

## El teorema de la divergencia

Sea  $\Omega$  un abierto acotado y regular de  $\mathbb{R}^3$ .

**Definición 1.** Sea  $F : \bar{\Omega} \rightarrow \mathbb{R}^3$  una función  $C^1$ . Llamaremos divergencia de  $F$  a la función

$$\operatorname{div} F = \sum_{i=1}^3 \frac{\partial F_i}{\partial x_i}.$$

**Teorema 2** (Teorema de la divergencia de Gauss). *Dada  $F : \bar{\Omega} \rightarrow \mathbb{R}^3$  una función  $C^1$  se tiene*

$$\iiint_{\Omega} \operatorname{div} F = \iint_{\partial\Omega} F \cdot n$$

donde  $n$  el vector unitario normal exterior a  $\Omega$ .

*Demostración.* Escapa a los objetivos del curso. □



Figura 1: Carl Friedrich Gauss (30 abril 1777 – 23 febrero 1855). Imagen tomada de Wikipedia<sup>2</sup>.

**Ejercicio 3.** Utiliza el Teorema 2 para calcular la integral sobre la esfera unidad

$$\iint_{x^2+y^2+z^2=1} (x^2 + 2yz) dS(x, y, z)$$

---

<sup>2</sup>Fuente de la figura [https://commons.wikimedia.org/wiki/File:Carl\\_Friedrich\\_Gauss\\_1840\\_by\\_Jensen.jpg](https://commons.wikimedia.org/wiki/File:Carl_Friedrich_Gauss_1840_by_Jensen.jpg)