Grafos **Coloraciónes de gráficas**

Diremos que una gráfica *G* es ***k-coloreable*** si existe una coloración de los vértices de *G* con *k* colores de forma que vértices adyacentes reciben colores diferentes.
Comenzaremos dando una cota superior para el número de colores necesarios para colorear los vértices de una gráfica plana.

Gonzales D.(2017), Introducción a la Teoría de las Gráficas, UNIVERSIDAD AUTÓNOMA METROPOLITANA

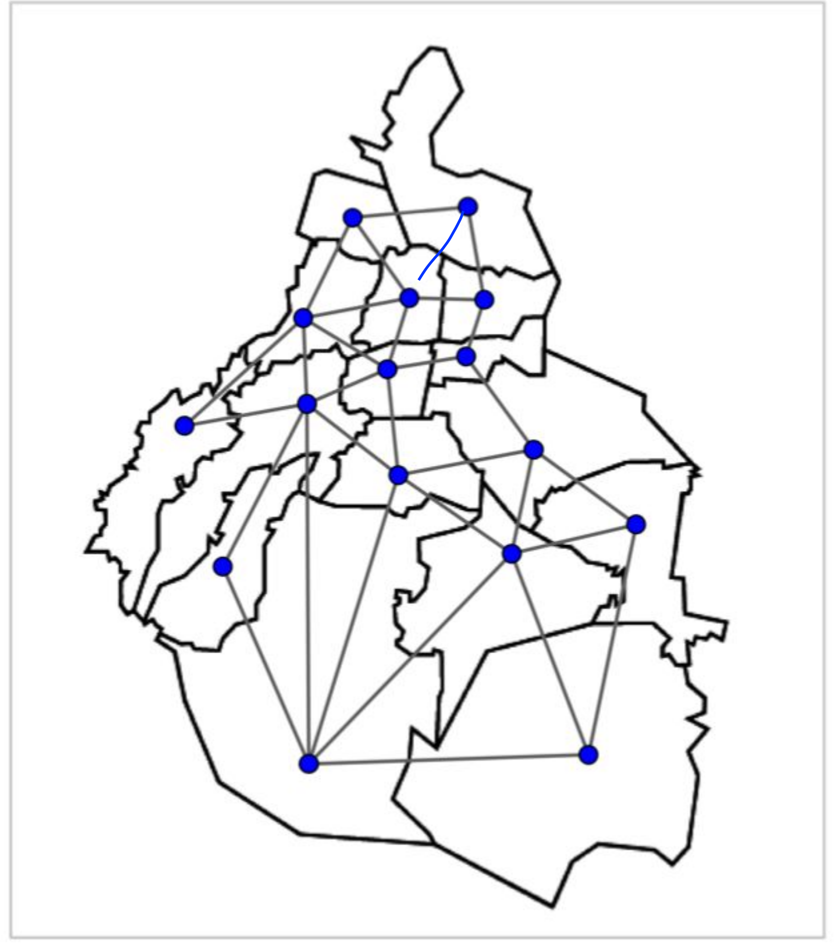
Grafos **Coloraciónes de gráficas**

Todo mapa puede colorearse con cuatro colores de forma que dos países que comparten una franja de frontera reciban colores distintos.

Gonzales D.(2017), Introducción a la Teoría de las Gráficas, UNIVERSIDAD AUTÓNOMA METROPOLITANA

Grafos **Coloraciónes de gráficas**

Una forma de atacar este problema es utilizando la Teoría de las Gráficas de la siguiente forma: ponemos un vértice por cada región o país del mapa y agregamos una arista entre dos vértices si sus países correspondientes comparten un segmento de frontera. A la gráfica resultante se conoce como la ***gráfica dual del mapa***



Gonzales D.(2017), Introducción a la Teoría de las Gráficas, UNIVERSIDAD AUTÓNOMA METROPOLITANA

Grafos **Coloraciónes de gráficas**

Diremos que una gráfica *G* es ***k-coloreable*** si existe una coloración de los vértices de *G* con *k* colores de forma que vértices adyacentes reciben colores diferentes.

Comenzaremos dando una cota superior para el número de colores necesarios para colo- rear los vértices de una gráfica plana.

Gonzales D.(2017), Introducción a la Teoría de las Gráficas, UNIVERSIDAD AUTÓNOMA METROPOLITANA

Grafos Coloraciónes de gráficas

Actualmente se considera que el problema de los cuatro colores está resuelto. Su demostración fue publicada en 1977 y se debe a Appel y Haken y ha sido una de las más controvertidas dentro del mundo de las matemáticas debido a que utiliza la ayuda de una computadora y hay que aceptar la certeza del programa, el compilador y la computadora en la que se basaron para demostrar el teorema.

