

Міністерство освіти і науки
України Національний технічний університет України
«Київський політехнічний інститут імені Ігоря Сікорського»
Факультет інформатики та обчислювальної техніки Кафедра
обчислювальної техніки

Лабораторна робота №2.1
з дисципліни
«Інтелектуальні вбудовані системи»
на тему
«Дослідження параметрів алгоритму
дискретного перетворення Фур'є»

Виконала:
студентка
групи ІП-83
Гомілко Д. В.

Перевірив:
Регіда П. Г.

Київ 2021

Основні теоретичні відомості, необхідні для виконання лабораторної роботи

В основі спектрального аналізу використовується реалізація так званого дискретного перетворювача Фур'є (ДПФ) з неформальним (не формульним) поданням сигналів, тобто досліджувані сигнали представляються послідовністю відліків $x(k)$.

$$F_x(p) = \sum_{k=0}^{N-1} x(k) \cdot e^{-jk\Delta t p \Delta \omega}$$

$$\omega \rightarrow \omega_p \rightarrow p\Delta\omega \rightarrow p \quad \Delta\omega = \frac{2\pi}{T}$$

ДПФ - проста обчислювальна процедура типу звірки (тобто -е парних множень), яка за складністю також має оцінку $N^2 + N$. Для реалізації ДПФ необхідно реалізувати поворотні коефіцієнти ДПФ. Ці поворотні коефіцієнти записуються в ПЗУ, тобто є константами.

$$W_N^{pk} = e^{-jk\Delta t \Delta \omega p}$$

$$W_N^{pk} = e^{-jk \frac{T}{N} p \frac{2\pi}{T}} = e^{-j \frac{2\pi}{N} pk}$$

Поворотні коефіцієнти не залежать від T , а лише від розмірності перетворення N . Ці коефіцієнти подаються не в експоненційній формі, а в тригонометричній.

$$W_N^{pk} = \cos\left(\frac{2\pi}{N} pk\right) - j \sin\left(\frac{2\pi}{N} pk\right)$$

Коефіцієнти зручно представити у вигляді таблиці:

$\begin{matrix} p \\ k \end{matrix}$	0	1	2	3
0	W_4^0	W_4^0	W_4^0	W_4^0
1	W_4^0	W_4^1	W_4^2	W_4^3
2	W_4^0	W_4^2	W_4^0	W_4^2
3	W_4^0	W_4^3	W_4^2	W_4^1

Умови завдання для варіанту

Для згенерованого випадкового сигналу з Лабораторної роботи N 1 відповідно до заданого варіантом (Додаток 1) побудувати його спектр, використовуючи процедуру дискретного перетворення Фур'є. Розробити відповідну програму і вивести отримані значення і графіки відповідних параметрів.

Варіант: 04 (номер заліковки — 8304):

Варіант	Число гармонік в сигналі, n	Гранична частота, ω	Кількість дискретних відліків, N
4	12	2400	1024

Лістинг програми із заданими умовами завдання

dft.py

```
import math

def fourierCoefficient(pk, N):
    arg = 2 * math.pi * pk / N
    return complex(math.cos(arg), -math.sin(arg))

def discreteFourierTransform(signal):
    N = len(signal)
    spectre = []
    for p in range(N):
        sum = 0
        for k in range(N):
            x = signal[k]
            w = fourierCoefficient(p*k, N)
            sum += w * x
        spectre.append(abs(sum))
    return spectre
```

complexity.py

```
from dft import discreteFourierTransform
import time
import sys
sys.path.append('./')
from lab1.signalGenerator import createSignal

def getDFTComplexity(stepsCount, harmonics, maxFrequency):
    elapsed = []
    size = []
    for i in range(stepsCount):
        count = int(10 * (i + 1))
        size.append(count)
        signal = createSignal(harmonics, maxFrequency, count)
        start = time.perf_counter()
        discreteFourierTransform(signal)
        stop = time.perf_counter()
        elapsed.append(stop - start)
    return size, elapsed
```

