

PRUEBAS DE HIPÓTESIS

Daniel E. Gonzalez
Javeriana Cali

El origen de los estudios, relacionados con
las p.det. (1738)
Ensayo escrito por DANIEL BERNULLI (Astronomia)



1915 - 1933 • Ronald Fisher
• Jerzy Neyman y Ergon Pearson



QUE ES UNA HIPOTESIS?

- ESTADÍSTICAMENTE ES: UNA AFIRMACIÓN ACERCA DE UN PARÁMETRO DE UNA POBLACIÓN

QUE ES UNA PRUEBA DE HIPOTESIS?

- CONSISTE EN CONTRASTAR DOS HIPOTESIS ESTADÍSTICAS
RECHAZAR O NO UNA HIPOTESIS EN FAVOR DE LA OTRA

CONCEPTOS BÁSICOS

H_0 : HIPOTESIS NULA

SE MANTIENE COMO CIERTA
SI NO SE OBTIENE SUFICIENTE
EVIDENCIA ESTADÍSTICA DE
LO CONTRARIO

HIPOTESIS QUE ES CIERTA
BAJO CONDICIONES NORMALES

H_a : HIPOTESIS ALTERNATIVA

CORRESPONDE A UNA HIPOTESIS
FRENTE A LA CUAL SE CONTRASTA
 H_0 , Y QUE SE CONSIDERA CIERTA
SI H_0 ES FALSA

HIPOTESIS QUE ES CIERTA BAJO
CONDICIONES EXTRAORDINARIAS

EdeP

ESTADÍSTICO DE PRUEBA

ES UNA VARIABLE ALEATORIA QUE SIGUE UNA FUNCIÓN DE DISTRIBUCIÓN CONOCIDA Y DEL CUAL SE OBTIENE UN VALOR A PARTIR DE LA MUESTRA

REGLA

- SI EL EdeP NO CAE EN LA RdeR ENTONCES NO SE RECHAZA H_0 , NO EXISTE SUFICIENTE EVIDENCIA ESTADÍSTICA EN LA MUESTRA QUE PERMITA RECHAZARLA, SE ASUME QUE H_0 ES VERDAD.

RdeR

REGLA DE DECISIÓN

PERMITE ESTABLECER CONDICIONES SOBRE LAS CUALES LA H_0 ES RECHAZADA O NO RECHAZADA

- SI EL EdeP CAE EN LA RdeR ENTONCES SE RECHAZA H_0 , SE ACEPTA H_a COMO VERDADERA

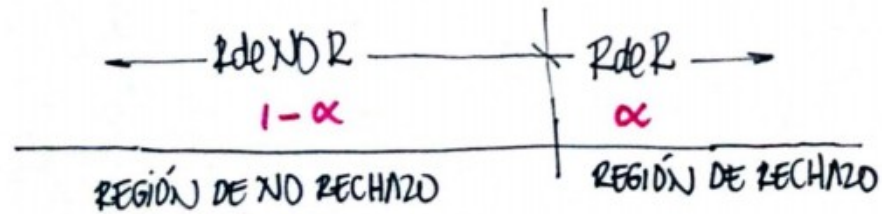


Rde D: REGLA DE DECISIÓN

REGLA QUE PERMITE CONDICIONES SOBRE
LAS CUALES H_0 ES RECHAZADA O
NO RECHAZADA.

REGLA 1: SI EL χ^2 EdeP CAE EN LA RdeR, ENTONCES
SE RECHAZA H_0 , SE ACEPTA H_1 COMO VERDADERA

SI EL EdeP NO CAE EN LA RdeR, NO EXISTE SUFICIENTE
EVIDENCIA ESTADÍSTICA EN LA MUESTRA QUE PERMITA
RECHAZAR H_0 . SE ASUME QUE H_0 ES VERDAD



DECISIÓN

SE RECHAZA H_0 : SE ACEPTA QUE H_a ES VERDAD

$$H_0: \theta = \theta_0$$

$$H_a: \theta \neq \theta_0$$

NO SE RECHAZA H_0 : SE DICE NO TENER EVIDENCIA SUFICIENTE
EN LA MUESTRA EN CONTRA DE H_0 , SE
ASUME H_0 COMO VERDAD.

ACEPTAR \neq ASUMIR

DECISIÓN SOBRE H_0	ESTADO DE $H_0(V)$	LA NATURALEZA $H_0(F)$
RECHAZAR H_0	ERROR TIPO I $P(E.T.I) = \alpha$ 	DECISIÓN CORRECTA $1 - \beta$: POTENCIA 
NO RECHAZAR H_0	DECISIÓN CORRECTA 	ERROR TIPO II $P(E.T.II) = \beta$ 

Pde H para μ

$$H_0: \mu = \mu_0$$

$$H_a: \mu \neq \mu_0$$

$$H_0: \mu \leq \mu_0$$

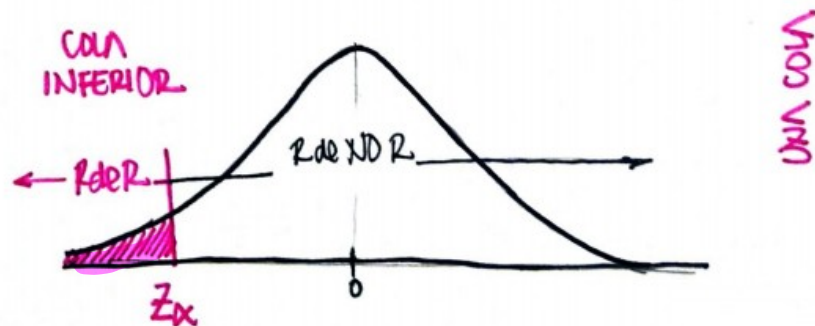
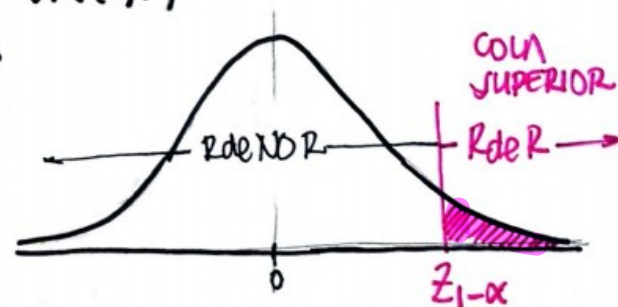
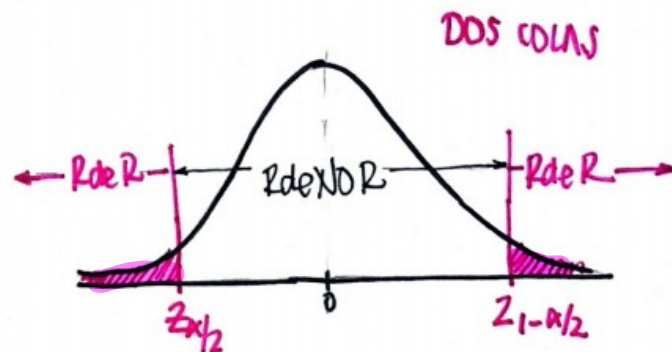
$$H_a: \mu > \mu_0$$

