

ĐHSP

Cây đồ đen



<http://fit.hcmup.edu.vn/~tien>



Nội dung

1

Đặt vấn đề

2

RB-cây: Định nghĩa

3

Thêm phần tử

4

Xóa phần tử



www.themegallery.com



Cây đỏ đen: Định nghĩa

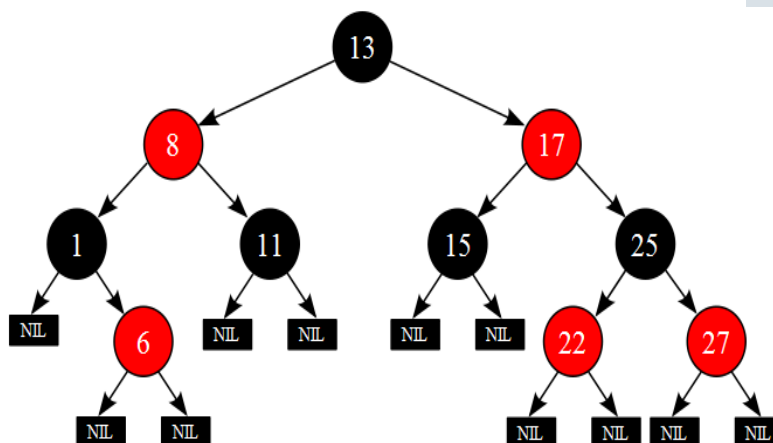
- ❖ Là một cây nhị phân tìm kiếm có đưa thêm tính chất màu để làm cơ sở cho sự cân bằng, có các tính chất sau:
 1. Mọi nút phải là đỏ (red) hoặc đen (black)
 2. Nút gốc và các nút lá (NIL) phải luôn luôn là đen.
 3. Nếu 1 nút là đỏ thì con của nó phải là đen (nghĩa là không có 2 nút đỏ liên tiếp)
 4. Mọi đường dẫn từ gốc đến một nút lá phải có cùng số lượng nút đen.

Khi cây đỏ đen vi phạm (3) gọi là hiện tượng xung đột đỏ - đỏ.

www.themegallery.com



Cây đỏ đen: Ví dụ



Chiều cao đen (black height – $h_b(x)$): số lượng nút đen trên một đường dẫn từ gốc đến lá.

www.themegallery.com



Cây đồ đen: Nhận xét

- ❖ Cây đồ đen có **N** nút trong (internal node) có chiều cao tối đa là $2\log_n(N+1)$
- ❖ Chiều cao của cây (h) $\leq 2 * \text{chiều cao đen } (h_b)$
- ❖ Các nút lá là **NIL** (nút ngoài – external node) luôn là node đen.
- ❖ Mỗi cạnh đến 1 node đen được gọi là **cạnh đen**.
- ❖ Thời gian tìm kiếm $O(\log N)$

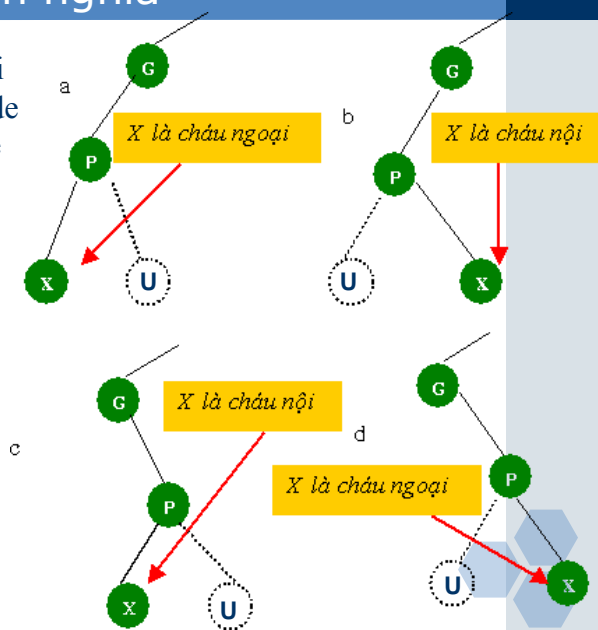
www.themegallery.com



Một số định nghĩa

X là một node cháu ngoại nếu nó nằm cùng bên node cha P và P cùng bên node cha G.