lab2-1.py

```
import matplotlib.pyplot as plt
from dft import discreteFourierTransform
from complexity import getDFTComplexity

import sys
sys.path.append('../')
from lab1.signalGenerator import createSignal

HARMONICS = 12
MAX_FREQUENCY = 2400
DISCRETE_CALLS = 1024
COMPLEXITY_COUNT_LOOPS = 200

signal = createSignal(
    HARMONICS,
    MAX_FREQUENCY,
    DISCRETE_CALLS
)
spectre = discreteFourierTransform(signal)
lens, elapsed = getDFTComplexity(
    COMPLEXITY_COUNT_LOOPS,
    HARMONICS,
    MAX_FREQUENCY
)

fig, axs = plt.subplots(3, 1)
plt.subplots_adjust(left=0.05, top=0.94, bottom=0.05, right=0.97, hspace=0.25)
fig.suptitle('Lab 2.1')

axs[0].plot(signal, linewidth=0.8)
axs[0].set_title('Generated signal')
axs[0].set(xlabel='time', ylabel='generated signal')

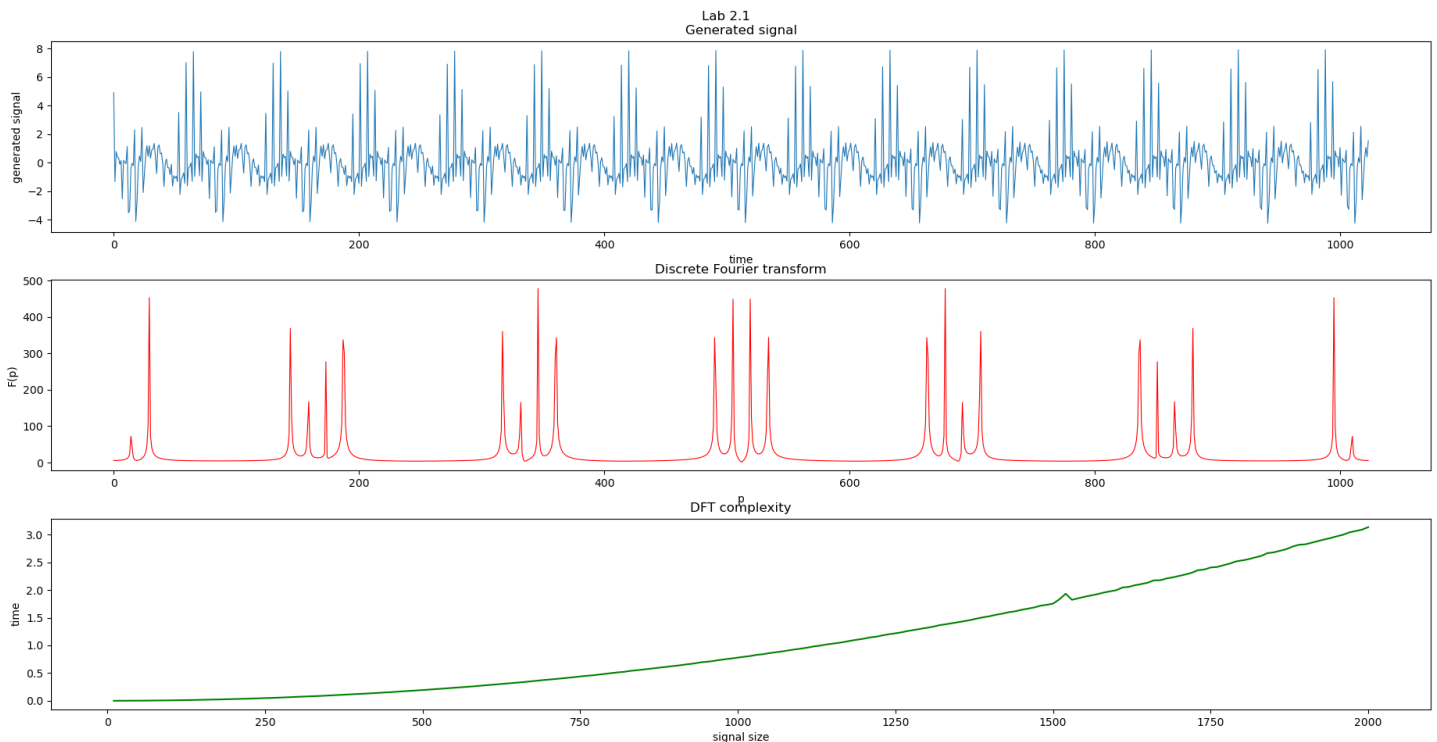
axs[1].plot(spectre, color='r', linewidth=0.8)
axs[1].set_title('Discrete Fourier transform')
axs[1].set(xlabel='p', ylabel='F(p)')

axs[2].plot(lens, elapsed, color='g')
axs[2].set_title('DFT complexity')
axs[2].set(xlabel='time', ylabel='signal size')

plt.show()
fig.savefig('graphs/lab1-2.png')
```

Результати виконання кожної програми

Графіки згенерованого сигналу, побудованого за ним спектру та часової складності дискретного перетворення Фур'є:



Висновки щодо виконання лабораторної роботи

Під час виконання лабораторної роботи 2.1 ми ознайомилися з принципами реалізації спектрального аналізу випадкових сигналів на основі алгоритму перетворення Фур'є, вивчили та дослідили особливості даного алгоритму з використанням засобів моделювання і сучасних програмних оболонок. У ході роботи було створено програму, що для згенерованого випадкового сигналу обраховує спектр за допомогою процедури дискретного перетворення Фур'є. Результати роботи було відображено на графіку залежності $F(p)$. Окрім того, було графічно зображено складність алгоритму, яка обраховувалася шляхом поступового збільшення довжини масиву значень випадкового сигналу, з яким працює функція ДПФ.