$$H_0: \mu \geq \mu_0$$

$$H_a: \mu < \mu_0$$

EdeP

$$Z = \frac{\bar{X} - \mu_0}{\sigma/\sqrt{n}} \sim N(0,1)$$



Pde H pMRN μ

$$H_0: \mu = \mu_0$$

$$H_a: \mu \neq \mu_0$$

$$H_0: \mu \leq \mu_0$$

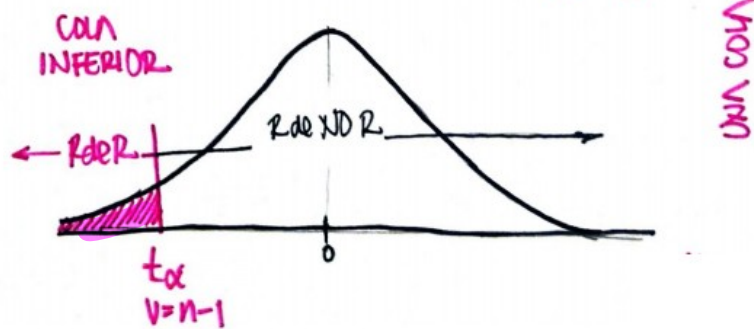
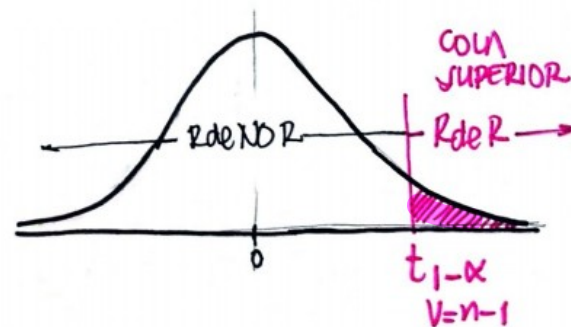
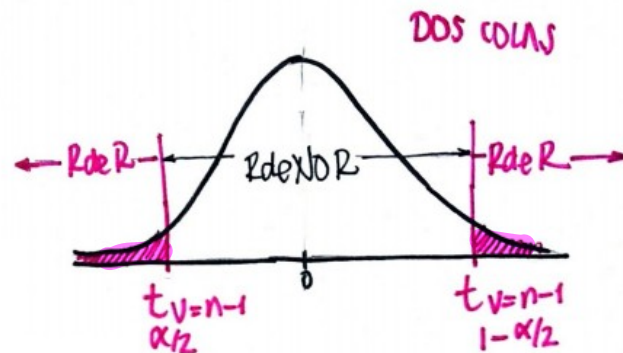
$$H_a: \mu > \mu_0$$

$$H_0: \mu \geq \mu_0$$

$$H_a: \mu < \mu_0$$

EdeP

$$T = \frac{\bar{X} - \mu_0}{S/\sqrt{n}} \sim t_{v=n-1}$$



Pde H para μ

$$H_0: \mu = \mu_0$$

$$H_a: \mu \neq \mu_0$$

$$H_0: \mu \leq \mu_0$$

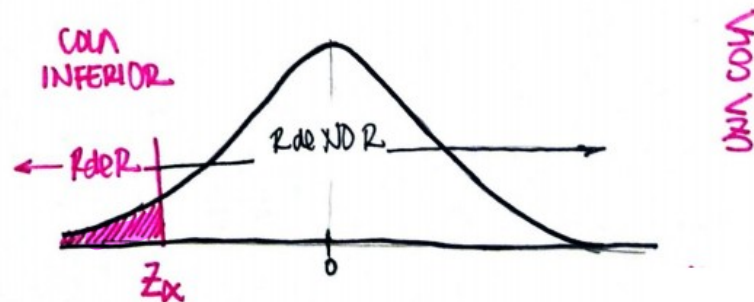
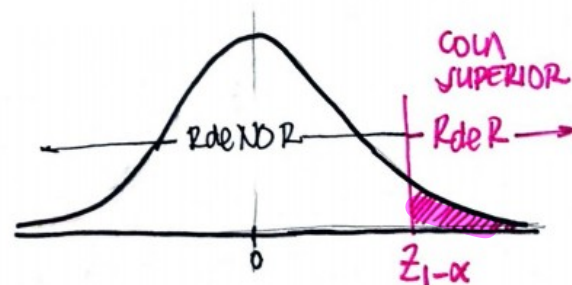
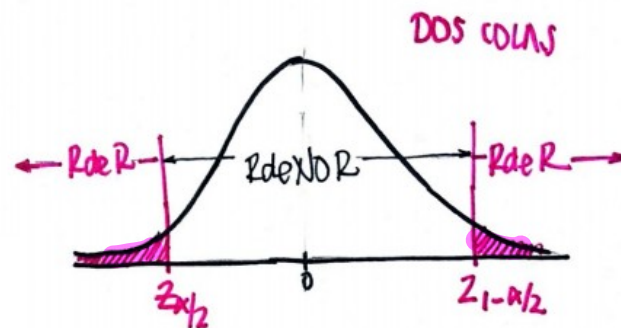
$$H_a: \mu > \mu_0$$

$$H_0: \mu \geq \mu_0$$

$$H_a: \mu < \mu_0$$

EdeP

$$Z = \frac{\bar{X} - \mu_0}{\sigma/\sqrt{n}} \sim N(0,1)$$



Prob. para P

$$H_0: P = p_0$$

$$H_a: P \neq p_0$$

$$H_0: P \leq p_0$$

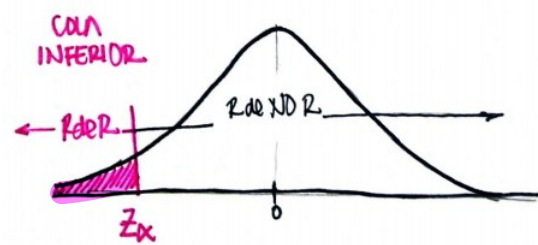
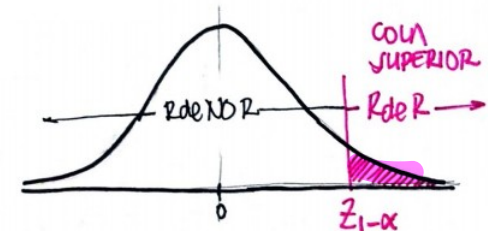
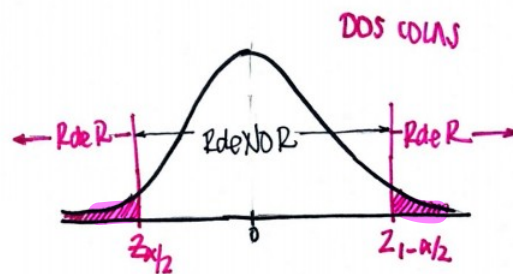
$$H_a: P > p_0$$