Ngược lại, X gọi là node cháu nội.





Phép quay

- ❖ Một node được chọn làm "đỉnh" của phép quay.
- ❖ Nếu chúng ta đang thực hiện một phép quay qua phải, node "đỉnh" này sẽ di chuyển xuống dưới và về bên phải, vào vị trí của node con bên phải của nó. Node con bên trái sẽ đi lên để chiếm lấy vị trí của nó.



www.themegallery.com



Cây đỏ đen: Thêm nút mới

- ❖ Chèn một nút như trong cây tìm kiếm nhị phân bình thường và gán cho nó **màu đỏ**.
 - B1. Tìm vị trí thích hợp để chèn khoá K
 - B2. Phát sinh 1 nút mới có khoá K, màu đỏ (**RED**) và gắn liên kết tại vị trí tìm được.
 - B3. Hiệu chỉnh lại cây nếu có vi phạm tính chất:
 - Các phép lật màu trên đường đi xuống.
 - Các phép quay khi node đã được chèn.
 - Các phép quay trên đường đi xuống.

www.themegallery.com



Các trường hợp sau khi thêm

❖ Nếu p đen → Dừng (TH1)

❖ Nếu p **đỏ**:

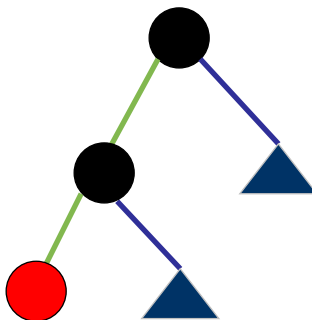
- Nếu U **đỏ**, đảo màu 3 nút p, U, g (TH2)
- Nếu u đen:
 - Nếu x là cháu ngoại của g: Thực hiện 1 phép quay (TH3)
 - Nếu x là cháu nội của g: Thực hiện 2 phép quay (TH4)

www.themegallery.com



Trường hợp 1

❖ P đen → Bình thường (dừng)