Gonzales D.(2017), Introducción a la Teoría de las Gráficas, UNIVERSIDAD AUTÓNOMA METROPOLITANA

Grafos **Algoritmo Greedy**

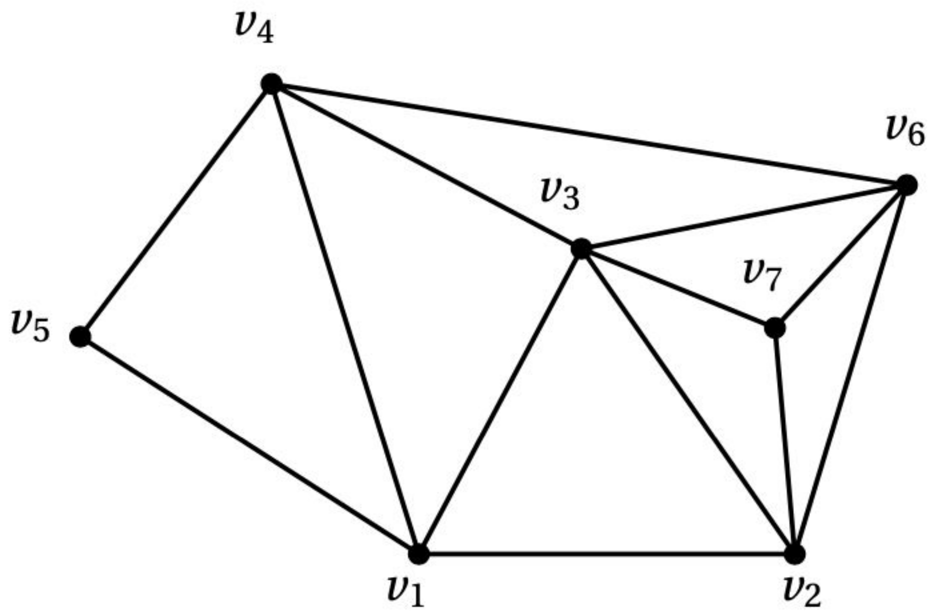
¿cómo encontrar una coloración óptima en una gráfica arbitraria G?

Sea G una gráfica con $V(G) = \{v_1, v_2, \ldots, v_n\}$.

1. Asigna el primer color c_1 al primer vértice v_1.
2. Al vértice v_2 le asignamos el color c_1 si este no es adyacente a v_1; en caso contrario le asignamos el color c_2.
3. El vértice v_i es coloreado con el primer color posible en la lista ordenada de colores, es decir, le asignamos el primer color que no ha sido asignado a alguno de los vecinos de v_i.

Gonzales D.(2017), Introducción a la Teoría de las Gráficas, UNIVERSIDAD AUTÓNOMA METROPOLITANA