$$H_0: P \geq p_0$$

$$H_a: P < p_0$$

Ede P

$$Z = \frac{\hat{P} - p_0}{\sqrt{\frac{p_0(1-p_0)}{n}}} \sim N(0,1)$$



Pde H pNR σ^2

$$H_0: \sigma^2 = \sigma_0^2$$

$$H_a: \sigma^2 \neq \sigma_0^2$$

$$H_0: \sigma^2 \leq \sigma_0^2$$

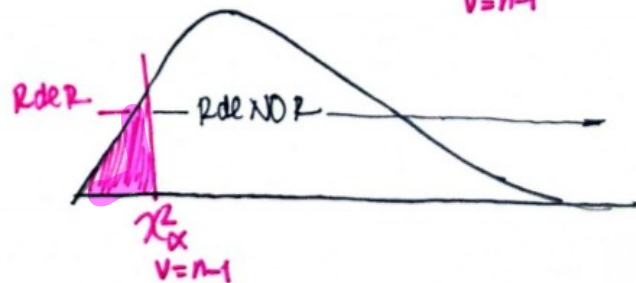
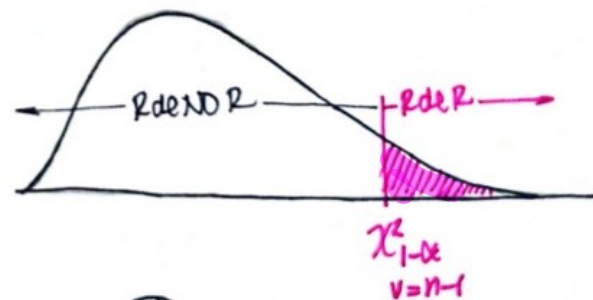
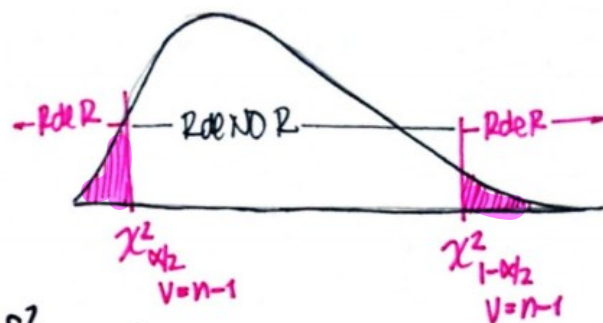
$$H_a: \sigma^2 > \sigma_0^2$$

$$H_0: \sigma^2 \geq \sigma_0^2$$

$$H_a: \sigma^2 < \sigma_0^2$$

Ede P

$$X^2 = \frac{(n-1)S^2}{\sigma_0^2} \sim \chi^2_{v=n-1}$$



PdeH PARA DIFERENCIA DE MEDIAS $\mu_1 - \mu_2$

$$H_0: \mu_1 - \mu_2 = \Delta_0$$

$$H_a: \mu_1 - \mu_2 \neq \Delta_0$$

EdeP

$$T = \frac{\bar{d} - \Delta_0}{S_d / \sqrt{n}} \sim t_{v=n-1}$$

GRUPOS
PAREADOS

SUPUESTOS:

$X_1 \sim N$

$X_2 \sim N$

$$H_0: \mu_1 - \mu_2 \leq \Delta_0$$

$$H_a: \mu_1 - \mu_2 > \Delta_0$$

$$T = \frac{(\bar{X}_1 - \bar{X}_2) - \Delta_0}{S_p \sqrt{\frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2}}} \sim t_{v=n_1+n_2-2}$$

ASUME

$\sigma_1^2 = \sigma_2^2$

GRUPOS
INDEPENDIENTES

$$H_0: \mu_1 - \mu_2 \geq \Delta_0$$

$$H_a: \mu_1 - \mu_2 < \Delta_0$$

$$T = \frac{(\bar{X}_1 - \bar{X}_2) - \Delta_0}{\sqrt{\frac{S_1^2}{n_1} + \frac{S_2^2}{n_2}}} \sim t_{v^*}$$

$\sigma_1^2 \neq \sigma_2^2$

Prueba PARA DIFERENCIA DE PROPORCIONES $P_1 - P_2$

$$H_0: P_1 - P_2 = \Delta_0$$

$$H_a: P_1 - P_2 \neq \Delta_0$$

$$H_0: P_1 - P_2 \leq \Delta_0$$

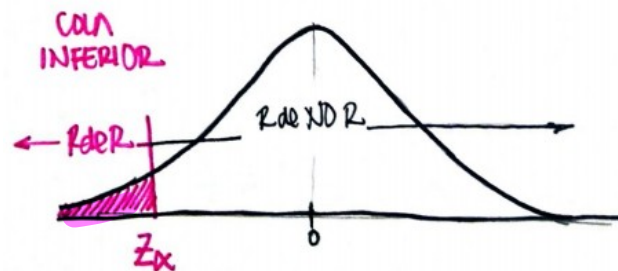
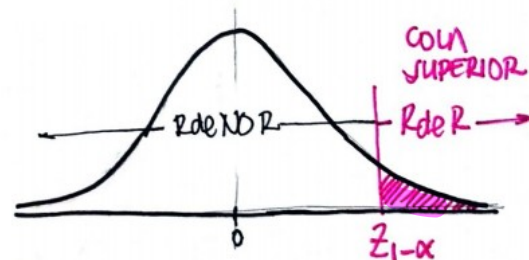
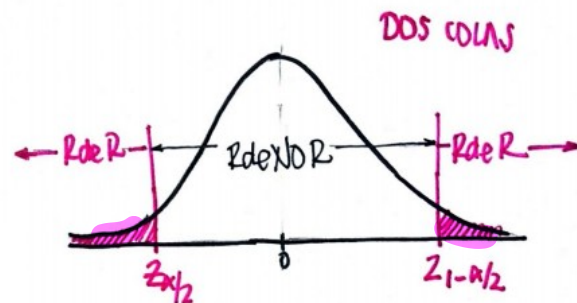
$$H_a: P_1 - P_2 > \Delta_0$$

$$H_0: P_1 - P_2 \geq \Delta_0$$

$$H_a: P_1 - P_2 < \Delta_0$$

Estadística

$$Z = \frac{(\hat{P}_1 - \hat{P}_2) - \Delta_0}{\sqrt{\frac{\hat{P}_1(1-\hat{P}_1)}{n_1} + \frac{\hat{P}_2(1-\hat{P}_2)}{n_2}}} \sim N(0,1)$$



