TALLER 3.06 VARIABLE ALEATORIA

1)
$$f(x) = \begin{cases} \left(\frac{3}{4}\right)\left(\frac{1}{4}\right)^x, & x = 0, 1, 2, 3, 4 \ldots \\ 0, \text{ en otro caso} \end{cases}$$

a) $P(X=2) = \left(\frac{3}{4}\right)\left(\frac{1}{4}\right)^2 = 0.046875$ //

b) $P(X \leq 1) = f(0) + f(1) = 0.75 + 0.1875$
$= 0.9375$ //

c) $P(X>2) = f(3) + f(4) + \ldots$
$= 1 - P(X \leq 2) =$
$1 - (f(0) + f(1) + f(2))$
$1 - 0.984375 = 0.015625$ //

d) $P(X \geq 1) = f(1) + f(2) + \ldots$
$= 1 - f(0) = 0.25$ //

e) $E(X) = \sum_{x=0}^{\infty} x \cdot \left(\frac{3}{4}\right)\left(\frac{1}{4}\right)^x = \frac{1}{3}$ //

. Wolfram Alpha

sum x*(3/4)*(1/4)^x x=0 to inf.

$E(X^2) = \sum_{x=0}^{\infty} x^2 \left(\frac{3}{4}\right)\left(\frac{1}{4}\right)^x = \frac{5}{9}$ //

Wolfram Alpha

sum x^2*(3/4)(1/4)^x x=0 to inf.

$V(X) = \frac{5}{9} - \left(\frac{1}{3}\right)^2 = \frac{4}{9}$ //

2) $$F(t) = \begin{cases} 0, & t<1 \\ 1/4, & 1\leq t<3 \\ 1/2, & 3\leq t<5 \\ 3/4, & 5\leq t<7 \\ 1, & t\geq 7 \end{cases}$$

$R_t = \{1, 3, 5, 7\}$

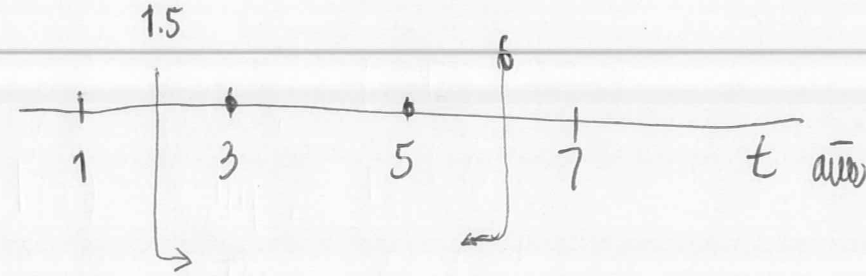
t	$f(t)$	$F(t)$
1	1/4	1/4
3	1/4	2/4
5	1/4	3/4
7	1/4	4/4

a) $P(T=5) = \frac{1}{4}$

R/ el porcentaje de bonos que vencen a los 5 años es del 25%

b) $P(T>3) = f(5) + f(7) = \frac{1}{4} + \frac{1}{4} = \frac{1}{2}$

R/ La mitad de los bonos vencen después de los tres años c)



$$P(1.5 < t < 6) = f(3) + f(5) = 0{,}50$$

3) $p = 0.05$ probabilidad de defectuosa

$$f(x) = \begin{cases} \binom{10}{x} 0.05^{x} (0.95)^{10-x}, & x = 0, 1, 2 \ldots 10 \\ 0, \text{ en otro caso} \end{cases}$$

a) $P(X=2) = \binom{10}{2} 0.05^2 \times 0.95^8 = 0.07463$

b) $P(X>2) = f(3) + f(4) + f(5) + \ldots f(10)$

$= 1 - P(X \leq 2)$

$1 - \left[f(0) + f(1) + f(2) \right]$

$1 - (0.5987 + 0.3151 + 0.07463)$

$1 - 0.9883 = 0.01157$

4) 30% de las personas que reservan no asisten $\Big\rangle$ 70% asisten

acepta 40 reservas

tiene 30 mesas

X: número de clientes que asisten

$$P(X \leq 30) = \sum_{x=0}^{30} \binom{40}{x} 0.70^{x} \, 0.30^{40-x} = 0.8041$$

R/ en 80.41% de las veces todos los clientes tienen mesa.

5) $f(x) = \frac{1}{90} e^{-x/90}, \, x > 0$

a) $F(x) = \int_0^x \frac{1}{90} e^{-t/90} \, dt$

$u = -\frac{t}{90}$

$du = -\frac{dt}{90}$

$-\int e^u du = -e^u$

$$= -e^{-t/90} \Big|_0^x$$

$$-e^{-t/90} - -1$$

$$= 1 - e^{-t/90}$$

$$F(x) = \begin{cases} 0 & , x < 0 \\ 1 - e^{-x/90} & , x > 0 \end{cases}$$

b) $P(X < \mu)$

$$\mu = E(X) = \int_0^{\infty} x \left(\frac{1}{90} e^{-x/90}\right) dx$$

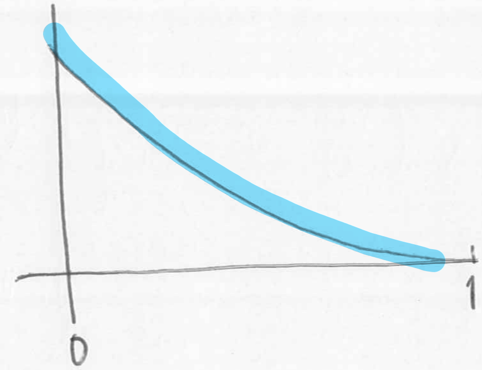
$$\mu = 90$$

$$P(X < 90) = 1 - e^{-1} = 0.6321$$

R/ la probabilidad de producir una unidad por debajo de los 90 min es de 0,6321 por lo tanto la probabilidad de exceder los 90 min es de 0.3679.
la cual es muy alta. para pensar que puede cumplir lo prometido.

6) X= proporción de presupuesto asignado

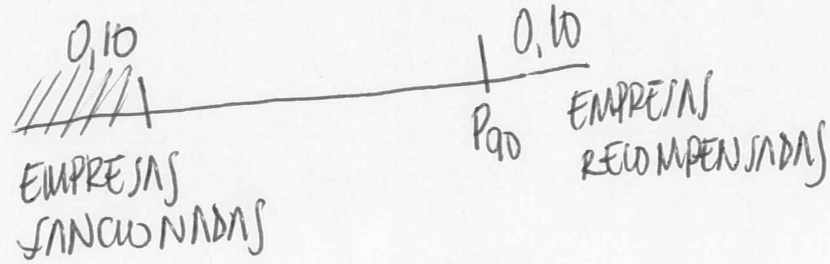
$f(y) = 5(1-y)^4 \quad , \quad 0 \leq y \leq 1$



a) $\int_0^1 f(y)\,dy = 1$

$$\int_0^1 5(1-y)^4\,dy = (y-1)^5 + 1 \Big|_0^1 = 1 + 0 = 1$$

b)



$N = 5000$ empresas

$P(Y < 0.10) = \int_0^{0.10} 5(1-y)^4\,dy = 0.40951$

aproximadamente 2048 empresas serán sancionadas //

$P_{90} = ?$ $\quad F(P_{90}) = 0.90 \quad (y-1)^5 + 1 = 0.90$

$y = 0.3690$ ///

Las empresas que asignan el 36.90% o más de su presupuesto a esta causa serán recompensadas //