

## Análisis de las zonas de deformación de la energía y el movimiento mediante filtrado y algoritmos simples

### Introducción

Un cohete de aire es un cohete de juguete lanzado con un impulso de aire. La empresa que le contrató, Toy Rocket Inc., quiere diseñar un cohete aéreo que sea lo más seguro posible. Una medida de seguridad es diseñar la punta del cohete de tal manera que, si el cohete golpea a una persona, la fuerza máxima del impacto sea la menor posible. La punta del cohete debe deformarse y absorber la energía del cohete, como le ocurre a la zona de deformación de un automóvil. Se utiliza un sistema de vídeo para caracterizar diferentes puntas de cohetes.

Piense en dos cohetes de la misma masa y velocidad de impacto. Durante el impacto, un cohete "seguro" impartirá una pequeña fuerza durante un período de tiempo más largo. Un cohete "inseguro" tendrá una curva de fuerza frente a tiempo muy estrecha y alta. La energía/cantidad de movimiento absorbido será el mismo para ambos cohetes. Esto es análogo al uso de zonas de deformación en automóviles. Cuanto más se disipa esa energía en el vehículo, menos posibilidades hay de que un pasajero resulte herido.

Se le han dado 5 cohetes de aire diferentes con distintas puntas o construcción y mecanismos de lanzamiento por cámara de aire. Los cinco tipos de cohete son:

1. Cohete de punta de goma ligera y larga
2. Cohete de punta de goma ligera y corta
3. Cohete de punta de goma densa
4. Cohete de punta totalmente de plástico
5. Cohete con punta de hélice

### Debate

Es difícil medir con precisión fuerzas impulsivas localizadas a alta velocidad con plataformas de fuerza, acelerómetros o cualquier otro tipo de dispositivo de medición de contacto directo. Es difícil conectar dichos sensores. Además, la naturaleza rápida e impulsiva de las fuerzas puede dificultar la eliminación de la dinámica de los sensores de las mediciones.

Alternativamente, si la posición o la velocidad se pueden medir sin contacto, el cálculo simple nos dice cómo calcular la aceleración. La teoría de la dinámica simple nos dice cómo determinar las fuerzas.

El sistema de medición sin contacto utilizado para las pruebas de impacto de cohetes aéreos es un sistema basado en vídeo. Específicamente, es un sistema de captura de movimiento calibrado, de alta velocidad. A partir de una secuencia de vídeo calibrada, se puede determinar fácilmente la posición de un cohete en función del tiempo.

El cohete lanzado choca con una placa estacionaria. El cohete golpea la placa y rebota. Durante el impacto, mientras el cohete está en contacto con la placa, las fuerzas cambian la magnitud y la dirección del impulso del cohete. Las puntas tienen diferentes características de absorción del impulso.

Comparamos diferentes puntas, específicamente sus características de la absorción de la cantidad de movimiento y las fuerzas de impacto, lanzando cohetes con estas puntas a un objeto estacionario (con masa y

velocidad de impacto constantes).

La velocidad a la que los cohetes desaceleran y rebotan revelará las características de absorción de impulso de cada punta y nos permitirá calcular las fuerzas que recibe el objeto impactado.

Las métricas específicas de interés son la fuerza máxima y la fuerza media. Comparando la fuerza máxima y la media para cohetes similares con diferentes "puntas", compararemos el material y los diseños de varias puntas de cohetes.

## Antecedentes

### Notación

x	- posición
F	- fuerza
m	- masa
v	- velocidad
p	- cantidad de movimiento
a	- aceleración
t	- tiempo

Medimos directamente la posición de un cohete frente al tiempo,  $x(t)$ . Desde la posición, calculamos la velocidad. Una vez que se conoce el perfil de velocidad completo de un cohete, que incluye su velocidad antes, durante y después del impacto, se calculan todas las aceleraciones y fuerzas relevantes.

La velocidad y la aceleración se pueden determinar a partir de las siguientes relaciones conocidas.

$$v(t) = \frac{d}{dt} x(t)$$

*Ecuación 1*

$$a(t) = \frac{d}{dt} v(t) = \frac{d^2}{dt^2} x(t)$$

*Ecuación 2*

Estas relaciones indican que la velocidad es la tasa de cambio de posición en el tiempo y que la aceleración es la tasa de cambio de velocidad en el tiempo.

