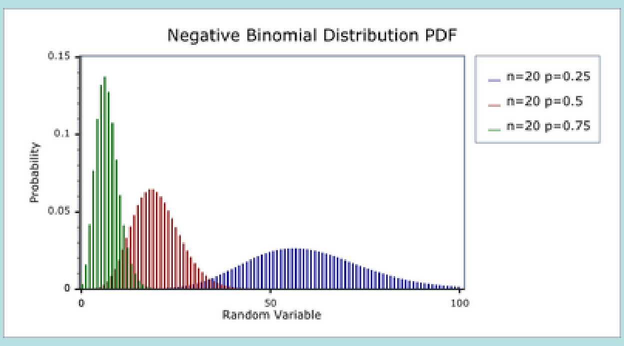
Distribución binomial negativa o Pascal



ORIGEN DE LA DISTRIBUCIÓN

El primero en tratar la distribución binomial negativa fue Pascal, Blaise (de allí su nombre) filosofo matemático que también invento una de las primeras calculadoras. (1679) Como sea el matemático suizo Jakob Bernoulli realizó un estudio oficial en 1713, donde por primera vez explica este nuevo tipo de distribución observado y estudiado por él. Por esta razón, se le atribuye a Bernoulli como el primero en describirla y por ende, descubrirla.

CARACTERISTICAS PRINCIPALES

$$f(x)=\binom{x-1}{r-1}p^r(1-p)^{x-r}$$

$$F(x)=\sum_{i=r}^{x}\binom{i-1}{r-1}p^r\cdot q^{i-r}$$

$$\mu=E(x)=\frac{k}{p}$$

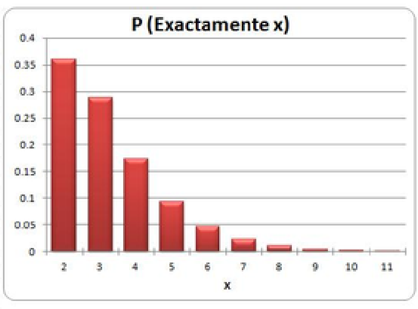
$$\sigma^2=V(x)=\frac{k(1-p)}{p^2}$$

Distribución Binomial Negativa

s	p
2	0.6000

Media	Varianza	Desvio Std
3.33333	2.22222	1.490711985

x	P (Exactamente x)	(Como máximo	P(Como mínimo x)
2	0.3600	0.3600	1.0000
3	0.2880	0.6480	0.6400
4	0.1728	0.8208	0.3520
5	0.0922	0.9130	0.1792
6	0.0461	0.9590	0.0870
7	0.0221	0.9812	0.0410
8	0.0103	0.9915	0.0188
9	0.0047	0.9962	0.0085
10	0.0021	0.9983	0.0038
11	0.0009	0.9993	0.0017
12	0.0004	0.9997	0.0007
13	0.0002	0.9999	0.0003
14	0.0001	0.9999	0.0001
15	0.0000	1.0000	0.0001
16	0.0000	1.0000	0.0000
17	0.0000	1.0000	0.0000
18	0.0000	1.0000	0.0000
19	0.0000	1.0000	0.0000
20	0.0000	1.0000	0.0000
21	0.0000	1.0000	0.0000
22	0.0000	1.0000	0.0000
23	0.0000	1.0000	0.0000



Ejercicio 1.

1. Supongamos que la probabilidad de tener una unidad defectuosa en una línea de ensamblaje es de 0.05. Si el conjunto de unidades terminadas constituye un conjunto de ensayos independientes: 1. ¿cuál es la probabilidad de que entre diez unidades dos se encuentren defectuosas? 2. ¿y de que a lo sumo dos se encuentren defectuosas? 3. ¿cual es la probabilidad de que por lo menos una se encuentre defectuosa?

1. Procedamos a calcular:

$$P(\eta_{10,0'05}=2)=\binom{10}{2}*0'05^2*(1-0{,}05)^8=0{,}047$$

2. Se tiene que:

$$P(\eta_{10,0'05}\le 2)=\binom{10}{i}*0'05^i*(1-0{,}05)^{10-i}=0{,}9984$$

3. Por ultimo:

$$P(\eta_{10,0'05}\ge 1)=1-P(\eta_{10,0'05}=0)=1-\binom{10}{0}*0{,}05^0*(1-0{,}05)^{10-0}=1-0{,}5987=0{,}4013$$

APLICACIONES

Ya que se trata de un modelo adecuado para tratar aquellos procesos en los que se repite un determinado ensayo o prueba hasta conseguir un número determinado de resultados favorables (por vez primera) , se usa frecuentemente en controles de calidad de materiales y producciones, sondeos, investigación médicas tales como experimentación masiva de alguna vacuna o medicamento, pruebas del tipo repetición en el laboratorio, y resulta ser beneficioso para campos tales como biología, química y ciencias biomédicas, ingenierías y economía.

Monocytes in 100 Blood Cells r	Observed Frequency f	Expected Frequency (Binomial)	Expected Frequency (Poisson)
0	0	0.2	0.3
1	3	1.5	1.7
2	5	4.8	5.2
3	13	10.0	10.3
4	19	15.3	15.4
5	13	18.7	18.3
6	15	18.7	18.1
7	12	15.9	15.4
8	10	11.7	11.5
9	11	7.6	7.6
10	7	4.4	4.5
11	3	2.3	2.5
12	2	1.1	1.2
13+	0	0.8	1.0

RELACIÓN CON DISTRIBUCIONES UNIVARIADAS

La distribución de Pascal ya que se trata con variables aleatorias, según el teorema del límite central, tiene una relación asintótica con la distrubución normal.
Como sea, esta tiene multiples tipos de casos especiales dentro de las relaciones, tales como:

- Parametrización: con parámetros n = 1 yp es una distribución geométrica con parámetro p .
- No cerrado bajo convolución, pero su suma tiene una distribución conocida: la suma de n variables aleatorias geométricas con probabilidad de éxito p es una variable aleatoria binomial negativa con parámetros n y p.

Referencias

https://www.sciencedirect.com/topics/mathematics/negative-binomial-distribution
https://ajph.aphapublications.org/doi/pdf/10.2105/AJPH.49.10.1388
http://www.stat.rice.edu/~dobelman/courses/texts/leemis.distributions.2008amstat.pdf
https://www3.uji.es/~mateu/t4-alumnos.pdf