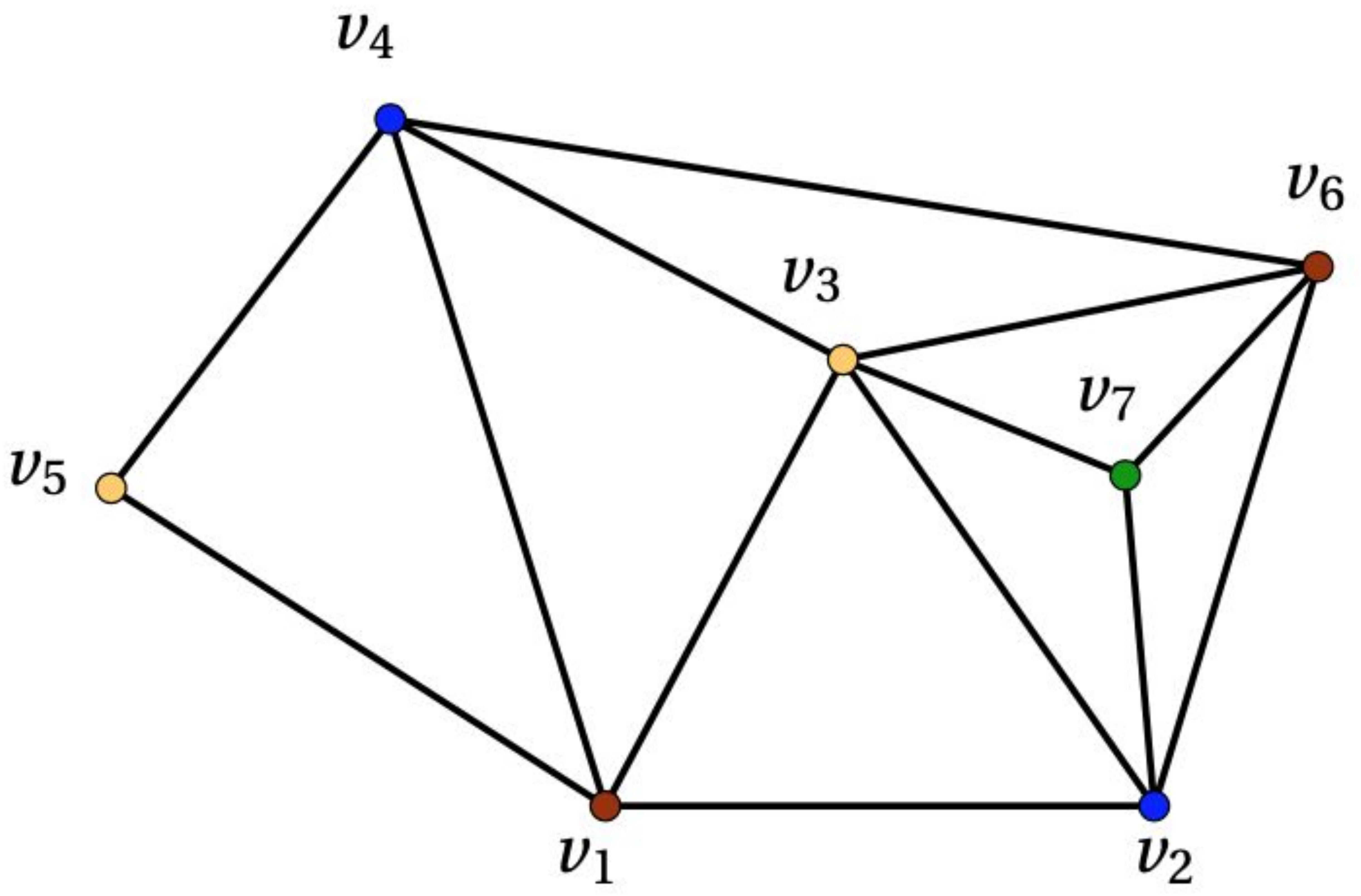
Grafos **Algoritmo Greedy**



Comenzamos asignándole al vértice *v*1 el color *C*1 que en este caso es rojo.
Ahora seleccionamos el vértice *v*2 y como ya es adyacente a *v*1 le asignamos el color *C*2 (azul).
Posteriormente pasamos al vértice *v*3, debido a que *v*3 es adyacente a *v*1 y *v*2 le asignamos el color *C*3 (amarillo)
Continuando con el algoritmo, seleccionamos el vértice *v*4, como este es adyacente a *v*1 y a *v*3, pero no a *v*2 le asignamos el color *C*2, es decir, azul.
Al vértice *v*5 que es adyacente a *v*1 y *v*4 y no es adyacente a *v*2 ni a *v*3 le podemos asignar el color *C*2 (azul) o bien el color *C*3 (amarillo).
Elegimos el color *C*3.
El vértice *v*6 es adjacente a *v*2, *v*3, *v*4 y *v*7. Por lo tanto no se le puede asignar los colores *C*2, *C*3 y *C*4. Le asignamos el color *C*1.
Finalmente al vértice *v*7 que es *adyacente a v2, v3 y v6 le tenemos que asignar un nuevo color C4 (verde).* Con esto encontramos una coloración de la gráfica que utiliza 4 colores.

Gonzales D.(2017), Introducción a la Teoría de las Gráficas, UNIVERSIDAD AUTÓNOMA METROPOLITANA

Grafos Algoritmo Greedy



Gonzales D.(2017), Introducción a la Teoría de las Gráficas, UNIVERSIDAD AUTÓNOMA METROPOLITANA

Grafos **Coloraciónes de gráficas Sudoku**

El juego del Sudoku consiste en llenar las casillas de una cuadrícula de 9 × 9, la cual esta dividida en cuadrículas (llamadas cajas) de 3×3, de forma que se cumplan las siguientes reglas:

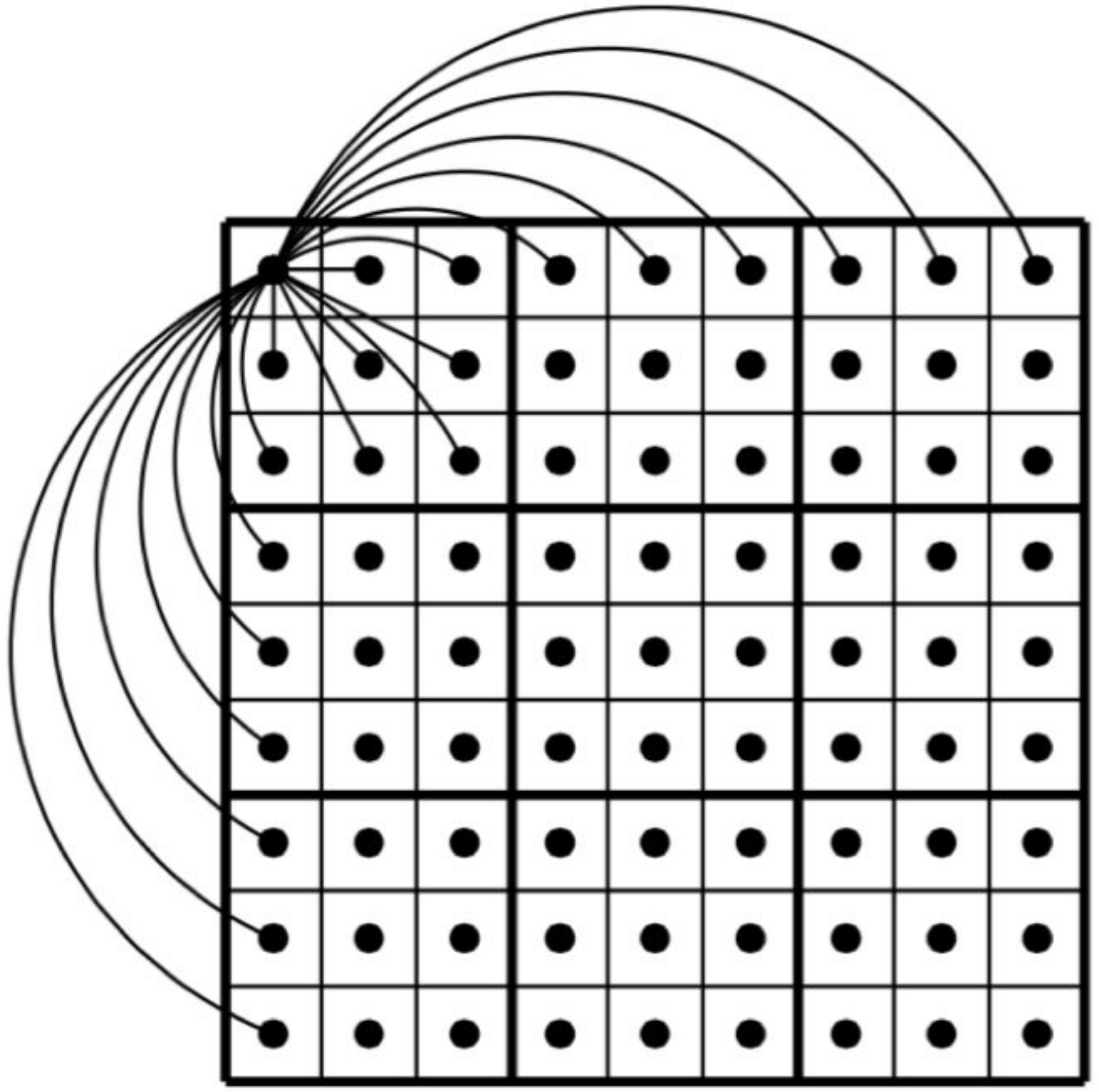
1. Cada casilla se debe llenar con un número del 1 al 9.
2. En un mismo renglón no puede aparecer dos veces el mismo número.
3. En una misma columna no puede aparecer dos veces el mismo número.
4. En una misma caja 3×3 no puede aparecer dos veces el mismo número.

							1	
					2			3
			4					
						5		
6		1	7					
		4	1					
	5					2		
				8			6	
	3		9	1				

Gonzales D.(2017), Introducción a la Teoría de las Gráficas, UNIVERSIDAD AUTÓNOMA METROPOLITANA

Grafos **Coloraciónes de gráficas Sudoku**

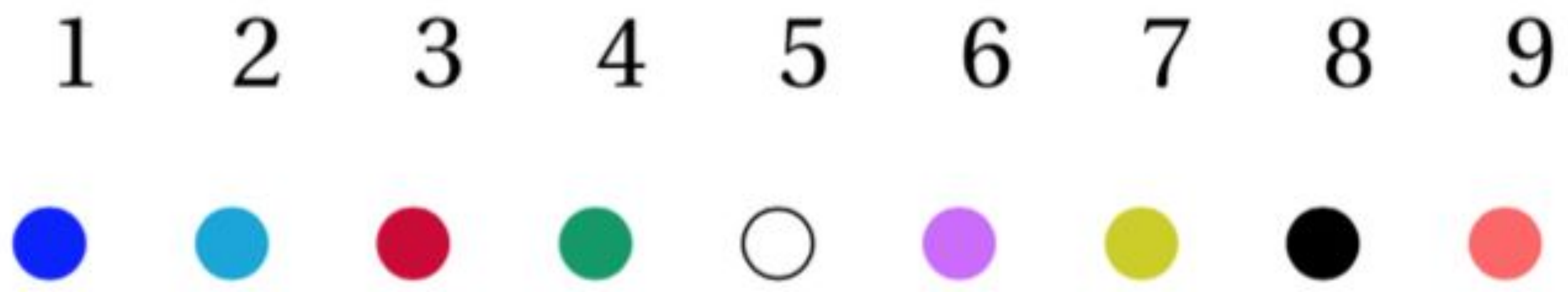
Herzberg y Murty encontraron una bonita conexión entre el juego del Sudoku y la colo- ración de gráficas. Dado un Sudoku *S* se le puede asociar una gráfica *G*(*S*) de la siguiente forma: los vértices de la gráfica son las casillas del Sudoku. Dos vértices serán adyacentes si sus casi- llas no pueden tener el mismo número (ya sea porque están en la misma columna o el mismo renglón).