Nos interesan las fuerzas del cohete durante el impacto. La ley de Newton para un cuerpo rígido se escribe de la siguiente manera:

$$F = \frac{d}{dt} (mv) = \frac{d}{dt} p$$

*Ecuación 3*

La fuerza sobre un objeto es igual a la tasa de cambio de la cantidad de movimiento de un objeto, el producto de la masa y la velocidad.

La fuerza instantánea máxima se determina:

$$F_{\max} = \max\left(m \frac{d}{dt}(v)\right) = m \max\left(\frac{d}{dt}v\right) = ma_{\max}$$

*Ecuación 4*

En la que  $a_{\max}$  es la aceleración máxima. Es entonces cuando los vectores de impulso y velocidad del cohete cambian de dirección (cualitativamente de arriba a abajo).

La ecuación de Newton (3) se manipula de la siguiente forma;

$$mv_2 - mv_1 = p_2 - p_1 = \int_{t_1}^{t_2} F dt$$

*Ecuación 5*

A partir de una manipulación adicional, determinamos la fuerza media del impacto una vez que conocemos el perfil de velocidad.

$$F_{\text{avg}} = \frac{\int_{t_1}^{t_2} F dt}{t_2 - t_1} = \frac{mv_2 - mv_1}{t_2 - t_1}$$

*Ecuación 6*

Esto indica que si conocemos la velocidad justo antes del impacto,  $v_2$ , la velocidad justo después del impacto,  $v_1$ , y el tiempo total de impacto ( $t_2 - t_1$ ), podemos aproximar la fuerza media durante el impacto.

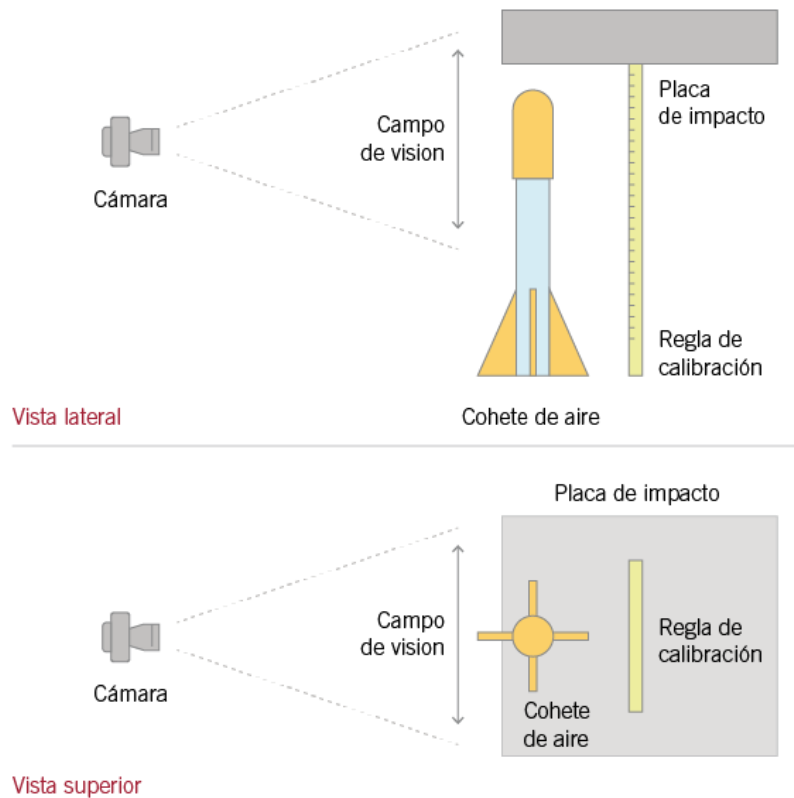
## Experimento

Nos interesa determinar el perfil de fuerza y, lo más importante, la fuerza máxima impartida a un objeto estacionario. Se ha diseñado y construido un dispositivo de prueba para lanzar cohetes de aire hacia una placa sólida. El dispositivo de prueba consiste en un mecanismo de lanzamiento orientado perpendicularmente hacia una placa de metal a unas 12 pulgadas (30,48 centímetros) de distancia de la punta del cohete.