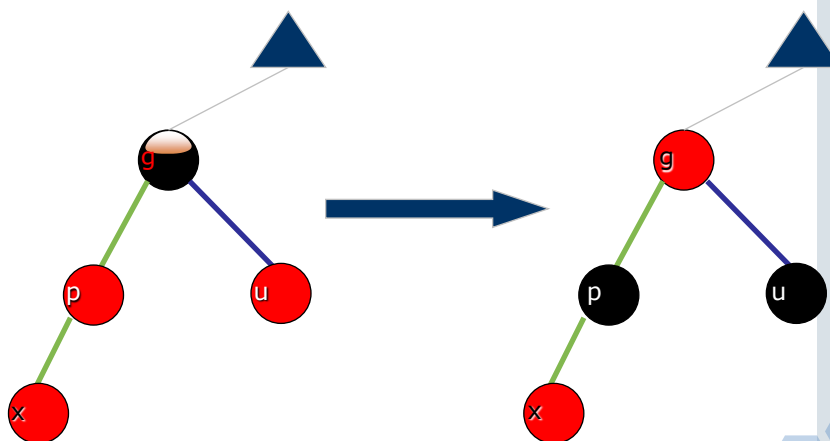


www.themegallery.com



Trường hợp 2

❖ P đỏ, U đỏ → Đảo màu G, P, U

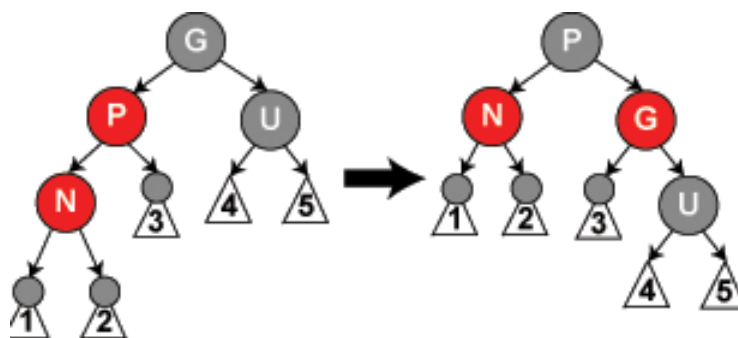


www.themegallery.com



Trường hợp 3

❖ P đỏ, u đen, x là cháu ngoại → Quay tại G; Đổi màu P, G

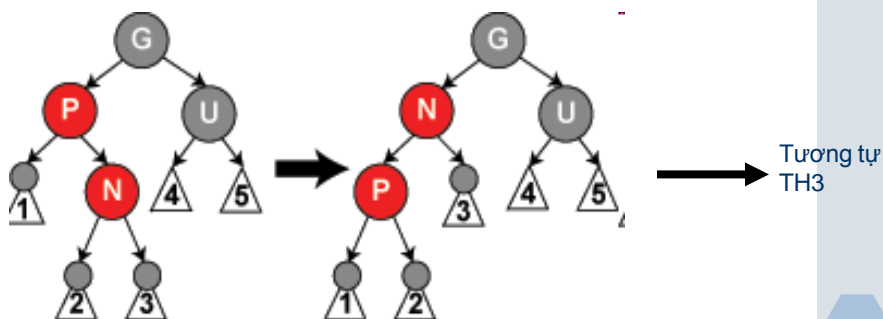


www.themegallery.com



Trường hợp 4

❖ P đỏ, U đen, x là cháu nội → Quay tại P (trở thành cháu ngoại), sau đó Quay tại G; Đổi màu N, G

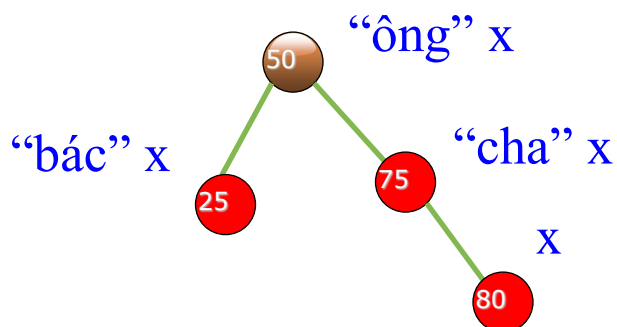


www.themegallery.com



Ví dụ: Chèn một nút vào cây đồ đen

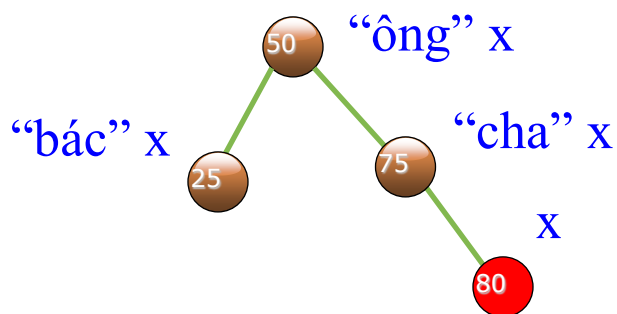
Lần lượt chèn vào các nút có giá trị:
50, 75, 25, 80, 100, 110, 105