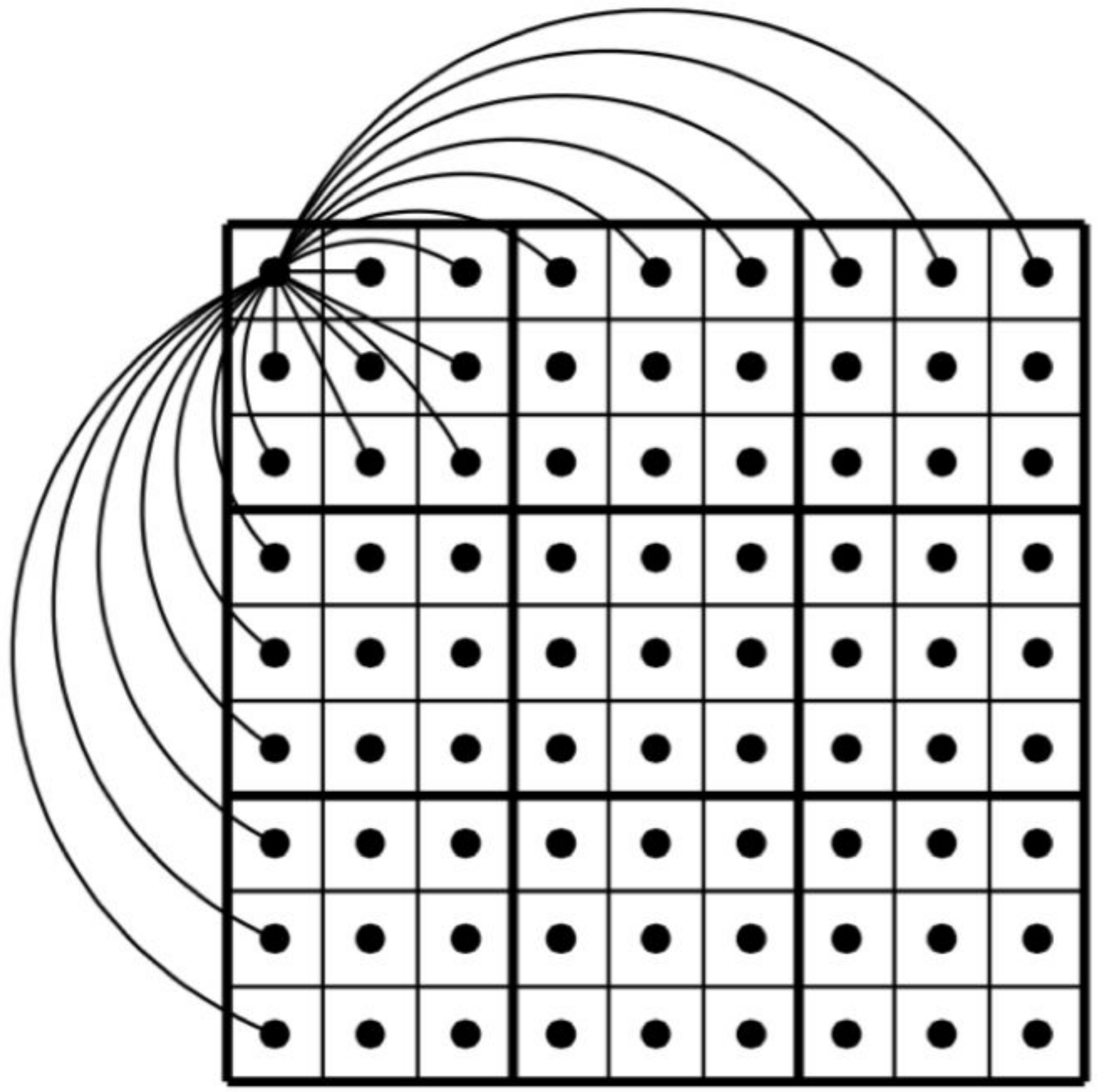


Gonzales D.(2017), Introducción a la Teoría de las Gráficas, UNIVERSIDAD AUTÓNOMA METROPOLITANA

Grafos **Coloraciónes de gráficas Sudoku**

Para terminar de modelar el juego del Sudoku como un problema de coloración de gráficas podemos asignar un color diferente a cada número del 1 al 9

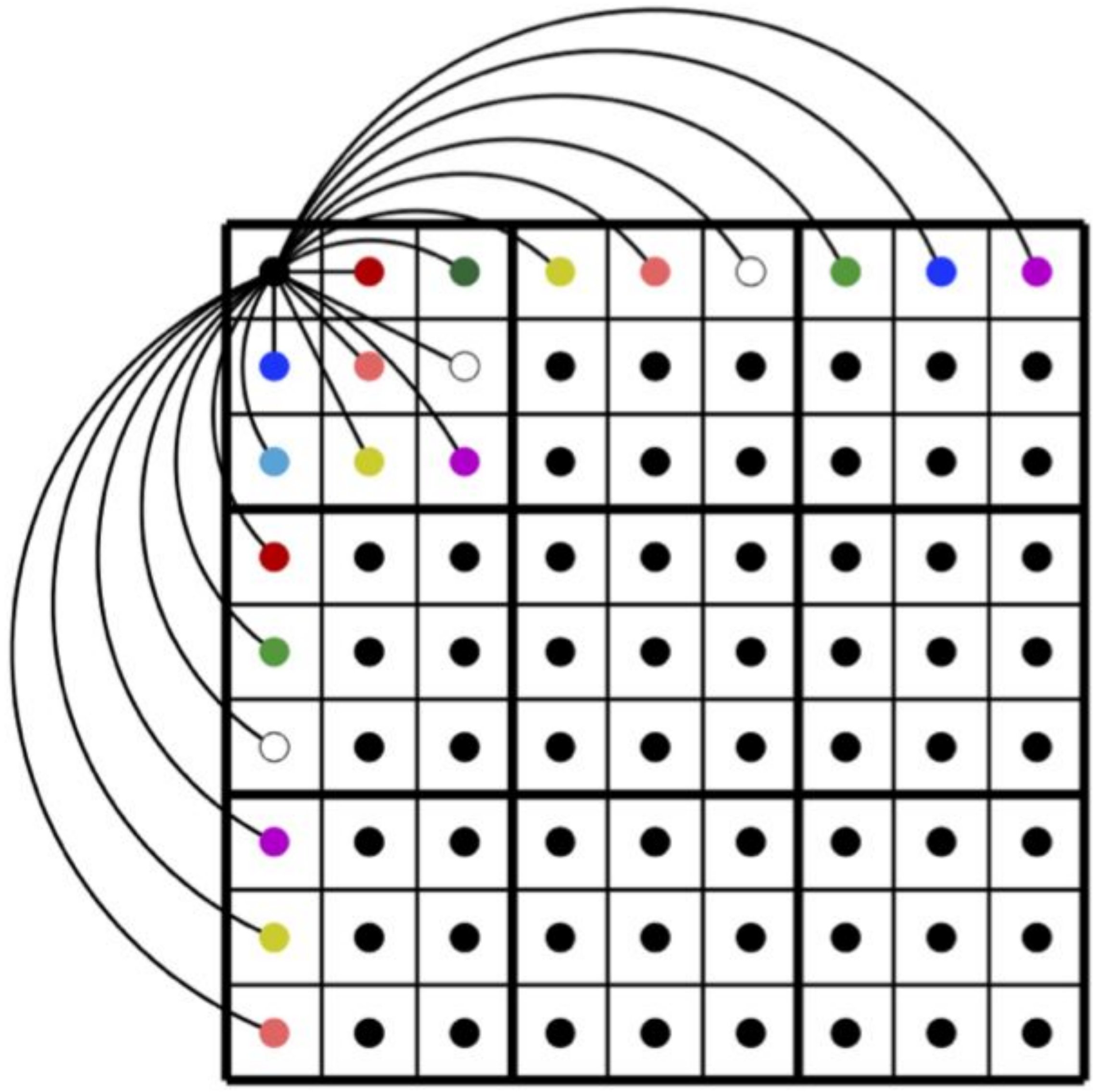




Gonzales D.(2017), Introducción a la Teoría de las Gráficas, UNIVERSIDAD AUTÓNOMA METROPOLITANA

Grafos **Coloraciónes de gráficas Sudoku**

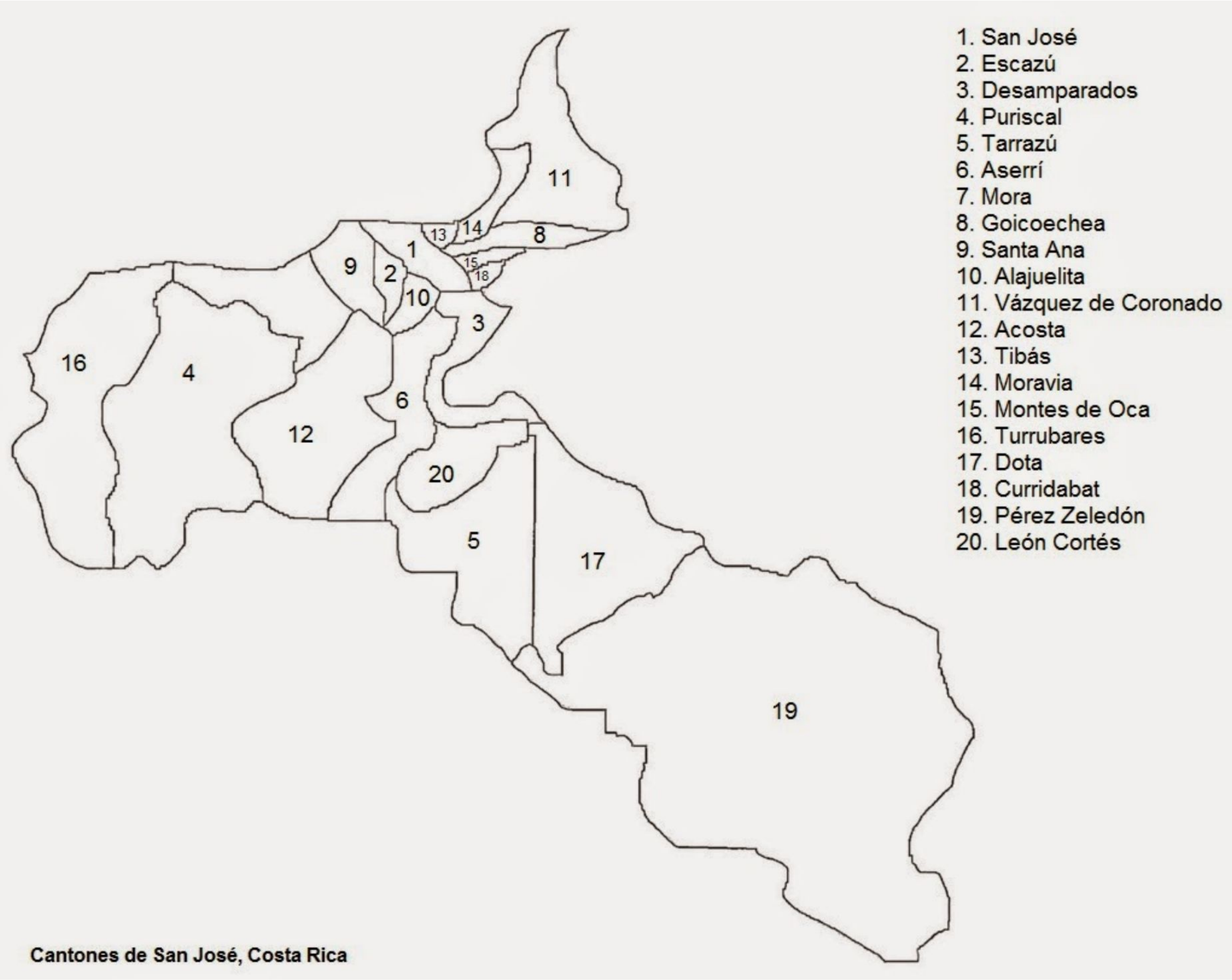
Ahora que tenemos la gráfica asociada al Sudoku y los colores asignados, todo Sudoku puede ser descrito en términos de una coloración de $G(S)$. Una solución del Sudoku es una coloración de los vértices $G(S)$ de forma que dos vértices adyacentes reciban colores distintos. En la Figura se puede apreciar una parte de la gráfica coloreada asociada al Sudoku y parte de la solución al juego.



8	3	4	7	9	5	4	1	6
1	9	5						
2	7	6						
3								
4								
5								
6								
7								
9								

Gonzales D.(2017), Introducción a la Teoría de las Gráficas, UNIVERSIDAD AUTÓNOMA METROPOLITANA