El sistema de medición de la prueba es un sistema basado en vídeo. Específicamente, es un sistema de captura de movimiento calibrado, de alta velocidad. A partir de un vídeo calibrado, determinamos la posición en función del tiempo del cohete. Una vez que conocemos la posición, podemos determinar fácilmente la velocidad y la aceleración. Fundamentalmente, queremos determinar el perfil de fuerza en función del tiempo, especialmente la fuerza máxima. Las fuerzas se pueden calcular directamente a partir de medidas de velocidad y de aceleración, como se comentó en el apartado de teoría.

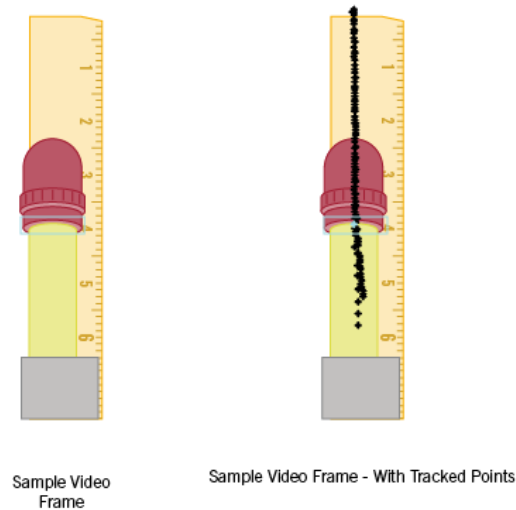
El cohete de aire se coloca en un cilindro hueco (la plataforma de lanzamiento) que está conectado a una cámara de aire. Una persona deja caer un peso conocido desde una altura conocida para dar un impulso constante a la cámara y forzar el aire a través de una manguera, a través del cilindro hueco, que da un impulso de aire al cohete. Así se lanza el cohete.

La cámara está orientada perpendicularmente a la trayectoria de vuelo del cohete. Esta geometría se muestra a continuación.



*Configuración experimental para capturar con cámaras de vídeo de alta velocidad el movimiento de los cohetes de impacto*

La escena de la cámara está calibrada para que conozcamos la relación entre los píxeles de la cámara y las dimensiones físicas reales. Los objetivos (marcadores de alto contraste) se colocan en varios lugares del cohete. El lanzamiento del cohete y la grabación de vídeo de alta velocidad están sincronizados para que capturemos una secuencia de vídeo que comienza un momento antes del impacto y termina después de que el cohete impacte y luego rebote.



### *Fotogramas de muestra de vídeos de impacto*

Una vez que tengamos una secuencia de vídeo de alta velocidad del cohete. Los algoritmos de seguimiento especiales rastrean los marcadores u otras características muy distintas a lo largo de toda la secuencia. Los algoritmos de seguimiento generan la posición bidimensional frente a la curva de tiempo para el cohete,  $x(t)$ .

Se realizaron dos conjuntos de mediciones en una serie de 5 cohetes. Las dos pruebas fueron: una prueba de 15,5 m/s y una prueba de 28,4 m/s. La motivación para los dos conjuntos de pruebas es que se descubrió que los cohetes tenían características de fuerza frente a tiempo cualitativamente diferentes dependiendo de la velocidad inicial del cohete antes del impacto. Las siguientes fotografías muestran los diferentes tipos de cohete y las etiquetas adjuntas a cada tipo para este informe:



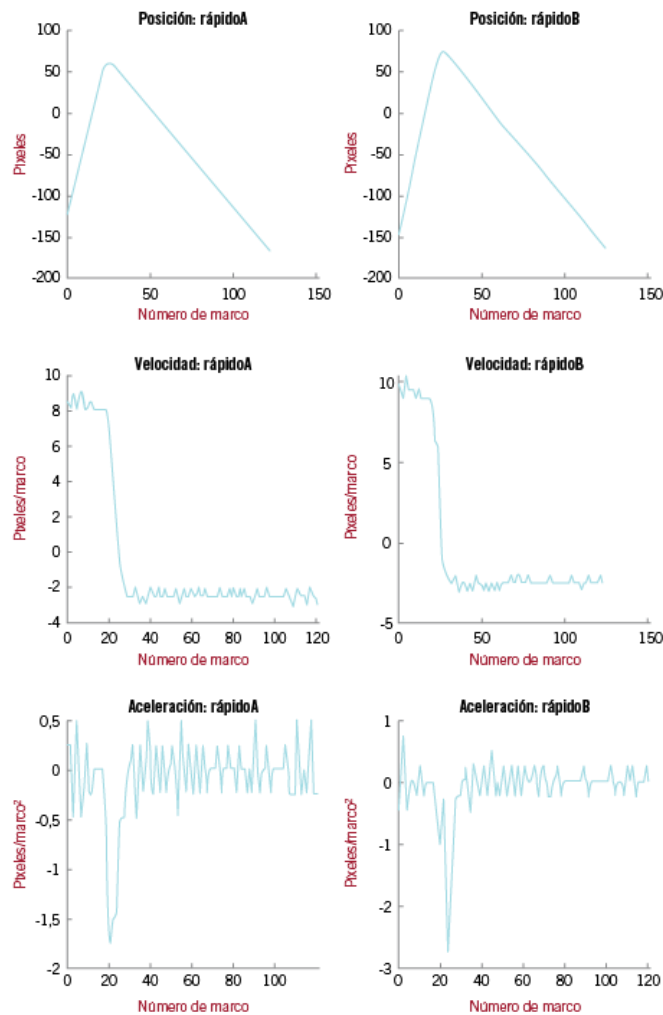
### Descripción del proyecto

Con este proyecto se incluyen 10 trazos de datos que corresponden a la posición lineal del cohete en función del tiempo. Para cada uno de los 5 cohetes, hay un rastro de datos para cada lanzamiento de baja y alta velocidad.

A continuación, se muestran datos de seguimiento representativos. La mayor parte del ruido en la señal de posición es de tipo "jitter de píxeles" (fluctuación de píxeles). La "fluctuación de píxeles" es un artefacto del

algoritmo de seguimiento de características que se utiliza para calcular la posición de una plantilla en un solo fotograma; el algoritmo tiene una precisión de 1 píxel.

A continuación, se muestran trazas representativas de "velocidad" y "aceleración" sin filtrar. La necesidad de filtrado es evidente.



## Objetivo:

Determine cuál de las puntas de cohete es la más segura.

Suponiendo que todas las demás variables (velocidad del cohete antes del impacto, masa del cohete, etc.) son iguales, definimos que la punta más segura es la que imparte la fuerza media y/o la fuerza máxima más bajas al impactar contra un objeto.

Las dos cosas que debe determinar de manera concisa son:

- La fuerza máxima impartida por el cohete durante el impacto de cada punta.
- La fuerza media impartida por el cohete durante el impacto de cada punta.

Hay dos tareas secundarias asociadas con este objetivo.

- 1) *Filtrado: para cada punta de cohete, calcule los perfiles de velocidad y aceleración a partir de los datos de posición.*
- 2) *Determine el tiempo total de impacto y las fuerzas impartidas*

#### **Tareas secundarias:**

- 1) *Filtrado: para cada punta de cohete, calcule los perfiles de velocidad y aceleración a partir de los datos de posición.*

Esto requiere filtrar o suavizar los datos de seguimiento (datos de posición) y diferenciar los datos de posición para determinar la velocidad y la aceleración. Puede diseñar los filtros que considere adecuados. Sugerimos un enfoque iterativo, refinando en etapas. Sugerimos marcar los datos y los resultados sin filtrar uno encima del otro para que pueda ver los resultados de las operaciones de filtrado.

Sus filtros no deben distorsionar la forma general de la señal de posición o de velocidad.

Una cuestión que debemos tener en cuenta es el orden de filtrado (suavizado) y la diferenciación. ¿Filtra los datos de posición y luego los diferencia? ¿O viceversa? Al final, ¿hay alguna diferencia? ¿Hay alguna diferencia en el proceso iterativo de diseño de filtros?