Pde H PARA LA RAZÓN DE VARIANZAS σ_1^2/σ_2^2

$$H_0: \sigma_1^2 = \sigma_2^2$$

$$H_a: \sigma_1^2 \neq \sigma_2^2$$

Ede P

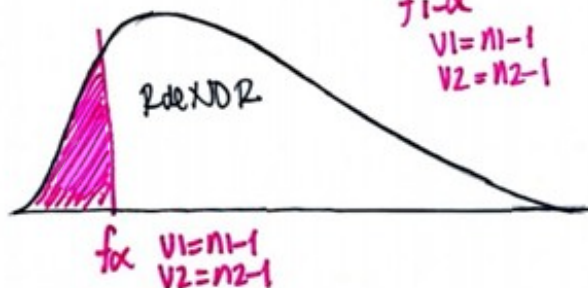
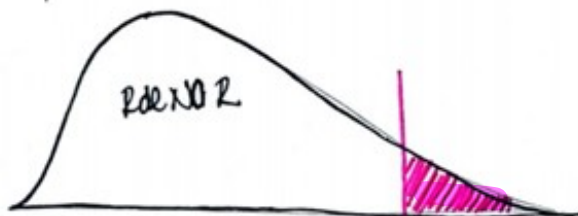
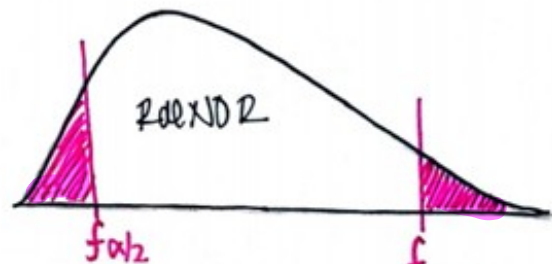
$$F = \frac{S_1^2}{S_2^2} \sim f_{V_1=n_1-1, V_2=n_2-1}$$

$$H_0: \sigma_1^2 \leq \sigma_2^2$$

$$H_a: \sigma_1^2 > \sigma_2^2$$

$$H_0: \sigma_1^2 \geq \sigma_2^2$$

$$H_a: \sigma_1^2 < \sigma_2^2$$



PRUEBA DE HIPÓTESIS

EdP

$$Z = \frac{\bar{X} - \mu_0}{\sigma/\sqrt{n}} \sim N(0,1) \quad (1)$$

$$Z = \frac{\bar{X} - \mu_0}{s/\sqrt{n}} \sim N(0,1) \quad (2)$$

$$t_{v=n-1} = \frac{\bar{X} - \mu_0}{s/\sqrt{n}} \sim t_{v=n-1} \quad (3)$$

$$Z = \frac{\hat{p} - p_0}{\sqrt{\frac{p_0(1-p_0)}{n}}} \sim N(0,1) \quad (4)$$

$$\chi^2 = \frac{(n-1)s^2}{\sigma_0^2} \sim \chi^2_{v=n-1} \quad (5)$$

UNA POBLACIÓN

$$t = \frac{(\bar{X}_1 - \bar{X}_2) - \Delta_0}{S_p \sqrt{\frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2}}} \sim t_{v=n_1+n_2-2} \quad (6)$$

$$t = \frac{(\bar{X}_1 - \bar{X}_2) - \Delta_0}{\sqrt{\frac{s_1^2}{n_1} + \frac{s_2^2}{n_2}}} \sim t_{v} \quad (7)$$

$$t = \frac{\bar{d} - \Delta_0}{s_d/\sqrt{n}} \sim t_{v=n-1} \quad (8)$$

$$Z = \frac{(\hat{p}_1 - \hat{p}_2) - \Delta_0}{\sqrt{\frac{\hat{p}_1(1-\hat{p}_1)}{n_1} + \frac{\hat{p}_2(1-\hat{p}_2)}{n_2}}} \sim N(0,1) \quad (9)$$

$$F = \frac{s_1^2}{s_2^2} \sim f_{v_1=n_1-1, v_2=n_2-1} \quad (10)$$

DOS POBLACIONES

PRUEBAS PARAMÉTRICAS

$$H_0: \mu_1 = \mu_0$$

$$H_a: \mu_1 \neq \mu_0$$

• PRUEBA t PARA UNA MEDIA

• PRUEBA z PARA UNA MEDIA

$$H_0: p = p_0$$

$$H_a: p \neq p_0$$

• PRUEBA PARA UNA PROPORCIÓN

$$H_0: \sigma^2 = \sigma_0^2$$

$$H_a: \sigma^2 \neq \sigma_0^2$$

• PRUEBA PARA UNA VARIANZA

$$H_0: \mu_1 - \mu_2 = \Delta_0$$

$$H_a: \mu_1 - \mu_2 \neq \Delta_0$$

PRUEBA DE DIFERENCIA DE MEDIAS

GRUPOS
• PAREADOS

• INDEPENDIENTES

$$H_0: p_1 - p_2 = \Delta_0$$

$$H_a: p_1 - p_2 \neq \Delta_0$$

PRUEBA DE DIFERENCIA DE PROPORCIONES

$$H_0: \sigma_1^2 = \sigma_2^2$$

$$H_a: \sigma_1^2 \neq \sigma_2^2$$

PRUEBA DE COMPARACIÓN DE VARIANZAS

PRUEBAS NO PARAMÉTRICAS

PRUEBA DE SIGNOS

$$H_0: M_e = m_{e0}$$

$$H_a: M_e \neq m_{e0}$$

PRUEBA DE WILCOXON

PRUEBA DE MANN-WHITNEY

PRUEBA DE RACHAS

PRUEBA CHI-CUADRADO DE INDEPENDENCIA

PRUEBA CHI-CUADRADO DE BONDAD DE AJUSTE.

PRUEBAS DE NORMALIDAD

PROBLEMAS
RESUELTOS

PROBLEMA 1.