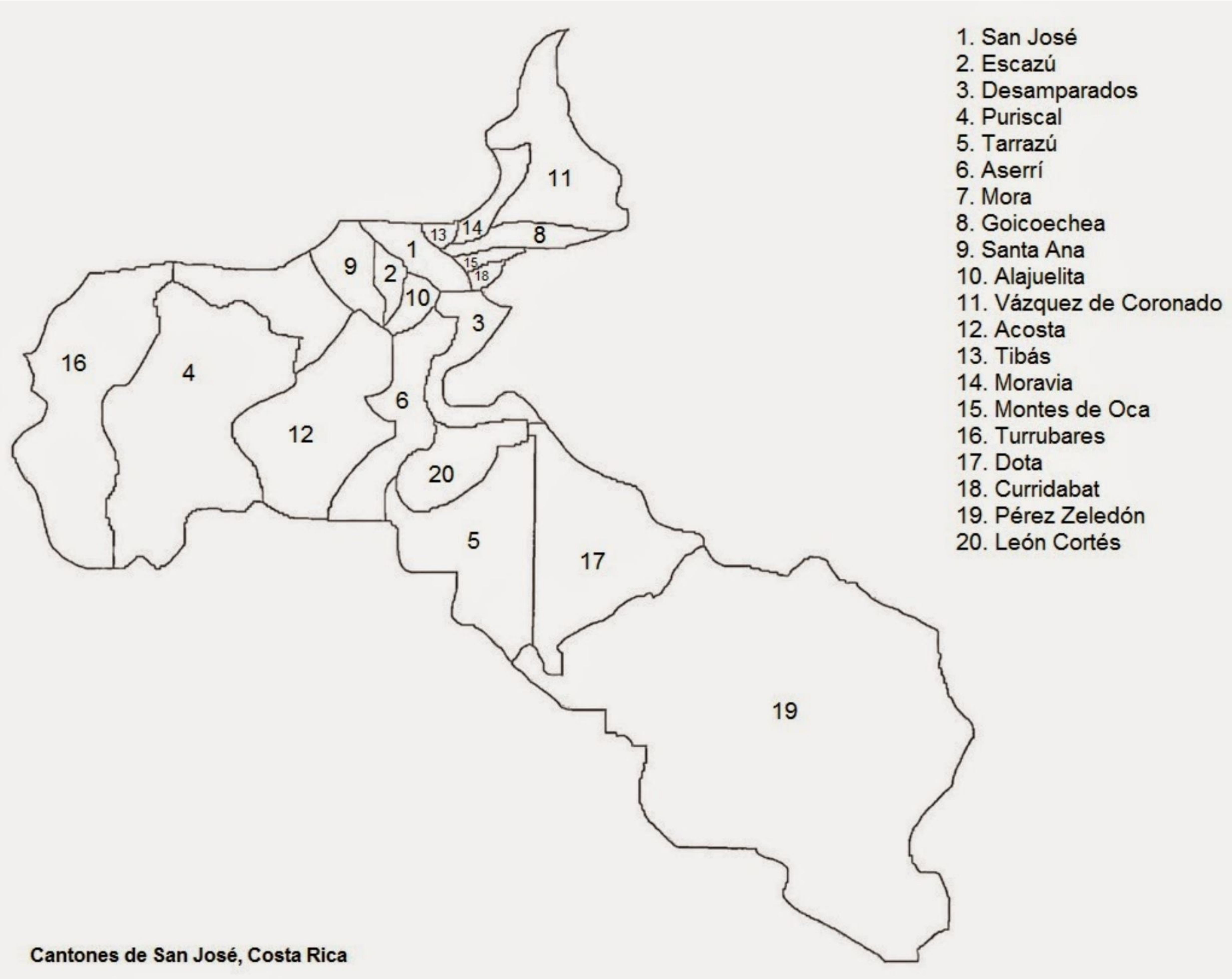
Grafos **Laboratorio**



Obtener la gráfica dual del mapa de los cantones de San Jose

Gonzales D.(2017), Introducción a la Teoría de las Gráficas, UNIVERSIDAD AUTÓNOMA METROPOLITANA

Grafos **Laboratorio**



Colorear el mapa de los cantones de San José utilizando el algoritmo de greedy para obtener el mínimo *k* **colores, es decir 4 colores**

Gonzales D.(2017), Introducción a la Teoría de las Gráficas, UNIVERSIDAD AUTÓNOMA METROPOLITANA

Grafos **Laboratorio**

5	3			7				
6			1	9	5			
	9	8					6	
8				6				3
4			8		3			1
7				2				6
	6					2	8	
			4	1	9			5
				8			7	9

Resuelva el sudoku de la imagen utilizando **coloración de los vértices *G*(*S*) de forma que dos vértices adyacentes reciban colores distintos. Utilice la siguiente relación de colores con números:**

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Gonzales D.(2017), Introducción a la Teoría de las Gráficas, UNIVERSIDAD AUTÓNOMA METROPOLITANA

Bibliografía

Campos Sandoval, J. (2018). Matemáticas discretas: un eslabón tecnológico. Editorial Digital Tecnológico Monterrey. México.

Varela, Z., Gamarra, E., Castro, M. (2018), Conmutación: diseño digital. Editorial Universidad del Norte. Colombia.

Gonzales D.(2017), Introducción a la Teoría de las Gráficas, UNIVERSIDAD AUTÓNOMA METROPOLITANA

MUCHAS GRACIAS