Modelo de probabilidad gamma

Es una función que extiende el concepto de factorial a los números complejos. Fue presentada, en primera instancia, por Leonard Euler entre los años 1730 y 1731. Se le conoce, también, como una generalización de la distribución exponencial, además de la distribución de Erlang y la distribución Ji-cuadrada

Función gamma

$$\Gamma(p) = \int_0^{\infty} x^{p-1} e^{-x} dx, \qquad p > 0$$

Propiedades

a) $\Gamma(1) = 1$

b) $\Gamma(p) = (p-1)\Gamma(p-1), \quad p > 1.$

c) Si $p \in \mathbb{Z}^+$, $\Gamma(p) = (p-1)!.$

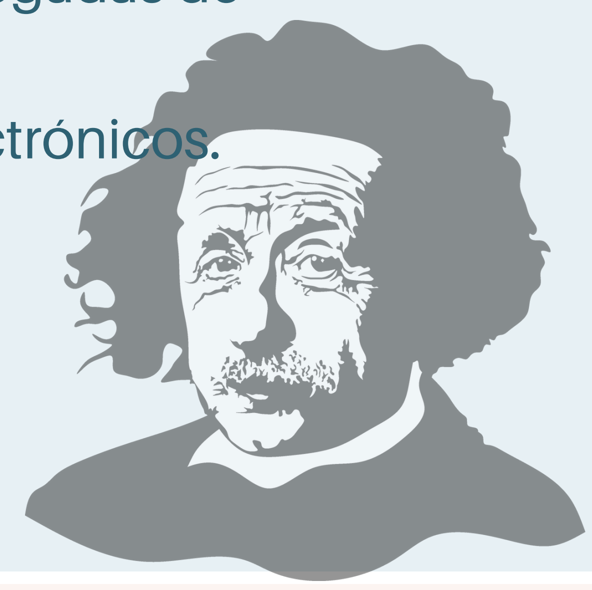
d) Si $a > 0,$

Aplicaciones

aplicaciones a experimentos o fenómenos aleatorios que tienen asociadas variables aleatorias que siempre son no negativas y cuyas distribuciones son sesgadas a la derecha, es decir, el área bajo la función de densidad disminuye a medida que nos alejamos del origen.

Ejemplos

- Intervalos de tiempo entre dos fallos de un motor.
- Intervalos de tiempo entre dos llegadas de automóviles a una gasolinera.
- Tiempos de vida de sistemas electrónicos.

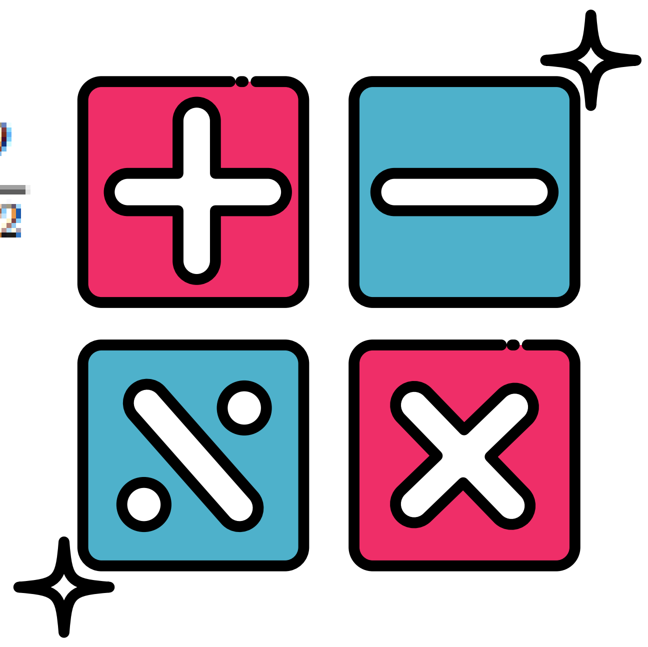


Características

$$E[X] = \frac{p}{a} \qquad \mathrm{Var}[X] = \frac{p}{a^2}$$

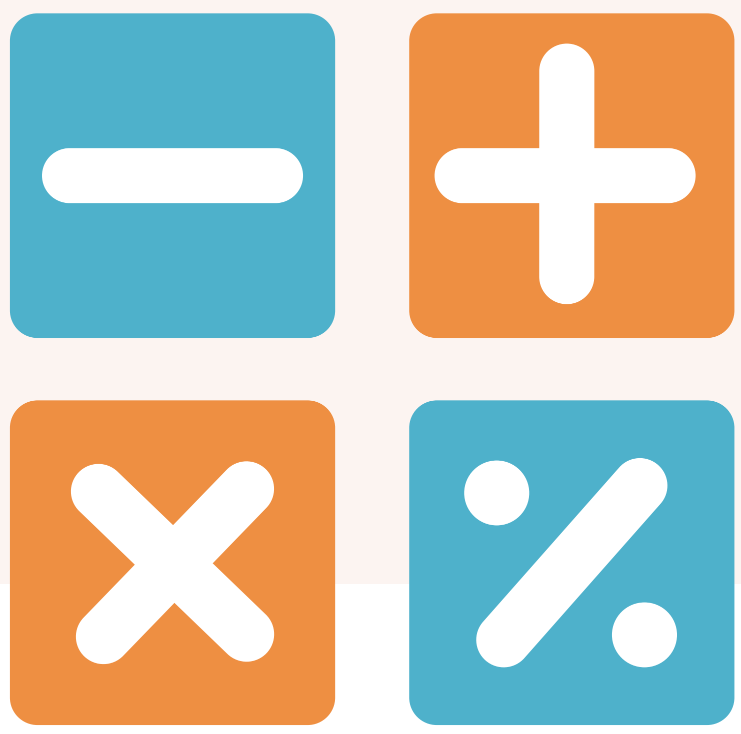
$$f(x) = ae^{-ax}, \quad x > 0$$

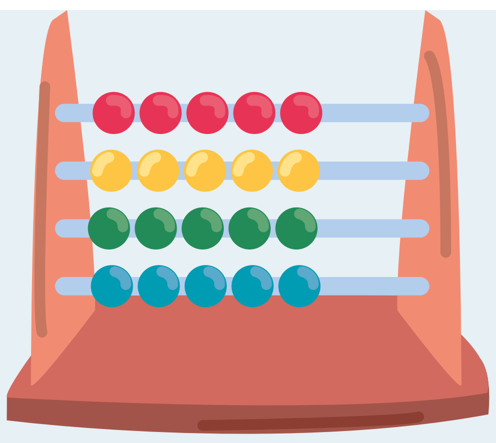
$$F(x) = 1 - e^{-ax}, \quad x > 0$$



Relacion con la Poisson

Sirve para representar el tiempo de espera entre dos ocurrencias consecutivas de un suceso cuando las ocurrencias se dan de forma independiente a lo largo del tiempo.





Más concretamente, si el número de ocurrencias en un intervalo de longitud t sigue una distribución P(λt), el tiempo de espera entre dos ocurrencias consecutivas
(o hasta la primera ocurrencia) tiene una distribución Exp(λ).

Referencias Cálculo de probabilidades 1. Patricia Román Román. Capitulo 6