En su informe, asegúrese de incluir:

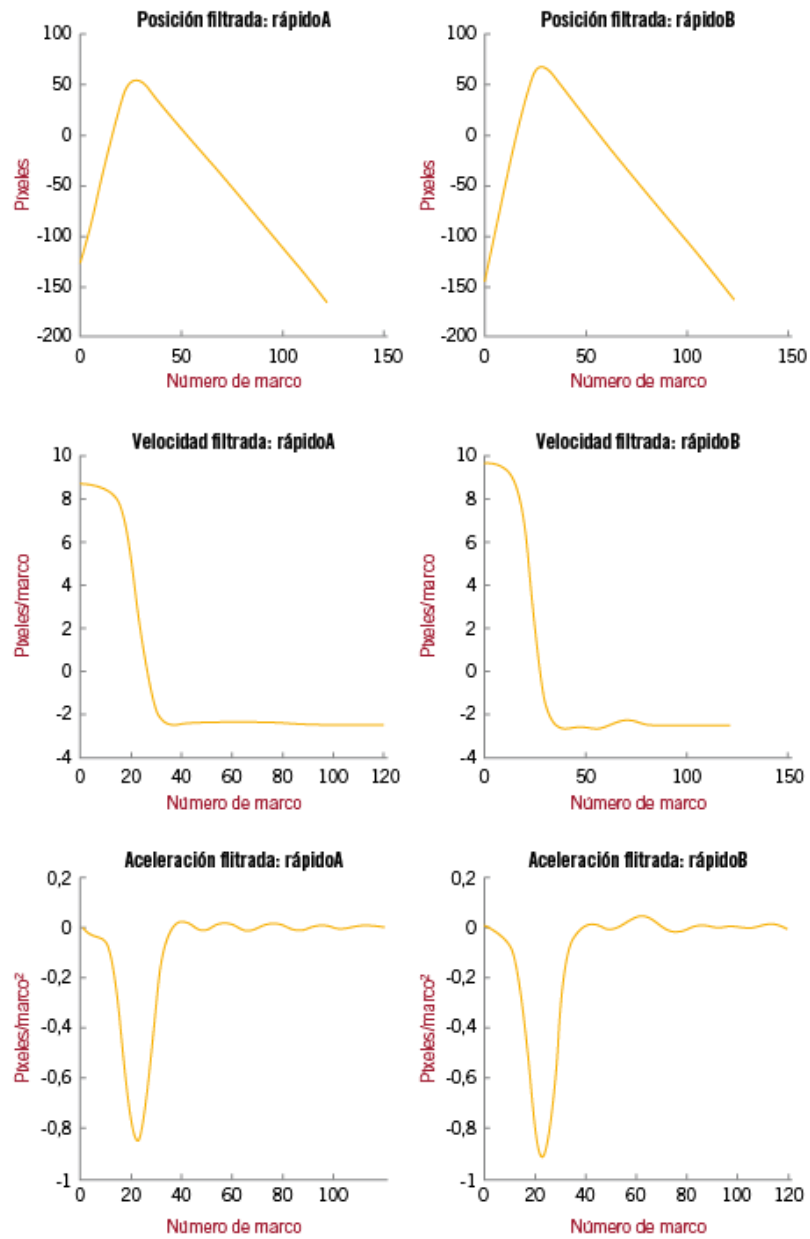
- Los datos de posición suavizados
- Las respuestas de frecuencia de sus datos (antes y después del filtrado)
- Los trazos calculados de la velocidad y la aceleración.

- 2) *Determine el tiempo total de impacto y las fuerzas impartidas*

Uno de los aspectos del cálculo de la fuerza media es determinar el tiempo total de impacto, el intervalo de tiempo desde el contacto inicial hasta la ruptura final del contacto al comienzo del rebote. Se puede determinar el tiempo total de impacto analizando el perfil de velocidad o el perfil de aceleración. Sugerimos diseñar un algoritmo que tome como entrada un perfil de velocidad o de aceleración y devuelva como resultado el tiempo total de impacto.

Con el algoritmo para determinar el tiempo total de impacto, calcule el pico (de la ecuación 4) y la fuerza media (de la ecuación 6).

Si no está seguro de sus resultados en la tarea secundaria de filtrado, puede utilizar nuestra solución para la tarea secundaria 1. A continuación, se muestran 6 de los 30 resultados prefiltrados:





### Nota:

Existe una variabilidad en la velocidad inicial del cohete, cuando se comparan los resultados entre los lanzamientos. Debe normalizar (dividir) la fuerza máxima y la fuerza media por la velocidad (aproximadamente constante) antes del impacto.

Sugerimos resumir los resultados en un gráfico de barras como el siguiente:

