

Práctica 4: Simulación de una codificación binaria lineal

21 de marzo - 22 de marzo - 23 de marzo

1. CANAL SIN RUIDO

Para transmitir un mensaje escrito en el alfabeto

alf=“aábcdeé AÁBCDEÉfghiíjklmnFGHIÍJKLMNoópqrstuúvwxyzOÓPQRSTUÚV
WXYZ.,;:¿?¡”

por un canal **binario** SIN RUIDO se realizan dos procesos de codificación.

- a) El primer proceso es una codificación binaria del alfabeto fuente, en bloque y de longitud la mínima posible. Es decir, como el alfabeto tiene 70 símbolos, dicha longitud mínima es

$$\text{long_min} = \lceil \log_2(70) \rceil = 7$$

Para codificar cada símbolo del alfabeto, si pos es la posición que ocupa dicho símbolo dentro del alfabeto, calculamos la expresión en base 2 del número entero $pos - 1$ y completamos con ceros a la izquierda hasta conseguir longitud 7 (expresión binaria de longitud 7 para el entero $pos - 1$). Por ejemplo, si queremos codificar el mensaje “c!”, como

símbolo	$pos - 1$	codificación
c	3	[0, 0, 0, 0, 0, 1, 1]
!	69	[1, 0, 0, 0, 1, 0, 1]

se obtiene

$$list = [0, 0, 0, 0, 0, 1, 1, 1, 0, 0, 0, 1, 0, 1]$$

- b) El segundo proceso aplica a la lista binaria anterior la codificación lineal con matriz generadora $G = (I_3|A)$, siendo

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \end{pmatrix}.$$

Es decir, cada secuencia binaria de longitud 3 se codifica multiplicándola por la matriz G (producto en \mathbb{Z}_2). Si la longitud de la lista binaria a codificar no es un múltiplo de 3, la cola que queda al final se codifica con los mismos dígitos. Por ejemplo, si la lista binaria a codificar es la de antes

$$list = [0, 0, 0, | 0, 0, 1, | 1, 1, 0, | 0, 0, 1, | 0, 1]$$

tendremos 4 secuencias de longitud 3 a codificar usando G , y una cola de longitud 2 que mantenemos.

Como en nuestro caso la matriz generadora es

$$G = \left(\begin{array}{ccc|ccc} 1 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 1 \end{array} \right),$$

la codificación lineal para *list* sería

	1	2	3	4	cola
sec.	$[0, 0, 0]$	$[0, 0, 1]$	$[1, 1, 0]$	$[0, 0, 1]$	$[0, 1]$
cod.	$[0, 0, 0, 0, 0, 0]$	$[0, 0, 1, 0, 1, 1]$	$[1, 1, 0, 0, 1, 1]$	$[0, 0, 1, 0, 1, 1]$	$[0, 1]$

y el mensaje codificado es

$$L = [0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 1, 0, 1, 1, 1, 1, 0, 0, 1, 1, 0, 0, 1, 0, 1, 1, 0, 1].$$

PROBLEMA PARA RESOLVER.

Si la secuencia obtenida del canal es la indicada en la lista L

[illegible]

(lista disponible en el fichero datos_4, dentro de la carpeta práctica 4 de la moodle)

obtener el mensaje original.

mensaje original

La práctica está completa. Muy bien, lo has conseguido!!

2. CANAL CON RUIDO (EXTRA)

Para transmitir un mensaje escrito en el alfabeto

alf=“AÁBCDEÉFGHIÍJKLMNÑÓPQRSTUÚVWXYZ .,:()¿?¡!-0123456789
aábcdeéfgghiíjklmnñóopqrstuúvwxyz”

por un canal **binario** CON RUIDO se realizan dos procesos de codificación.

- El primer proceso es una codificación binaria del alfabeto fuente, en bloque y de longitud la mínima posible. Para codificar cada símbolo del alfabeto, si pos es la posición que ocupa dicho símbolo dentro del alfabeto, calculamos la expresión en base 2 del número entero $pos - 1$ y completamos con ceros a la izquierda hasta conseguir la longitud deseada (longitud binaria en bloque mínima).
- El segundo proceso aplica a la lista binaria anterior la codificación lineal con matriz generadora $G = (I_6|A)$, siendo

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 1 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}.$$

Es decir, cada secuencia binaria de longitud 6 se codifica multiplicándola por la matriz G (producto en \mathbb{Z}_2). Si la longitud de la lista binaria que queremos codificar no es un múltiplo de 6, la cola que queda al final se codifica con los mismos dígitos.

PROBLEMA PARA RESOLVER

Supongamos que el mensaje codificado se transmite por un canal con ruido donde el ruido no supera la capacidad correctora del código (en este caso el código lineal utilizado tiene distancia de Hamming 5, luego su capacidad correctora es 2). Si la secuencia obtenida del canal es la indicada en *lista*, (datos disponibles en el fichero datos_4, dentro de la carpeta práctica 4 de la moodle), obtener el mensaje original teniendo en cuenta que cuando aparezcan dos espacios consecutivos tenemos que imprimir un cambio de línea.

mensaje original

He aquí mi secreto, que no puede ser más simple:
sólo con el corazón se puede ver bien;
lo esencial es invisible para los ojos.

EL PRINCIPITO

Antoine de Saint-Exupéry

1900-1944