COSE213: Data Structure

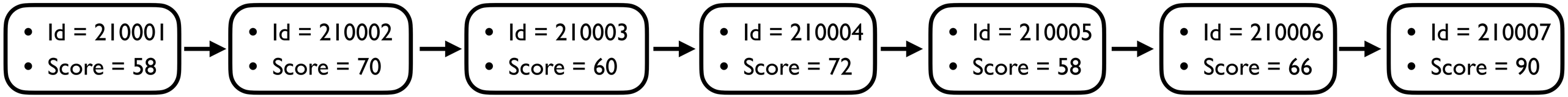
Lecture 8 - 이진 탐색 트리 (Binary Search Tree)

Minseok Jeon

2024 Fall

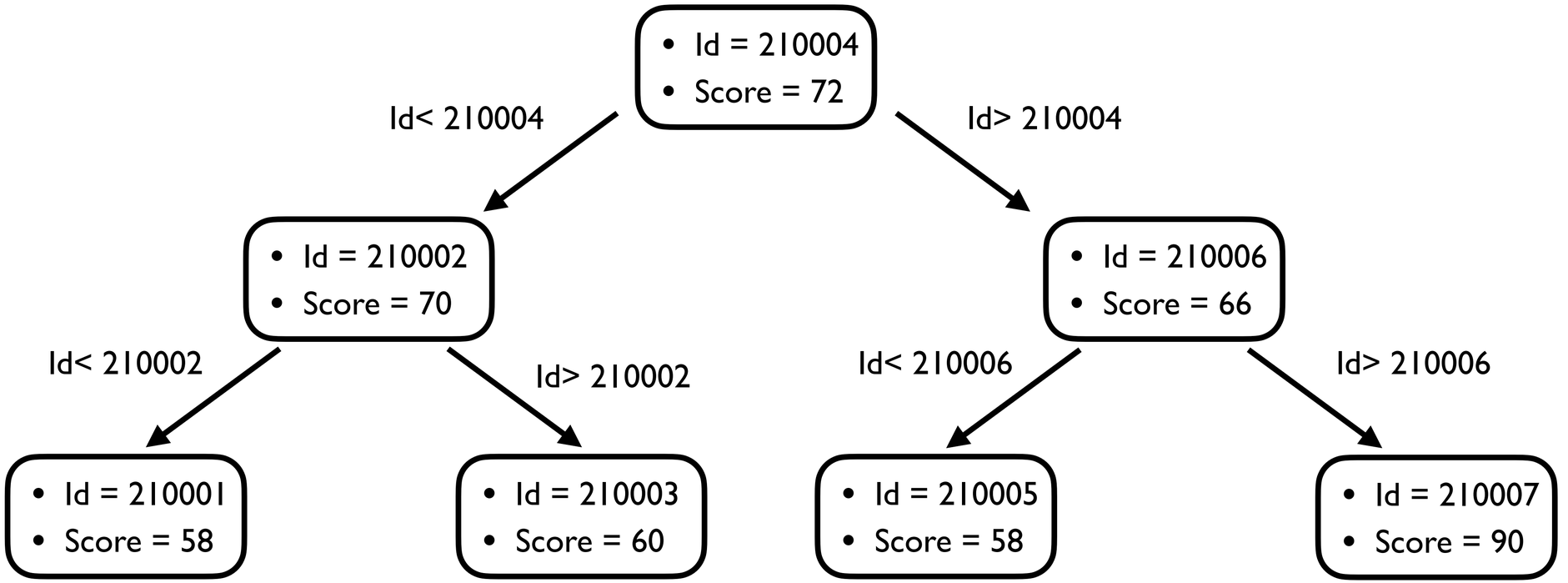
문제: 학생의 점수 조회

- 아래와 같이 학번(id)을 기준으로 정렬된 리스트에서 특정한 학번의 점수를 조회하고 싶은 경우
  - 최악의 경우 노드의 개수만큼 (7번) 조회를 해야함 (시간 복잡도 = $O(n)$)



문제: 학생의 점수 조회

- 아래와 같이 학번(id)을 기준으로 정렬된 리스트에서 특정한 학번의 점수를 조회하고 싶은 경우
- 문제 해결을 위한 아이디어: 데이터를 아래와 같이 저장하면 어떨까?
  - 최악의 경우에도 2번만에 원하는 노드를 찾을 수 있음



이진 탐색 트리 (Binary Search Tree)

- 이진 탐색 트리(BST, Binary Search Tree)는 이진트리 기반의 탐색을 위한 자료구조임

- 이진 탐색 트리는 다음과 같이 (재귀적으로) 정의됨

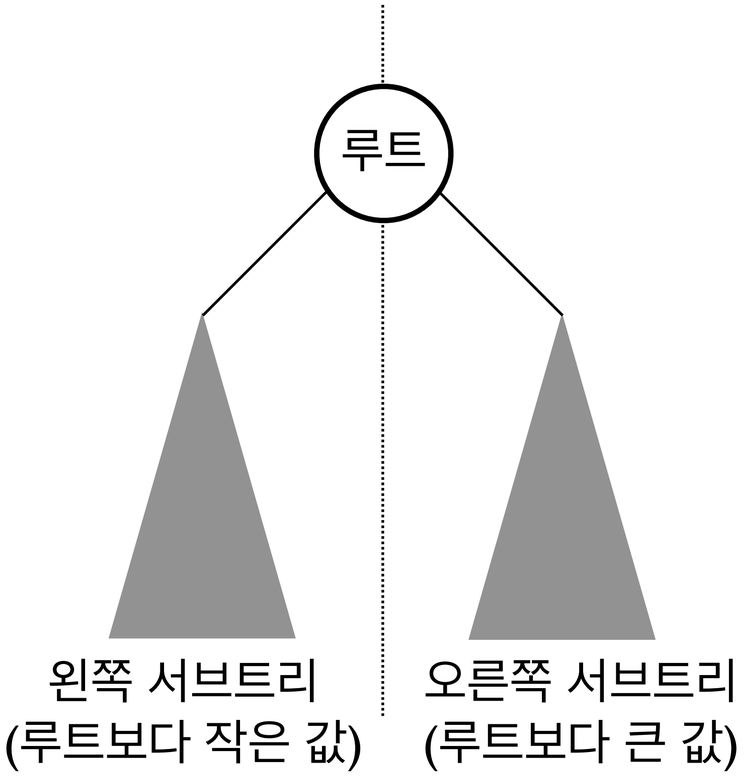
Definition

(1) 모든 노드는 유일한 키(key)를 갖는다.

(2) 왼쪽 서브트리의 키들은 루트의 키보다 작다.

(3) 오른쪽 서브트리의 키들은 루트의 키보다 크다.

(4) 왼쪽과 오른쪽 서브트리도 이진 탐색 트리이다.



이진 탐색 트리 (Binary Search Tree)

- 이진 탐색 트리(BST, Binary Search Tree)는 이진트리 기반의 탐색을 위한 자료구조임

- 이진 탐색 트리는 다음과 같이 (재귀적으로) 정의됨

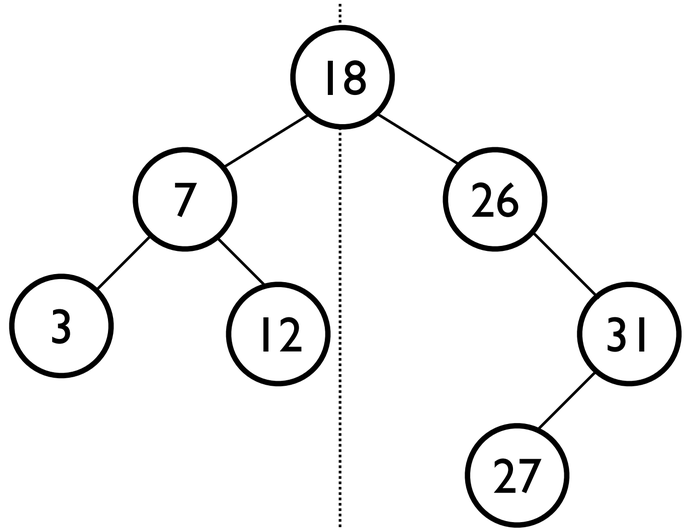
Definition

(1) 모든 노드는 유일한 키(key)를 갖는다.