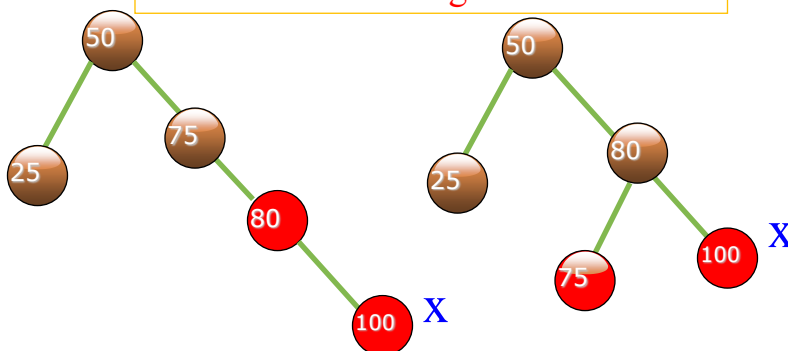
TH2: Cha, bác x đều có màu đỏ

- Cho cha và bác thành màu đen
 - Ông của x thành màu **đỏ**
- (lưu ý: nút gốc qui ước là màu đen)



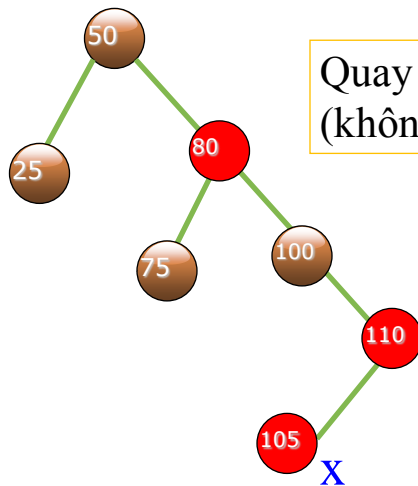
TH3: Bác x đều có màu đen x là con phải của cha x

Quay trái tại **ông** của x đồng thời đổi màu **cha** của x và **ông** của x





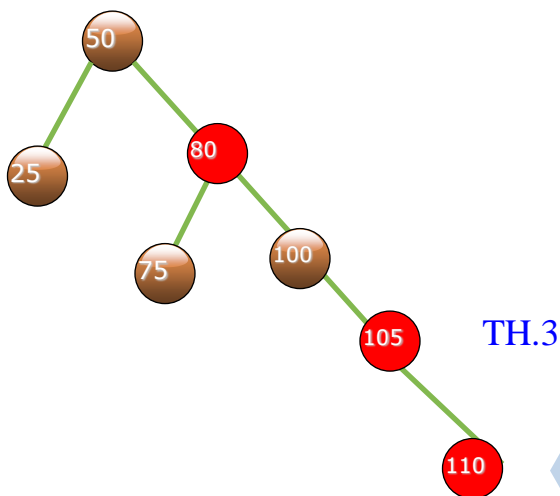
Thêm 110, 105



Quay trái (phải) tại **cha**
(không đổi màu)



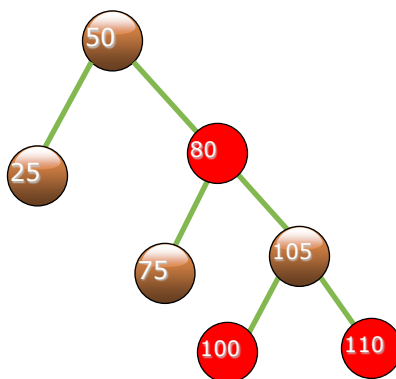
Trường hợp 4



TH.3



Cây cuối cùng



www.themegallery.com



Bài tập áp dụng

Lần lượt chèn các khóa sau vào cây đồ đen:

24, 5, 12, 35, 11, 27, 65, 50, 10, 9, 15, 1.

