Integrantes:Lina Mazo, Valentina Gutiérrez,
Manuela Valdés Vallejo

T-student

MODELO TEORICO

HISTORIA

Fue desarrollada en 1899 por el químico inglés William Sealey Gosset, mientras trabajaba en técnicas de control de calidad para las destilerías Guiness en Dublín .
Publicó sus hallazgos anónimamente firmando sus artículos con el nombre de "Student".

t-Student y F-Snedecor. (s.f.). Obtenido de https://virtual.uptc.edu.co/ova/estadistica/docs/libros/tstudent.pdf

¿PARA QUE SE USA? APLICACIONES

La prueba t-Student se utiliza para contrastar hipótesis sobre medias en poblaciones con distribución normal. También proporciona resultados aproximados para los contrastes de medias en muestras grandes cuando estas poblaciones no se distribuyen normalmente.

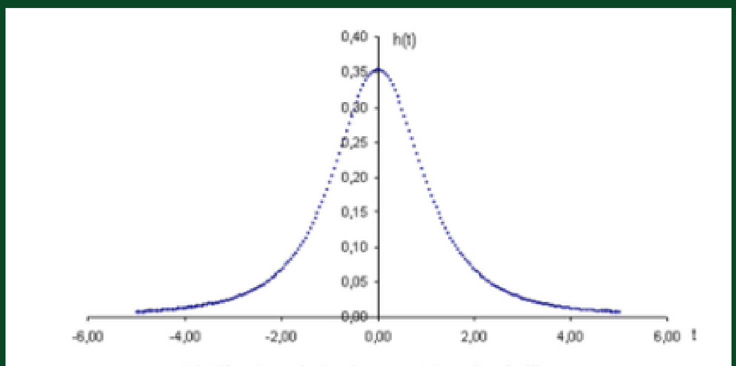
Existen dos versiones de la prueba t-Student: una que supone que las varianzas poblacionales son iguales y otra versión que no asume esto último. Para decidir si se puede suponer o no la igualdad de varianza en las dos poblaciones, se debe realizar previamente la prueba F-Snedecor de comparación de dos varianzas.

DISTRIBUCIÓN DE PROBABILIDAD DE T-STUDENT

Una variable aleatoria se distribuye segun el modelo de probabilidad t o T de Student con k grados de libertad, donde k es un entero positivo, si su función de densidad es la siguiente:

$$h_k(t) = \frac{\Gamma\left(\frac{k+1}{2}\right)}{\Gamma\left(\frac{k}{2}\right)\sqrt{\pi k}}\left(1+\frac{t^2}{k}\right)^{-\frac{(k+1)}{2}} \quad -\infty < t < \infty, \quad donde \quad \Gamma(p) = \int_0^{\infty} e^{-x} x^{p-1} dx$$

La grafíca de esta función de densidad es simétrica, respecto del eje de ordenadas, con independencia del valor de k, y de forma algo semejante a la de una distribución normal:



Distribución t de Student con 10 grados de liberta

Su valor medio y varianza son

$$E(T) = \mu = \int_{-\infty}^{\infty} t.h_k(t).dt = \int_{-\infty}^{\infty} t.\frac{\Gamma\left(\frac{k+1}{2}\right)}{\Gamma\left(\frac{k}{2}\right)\sqrt{\pi k}}\left(1+\frac{t^2}{k}\right)^{-\frac{(k+1)}{2}} dt = \dots = 0$$

Si k>3

$$Var(T) = \sigma^2 = E((T-\mu)^2) = \int_{-\infty}^{\infty} (t-\mu)^2.h_k(t).dt = \int_{-\infty}^{\infty} t.\frac{\Gamma\left(\frac{k+1}{2}\right)}{\Gamma\left(\frac{k}{2}\right)\sqrt{\pi k}}\left(1+\frac{t^2}{k}\right)^{-\frac{(k+1)}{2}} dt = \dots = \frac{k}{k-2}$$

Propiedades de las distribuciones t:

- Cada curva t tiene forma de campana con centro en 0.
- Cada curva t, está más dispersa que la curva normal estándar.
- A medida que k aumenta, la dispersión de la curva t correspondiente disminuye.
- A medida que k→∞, la secuencia de curva t se aproxima a la curva normal estándar

William Sealey Gosset (1876-1937)

TEORÍA DE PEQUEÑAS MUESTRAS

En probabilidad y estadística, la distribución t de Student es una distribución que surge del problema de estimar la media de una población normalmente distribuida cuando el tamaño de la muestra es pequeño.

Veremos un nuevo concepto necesario para poder entender la distribución-t . Este concepto es “grados de libertad”.

- Para definir grados de libertad se hará referencia a la varianza maestral:

$$s^2 = \frac{\sum_{i=1}^{n} (x_i - \bar{x})^2}{n-1}$$

Esta fórmula está basada en n-1 grados de libertad.

Reyes, L. (s.f.). Dsitribución de t Student. Obtenido de https://www.scientific-european-federation-osteopaths.org/wp-content/uploads/2019/01/Distribucion_tStudent.pdf

EJEMPLO

Para obtener valores que se basen en la distribución t-Student. R dispone de cuatro funciones: R: Distribución t-Student. dt(x, df, ncp, log = F) Devuelve resultados de la función de densidad. pt(q, df, ncp, lower.tail = T, log.p = F) Devuelve resultados de la función de distribución acumulada. qt(p, df, ncp, lower.tail = T, log.p = F) Devuelve resultados de los cuantiles de la t-Student. rt(n, df, ncp) Devuelve un vector de valores de la t-Student aleatorios.

Ejemplo de aplicación

Determinar:

a. P(T ??? 2.2010) con 11 grados de libertad.
B. P(T ??? 1.6939) con 32 grados de libertad

solución con R:

A. pt(2.2010, 11, lower.tail = F) [1] 0.02499935
B. pt(1.6939, 32, lowertail = T) [1] 0.950001

Elisea, F. (s.f.). Distribucion t -student. Rpub. Obtenido de https://rpubs.com/FranciscoAlvarado/394550

RELACIONES ENTRE DISTRIBUCIONES

Distribución T-student

↓ ↑

Distribución normal estándar

↓ ↑

Distribución Ji-cuadrado