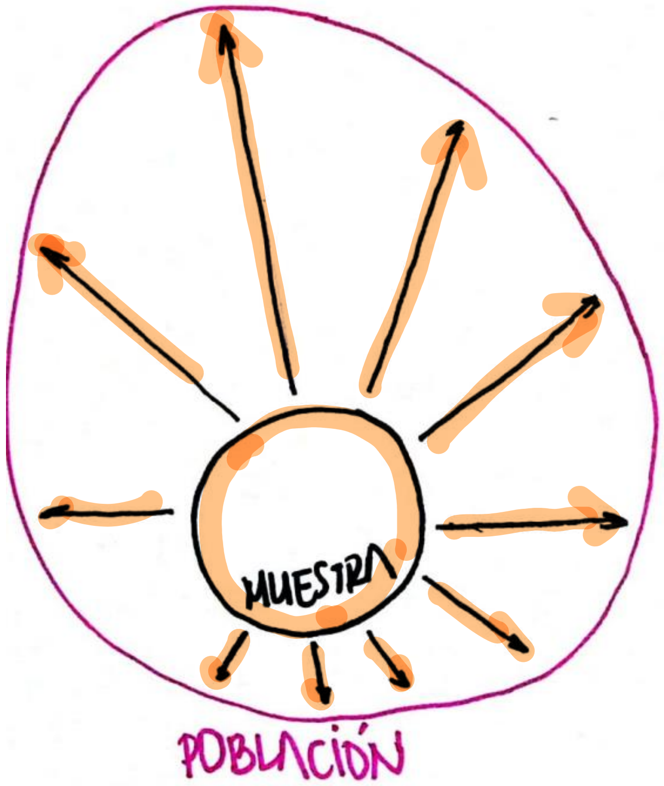
INTERVALOS DE CONFIANZA

Daniel González
Javeriana Cali

INFERENCIA ESTADÍSTICA



Estimación

$\hat{\theta}$

Puntual

Por intervalos de confianza

Pruebas de Hipótesis

$H_0: \theta = \theta_0$

$H_a: \theta \neq \theta_0$

Estimación

Puntual

Por intervalos de confianza

$\hat{\theta}$

CUANDO NO SE CONOCE EL VALOR DE UN PARÁMETRO, SE UTILIZA LA ESTIMACIÓN PARA ENCONTRAR UN VALOR APROXIMADO A PARTIR DE LOS VALORES DE UNA MUESTRA

Pruebas de Hipótesis

$H_0: \theta = \theta_0$

$H_a: \theta \neq \theta_0$

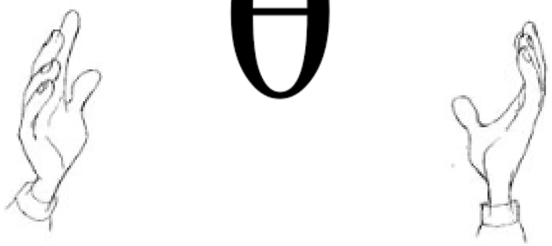
CUANDO SE QUIERE VALIDAR UNA AFIRMACIÓN SOBRE UN PARÁMETRO DE UNA POBLACIÓN

INFERENCIA ESTADÍSTICA

ESTIMACIÓN

ESTIMACIÓN POR INTERVALOS DE CONFIANZA

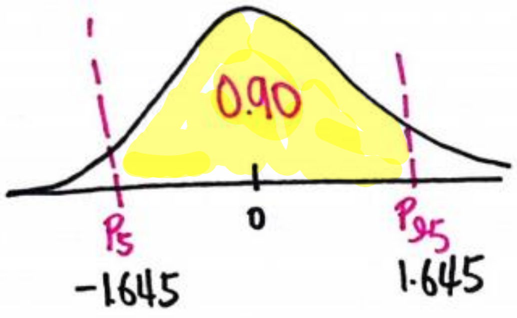
θ



(LIC ; LSC)

INTERVALOS DE CONFIANZA

μ :



$$P(-1.645 < Z < 1.645) = 0.90$$

$$P\left(z_{\alpha/2} < Z < z_{\alpha/2}\right) = 1-\alpha$$

$$P\left(-1.645 < \frac{\bar{X}-\mu}{\sigma/\sqrt{n}} < 1.645\right) = 0.90$$

$$P\left(-1.645\frac{\sigma}{\sqrt{n}} < \bar{X}-\mu < 1.645\frac{\sigma}{\sqrt{n}}\right) = 0.90$$

$$P\left(-1.645\frac{\sigma}{\sqrt{n}} - \bar{X} < -\mu < 1.645\frac{\sigma}{\sqrt{n}} - \bar{X}\right) = 0.90$$

$$P\left(\bar{X} - 1.645\frac{\sigma}{\sqrt{n}} < \mu < \bar{X} + 1.645\frac{\sigma}{\sqrt{n}}\right) = 0.90$$