Se está calibrando una balanza al pesar una pesa de prueba de 1000 g, 60 veces .
Las 60 lecturas de la balanza tienen una media de 1000.6 g , por otro lado la
clase del instrumento determina como desviación estándar máxima 2 g.
Realice el contraste para determinar si la balanza se encuentra bien calibrada



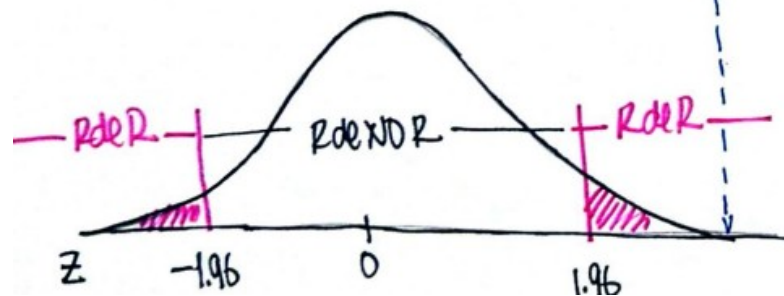
$$H_0: \mu = 1000 \text{ g}$$

$$H_a: \mu \neq 1000 \text{ g}$$

EdEP

$$Z_0 = \frac{\bar{x} - \mu_0}{\sigma / \sqrt{n}} = \frac{1000.6 - 1000}{2 / \sqrt{60}} = 2.323$$

RdEP:



COMO EL EdEP CAE EN LA
RdEP, RECHAZAMOS H_0
ACEPTAMOS H_a COMO VERDAD

$\mu \neq 1000 \text{ g}$
SE RECOMIENDA HACER CALIBRAR
LA BALANZA

NIVEL DE SIGNIFICANCIA (α)

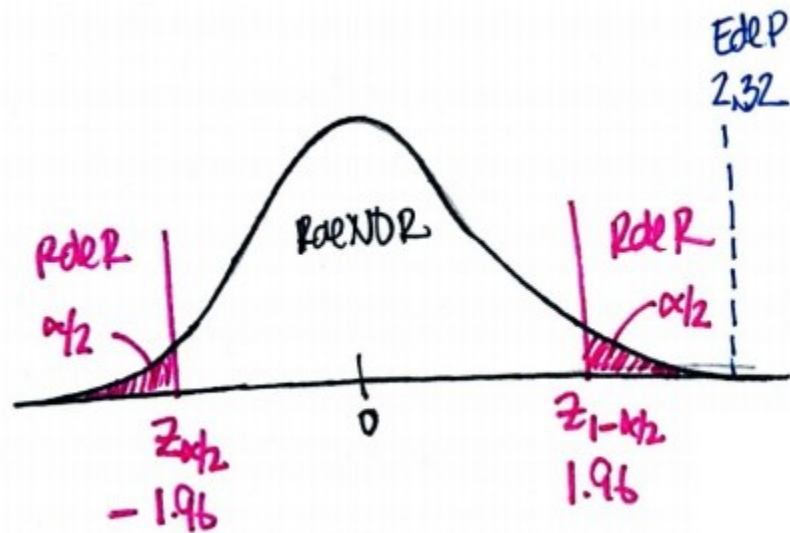
PROBABILIDAD DE COMETER

ERROR TIPO I: RECHAZAR H_0 , CUANDO

H_0 ES VERDADERA
(FALSO POSITIVO)

VALOR-P: PROBABILIDAD DE TENER UN RESULTADO EXTREMO SUPONIENDO QUE H_0 ES VERDAD (AREA)

- AREA DELIMITADA POR EL EdP
- EN CASO DE UNA PRUEBA DE DOS COLAS, EL AREA ENCONTRADA CORRESPONDE A LA MITAD DEL VALOR-P



$\text{pnorm}(2.32, \text{lower.tail} = \text{FALSE})$

$$\frac{\text{VALOR-P}}{2} = 0.01017$$

A magnifying glass is shown focusing on a small normal distribution curve. The area under the curve to the right of a point labeled 2.32 is shaded blue.

$$\text{VALOR-P} = 0.02034 //$$

REGLA 2: SI EL VALOR-P $< \alpha$, ENTONCES SE RECHAZA H_0 ,
SE ACEPTA H_a COMO VERDAD

$$H_0: \mu = 1000 \text{ g}$$

$$H_a: \mu \neq 1000 \text{ g}$$

$$\text{VALOR-P: } 0.02034$$

\therefore COMO $0.02034 < 0.05$, SE RECHAZA H_0 , SE ACEPTA
 H_a COMO VERDAD

$\mu \neq 1000 \text{ g}$ SE RECOMIENDA
HACER CALIBRAR LA BALANZA

PROBLEMA 2.

Una sucursal bancaria de Cali desarrolla un proceso mejorar el servicio a sus clientes durante las horas del medio día (12:00 m a 1:00 p.m.). El tiempo de espera en la fila al medio día se registra en una base durante una semana y se selecciona una muestra aleatoria de 15 clientes con los resultados son los siguientes :

4.21 5.55 3.02 5.13 4.77 2.34 3.20 4.50 6.10 3.80 5.12 6.46 6.19 3.79 3.54.

Cuando un cliente entra a la Sucursal durante la hora de almuerzo y pregunta al gerente: ¿cuanto tiempo deberá esperar?. El gerente contesta: "Menos de 5 minutos". Con base en los resultados anteriores evalúe esta afirmación.

INFORMACIÓN

$$n=15$$

$$\bar{x} = 4.66$$

$$s = 1.21$$

$$H_0: \mu \geq 5 \text{ min}$$

$$H_a: \mu < 5 \text{ min}$$

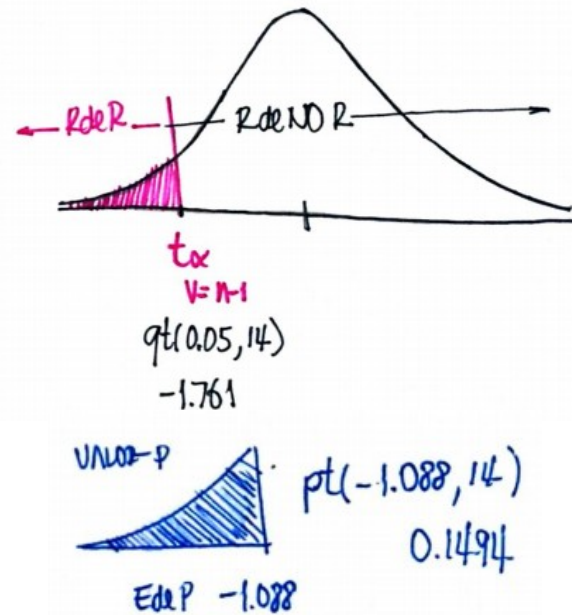
$$EdeP \quad T = \frac{\bar{x} - \mu_0}{s/\sqrt{n}} \sim t_{v=n-1}$$

$$T = \frac{4.66 - 5}{1.21/\sqrt{15}} = -1.088$$

SUPUESTOS:

$X \sim \text{NORMAL}$

σ^2 DESCONOCIDA



COMO $0.1494 > 0.05$, NO SE RECHAZA H_0 ,
 SE ASUME QUE H_0 ES VERDAD
 EL GERENTE NO TIENE RAZÓN.