(2) 왼쪽 서브트리의 키들은 루트의 키보다 작다.

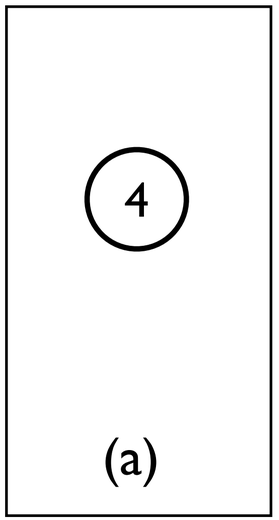
(3) 오른쪽 서브트리의 키들은 루트의 키보다 크다.

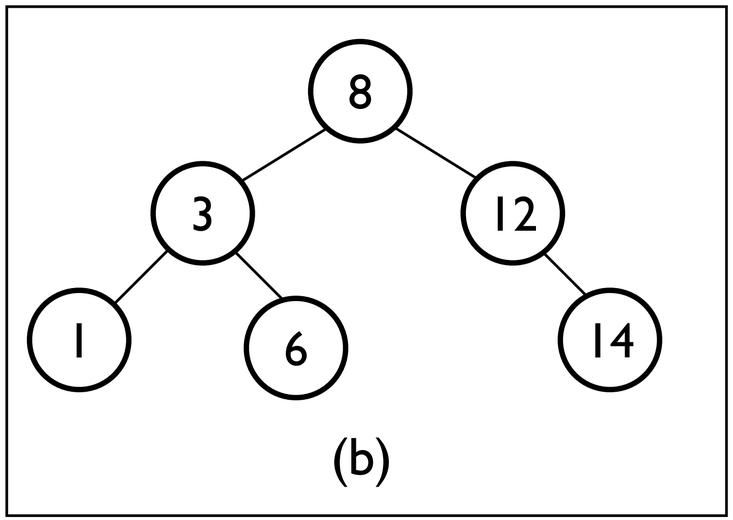
(4) 왼쪽과 오른쪽 서브트리도 이진 탐색 트리이다.

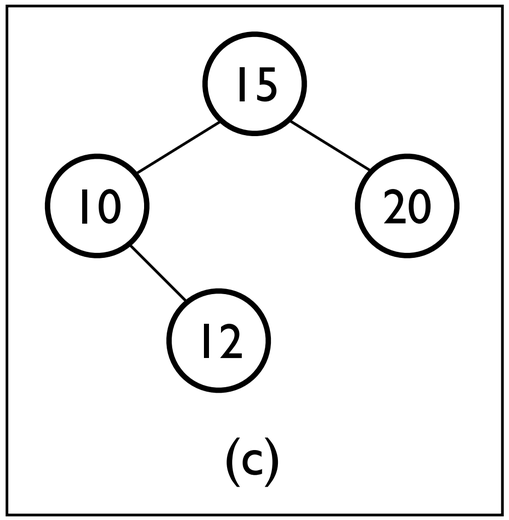


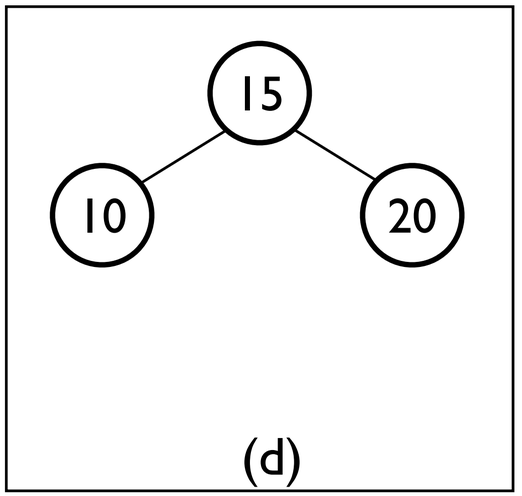
이진 탐색 트리 (Binary Search Tree)