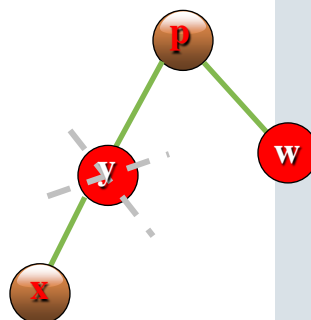
b, d, m, e, n, f, i, h, r, a, s, k, j, y

www.themegallery.com



Cây đỏ đen: Hủy một nút

- ❖ **y**: nút bị xóa thật sự
- ❖ **x**: nút con của y, sẽ thay thế nút y
- ❖ **w**: nút anh em của nút x
- ❖ **p**: nút cha của nút y



www.themegallery.com



Cây đỏ đen: Hủy một nút

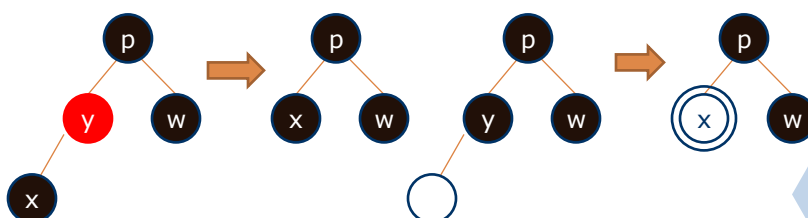
- ❖ Ta luôn có thể hủy một phần tử nếu nó chỉ có tối đa 1 con.
- ❖ Khi nút cần hủy có 2 con:
 - Tìm phần tử thế mạng của nó (trái nhất trên cây con phải hoặc phải nhất trên cây con trái).
 - Lưu dữ liệu của phần tử thế mạng vào phần tử cần hủy và hủy thật sự phần tử thế mạng.

www.themegallery.com



Cây đồ đen: Hủy một nút

- ❖ Nếu y đỏ \rightarrow Xóa y, dừng.
- ❖ Nếu y đen:
 - Xóa y.
 - Đánh dấu hiệu đen cho x. Nếu bản thân x là:
 - Nút đen \rightarrow nút đen kép.
 - Nút đỏ \rightarrow nút đỏ-đen.



Các tính chất có thể bị vi phạm khi xóa nút đen

- ❖ Tất cả các đường đi con từ gốc đến nút lá (qua y) sẽ ít hơn 1 nút đen so với những đường đi còn lại (vi phạm t/c 4)
- ❖ Nếu p và x cùng đỏ (vi phạm t/c 3).



Giải pháp khử dấu hiệu đen

- Biến nút đen cùng cấp ở cây con còn lại thành nút **đỏ** (nếu được).
 - Thực hiện xoay cây để tạo sự cân bằng.
- ⇒ KL: Kết hợp đổi màu và xoay cây



TH1: x (nút chứa dấu hiệu đen) là đỏ hoặc gốc

Xử lý:

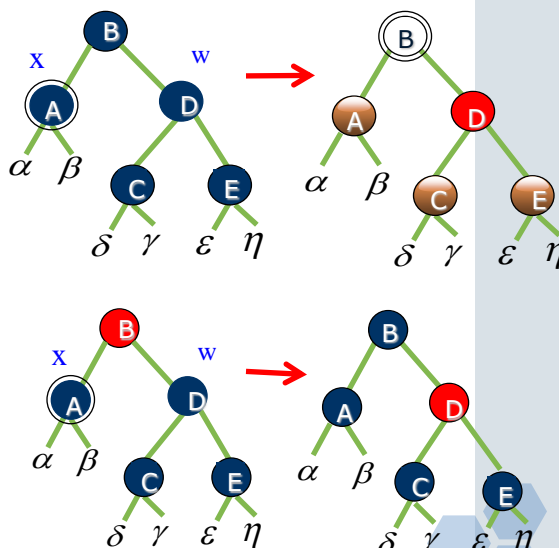
- ❖ Tô màu nút đỏ đen sang màu đen.
- ❖ Loại bỏ dấu hiệu đen và kết thúc