$IC_{\mu:1-\alpha}$

$$\boxed{\bar{X} \pm z_{\alpha/2}\frac{\sigma}{\sqrt{n}}}$$

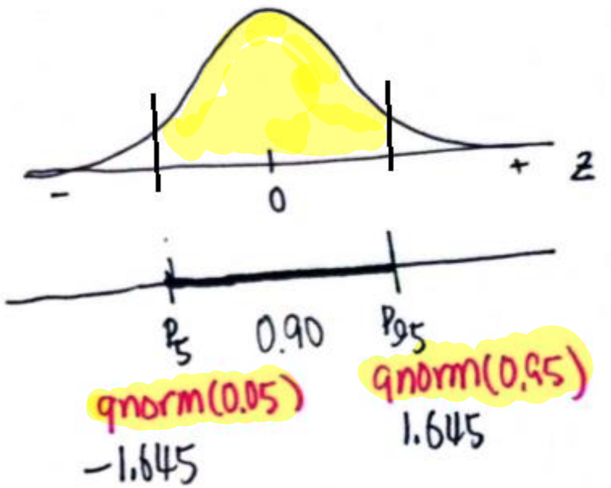
INTERVALOS DE CONFIANZA

μ.

$\boxed{\bar{x} \pm z_{\alpha/2} \frac{\sigma}{\sqrt{n}}}$

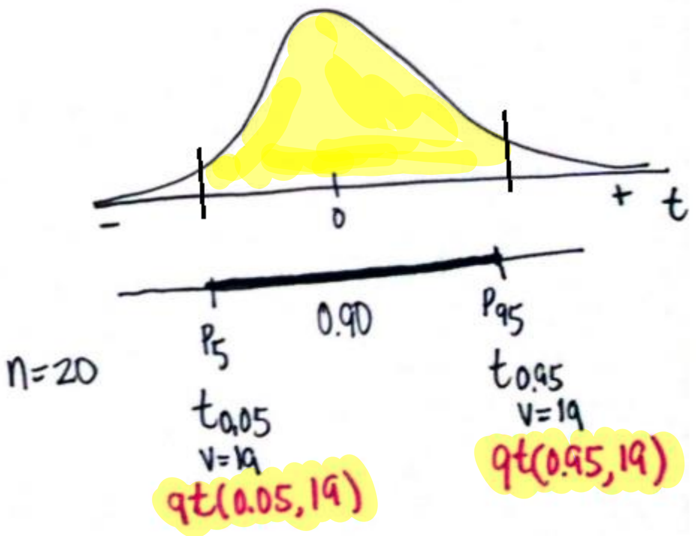
SUPUESTO

- $X \sim N(\mu, \sigma^2)$
- σ^2 CONOCIDA



$\boxed{\bar{x} \pm t_{\alpha/2,\ v=n-1} \frac{S}{\sqrt{n}}}$

- X∼NORMAL
- σ^2 DESCONOCIDA



$\boxed{\bar{x} \pm z_{\alpha/2} \frac{S}{\sqrt{n}}}$

- X∼DESCONOCIDA
- n>> TCL → $\bar{X}$∼NORMAL

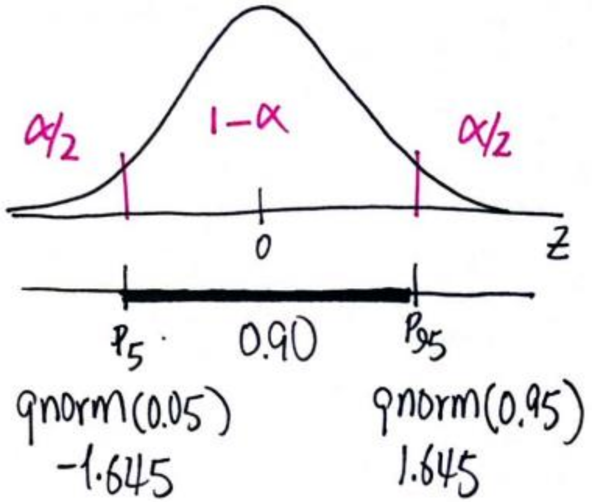
IC μ.