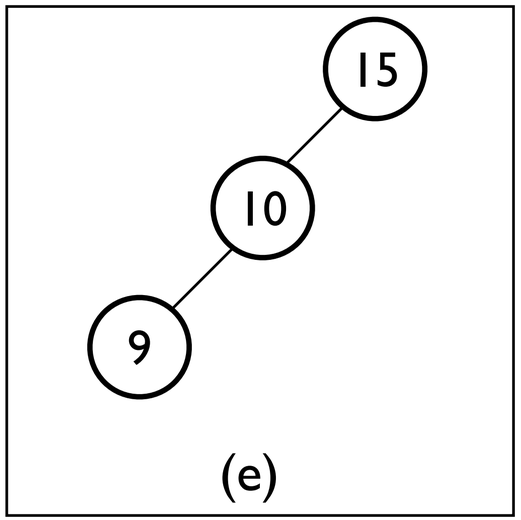
- 유효한 이진 탐색 트리들

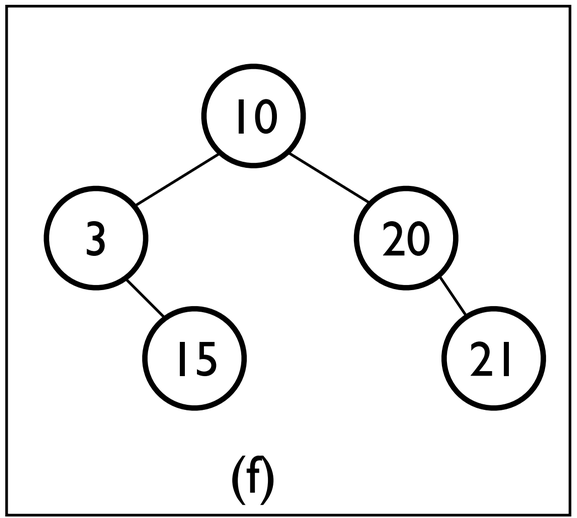


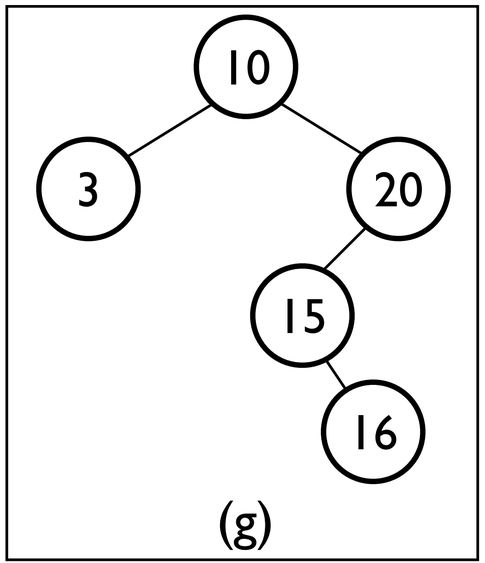


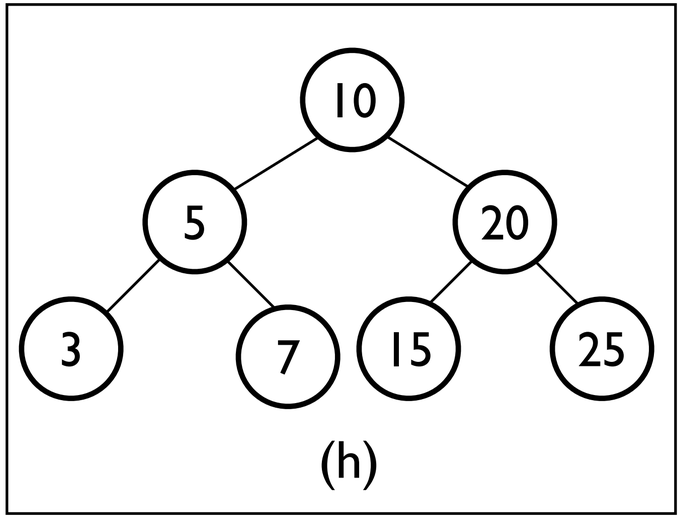






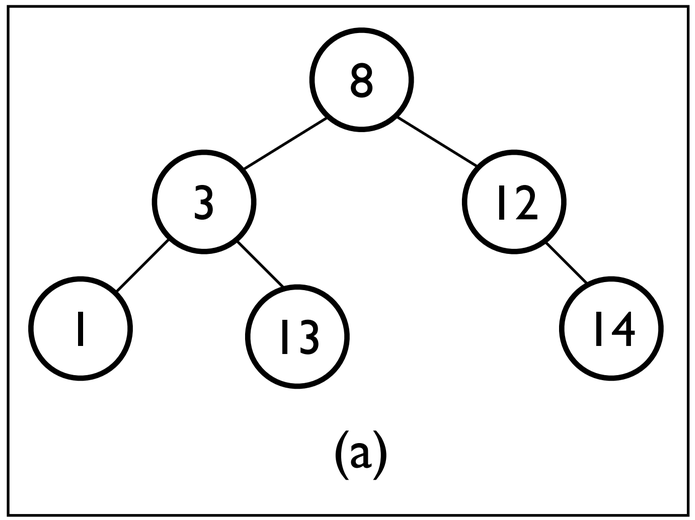


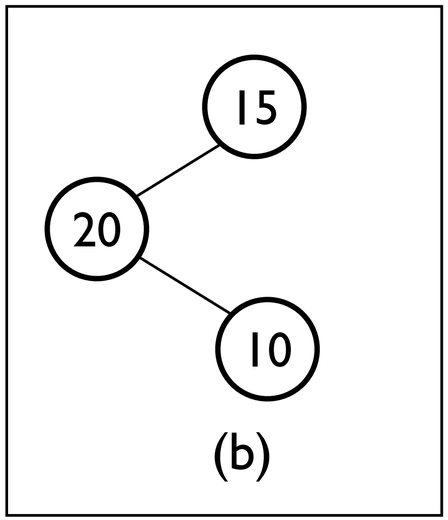


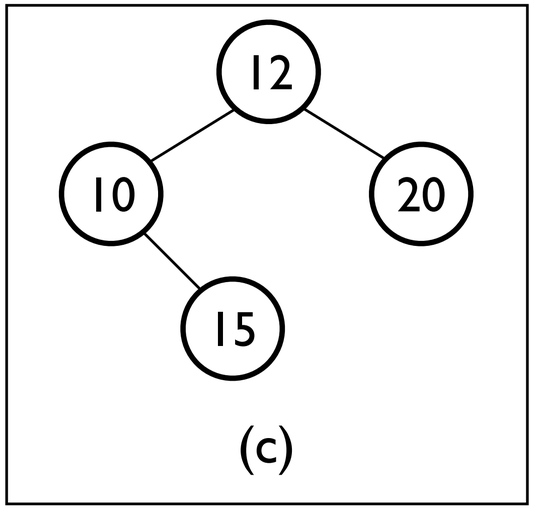


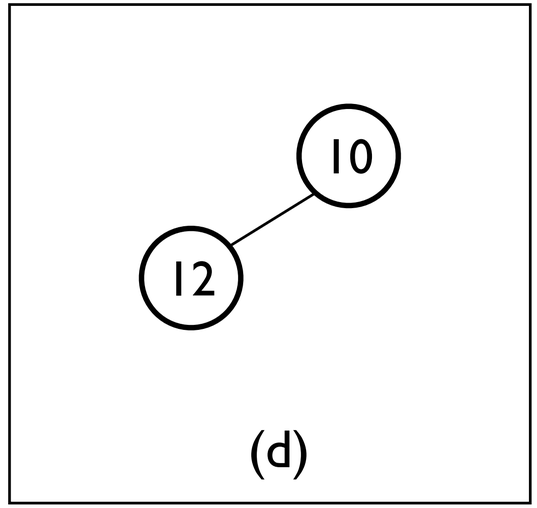
이진 탐색 트리 (Binary Search Tree)

