# Controlli Automatici - T

## Progetto Tipologia c - Traccia 1 Controllo di una sospensione attiva di un veicolo

Il progetto riguarda il controllo di una sospensione attiva di un veicolo.

## Descrizione del problema

Una sospensione di un veicolo può essere schematizzata come il sistema in figura 1 composto da una massa collegata al suolo tramite una molla ed uno smorzatore. Si consideri inoltre una forza agente sulla massa come ingresso di controllo  $u \in \mathbb{R}$ . Si supponga che la dinamica del sistema sia descritta dalle seguenti equazioni differenziali

$$\dot{z} = v$$
 (1a)

$$m\dot{v} = -mg - bv - kz - \beta(v^3 + nv\sin^2(nv)) + u \tag{1b}$$

dove il parametro  $m \in \mathbb{R}$  indica la massa del veicolo agente sulla sospensione, il parametro  $b \in \mathbb{R}$  indica il coefficiente d'attrito dinamico dovuto alla presenza dello smorzatore, il parametro  $k \in \mathbb{R}$  rappresenta la costante elastica lineare della molla, mentre  $\beta, n \in \mathbb{R}$  rappresentano i coefficienti di non linearità della molla.

Uno schema esplicativo è riportato in Figura 1.

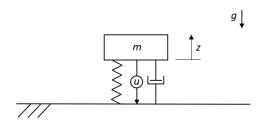


Figura 1: Rappresentazione della sospensione come massa-molla-smorzatore.

Si supponga di poter misurare in ogni istante l'allungamento della molla z(t) e che a causa di imperfezioni del manto stradale sia presente un disturbo d(t) sull'uscita. Infine si ipotizzi la presenza di un disturbo n(t) dovuto ad errori del sistema di misura.

### Punto 1

Si riporti il sistema (1) nella forma di stato

$$\dot{x} = f(x, u) \tag{2a}$$

$$y = h(x, u). (2b)$$

In particolare, si dettagli la variabile di stato, la variabile d'ingresso, la variabile d'uscita e la forma delle funzioni f e h. A partire dal valore di equilibrio  $z_e$  (fornito in tabella), si trovi l'intera coppia di equilibrio  $(x_e, u_e)$  e si linearizzi il sistema non lineare (2) nell'equilibrio, così da ottenere un sistema linearizzato del tipo

$$\delta \dot{x} = A\delta x + B\delta u \tag{3a}$$

$$\delta y = C\delta x + D\delta u,\tag{3b}$$

con opportune matrici A, B, C e D.

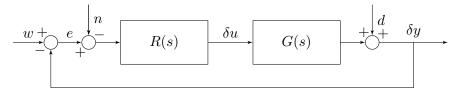


Figura 2: Schema di controllo.

#### Punto 2

Si calcoli la funzione di trasferimento da  $\delta u$  a  $\delta y$ , ovvero la funzione G(s) tale che  $\delta Y(s) = G(s)\delta U(s)$ .

#### Punto 3

Si progetti un regolatore (fisicamente realizzabile) considerando le seguenti specifiche:

- 1) Errore a regime  $|e_{\infty}| \le e^* = 0.02$  in risposta a un gradino w(t) = 1(t) e d(t) = 1(t).
- 2) Per garantire una certa robustezza del sistema si deve avere un margine di fase  $M_f \geq 30^{\circ}$ .
- 3) Il sistema può accettare una sovraelongazione percentuale al massimo dell'5% :  $S\% \leq 5\%$ .
- 4) Il tempo di assestamento all' $\epsilon\% = 5\%$  deve essere inferiore al valore fissato:  $T_{a,\epsilon} = 10^{-2} s$ .
- 5) Il disturbo sull'uscita d(t), con una banda limitata nel range di pulsazioni [0, 0.05], deve essere abbattutto di almeno 30 dB.
- 6) Il rumore di misura n(t), con una banda limitata nel range di pulsazioni  $[8 \cdot 10^4, 8 \cdot 10^6]$ , deve essere abbattutto di almeno 75 dB.

#### Punto 4

Testare il sistema di controllo sul sistema linearizzato con  $w(t)=1(t),\ d(t)=\sum_{k=1}^4\sin(0.01kt)$  e  $n(t)=\sum_{k=1}^40.2\sin(8\cdot 10^4kt).$ 

#### Punto 5

Testare il sistema di controllo sul modello non lineare (ed in presenza di d(t) ed n(t)).

#### Punti opzionali

- Sviluppare (in Matlab) un'interfaccia grafica di animazione in cui si mostri la dinamica della sospensione.
- Supponendo un riferimento  $w(t) \equiv 0$ , esplorare il range di condizioni iniziali dello stato del sistema non lineare (nell'intorno del punto di equilibrio) tali per cui l'uscita del sistema in anello chiuso converga a  $h(x_e, u_e)$ .
- Esplorare il range di ampiezza di riferimenti a gradino tali per cui il controllore rimane efficace sul sistema non lineare.

m	2500
β	0.1
k	$5 \cdot 10^5$
b	350
n	3
$z_e$	0.35

 ${\bf Tabella\ 1:\ Parametri\ progetto.}$