SUPUESTO$_1$	SUPUESTO$_2$	IC	
$X \sim N(\mu, \sigma^2)$	σ^2 CONOCIDA	: $\bar{X} \pm Z_{\alpha/2} \frac{\sigma}{\sqrt{n}}$	(1)
	σ^2 DESCONOCIDA	: $\bar{X} \pm t_{v=n-1} \frac{S}{\sqrt{n}}$	(2)
$X \sim ?$	$n >>$	: TCL $\bar{X} \pm Z_{\alpha/2} \frac{S}{\sqrt{n}}$	(3)
	$n <$	: MÉTODO NO PARAMÉTRICO (REMUESTREO)	(4)

p

$$\hat{p} \pm z_{\alpha/2}\sqrt{\frac{\hat{p}(1-\hat{p})}{n}}$$

SUPUESTO
$n >>$

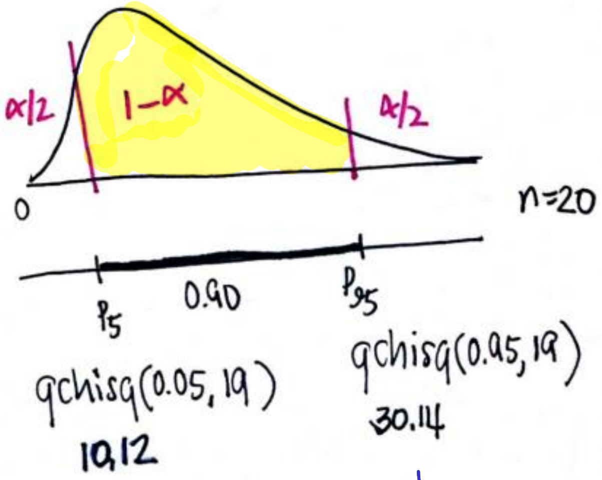


σ^2

$$\left(\frac{(n-1)s^2}{\chi^2_{1-\alpha/2}} \; ; \; \frac{(n-1)s^2}{\chi^2_{\alpha/2}} \right)$$

$v = n-1$ $\qquad$ $v = n-1$

$P_{1-\alpha/2}$ $\qquad$ $P_{\alpha/2}$



DIFERENCIA DE MEDIAS

$\mu_1 - \mu_2$

SUPUESTOS:

$X_1 \sim N(\mu_1, \sigma_1^2)$

$X_2 \sim N(\mu_2, \sigma_2^2)$

- GRUPOS PAREADOS O EMPAREJADOS

$$\bar{d} \pm t_{\alpha/2} \frac{S_d}{\sqrt{n}} \qquad v = n-1$$

X_1	X_2	$d = X_1 - X_2$
X_{11}	X_{21}	d_1
X_{12}	X_{22}	d_2
$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$
X_{1n}	X_{2n}	d_n

$\bar{d} = \frac{\sum d_i}{n}$

S_d

- GRUPOS INDEPENDIENTES

- ASUMO $\sigma_1^2 = \sigma_2^2$

$$(\bar{x}_1 - \bar{x}_2) \pm t_{\alpha/2} S_p \sqrt{\frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2}} \qquad v = n_1 + n_2 - 2$$

donde $S_p^2 = \frac{(n_1-1) S_1^2 + (n_2-1) S_2^2}{n_1 + n_2 - 2}$

- $\sigma_1^2 \neq \sigma_2^2$

$$(\bar{x}_1 - \bar{x}_2) \pm t_{\alpha/2} \sqrt{\frac{S_1^2}{n_1} + \frac{S_2^2}{n_2}} \qquad v^*$$

$$v^* = \frac{\left(\frac{S_1^2}{n_1} + \frac{S_2^2}{n_2}\right)^2}{\frac{(S_1^2/n_1)^2}{n_1 - 1} + \frac{(S_2^2/n_2)^2}{n_2 - 1}}$$

NOTA: $(-,-)$ $\mu_1 < \mu_2$

$(-,+)$ $\mu_1 = \mu_2$

$(+,+)$ $\mu_1 > \mu_2$

COMPARACIÓN DE PROPORCIONES

$P_1 - P_2$

$$(\hat{P}_1 - \hat{P}_2) \pm Z_{\alpha/2} \sqrt{\frac{P_1(1-P_1)}{n_1} + \frac{P_2(1-P_2)}{n_2}}$$