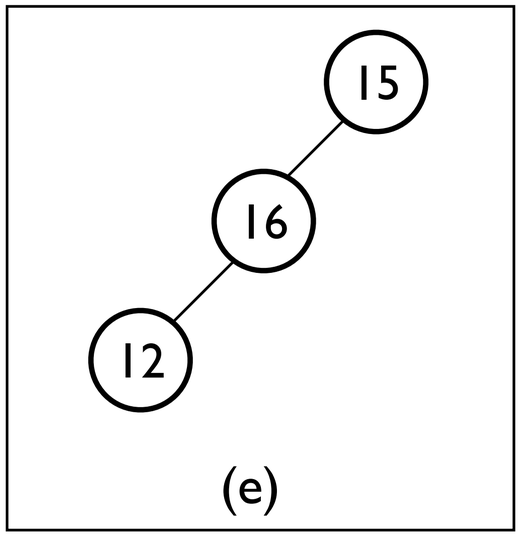
- 유효하지 않은 이진 탐색 트리들

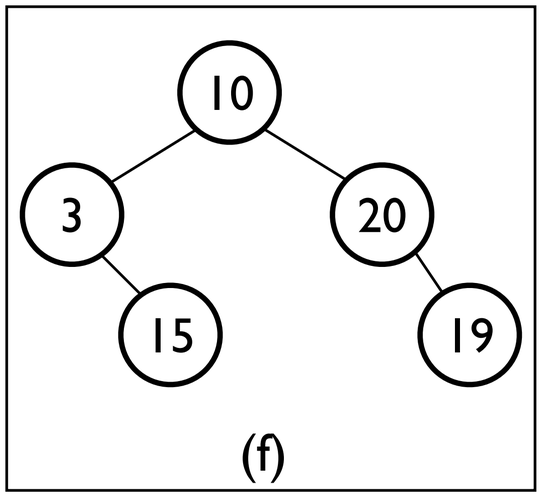


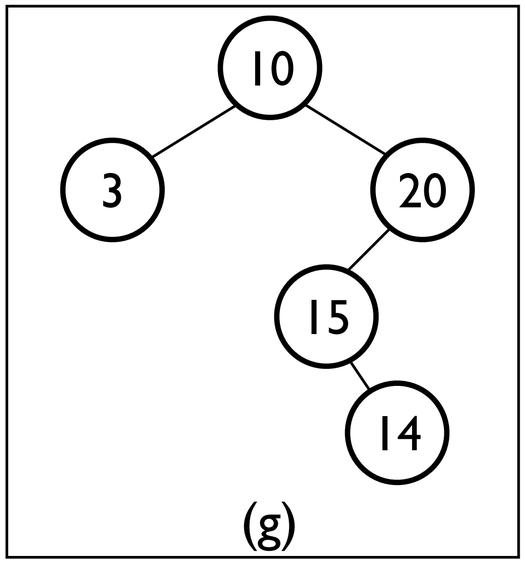


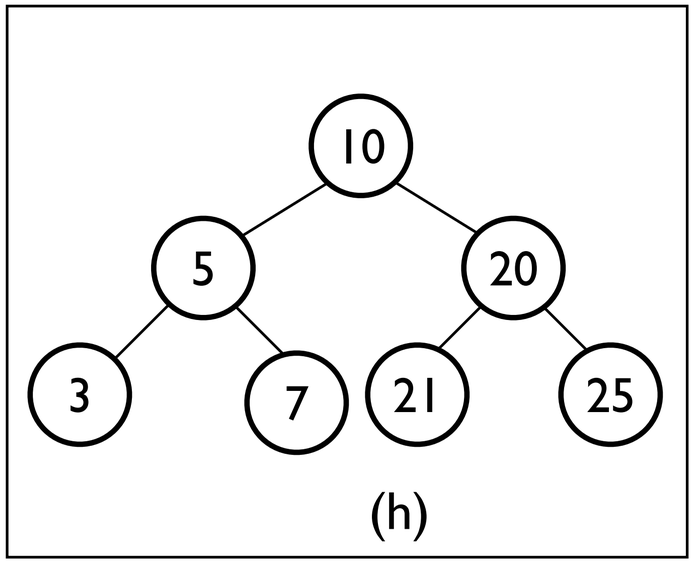








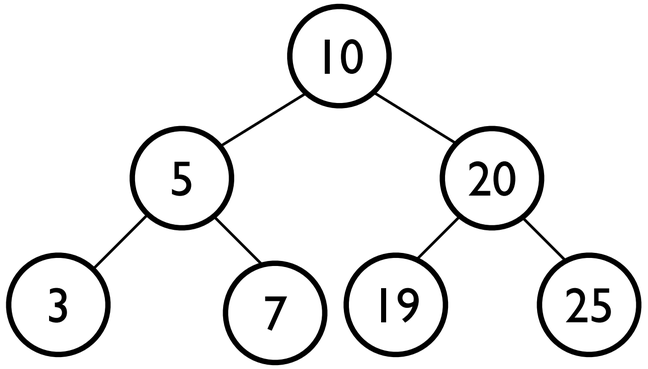




인진 탐색 트리의 순회 (Traversal)

- Example: 인진 탐색트리의 키값들을 작은순으로 출력하고싶다 다음 중 어떤 순회를 해야 할까?

전위순회(preorder)　　중위순회(inorder)　　후위순회(postorder)



  - 전위순회(VLR) :
  - 후위순회(LRV) :
  - 중위순회(LVR) :

인진 탐색 트리의 탐색 (Search)

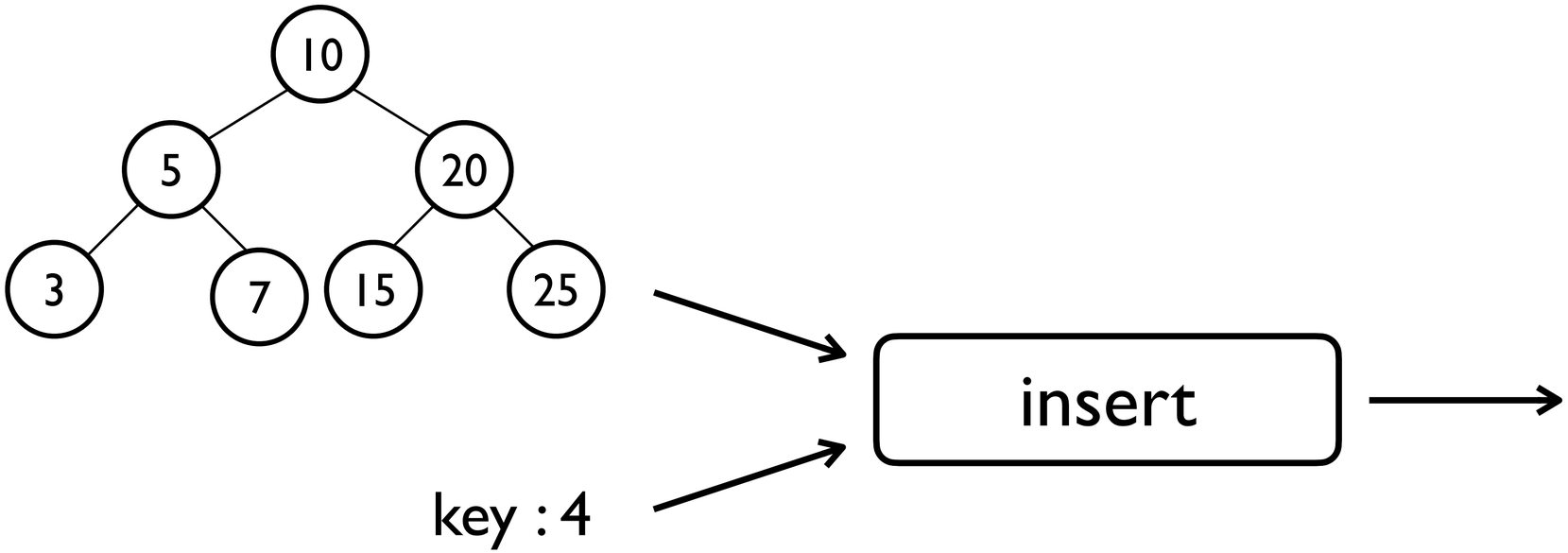
- 이진탐색트리에서 가장 작은 값을 출력하는 알고리즘을 기술하시오

이진 탐색 트리

- 이진 탐색 트리(BST, Binary Search Tree)는 다음과 같은 기능들 제공함
  - insert(bst, key): 이진 탐색 트리의 특성을 유지하면서 key를 키값으로 가지는 새로운 노드 n를 삽입함
  - findMin(bst): 이진 탐색 트리에서 키값이 가장 작은 노드를 찾아서 반환함
  - delete(bst, key): 이진 탐색 트리의특성을 유지하면서 key를 키값으로 가지는 노드를 삭제함
  - search(bst, key): 이진 탐색 트리에서 키값이 key인 노드를 찾아 반환함
  - traversal(bst): 이진 탐색 트리를 구성하는 노드들의 키값들을 출력함
  - height(bst): 이진 탐색 트리의 높이를 반환함

