INTRODUCCIÓN A LA INFERENCIA ESTADÍSTICA

Daniel E. González G.
Javeriana Cali.

INTRODUCCIÓN A LA INFERENCIA ESTADÍSTICA

CONCEPTOS BÁSICOS

- POBLACIÓN
- CENSO
- PARÁMETRO (θ)

MUESTRA

MUESTREO

ESTIMADOR ($\hat{\theta}$)

TAMAÑO DE MUESTRA

TIPOS DE MUESTREO

DISTRIBUCIONES MUESTRALES

- N
- t-Student
- χ^2
- F

MODELOS DE PROBABILIDAD

$f(x)$ $F(x)$ $E(X)$ $V(X)$

$E(XY)$ $COV(XY)$ ρ_{XY}

- NORMAL (μ, σ^2)
- UNIFORME (a, b)
- EXPONENCIAL (λ)
- WEIBULL (α, β)

- BINOMIAL (n, p)
- POISSON (λ)
- GEOMÉTRICA (p)

- PUNTUAL

- INTERVALOS DE CONFIANZA

- MÉTODOS DE ESTIMACIÓN
  - M. DE MOMENTOS
  - M. DE MAX. VEROSIMILITUD

- PROPIEDAD DE LOS ESTIMADORES
  - INSESGADEZ
  - EFICIENCIA
  - CONSISTENCIA

- $\bar{X}$ $E(\bar{X})$ $V(\bar{X})$
- $\hat{p}$ $E(\hat{p})$ $V(\hat{p})$

- PRUEBAS DE HIPÓTESIS

TEOREMA CENTRAL DEL LÍMITE

PROPIEDADES DE LOS ESTIMADORES

- **INSESGADEZ**

UN ESTIMADOR $\hat{\theta}$ ES INSESGADO SI $E(\hat{\theta}) = \theta$

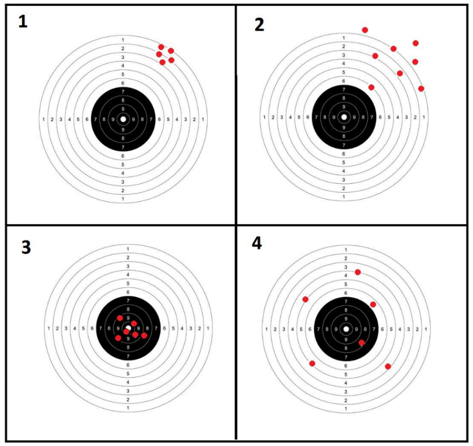
- **EFICIENCIA**

UN ESTIMADOR $\hat{\theta}_1$ ES MÁS EFICIENTE QUE OTRO ESTIMADOR $\hat{\theta}_2$ CUANDO

$$V(\hat{\theta}_1) < V(\hat{\theta}_2)$$

- **CONSISTENCIA**

CUANDO UN ESTIMADOR SIENDO SESGADO SE CONVIERTE EN INSESGADO CUANDO AUMENTA EL TAMAÑO DE LA MUESTRA SE DICE QUE ESTE ESTIMADOR ES CONSISTENTE



Ej. PARA UNA POBLACIÓN CON $E(X) = \mu$

$V(X) = \sigma^2$

VERIFICAR SI $\bar{X}$ ES UN ESTIMADOR INSESGADO

Ej. PARA UNA MUESTRA OBTENIDA DE UNA POBLACIÓN EXPONENCIAL CON PARÁMETRO β $(E(X) = \beta)$
$V(X) = \beta^2$

EXAMINAR LOS SIGUIENTES ESTIMADORES PARA UNA MUESTRA (X_1, X_2, X_3, X_4)

$$T_1 = \frac{1}{6}(X_1 + X_2) + \frac{1}{3}(X_4 + X_3)$$

$$T_2 = \frac{1}{10}(X_1 + 2X_2 + 3X_3 + 4X_4)$$

$$T_3 = \frac{1}{4}(X_1 + X_2 + X_3 + X_4)$$

$$E(T_1) = E(\tfrac{1}{6}(X_1+X_2)) + \tfrac{1}{3}(X_3+X_4))$$

$$\tfrac{1}{6}(E(X_1)+E(X_2)) + \tfrac{1}{3}(E(X_3)+E(X_4))$$

$$\tfrac{1}{6}(\beta+\beta) + \tfrac{1}{3}(\beta+\beta) = \tfrac{2}{6}\beta + \tfrac{2}{3}\beta = \frac{2+4}{6}\beta = \beta$$

$$E(T_2) = \tfrac{1}{10}(E(X_1+2X_2+3X_3+4X_4))$$

$$\tfrac{1}{10}(E(X_1)+2E(X_2)+3E(X_3)+4E(X_4))$$

$$\tfrac{1}{10}(\beta+2\beta+3\beta+4\beta) = \tfrac{1}{10}\,10\beta = \beta$$

$$E(T_3) = \tfrac{1}{4}(E(X_1+X_2+X_3+X_4)) = \tfrac{1}{4}(E(X_1)+E(X_2)+E(X_3)+E(X_4))$$

$$= \tfrac{1}{4}(\beta+\beta+\beta+\beta) = \tfrac{1}{4}\,4\beta = \beta.$$

$$V(T_1) = V\left(\frac{1}{6}(X_1+X_2)+\frac{1}{3}(X_3+X_4)\right) = \frac{1}{36}\left(V(X_1)+V(X_2)\right)+\frac{1}{9}\left(V(X_3)+V(X_4)\right)$$

$$= \frac{1}{36}(\beta^2+\beta^2)+\frac{1}{9}(\beta^2+\beta^2) = \frac{1}{36}(2\beta^2)+\frac{1}{9}(2\beta^2) = \frac{5}{18}\beta^2$$

$$V(T_2) = V\left(\frac{1}{10}(X_1+2X_2+3X_3+4X_4)\right) = \frac{1}{100}(\beta^2+4\beta^2+9\beta^2+16\beta^2)$$

$$= \frac{1}{100}(30\beta^2) = \frac{3}{10}\beta^2$$

$$V(T_3) = V\left(\frac{1}{4}(X_1+X_2+X_3+X_4)\right) = \frac{1}{16}(\beta^2+\beta^2+\beta^2+\beta^2) = \frac{1}{4}\beta^2$$

DISTRIBUCIONES MUESTRALES
SU RELACIÓN CON LOS PRINCIPALES ESTIMADORES MUESTRALES

SUPUESTO

- $\bar{X}$
  - CUANDO $X \sim N(\mu, \sigma^2)$
    - $\bar{X} \sim N(\mu, \sigma^2/n)$ → σ^2 CONOCIDA
    - $\bar{X} \sim t_{v=n-1}$ → σ^2 DESCONOCIDA
  - CUANDO $X \sim ?$
    - $X \sim N(\mu, \sigma^2/n)$ → $n \gg$

      TCL

- $\hat{p}$

  $\hat{p} \sim N(\hat{p}, \hat{p}\hat{q}/n)$ → $n \gg$

- S^2

  $$\frac{(n-1)S^2}{\sigma_0^2} \sim \chi^2_{v=n-1}$$ → $X \sim N(\mu, \sigma^2)$