NOTA: $(-,-)$: $P_1 < P_2$

$(-,+)$: $P_1 = P_2$

$(+,+)$: $P_1 > P_2$

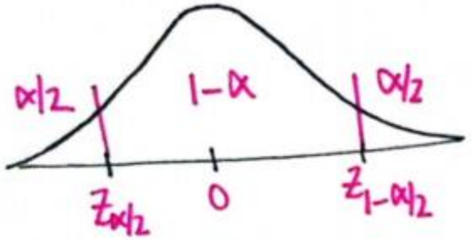
RAZÓN DE VARIANZAS

$\dfrac{\sigma_1^2}{\sigma_2^2}$

$$\left(\frac{S_1^2/n_1-1}{S_2^2/n_2-1} f_{\alpha/2\ v_1,v_2} \ ; \ \frac{S_1^2/n_1-1}{S_2^2/n_2-1} f_{1-\alpha/2\ v_1 \cdot v_2} \right)$$

TAMAÑO DE MUESTRA

- **ESTIMACIÓN DE μ**



$$P(z_{\alpha/2} \leq z \leq z_{1-\alpha/2}) = 1-\alpha$$

$$P\left(\bar{x} - z_{\alpha/2}\frac{\sigma}{\sqrt{n}} \leq \mu \leq \underbrace{\bar{x} + z_{\alpha/2}\frac{\sigma}{\sqrt{n}}}\right) = 1-\alpha$$

$$\mu = \bar{x} + z_{\alpha/2}\frac{\sigma}{\sqrt{n}}$$

DESPEJAMOS n

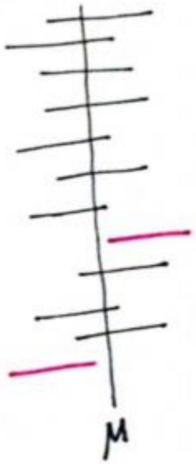
$$n = \frac{z_{\alpha/2}^2 \times \sigma^2}{e^2}$$

$|\mu - \bar{x}| < e$

$$n = \frac{z_{\alpha/2}^2\,\sigma^2}{e^2}$$

- $z_{\alpha/2}^2$: CONFIANZA (1)
- σ^2: VARIANZA (2)
- e^2: ERROR DE MUESTREO (3)

(1) CONFIANZA



(2) VARIANZA

- PRUEBA PILOTO
- ESTUDIO PREVIO
- EXPERTO

$$\sigma \approx \frac{\text{máx} - \text{mín}}{4}$$

(1) y (3) A CARGO DEL INVESTIGADOR

TAMAÑO DE MUESTRA

- ESTIMACIÓN DE P

$$n = \frac{Z_{\alpha/2}^2 \, pq}{e^2}$$

CONFIANZA (1)

VARIANZA (2)

ERROR DE MUESTREO (3)

(1) CONFIANZA

	$Z_{\alpha/2}$
90%	1.645
95%	1.96
99%	2,576

(3) ERROR DE MUESTREO

$$|p - \hat{p}| < e$$

(2) VARIANZA

- PRUEBA PILOTO,
- VARIANZA MÁXIMA

p	q	pq
0.1	0.9	0.09
0.2	0.8	0.16
0.3	0.7	0.21
0.4	0.6	0.24
0.5	0.5	0.25
0.6	0.4	0.24
0.7	0.3	0.21
0.8	0.2	0.16
0.9	0.1	0.09

VARIANZA MÁX

TAMAÑO DE MUESTRA

μ.

$$n = \frac{Z^2_{\alpha/2}\,\sigma^2}{e^2}$$

- $Z^2_{\alpha/2}$ — CONFIANZA (1)
- σ^2 — VARIANZA (2)
  - PRUEBA PILOTO
- e^2 — ERROR DE MUESTREO (3)

P.

$$n = \frac{Z^2_{\alpha/2}\,pq}{e^2}$$

- $Z^2_{\alpha/2}$ — CONFIANZA (1)
- pq — VARIANZA (2)
  - PRUEBA PILOTO
  - VARIANZA MÁX
- e^2 — ERROR DE MUESTREO (3)

(1) y (3) A CARGO DEL INVESTIGADOR

SI $\frac{n}{N} > 0{,}05$ SE DEBE CORREGIR EL TAMAÑO DE MUESTRA POR POBLACION FINITA

$$n = \frac{n_0 N}{n_0 + N - 1}$$

dgonzalez@javerianacali.edu.co
Daniel Enrique González Gómez
Dep. Ciencias Naturales y Matemáticas
Facultad de Ingeniería y Ciencias
Pontificia Universidad Javeriana
Cali