PROBLEMA 3.

Una empresa al seleccionar su personal los somete a un curso de entrenamiento. Por experiencia el 76% de los aspirantes aprueban el curso. Se efectúan ciertos cambios en el programa, para el cual se inscriben 40 de los cuales 24 lo aprueban, podría afirmarse que los cambios introducidos reducen la selección?



INFORMACIÓN:

$$X=24$$

$$n=40$$

$$\hat{p} = \frac{24}{40} = 0.60$$

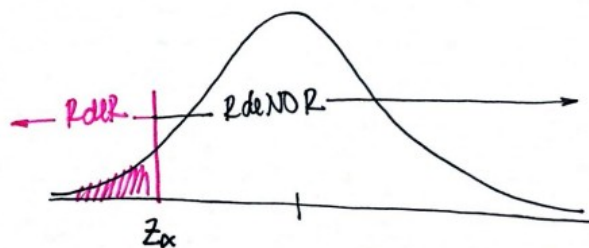
$$p_0 = 0.76$$

$$H_0: p \geq 0.76$$

$$H_a: p < 0.76$$

EdeP

$$Z_0 = \frac{\hat{p} - p_0}{\sqrt{\frac{p_0(1-p_0)}{n}}} = \frac{0.60 - 0.76}{\sqrt{\frac{0.76 \times 0.24}{40}}} = -2.369$$



$$\begin{aligned} & -1.645 \\ & qnorm(0.05) \\ & \text{valor-p: } qnorm(-2.369) \\ & 0.00892 \end{aligned}$$

COMO $0.00892 < 0.05$
SE RECHAZA H_0 , SE ACEPTA
 H_a COMO VERDAD

$$p < 0.76$$

SE PUEDE AFIRMAR QUE
LA PROPORCION SE REDUJO. //

PROBLEMA 4

Su ponga que una empresa desarrolla un curso de entrenamiento para sus empleados, formando dos grupos y aplicándoles dos métodos distintos de entrenamiento. El primer grupo lo componen 36 empleados que obtuvieron un puntaje promedio de 6 (en escala de 0 a 10 puntos) y una desviación estándar de 4 puntos y el segundo grupo de 40 empleados cuyo puntaje promedio fue de 8.2 y una desviación de 4.3.

Se puede afirmar que el método aplicado al segundo grupo es superior al aplicado al primero?

Que supuestos debe de tener en cuenta?

$$\left. \begin{array}{l} H_0: \mu_1 \geq \mu_2 \\ H_a: \mu_1 < \mu_2 \end{array} \right\} \text{COMPARACIÓN DE MEDIAS} \\ \text{GRUPOS INDEPENDIENTES}$$

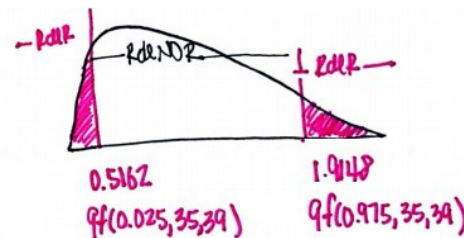
$$\left\{ \begin{array}{l} \mu_1 \geq \mu_2 \\ \mu_1 - \mu_2 \geq 0 \\ \mu_1 - \mu_2 \geq \Delta_0 \end{array} \right. \quad \left\{ \begin{array}{l} \text{Edap} \text{ --- ASUMO} \\ \text{DEPENDE } \sigma_1^2 = \sigma_2^2 \end{array} \right. \quad \left\{ \begin{array}{l} H_0: \sigma_1^2 = \sigma_2^2 \\ H_a: \sigma_1^2 \neq \sigma_2^2 \end{array} \right.$$

$$\left[\sigma_1^2 = \sigma_2^2 \right] \quad \text{Edap } F = \frac{S_1^2}{S_2^2} = \frac{4.0^2}{4.3^2} = 0.8653$$



INFORMACION

	TAMAÑO MUESTRA	MEAN MUESTRA	DEJ. ESTAND. MUESTRA
GRUPO 1	36	6.0	4.0
GRUPO 2	40	8.2	4.3



NO SE RECHAZA H_0
ASUMO QUE $\sigma_1^2 = \sigma_2^2$

$$H_0: \mu_1 \geq \mu_2$$

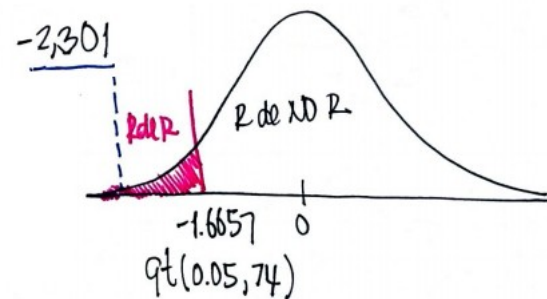
$$H_a: \mu_1 < \mu_2$$

EdeP

$$T = \frac{(\bar{X}_1 - \bar{X}_2) - \Delta_0}{S_p \sqrt{\frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2}}} = \frac{(60 - 8,2) - 0}{4,16 \times \sqrt{\frac{1}{36} + \frac{1}{40}}} = \underline{-2,301}$$

$$S_p^2 = \frac{35 \times 4,0^2 + 39 \times 4,3^2}{36 + 40 - 2} = 17,3123$$

$$S_p = \sqrt{17,3123} = 4,16$$



$$\text{VALOR-P: } pt(-2,301, 74) \\ 0.012049$$

\therefore SE RECHAZA H_0 , SE ACEPTA H_a
 $\mu_1 < \mu_2$. SE PUEDE AFIRMAR QUE
 EL MÉTODO APLICADO AL SEGUNDO GRUPO
 GENERA MEJORES RESULTADOS.

PROBLEMA 5

Suponga que se estudia la compra de una nueva maquina para una empresa. Se comprara la maquina si la proporción de la producción que necesita ser reprocesados por tener defectos es inferior al 5%. Se examina una muestra de 40 artículos construidos por la maquina y 3 necesitan ser reprocesados. ¿ Que decisión se toma? (Se compra o no la maquina?)