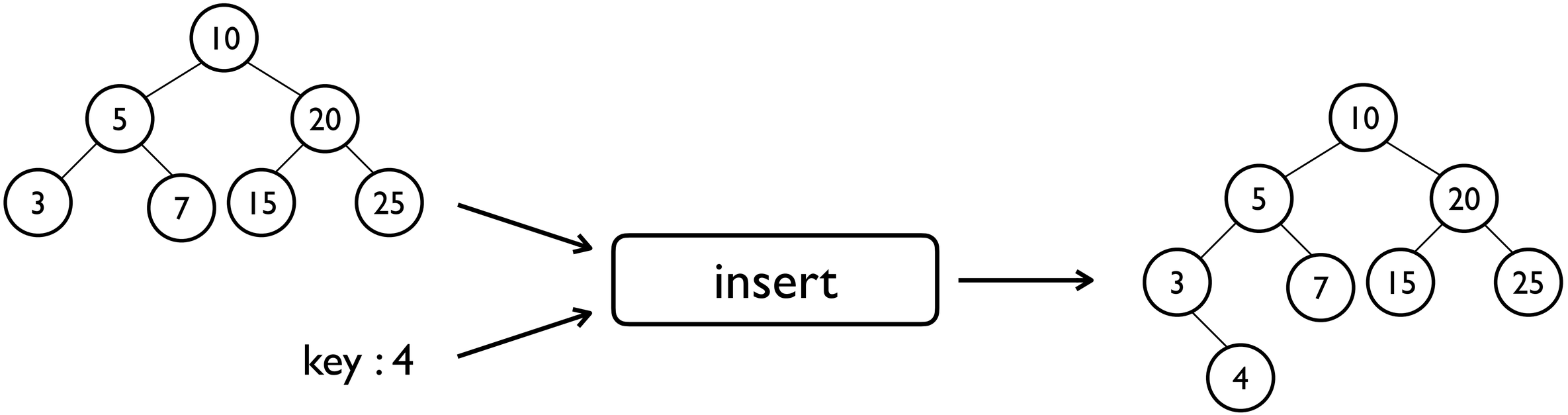
insert

- insert: 이진 탐색 트리의특성을 유지하면서 주어진 키를 가지는 새로운 노드를 이진 탐색 트리에 삽입함



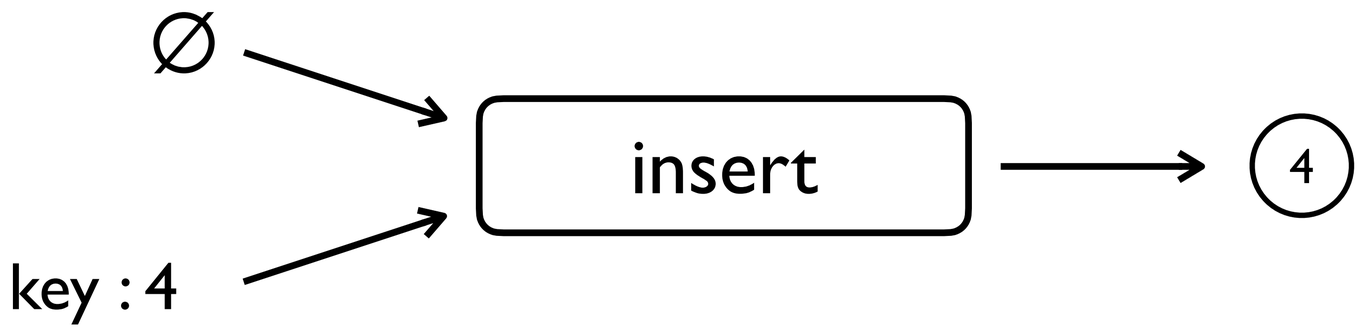
insert

- insert: 이진 탐색 트리의특성을 유지하면서 주어진 키를 가지는 새로운 노드를 이진 탐색 트리에 삽입함



insert

- insert: 이진 탐색 트리의특성을 유지하면서 주어진 키를 가지는 새로운 노드를 이진 탐색 트리에 삽입함



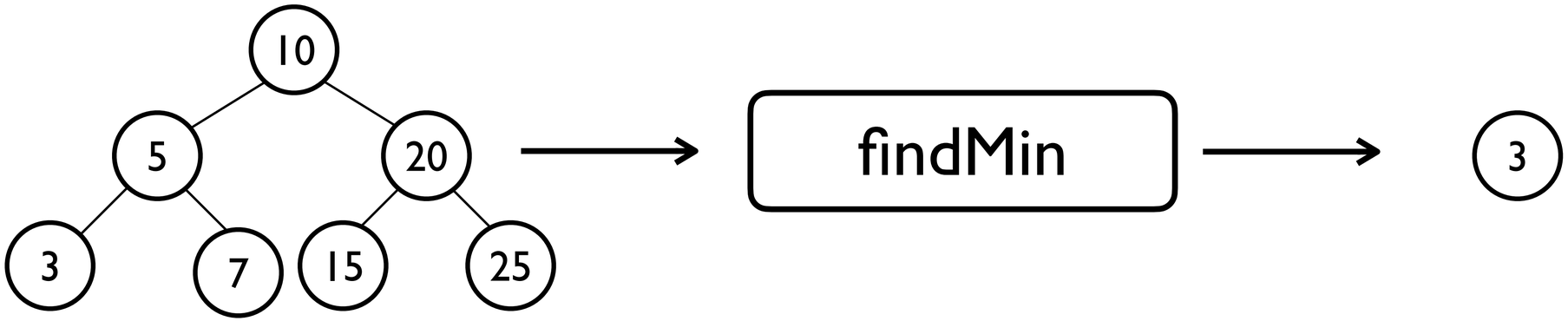
insert

- insert: 이진 탐색 트리의특성을 유지하면서 주어진 키를 가지는 새로운 노드를 이진 탐색 트리에 삽입함

```
procedure insert(root, key)
  if root = NULL then
    root ← allocateNode()
    root.key ← key
    root.left ← NULL
    root.right ← NULL
    return root
  end if
  if key < root.key then
    root.left ← insert(root.left, key)
  elif key > root.key then
    root.right ← insert(root.right, key)
  end if
  return root
end procedure
```

findMin

- findMin: 이진 탐색 트리에서 키값이 가장 작은 노드를 찾아서 반환함



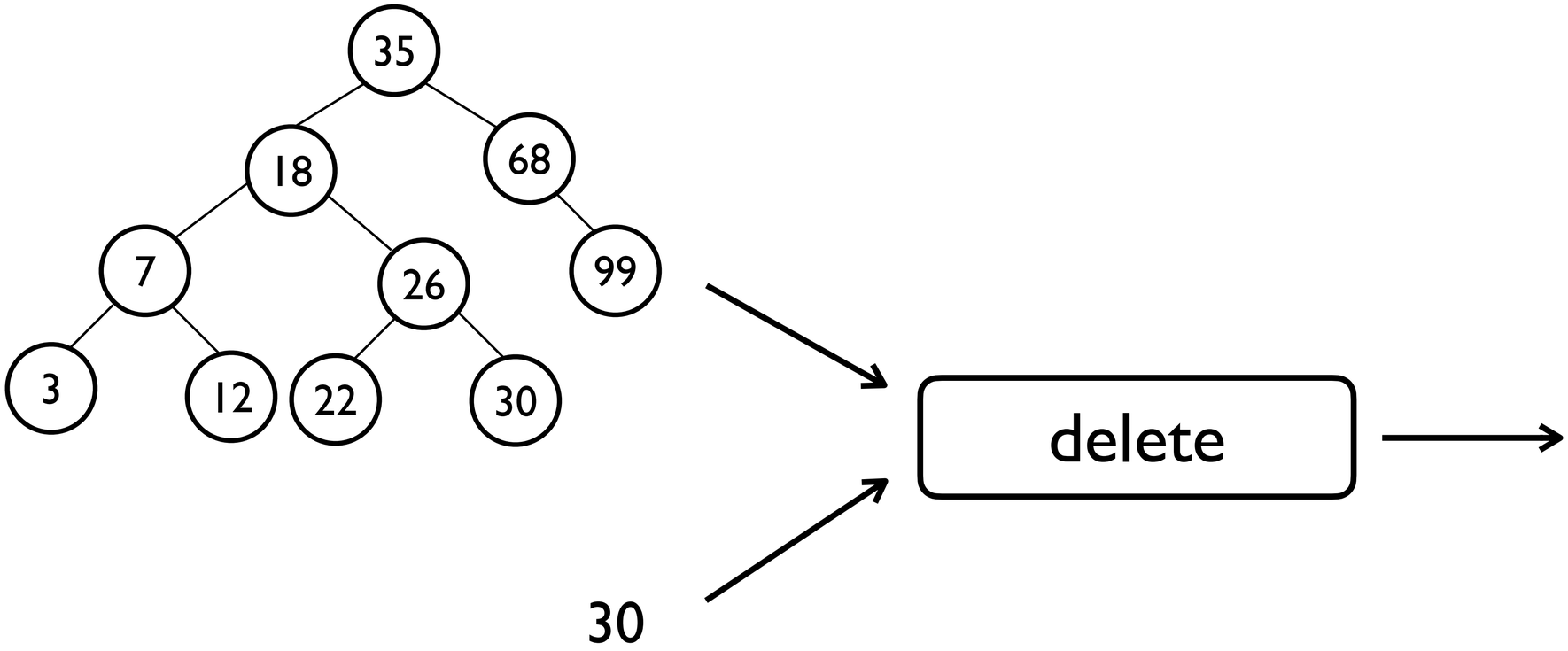
findMin

- findMin: 이진 탐색 트리에서 키값이 가장 작은 노드를 찾아서 반환함

```
procedure findMin(root)
  if root = NULL then
    return NULL
  end if
  node ← root
  while node.left ≠ NULL do
    node ← node.left
  end while
return node
end procedure
```

