数字环路滤波器的两个常数 C_1 和 C_2 。

根据模拟环路滤波器的设计经验，一般截止频率 f_c 取锁相环中心频率的1/40到1/10。比如对于中心频率为100KHz的数字锁相环， f_c 可以取5KHz。阻尼系统一般取0.5~0.707，这里我们取0.707。对于反馈增益K，我们用第一部分实验中得到的3906Hz。利用这几个参数求解公式（6）和（7）联立的方程组，就可以得到 τ_1 和 τ_2 的值。求解方程组的MATLAB代码见图10。在得到的两个解中，舍去负值解，那么得到 $\tau_1 = 0.0011$ ， $\tau_2 = 0.00075$ 。

```

1 clear;
2 syms damping_coef cutoff_freq t1 t2 K
3 K = 3906; %反馈增益
4 damping_coef = 0.707; %阻尼系统
5 cutoff_freq = 5000; %环路滤波器截止频率 (Hz)
6 equation1 = damping_coef == (t2/2)*sqrt(K/t1); %公式 (6)
7 equation2 = cutoff_freq == sqrt(2/(t1^2 - 2 * t2^2)); %公式 (7)
8 %求解方程组，得到t1和t2
9 S1 = solve([equation1,equation2],[t1,t2]);
10 t1 = vpa(S1.t1)
11 t2 = vpa(S1.t2)
12
13
14

```

$t1 =$
 $\begin{pmatrix} -0.000072945962413832062062398232529513 \\ 0.0010967022348152657538186706339632 \end{pmatrix}$
 $t2 =$
 $\begin{pmatrix} -0.00019323416696785250467571997153589i \\ 0.00074925155717182139991164319087615 \end{pmatrix}$

图 10

得到两个解，一个正值，一个负值。舍去负值，那么得到 $\tau_1 = 0.0011$ 。

下面计算 C_1 和 C_2 。公式（4）和（5）中的T是数字锁相环的采样间隔，在图8的



仿真中是 10^{-6} 秒。将 τ_1 和 τ_2 代入到公式 (4) 和 (5) 中, 可以得到 $C_1 = 0.6823$, $C_2 = 0.00091$ 。

有了 C_1 和 C_2 这两个参数, 下面我们就用 Simulink 中的 Discrete Filter 模块 (在 Simulink -> Discrete 中) 来实验这个环路滤波器。这个 Discrete Filter 模块使用起来十分方便, 只需要输入滤波器传输函数的分子和分母即可。为了得到传输函数分子和分母的系数, 需要对公式 (3) 进行处理, 得到下面公式 (8) 的形式, 之后将分子和分母的系数依次输入模块的属性页面中即可, 如图 11 所示。

$$F(z) = \frac{C_1 + (C_2 - C_1)z^{-1}}{1 - z^{-1}} \quad (8)$$

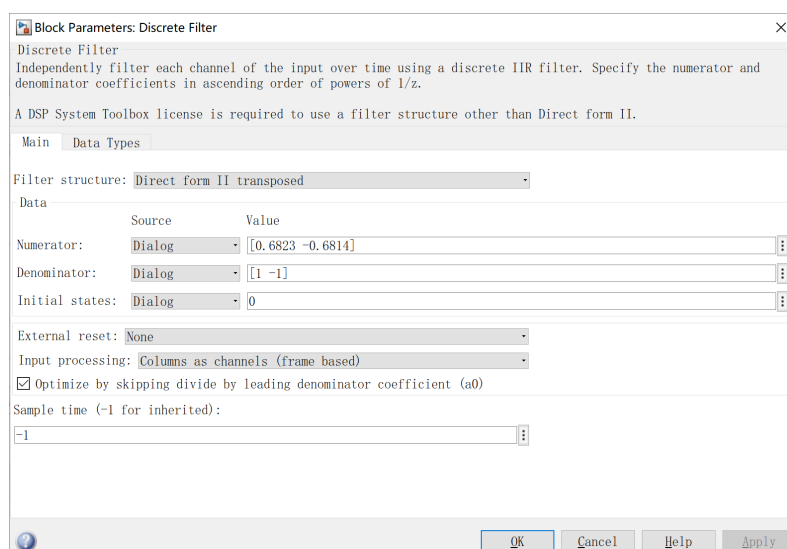


图 11

以上过程是针对比例积分型环路滤波器的设计方法, 同学可以参考上面的方法, 根据自己的仿真需求, 设计合适的环路滤波器。

实验报告内容

8. 测试环路滤波器的频率响应

针对第 7 步设计的环路滤波器, 同学们自己设计实验方法, 对环路滤波器的频率响应进行测量, 包括幅频响应和相频响应, 并在对数坐标系中绘制出频率响应曲线。

9. 建立二阶锁相环

实验报告内容

参考图 9, 将第 7 步设计的环路滤波器插入到原来的一阶锁相环中。

10. 二阶锁相环性能指标测试

实验报告内容

参考第一部分中的第 4 步和 6 步的实验方法, 对二阶数字锁相环的锁定带宽、和输出信号与参考信号的相位差与参考信号频率之间的关系两项指标进行测试。

实验报告内容