INFORMACIÓN:

$$X=3$$

$$n=40$$

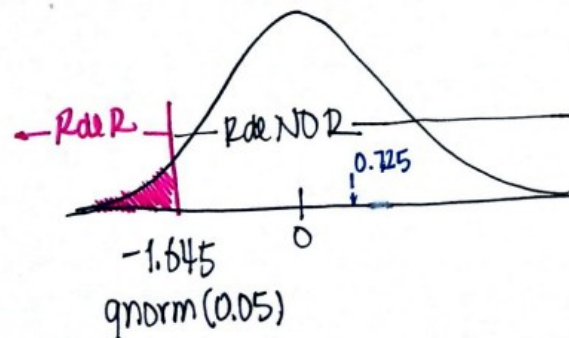
$$\hat{p} = \frac{3}{40} = 0,075$$

$$H_0: p \geq 0.05$$

$$H_a: p < 0.05$$

Ede P

$$Z = \frac{(\hat{p} - p_0) - \Delta_0}{\sqrt{\frac{p_0(1-p_0)}{n}}} = \frac{0.075 - 0.05}{\sqrt{\frac{0.05 \times 0.95}{40}}} = 0.725$$



∴ NO SE RECHAZA H_0 ,
NO EXISTE SUFICIENTE EVIDENCIA EN
LA MUESTRA QUE PERMITA RECHAZAR H_0
NUNQUA QUE H_0 ES VERDAD.
SE RECOMIENDA NO COMPRAR.

PROBLEMA 6

Un empresario registro el numero de artículos producidos durante 10 días, para un grupo de 15 obreros que trabajaban con base en un salario fijo (Grupo 1). El industrial introdujo un plan de incentivos para otros 15 obreros y registro su producción durante otros 10 días (Grupo 2). El numero de artículos producidos por cada uno de los grupos fue :

Grupo 1 : 75 76 74 80 72 78 76 73 72 75

Grupo 2 : 86 78 86 84 81 79 78 84 88 80.

Suponiendo que los salarios pagados a cada grupo son equivalentes. Se puede concluir que el plan de incentivos es efectivo?

$$H_0: \mu_1 \geq \mu_2$$

$$H_a: \mu_1 < \mu_2$$

COMPARACION DE
MEDIAS INDEPENDIENTES

$$T = \frac{75,10 - 82,40}{3,156 \sqrt{\frac{1}{10} + \frac{1}{10}}} = -5,172$$

SUPUESTOS:

$X_1 \sim \text{NORMAL}$

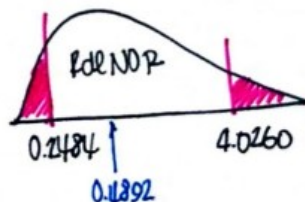
$X_2 \sim \text{NORMAL}$

ASUMIR $\sigma_1^2 = \sigma_2^2$

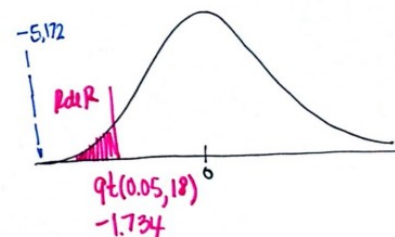
$$H_0: \sigma_1^2 = \sigma_2^2 \quad \text{EdP } F = 0,4892$$

$$H_a: \sigma_1^2 \neq \sigma_2^2$$

$$\therefore \text{NUNCA } \sigma_1^2 = \sigma_2^2 //$$



\therefore
SE RECHIZA H_0
SE ACEPTA H_a COMO
VERDAD. $\mu_1 < \mu_2$



VALOR-P
 $pt(-5,172, 18)$
0.000032

EL PROMEDIO OBTENIDO
POR EL SEGUNDO GRUPO
ES MAYOR AL DEL
PRIMER GRUPO.



INFORMACIÓN:

	n	\bar{x}	s
GRUPO 1:	10	75,10	2,56
GRUPO 2:	10	82,40	3,66

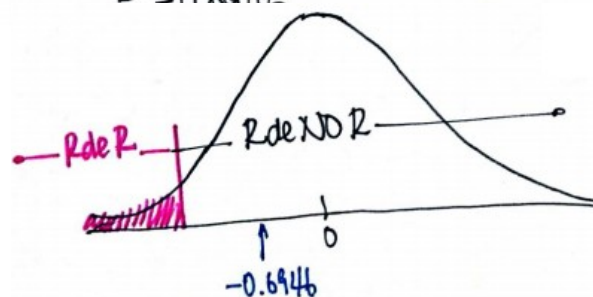
PROBLEMA 7

En una muestra de 400 clientes, el 20% indica una preferencia por tamaño especial de pizza. Con posterioridad a una campaña publicitaria realizada en radio y televisión promoviendo dicho producto, se seleccionó una muestra de igual tamaño. En esta última muestra el 22% de los clientes indico preferencia por el producto. De acuerdo con estos resultados y un nivel de significancia del 5% , podría decirse que la campaña publicitaria no fue efectiva?

$$H_0: p_1 \geq p_2$$

$$H_a: p_1 < p_2$$

$$EdelP \quad z = \frac{(\hat{p}_1 - \hat{p}_2) - 0}{\sqrt{\frac{\hat{p}_1(1-\hat{p}_1)}{n_1} + \frac{\hat{p}_2(1-\hat{p}_2)}{n_2}}} = \frac{0.20 - 0.22}{\sqrt{\frac{0.20 \times 0.80}{400} + \frac{0.22 \times 0.78}{400}}} = -0.6946$$



$$V_{NO R-P}: pnorm(-0.6946) \\ 0.2436$$



INFORMACIÓN

$$n_1 = 400 \quad x_1 = 80 \quad \hat{p}_1 = 0.20$$

$$n_2 = 400 \quad x_2 = 88 \quad \hat{p}_2 = 0.22$$

NO SE RECHAZA H_0
SE ASUME COMO VERDAD
LA PUBLICIDAD NO MUESTRA
HABER MEJORADO LA
PROPORCIÓN DE CLIENTES
QUE PREFIEREN EL TAMAÑO
ESPECIAL

PROBLEMA 8

Los siguientes son los datos de las horas hombre que se pierden en promedio por accidentes en 10 plantas industriales antes y después de la implantación de un programa de seguridad industrial:

Utilice un nivel de significancia de 0.05 para probar si el programa de seguridad implantado es eficaz.

