Sea $\{a_n\}_{n\geq 1}$ una sucesión de números reales, es decir $a_n \in \mathbb{R}$ para todo $n \geq 1$. Llamamos suma parcial de los primeros n elementos a

$$s_n \stackrel{\text{def}}{=} \sum_{j=1}^{n} a_j.$$

Los elementos $\{s_n\}_{n\geq 1}$ forman una nueva sucesión de números reales. Si esta sucesión tiene un límite finito, entonces definimos la suma de la serie

$$\sum_{n=1}^{\infty} a_n \stackrel{\text{def}}{=} \lim_{n\to\infty} s_n.$$

Si la sucesión $\{s_n\}$ tiene por límite $+\infty$ o $-\infty$, entonces decimos que la serie diverge. Decimos que la serie converge *absolutamente* si la serie correspondiente a $|a_n|$ también converge.

Existen múltiples criterios que aseguran la convergencia de una serie. Algunos de ellos son los siguientes

1. Si la serie asociada a $\{a_n\}_{n\geq 1}$ es convergente, entonces

   $$\lim_{n\to\infty} a_n = 0.$$

   Es decir, si los a_n no tienden a 0, entonces la serie no es convergente.

2. **Criterio del cociente (o de d'Alambert).** Supongamos que existe

   $$r = \lim_{n\to\infty} \left| \frac{a_{n+1}}{a_n} \right|.$$

   Si $r < 1$ entonces la serie converge absolutamente.

3. **Criterio de la raíz (o de Cauchy).** Sea

   $$r = \limsup_{n\to\infty} \sqrt[n]{|a_n|}.$$

   Si $r < 1$ entonces la serie converge absolutamente.

4. **Criterio integral.** Supongamos que existe una función $f : [1, \infty) \to \mathbb{R}$ no-negativa y no-creciente tal que $a_n = f(n)$. Entonces la serie asociada a $\{a_n\}_{n\geq 1}$ converge absolutamente si y sólo si

   $$\int_1^{\infty} f(x)\, dx < \infty.$$