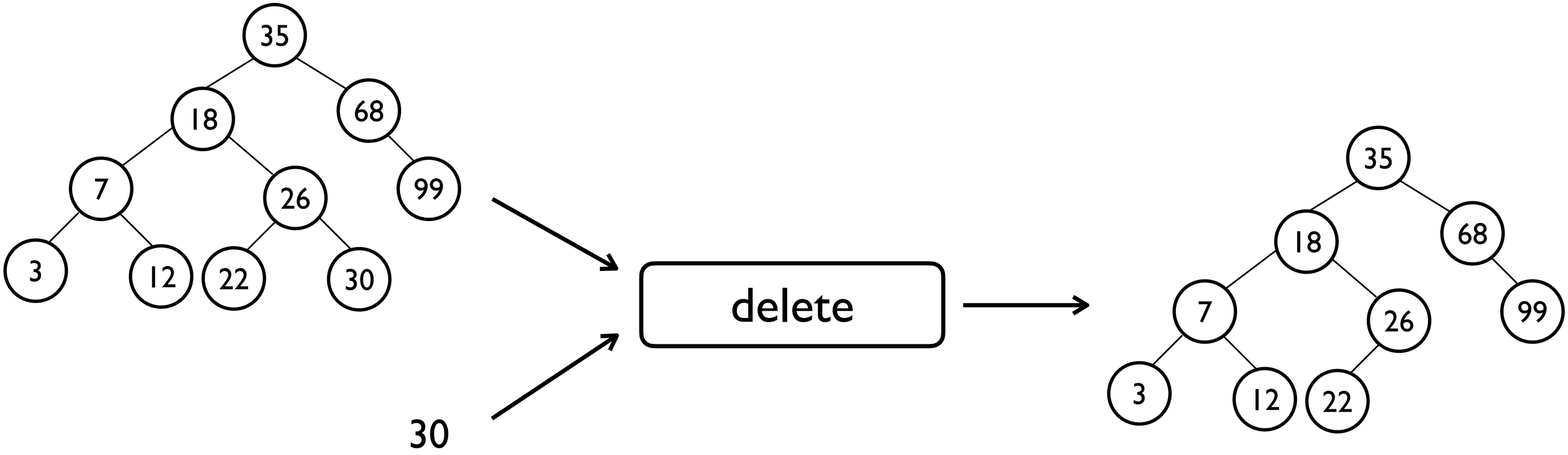
delete

- delete: 이진 탐색 트리의특성을 유지하면서 주어진 키값을 가진 노드를 이진 탐색 트리에서 삭제함
  - Case 1: 삭제 하려는 노드가 리프 노드일 경우



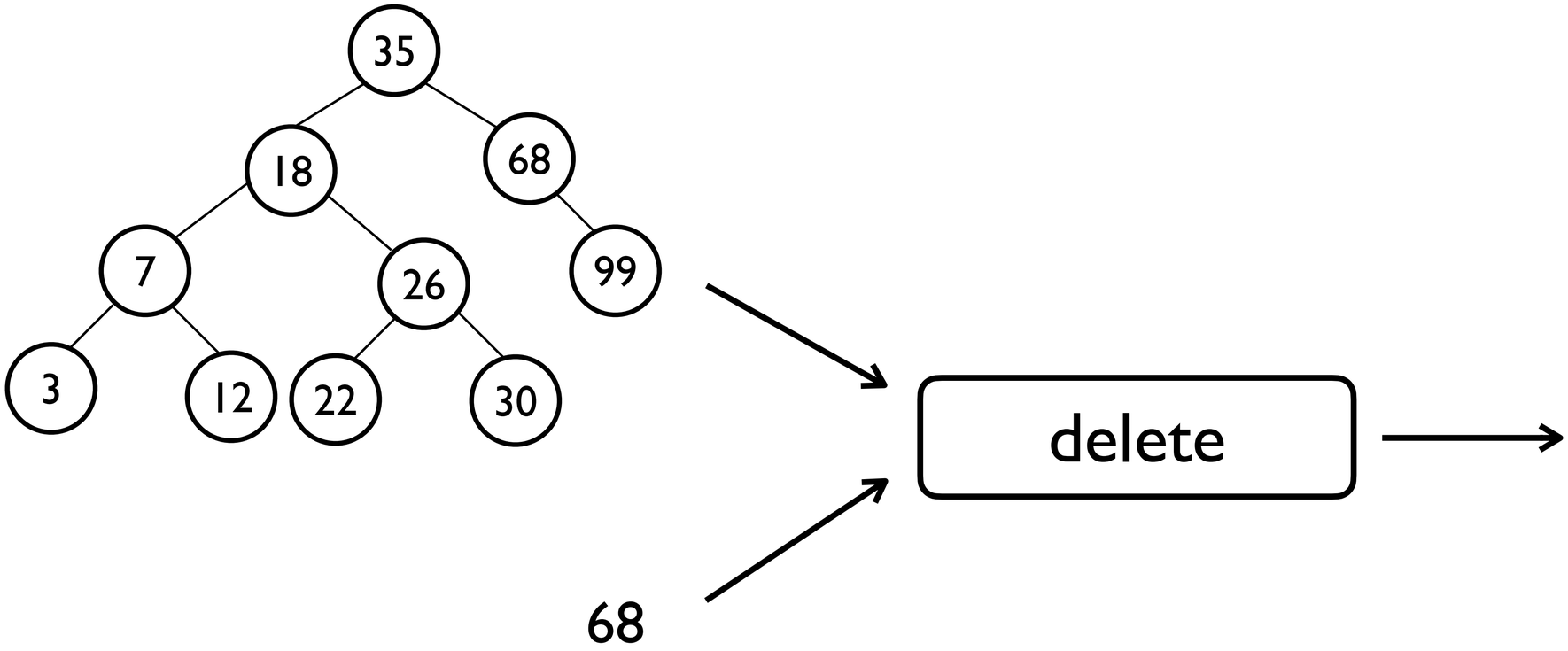
delete

- delete: 이진 탐색 트리의특성을 유지하면서 주어진 키값을 가진 노드를 이진 탐색 트리에서 삭제함
  - Case 1: 삭제 하려는 노드가 리프 노드일 경우



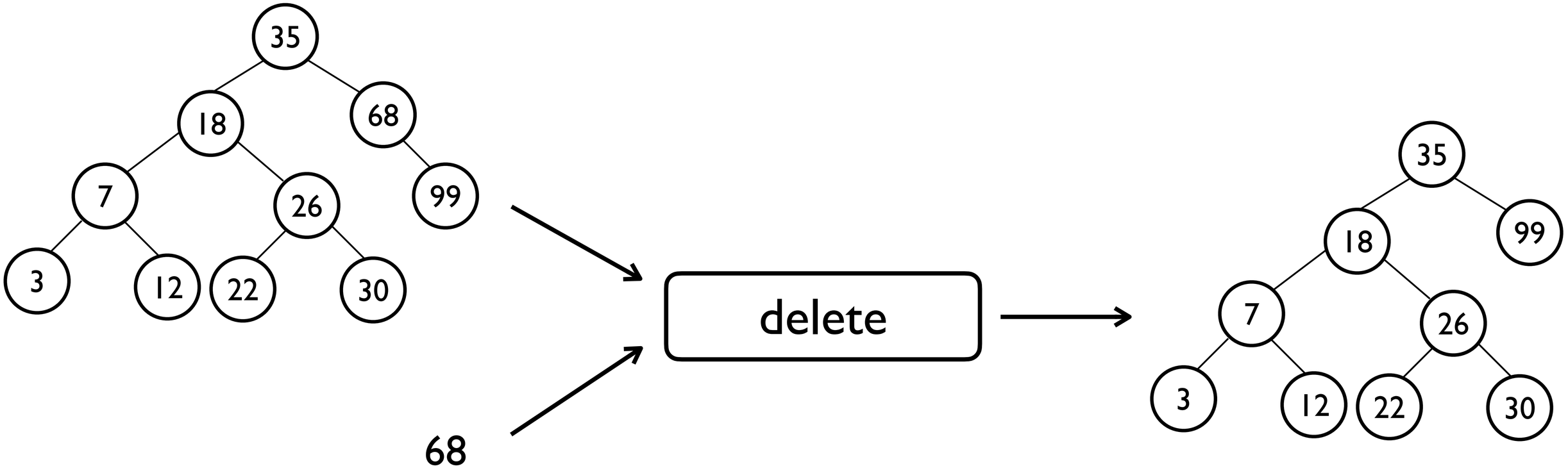
delete

- delete: 이진 탐색 트리의특성을 유지하면서 주어진 키값을 가진 노드를 이진 탐색 트리에서 삭제함
  - Case 2: 삭제 하려는 노드가 하나의 서브트리만 가지고 있는 경우



