Unidad 2.1 Conceptos básicos y enfoque de probabilidad

Módulo 2

Daniel Enrique González Gómez
Universidad Javeriana Cali

2021-08-20

AGENDA

1. Dudas y preguntas
2. Tipos de probabilidad
3. Varios

Conceptos básicos

- **Experimento aleatorio** : acción que se puede repetir bajo las mismas condiciones y cuyo resultado no se conoce anticipadamente.
- **Espacio muestral** : conjunto de todos los posibles resultados que puede tomar el experimento aleatorio.
- **Evento aleatorios** : subconjunto del espacio muestral de nuestro interés

---

Ejemplo :

- E: En un Banco de sangre se clasifica el tipo de sangre que tiene un donante
- $S = \{A+, A-, B+, B-, AB+, AB-, O+, O-\}$
- $A = \{O+\}$

~~ENFOQUE CLÁSICO~~

ENFOQUE FRECUENTISTA

ENFOQUE SUBJETIVO

Enfoques de probabilidad

Clásico : $P(A) = \dfrac{n(A)}{n(S)}$

Frecuentista : $\lim_{n\to+\infty} P(A) = \left[\dfrac{\text{número de veces que ocurre A}}{n}\right]$

Subjetivo : $P(A) =$ asignada por un experto

Tablas cruzadas o de doble entrada

Se realiza una encuesta a un grupo de jóvenes de la universidad con el fin de establecer la calidad de su servicio de internet y su ubicación . Los resultados obtenidos se presentan en la siguiente tabla:

Ubicación	Mala	Buena	Excelente	
Cali	150	240	450	790
Fuera de Cali	140	260	543	903
	290	400	993	1893

Ubicación	Mala	Buena	Excelente	
Cali	150	240	450	
Fuera de Cali	140	260	543	

```r
m1=matrix(c(150,140,240,260,450,543), nrow = 2)
colnames(m1)=c("Mala","Buena","Excelente")
rownames(m1)=c("Cali","Fuera de Cali")
m1
```

```
##               Mala Buena Excelente
## Cali           150   240       450
## Fuera de Cali  140   260       543
```

NOA: Si tengo una base de datos puedo obtener la tabla con el comando ***t1=table(variable1, variable2)***

Ubicación	Mala	Buena	Excelente	
Cali	150	240	450	
Fuera de Cali	140	260	543	

```r
m2=addmargins(m1, c(1, 2))
m2
```

```
##                 Mala Buena Excelente  Sum
## Cali             150   240       450  840
## Fuera de Cali    140   260       543  943
## Sum              290   500       993 1783
```

	A	$\overline{A}$	
B	$P(A \cap B)$	$P(\overline{A} \cap B)$	$P(B)$
$\overline{B}$	$P(A \cap \overline{B})$	$P(\overline{A} \cap \overline{B})$	$P(\overline{B})$
	$P(A)$	$P(\overline{A})$	1.00

Probabilidades simples o marginales

$P(A)$: probabilidad de que ocurra A
$P(A^c)$: probabilidad de que NO ocurra A
$P(B)$: probabilidad de que ocurra B
$P(B^c)$: probabilidad de que NO ocurra B

Probabilidades conjuntas

$P(A \cap B)$: probabilidad de que ocurra A y B
$P(A^c \cap B)$: probabilidad de que NO ocurra A y ocurra B
$P(A \cap B^c)$: probabilidad de que ocurra A y NO ocurra B
$P(A^c \cap B^c)$: probabilidad de que NO ocurra A ni B

Ejemplo 1

Se realiza una encuesta a un grupo de jóvenes de la universidad con el fin de establecer la calidad de su servicio de internet y su ubicación . Los resultados obtenidos se presentan en la siguiente tabla:

Ubicación	Mala	Buena	Excelente	
Cali	150	240	450	840
Fuera de Cali	140	260	543	943
	290	500	993	1783

```
m2
```

```
##                 Mala Buena Excelente  Sum
## Cali             150   240       450  840
## Fuera de Cali    140   260       543  943
## Sum              290   500       993 1783
```

Ubicación	Mala	Buena	Excelente	
Cali	150	240	450	
Fuera de Cali	140	260	543	

```
round(addmargins(prop.table(m1), c(1, 2)), 4)
```

```
##                   Mala  Buena Excelente    Sum
## Cali            0.0841 0.1346    0.2524 0.4711
## Fuera de Cali   0.0785 0.1458    0.3045 0.5289
## Sum             0.1626 0.2804    0.5569 1.0000
```

Ejemplo 2

Un experimento que busca estudiar la relación que puede existir entre el habito de fumar y la hipertensión arterial encontró que para 180 personas el siguiente resumen. Calcule las probabilides marginales y las probabilidades conjuntas.

	No fumadores	Fumadores moderados	Fumadores empedernidos	
Con Hipertensión	21	36	30	
Sin Hipertensión	48	26	19	

```
##                    no fumador fumador moderado fumador empedernido    Sum
## con hipertension      0.1167           0.2000              0.1667 0.4833
## sin hipertension      0.2667           0.1444              0.1056 0.5167
## Sum                   0.3833           0.3444              0.2722 1.0000
```

Probabilidad condicional

Cuando ocurren dos o mas eventos, puede ocurrir que ellos esten relacionados entre si. En estos casos la probabilidad de ocurrencia de un evento **B** cambia cuando ocurre otro evento **A**.