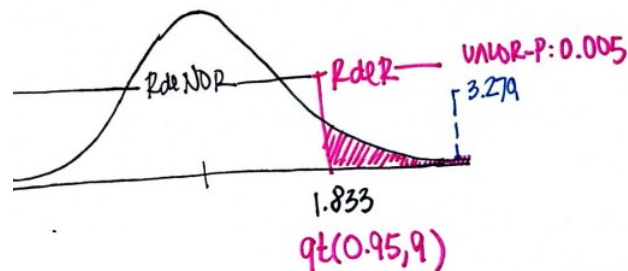


$$H_0: \mu_1 \leq \mu_2$$

$$H_a: \mu_1 > \mu_2$$

Edep

$$T_0 = \frac{\bar{d} - \Delta_0}{s_d / \sqrt{n}} = \frac{4.9 - 0}{4.72 / \sqrt{10}} = 3.279$$



INFORMACIÓN

	G1	G2	d _i
1	45	36	9
2	73	60	13
3	46	44	2
4	124	119	5
5	30	35	-5
6	57	51	6
7	83	77	6
8	34	29	5
9	26	24	2
10	17	11	6

$n=10$
 $\bar{d}=4.9$
 $s_d=4.72$

RECHAZO H_0 , ACEPTO H_a

$\mu_1 > \mu_2$. EL PROMEDIO SE REDUJO DESPUES DE HABER REALIZADO EL PROGRAMA DE SEGURIDAD.

PROBLEMA 9

Un director de un gimnasio quiere determinar si un instructor de ejercicio debe ser contratado o no para su campaña estrella "Reducción de peso". Para tomar la decisión le dice que pruebe con 16 de las personas que habitualmente concurren tomadas al azar. Los datos que se tomaron antes y después de haber realizado un mes de ejercicios son los siguientes

Peso antes	104.5	89	84.5	106	90	96	79	90	85	76.5	91.5	82.5	100.5	89.5	121.5	72
------------	-------	----	------	-----	----	----	----	----	----	------	------	------	-------	------	-------	----

Peso después	98	85.5	85	103.5	88.5	95	79.5	90	82	76	89.5	81	99.5	86.5	115.5	70
--------------	----	------	----	-------	------	----	------	----	----	----	------	----	------	------	-------	----

Emplee y realice las pruebas de hipótesis a un nivel de significancia del 0.01 para determinar si el programa que ofrece el nuevo instructor es eficaz.

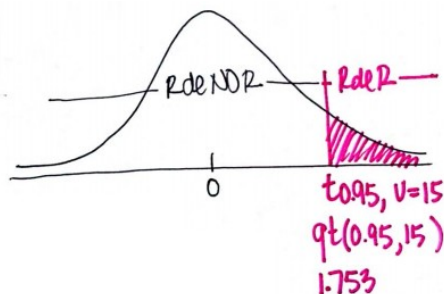
$$H_0: \mu_a \leq \mu_d$$

$$H_a: \mu_a > \mu_d$$

EdeP

$$T = \frac{\bar{d} - \Delta_0}{S_d / \sqrt{n}} = \frac{2.06}{2.03 / \sqrt{16}} = 4.059$$

valor-p
 $pt(4.059, 15, \text{lower.tail} = \text{FALSE})$
 0.00051



∴
 SE RECHAZA H_0 , SE ACEPTA
 H_a COMO VERDAD $\mu_1 > \mu_2$

SE PUEDE AFIRMAR
 QUE EN PROMEDIO
 HAY UNA REDUCCIÓN
 DE PESO.



INFORMACIÓN
 $d_i = X_{ant.} - X_{des.}$
 6.5
 3.5
 -0.5
 2.5
 1.5
 1.0
 -0.5
 0.0
 3.0
 0.5
 2.0
 1.5
 1.0
 3.0
 6.0
 2.0

$\bar{d} = 2.06$
 $S_d = 2.03$
 $n = 16$

PROBLEMA 10

Un Gerente de una empresa sospecha que los empleados de mayor edad pierden mas días de trabajo al año por enfermedad que los empleados mas jóvenes. Para probar esta hipótesis decide seleccionar al azar, de los registros dos muestras de los empleados con edades mayores de 35 años y de empleados menores a 35 años. Los resultados son :

Representan los datos evidencia para confirmar la sospecha del Gerente?

35 años o más	37	19	21	35	16	4	0	12	63	25	12	15
Menos de 35 años	24	42	18	15	0	9	10	20	22	13		

$$H_0: \mu_1 \leq \mu_2$$

$$H_a: \mu_1 > \mu_2$$

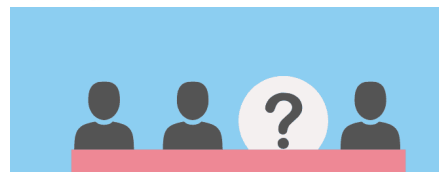
$$EduP \quad T = \frac{(\bar{X}_1 - \bar{X}_2) - \Delta_0}{S_p \sqrt{\frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2}}} = \frac{(21.58 - 17.30)}{14.69 \sqrt{\frac{1}{12} + \frac{1}{10}}} = 0.6805$$

$$H_0: \sigma_1^2 = \sigma_2^2$$

$$H_a: \sigma_1^2 \neq \sigma_2^2$$

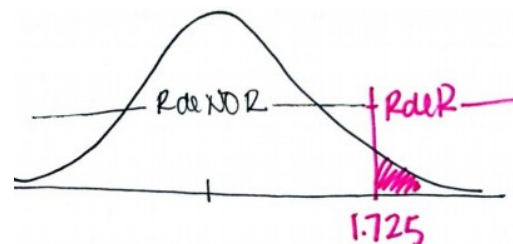
$$EduP \quad F = \frac{289.5}{125.6} = 2.30 \quad \therefore \text{ASUMO } \sigma_1^2 = \sigma_2^2$$

$$\text{valor-p: } \min(pf(2.3, 11, 9); pf(2.3, 11, 9, \text{lower.tail} = \text{FALSE})) \\ 0.2214$$



INFORMACIÓN:

	n	\bar{x}	s^2
G1	12	21.58	289.5
G2	10	17.30	125.6



VALOR-P: 0.251995

NO RECHAZO H_0 , ASUMO QUE H_0 ES VERDAD.

NO SE PUEDE AFIRMAR QUE LOS EMPLEADOS CON MAYOR EDAD PIERDEN MÁS DÍAS DE TRABAJO QUE EL GRUPO DE JÓVENES ↙

dgonzalez@javerianacali.edu.co

Daniel Enrique González Gómez

Dep. Ciencias Naturales y Matemáticas

Facultad de Ingeniería y Ciencias

Pontificia Universidad Javeriana

Cali