

8302 Часть 1.

1. а) A - матрица 4×2 ; B - матрица 4×2

AB, BA - можно выполнить умножение матриц

б) A - матрица 2×5 ; B - матрица 5×3

$AB - 2 \times 3$; BA - нельзя

в) A - матрица 8×3 ; B - матрица 3×8

$AB - 8 \times 8$; $BA - 3 \times 3$

г) $A - 4 \times 4$; $B - 4 \times 4$

$AB - 4 \times 4$; $BA - 4 \times 4$

2. $A = \begin{pmatrix} 1 & -2 \\ 3 & 0 \end{pmatrix}$ $B = \begin{pmatrix} 4 & -1 \\ 0 & 5 \end{pmatrix}$ $A+B = \begin{pmatrix} 5 & -3 \\ 3 & 5 \end{pmatrix}$

$$AB = \begin{pmatrix} (1 \times 4) + (-2 \times 0) & (1 \times (-1)) + (-2 \times 5) \\ (3 \times 4) + (0 \times 0) & (3 \times (-1)) + (0 \times 5) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 4 & -11 \\ 12 & -3 \end{pmatrix} = AB$$

$$BA = \begin{pmatrix} (4 \times 1) + (-1 \times 3) & (4 \times (-2)) + (-1 \times 0) \\ (0 \times 1) + (5 \times 3) & (0 \times (-2)) + (-1 \times 0) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & -8 \\ 15 & 0 \end{pmatrix} = BA$$

3. $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & -6 \end{pmatrix}$ $B = \begin{pmatrix} 0 & 5 \\ 2 & -1 \end{pmatrix}$ $C = \begin{pmatrix} 2 & -4 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$

$$3A - 2B + 4C = \begin{pmatrix} 3 & 21 \\ 9 & -18 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 0 & 10 \\ 4 & -2 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 8 & -16 \\ 4 & 4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 11 & -5 \\ 9 & -12 \end{pmatrix}$$

4)

$$A = \begin{pmatrix} 4 & 1 \\ 5 & -2 \\ 2 & 3 \end{pmatrix}$$

$$AA^T \text{ и } A^T A$$

$$A^T = \begin{pmatrix} 4 & 5 & 2 \\ 1 & -2 & 3 \end{pmatrix}$$

$$A - 3 \times 2 \quad A^T - 2 \times 3 \Rightarrow AA^T - 3 \times 3 \quad A^T A - 2 \times 2$$

$$AA^T = \begin{pmatrix} 4 & 1 \\ 5 & -2 \\ 2 & 3 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 4 & 5 & 2 \\ 1 & -2 & 3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} (4 \cdot 4 + 1 \cdot 1) & (4 \cdot 5 + 1 \cdot (-2)) & (4 \cdot 2 + 1 \cdot 3) \\ (5 \cdot 4 + (-2) \cdot 1) & (5 \cdot 5 + (-2) \cdot (-2)) & (5 \cdot 2 + (-2) \cdot 3) \\ (2 \cdot 4 + 3 \cdot 1) & (2 \cdot 5 + 3 \cdot (-2)) & (2 \cdot 2 + 3 \cdot 3) \end{pmatrix} =$$

$$= \begin{pmatrix} 17 & 18 & 11 \\ 18 & 29 & 4 \\ 11 & 4 & 13 \end{pmatrix} = AA^T$$

$$A^T A = \begin{pmatrix} 4 & 5 & 2 \\ 1 & -2 & 3 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 4 & 1 \\ 5 & -2 \\ 2 & 3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} (4 \cdot 4 + 5 \cdot 5 + 2 \cdot 2) & (4 \cdot 1 + 5 \cdot (-2) + 2 \cdot 3) \\ (1 \cdot 4 + (-2) \cdot 5 + 3 \cdot 2) & (1 \cdot 1 + (-2) \cdot (-2) + 3 \cdot 3) \end{pmatrix} =$$

$$= \begin{pmatrix} 45 & 0 \\ 0 & 14 \end{pmatrix} = A^T A$$

5.) Функция переносимости матриц.



2 завб.

1) а) $\det \begin{pmatrix} \sin x & -\cos x \\ \cos x & \sin x \end{pmatrix} = \sin x \cdot \sin x + \cos x \cdot \cos x =$
 $= \sin^2 x + \cos^2 x = 1$

б) $\begin{vmatrix} 4 & 2 & 3 \\ 0 & 5 & 1 \\ 0 & 0 & 9 \end{vmatrix} =$ треугольная матрица
 $= 4 \cdot 5 \cdot 9 = 180$

в) $\begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 1 & 0 \\ 4 & 2 & 0 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{vmatrix} = 0$

2) $\det(A) = 4$
а) $\det(A^2) = 16$ ($\det(A \cdot A) = \det A \cdot \det A$)
б) $\det(A^T) = 4$ ($\det A = \det A^T$)
в) $\det(2A) = 2^{\text{Rank}(A)} \cdot 4$

3) $\begin{pmatrix} -2 & 7 & -3 \\ 4 & -14 & 6 \\ -3 & 7 & 13 \end{pmatrix} \xrightarrow{+2} = \begin{pmatrix} -2 & 7 & -3 \\ 0 & 0 & 0 \\ -3 & 7 & 13 \end{pmatrix}$ треугольная
 $\det = 0$

4) a) $\left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 2 & 3 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \\ 2 & 3 & 4 & 1 \end{array} \right) \xrightarrow{+} = \left(\begin{array}{ccc|c} \underline{2} & \underline{3} & \underline{4} & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \\ \underline{2} & \underline{3} & \underline{4} & 1 \end{array} \right)$ rank = 2

b) $\left(\begin{array}{cccc|c} 6 & 6 & 2 & 1 & 1 \\ 6 & 0 & 2 & 2 & 1 \\ 6 & 0 & 4 & 3 & 1 \\ 2 & 3 & 5 & 6 & 1 \end{array} \right) \xrightarrow{+} = \left(\begin{array}{cccc|c} 0 & 0 & 4 & 3 & 1 \\ 0 & 0 & 2 & 2 & 1 \\ 0 & 0 & 4 & 3 & 1 \\ 2 & 3 & 5 & 6 & 1 \end{array} \right) \xrightarrow{2} \left(\begin{array}{cccc|c} 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 2 & 2 & 1 \\ 0 & 0 & 4 & 3 & 1 \\ 2 & 3 & 5 & 6 & 1 \end{array} \right)$ rank 3