A la probabilidad de que ocurra **B** cuando sabemos que ha ocurrido **A**, se le conoce como **probabilidad condicional de B dado A**

$$P(B|A) = \frac{P(A \cap B)}{P(A)}$$

$P(H|F) = 30/49$

Como se pudrian representar las probabilidad de los siguientes eventos:

	No fumadores	Fumadores moderados	Fumadores empedernidos	
Con Hipertensión	21	36	30	87
Sin Hipertensión	48	26	19	83
	59	62	49	170

- Si sabemos que la persona es un fumador empedernido, cuál será la probabilidad de que padezca de hipertensión
- Sabemos que la persona tiene hipertensión, cuál será la probabilidad de que la persona no sea un fumador
- Cuál será la probabilidad de que una persona padezca de hipertensión, siendo que es un fumador moderado.

$P(F'|H) = 21/87$

$P(H|FM) = 36/62$

	No fumadores	Fumadores moderados	Fumadores empedernidos	
Con Hipertensión	21	36	30	
Sin Hipertensión	48	26	19	

```r
round(addmargins(prop.table(m3), c(1, 2)), 4)
```

```
##                   no fumador fumador moderado fumador empedernido    Sum
## con hipertension      0.1167           0.2000              0.1667 0.4833
## sin hipertension      0.2667           0.1444              0.1056 0.5167
## Sum                   0.3833           0.3444              0.2722 1.0000
```

Eventos independientes

$$P(B|A) = \frac{P(A \cap B)}{P(A)} = P(B)$$

Cuando la probabilidad de que ocurra **A**, no afecta la probabilidad de **B**, se dice que los eventos **A** y **B** son eventos independientes.

Y se cumple :

$$P(A \cap B) = P(A)P(B)$$

Ejemplo : Verificar si los siguientes eventos representados una tabla de contingencia son independientes:

	No fumadores	Fumadores moderados	Fumadores empedernidos	
Con Hipertensión	21	36	30	
Sin Hipertensión	48	26	19	

$P(H) \cdot P(FE) = P(H \cap FE)$? $\therefore$ NO SON EVENTOS INDEPENDIENTES //

0.4833×0.2722 ? 0.1667

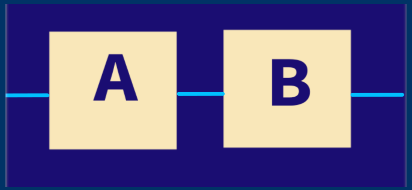
$0.1315543 \neq$

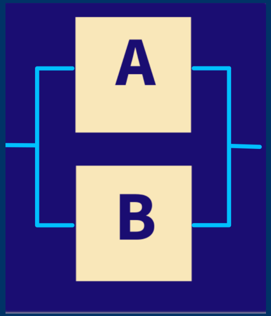
```r
round(addmargins(prop.table(m3), c(1, 2)), 4)
```

```
##                   no fumador fumador moderado fumador empedernido    Sum
## con hipertension      0.1167           0.2000              0.1667 0.4833
## sin hipertension      0.2667           0.1444              0.1056 0.5167
## Sum                   0.3833           0.3444              0.2722 1.0000
```

Ejemplo 3

Las siguientes figuras representan dos sistemas eléctricos,conectados en diferentes formas. Se tiene información que todos los componentes poseen igual probabilidad de falla ($P(F) = 0.05$). En cada caso determine la probabilidad de funcionamiento de cada sistema



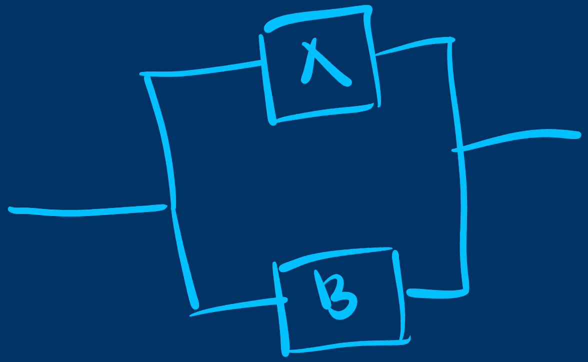


Caso dispositivos en serie:
`(P(A∩B) = P(A)` *`P(B) = 0.95`* `0.95 = 0.9025)`

Caso dispositivos en paralelo:
`(1-P(A'∩ B')=P(A')*(B')=1-0.05×0.05=0.9975)`

Por tal razón la fiabilidad del sistema en paralelo es mayor a la del sistema en serie

PROBABILIDAD DE FUNCIONAMIENTO



$$1 - P(\bar{A}) \times P(\bar{B})$$

$$P(A) \times P(B)$$

Cuando tomas decisiones sin estar informado, puedes correr riesgos...

Daniel Enrique González Gómez

Imagen tomada de : https://pixabay.com/es/images/search/paisaje/