期中考试课程　线性代数（1）　　2017年11月11日　　（**A 卷**）

系、班＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿ 姓名＿＿＿＿＿＿＿ 学号＿＿＿＿＿＿＿

一、填空题（每题4分，共36分，请直接填在试卷的横线上）

1. 设$\alpha=(4,-1,5)$，$\beta=(1,2,3)$，$\gamma=(3,1,1)$为一右手直角坐标系中的三个向量，则以(α,β,γ)为棱边的平行六面体的体积为＿＿＿＿＿＿.

2. 设A为3阶可逆矩阵，将A的第1列的a倍加到第2列得到的矩阵为B, 则

$A^{-1}B=$ ＿＿＿＿＿＿＿.

3. 设$\alpha=(\frac{1}{2},0,\cdots,0,\frac{1}{2})$，矩阵$A=-I+\alpha^T\alpha$, $B=I+2\alpha^T\alpha$，则$AB=$ ＿＿＿＿＿.

4. 线性方程组$\begin{bmatrix} a & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix}=\begin{bmatrix} 2 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix}$有解的充分必要条件是：＿＿＿＿＿.

5. 设A,B为n阶矩阵，伴随矩阵分别为A^*,B^*，则矩阵$M=\begin{bmatrix} A & 0 \\ 0 & B \end{bmatrix}$的伴随矩阵$M^*=$ ＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿.

6. 设A,B为3阶矩阵，且$|A|=3$，$|B|=-2$，则分块矩阵$D=\begin{bmatrix} 0 & 2A \\ -B & 0 \end{bmatrix}$的行列式$|D|=$ ＿＿＿＿＿.

7. 设$A=\begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 2 & 0 \end{bmatrix}$，二阶方阵$B$满足$BA-B+2I=0$，则$B=$ ＿＿＿＿＿＿＿.

8. 在直角坐标系下，点$A(0,1,0)$关于平面$2x-y+z=0$的对称点B的坐标为$B=$ ＿＿＿＿＿＿＿.

9. 已知右手直角坐标系中一点$A(0,1,-1)$, 及两个平面$\pi_1: -x+4y+2=0$, $\pi_2: x+2y+3z=0$, 则过点A且同时平行于π_1和π_2的直线的标准方程为：____________________.

二、计算题和证明题（共64分）

10.（14分）设$A=\begin{bmatrix}1&1&a\\1&a&1\\a&1&1\end{bmatrix}$，$\beta=\begin{bmatrix}1\\1\\-2\end{bmatrix}$，已知线性方程组$Ax=\beta$有解但不唯一.

(1) 求a的值；

(2) 求A的相抵标准形.

11. (16分) 计算

$$(1)\ \begin{bmatrix}1&0&-2\\-1&-1&2\\0&2&1\end{bmatrix}^{-1}\begin{bmatrix}3&0\\-1&-1\\1&2\end{bmatrix},\quad (2)\ \begin{vmatrix}1+a_1&1&\cdots&1\\1&1+a_2&\cdots&\vdots\\\vdots&\vdots&\ddots&1\\1&\cdots&1&1+a_n\end{vmatrix}.$$

12. (14 分) 设$A=\begin{bmatrix}a&1&0\\0&a&1\\0&0&a\end{bmatrix}$.

(1) 求所有与A交换的矩阵B（即满足$AB=BA$).

(2) 求A^n.

13. (6分) 设$\{O;e_1,e_2,e_3\}$为一个仿射坐标系，其度量矩阵为$A=\begin{bmatrix}e_1\cdot e_1&e_1\cdot e_2&e_1\cdot e_3\\e_2\cdot e_1&e_2\cdot e_2&e_2\cdot e_3\\e_3\cdot e_1&e_3\cdot e_2&e_3\cdot e_3\end{bmatrix}$.
设有非零向量$\alpha=(x_1,x_2,x_3)$和实数λ满足$A\alpha^T=\lambda\alpha^T$. 证明$\lambda>0$.

14. （14分）设M为n阶可逆方阵，分块为$M=\begin{bmatrix}A&B\\C&D\end{bmatrix}$，其中$D$ 为k阶可逆矩阵（$k<n$）.

（1）证明: $|M|=|D||A-BD^{-1}C|$. （2）求M^{-1}.