TH2: x đen kép, w và 2 con w đều đen

- ❖ Đổi màu nút anh em w sang đỏ.
- ❖ Đổi màu P đen (bắt kể P trước đó màu đỏ hay màu đen).
- ❖ Di chuyển “dấu hiệu đen” lên trên 1 cấp (theo hướng gốc của cây)



TH3: x đen kép, w đen, 1 trong 2 con w đỏ

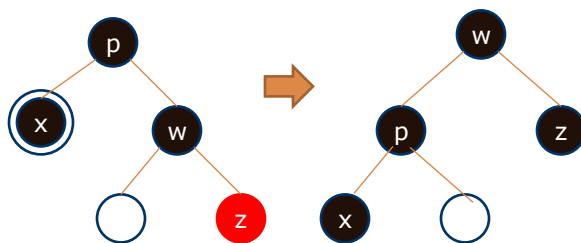
- ❖ Gọi z là nút con của w có màu đỏ.
(w có ít nhất một con đỏ gọi là z)
- ❖ Có 2 trường hợp xảy ra:
 - TH3a: z là cháu ngoại → xử lý bằng phép quay và đổi màu.
 - TH3b: z là cháu nội → chuyển sang TH3a rồi xử lý.





Xử lý TH3a

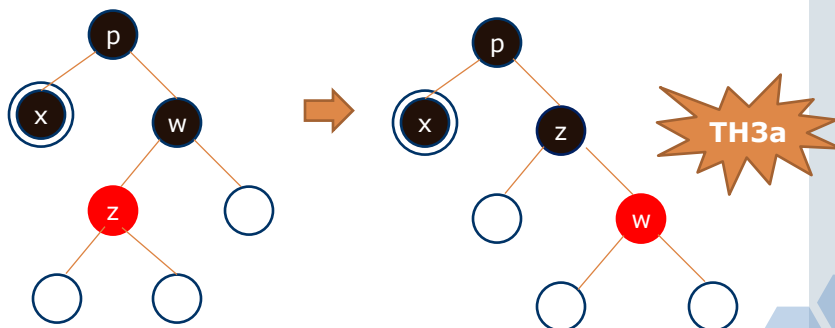
- Quay tại P.
- Đảo màu P, W
- Z đổi theo màu P
- Mất dấu hiệu đen.



Xử lý TH3b

Chuyển sang TH3a bằng cách sau:

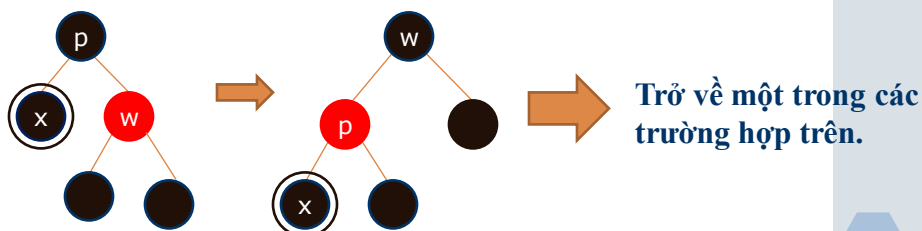
- Đổi màu Z và W
- Quay tại W.





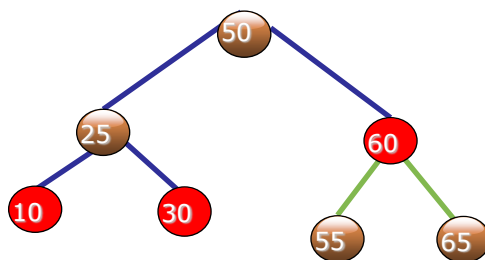
TH4: x đen kép, w đỏ, 2 con w đen, p đen

- ❖ Đảo màu nút p và w
- ❖ Thực hiện phép quay tại p.
- ❖ Dấu hiệu đen vẫn chỉ vào nút x ban đầu



Bài tập áp dụng

Cho cây đỏ đen như sau:



Lần lượt xóa các nút sau: 55, 50.

DHSP