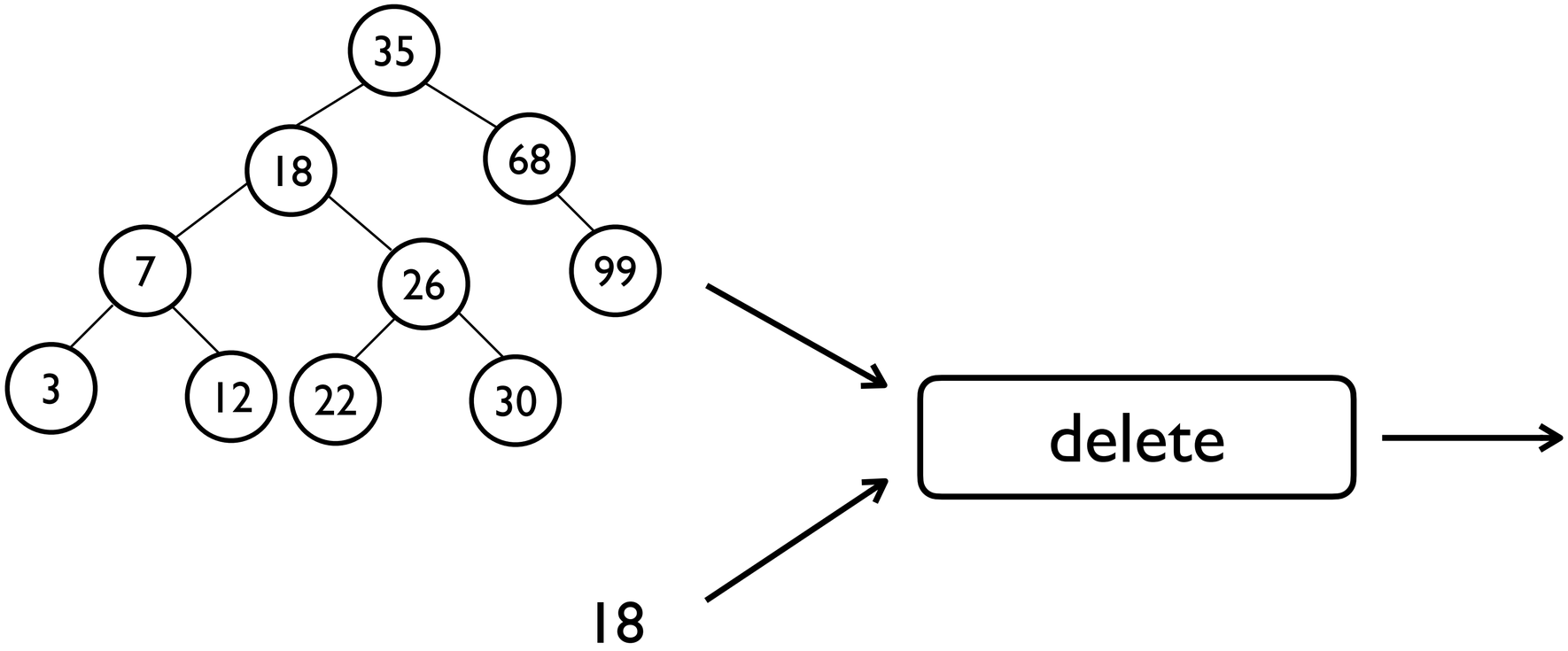
delete

- delete: 이진 탐색 트리의특성을 유지하면서 주어진 키값을 가진 노드를 이진 탐색 트리에서 삭제함
  - Case 2: 삭제 하려는 노드가 하나의 서브트리만 가지고 있는 경우



delete

- delete: 이진 탐색 트리의특성을 유지하면서 주어진 키값을 가진 노드를 이진 탐색 트리에서 삭제함
  - Case 3: 삭제 하려는 노드가 두개의 서브트리를 가지고 있는 경우



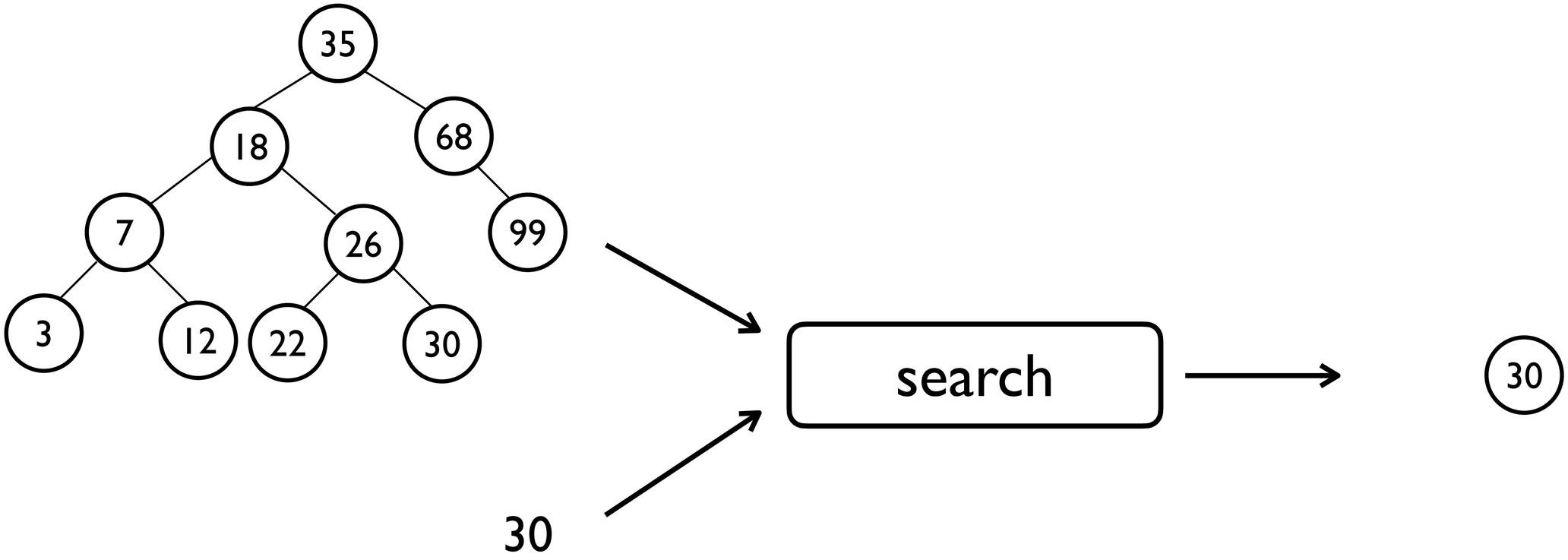
delete

- delete: 이진 탐색 트리의특성을 유지하면서 주어진 키값을 가진 노드를 이진 탐색 트리에서 삭제함

```
procedure delete(root, key)
  if root = NULL then
    return NULL
  end if
  if key < root.key then
    root.left ← deleteNode(root.left, key)
  elif key > root.key then
    root.right ← deleteNode(root.right, key)
  else
    if root.left ≠ NULL and root.right ≠ NULL then
      minNode ← findMin(node.right)
      root.key ← minNode.key
      root.right ←deleteNode(root.right, minNode.key)
      return root
      else
        if root.left = NULL and root.right ≠ NULL then
          node ← root.right
        elif root.left ≠ NULL and root.right = NULL then
          node ← root.left
        else
          node ←NULL
        free(root)
        return node
      end if
    end if
end procedure
```

search

- search: 이진 탐색 트리에서 키값이 key인 노드를 찾아 반환함



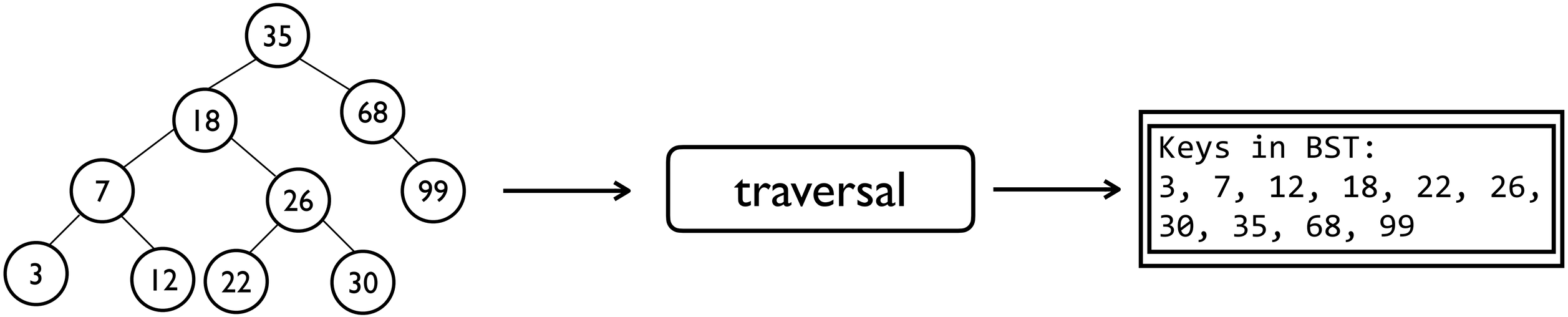
search

- search: 이진 탐색 트리에서 키값이 key인 노드를 찾아 반환함

```
procedure search(root, key)
  if root = NULL then
    return NULL
  end if
  if key < root.key then
    return search(root.left, key)
  elif key > root.key then
    return search(root.right, key)
  else
    return root
```

traversal

- traversal: 이진 탐색 트리를 구성하는 노드들의 key값들을 출력함



traversal

- traversal: 이진 탐색 트리를 구성하는 노드들의 key값들을 출력함

```
procedure traversal(root)
  if root ≠ NULL then
    traversal(root.left)
    print(root.key)
    traversal(root.right)
  end if
```

height

- height: 이진 탐색 트리의 높이를 반환함

```
procedure height(root)
  if root = NULL then
    return 0
  end if

  leftHeight ← height(root.left)
  rightHeight ← height(root.right)

  if leftHeight > rightHeight then
    return leftHeight + 1
  else
    return rightHeight + 1
  end if
```

이진 탐색 트리의 구현

- 이진 탐색 트리(BST, Binary Search Tree)는 다음과 같은 연산을 제공함 (이진 탐색 트리의 추상 자료형)
  - `Node* create()`:
    - 비어있는 이진트리를 생성 후 반환함
  - `Node* insert(Node* root, int key)`:
    - 이진 탐색 트리의 특성을 유지하면서 key를 키값으로 가지는 노드를 이진 탐색 트리에 삽입 후 루트 노드를 반환
  - `Node* findMin(Node* node)`:
    - 이진 탐색 트리에서 key값이 최소인 노드를 반환함
  - `Node* deleteNode(Node* root, int key)`:
    - 이진 탐색 트리의특성을 유지하면서 노드 key를 키값으로 가지는 노드를 이진 탐색 트리에서 삭제 후 루트 노드를 반환
  - `Node* search(Node* root, int key)`:
    - 이진 탐색 트리에서 키값이 key인 노드를 찾아 반환함
  - `void traversal(Node* root)`:
    - 이진 탐색 트리를 구성하는 노드들의 키값들을 오름차순으로 출력함
  - `int height(Node* root)`:
    - 이진 탐색 트리의 높이를 반환함

Example

```c
#include <stdio.h>
#include "BST.h"

int main() {
    Node* root = create();
    root = insert(root, 50);
    root = insert(root, 30);
    root = insert(root, 20);
    root = insert(root, 40);
    root = insert(root, 70);
    root = insert(root, 60);
    root = insert(root, 80);
    root = insert(root, 90);

    printf("키값들을 순회: ");
    traversal(root);
    printf("\n");
    printf("Tree의 높이 : %d\n", height(root));

    root = deleteNode(root, 50);
    root = deleteNode(root, 60);
    printf("Tree의 높이 : %d\n", height(root));
    root = deleteNode(root, 70);
    root = deleteNode(root, 80);
    root = deleteNode(root, 90);
    root = deleteNode(root, 30);
    root = deleteNode(root, 40);
    root = deleteNode(root, 20);
    printf("Tree의 높이 : %d\n", height(root));
    return 0;
}
```

이진 탐색 트리의 구현

- 이진트리의 노드는 다음과 같은 정보를 가짐

```
typedef struct Node {
    int key;
    struct Node* left;
    struct Node* right;
} Node;
```

- create: 비어있는 이진 탐색 트리를 생성 후 반환함

```
procedure create()
   return NULL
end procedure
```

```
Node* create(){
    return NULL;
}
```

이진 탐색 트리의 구현

- insert: 이진 탐색 트리의 특성을 유지하면서 key를 키값으로 가지는 노드를 이진 탐색 트리에 삽입함

```
procedure insert(root, key)
  if root = NULL then
    root ← allocateNode()
    root.key ← key
    root.left ← NULL
    root.right ← NULL
    return root
  end if
  if key < root.key then
    root.left ← insert(root.left, key)
  elif key > root.key then
    root.right ← insert(root.right, key)
  end if
  return root
end procedure
```

```
Node* insert(Node* root, int key) {









}
```

이진 탐색 트리의 구현

- findMin: 이진 탐색 트리에서 key값이 최소인 노드를 반환함

```
procedure findMin(root)
    current ← root
    while (current ≠ NULL) and (current.left ≠ NULL)  do
        current ← current.left
    end while
    return current
```

```
Node* findMin(Node* node) {



}
```

이진 탐색 트리의 구현

- Search: 이진 탐색 트리에서 주어진 키값을 가지는 노드를 찾아 반환함

```
procedure search(root, key)
  if root = NULL then
    return NULL
  end if
  if key < root.key then
    return search(root.left, key)
  elif key > root.key then
    return search(root.right, key)
  else
    return root
```

```
Node* search(Node* root, int key) {




}
```

이진 탐색 트리의 구현

- deleteNode: 이진 탐색 트리의특성을 유지하면서 노드 key를 키값으로 가지는 노드를 이진 탐색 트리에서 삭제함

```
procedure deleteNode(root, key)
  if root = NULL then
    return NULL
  end if
  if key < root.key then
    root.left ← deleteNode(root.left, key)
  elif key > root.key then
    root.right ← deleteNode(root.right, key)
```

```
    else
      if root.left = NULL then
        temp ← root.right
        free(root)
        return temp
      elif root.right = NULL then
        temp ← root.left
        free(root)
        return temp
      else
        minNode ← findMin(node.right)
        root.key ← minNode.key
        root.right ←deleteNode(root.right, minNode.key)
      end if
    end if
  return root
end procedure
```

이진 탐색 트리의 구현

- traversal: 이진 탐색 트리를 구성하는 노드들의 키값들을 오름차순으로 출력함

```
procedure traversal(root)
  if root ≠ NULL then
    traversal(root.left)
    print(root.key)
    traversal(root.right)
  end if
```

```
void traversal(Node* root) {




}
```

이진 탐색 트리의 구현

- height: 이진 탐색 트리의 높이를 반환함

```
procedure height(root)
  if root = NULL then
    return 0
  end if

  leftHeight ← height(root.left)
  rightHeight ← height(root.right)

  if leftHeight > rightHeight then
    return leftHeight + 1
  else
    return rightHeight + 1
  end if
```

```
int height(Node* root) {




}
```

마무리

- 이진 탐색 트리(BST, Binary Search Tree)는 이진트리 기반의 탐색을 위한 자료구조임

- 이진 탐색 트리는 다음과 같이 (재귀적으로) 정의됨

Definition

(1) 모든 노드는 유일한 키(key)를 갖는다.
(2) 왼쪽 서브트리의 키들은 루트의 키보다 작다.
(3) 오른쪽 서브트리의 키들은 루트의 키보다 크다.
(4) 왼쪽과 오른쪽 서브트리도 이진 탐색 트리이다.