Projet de Modélisation pour les énergie
Promotion M2 MACS 2019-2020

Schéma VF4 pour un problème de diffusion

Nom étudiant :
Dhiyaou-dine AHMED KASSIM

Enseignant :
MAZEN Saad

Mars 2020

Schéma VF4-Problème de diffusion

Le but de ce TP est de programmer la méthode de volumes finis $VF4$ sur un maillage triangulaire orthogonale. On considère l'équation elliptique suivante :

$$-\Delta u(x) + \theta u(x) = f(x), x \in \Omega \tag{1}$$

avec la condition aux limites suivantes :

$$u(x) = g, x \in \partial_\Omega \tag{2}$$

1) Gestion du maillage Le maillage de type **MAILLAGEGEO** (dans le fichier Lestests.f90) contient les informations nécessaires pour construire un maillage :
   - nombre des sommets **Nbs**
   - nombre des triangles **Nbt**
   - nombre de segments **Nseg**
   - nombre des sommets intérieurs **Nbord**
   - Les coordonnées de tous les sommets CoordS(1 :2,1 :Nbs) et le type des sommets 0 pour un sommet à l'intérieur du domaine et 1 s'il est sur le bord.
   - Pour chaque triangle, les numéros des trois sommets NuSo(1 :3,1 :Nbt), les coordonnées du centre CoordK, aire AireK
   - Pour chaque segment, les numéros des deux sommets NuSeg(1 :2, .), le nombre des voisins $NombVoisSeg = 2$ si le segment à l'intérieur et 1 s'il est sur le bord, les numéros des deux triangles de part et d'autre du segment, NumTVoisSeg(1 :2) avec NumTVoisSeg(2) négatif si le segment est sur le bord, le type du segment $NTypSeg(:) = 0$ si le segment est à l'intérieur et 1 s'il est sur le bord, TauKL et enfin dKL
   - Le programme principal est flaplacienvfmacs.f90. Avant de commencer à programmer, ouvrir chaque module longr, parmmage, imprime, intmatvec, algebrelineaire, plotvtkmod et comprendre sans les modifier. Le module fsourcemod peut être modifier. Le programme principal contient toutes les étapes commentées.
   - La subroutine init contient les données et donc modifiable.
   - Comprendre la subroutine readmesh(nonmodifiable)
   - La structure de la matrice A est celle du stockage creux classique : les coefficients non nuls de A, indice premier dans la ligne, indice de colonne. La subroutine matrixinitVF4 (non modifiable) alloue la structure de la matrice à comprendre absolument pour comprendre le reste !
   - Le second membre est : $|K|f(x_K)$, compléter l'instruction $A\%F$.
   - $A\%Bg$ contient le second membre et la contribution sur le bord.
   - Expliquer la subroutine $assembleVF4$ et la compléter.
   - Expliquer la subroutine assembletheta
   - compléter le fichier fsoucemod pour tester le code avec les solutions exactes solutions :
     (a) $ChoixPb = 1, Uexacte = 1$
     (b) $ChoixPb = 2, Uexacte = x + y$
     (c) $ChoixPb = 3, Uexacte = x^2 - y^2$

(*d*) $ChoixPb = 4$, $Uexacte = \cos(5\pi(x+y))$
(*e*) $ChoixPb = 5$, $Uexacte = x(1-x)y(1-y)$
(*f*) $Choixpb = 6$, $Uexacte = \sin(\pi x)\sin(\pi y)$

— **Réponse aux questions**

— On complète l'instruction $A\%F$:

```
A%F = 0.D0
DO i = 1, Nbt
  A%F (i) = fsource(CoordK(1,i),CoordK(2,i),choixpb )
END DO
```

— Explication du subroutine $assembleVF4.f90$
Dans cette subroutine nous assemblons la contribution de diffusion et de l'opérateur $-\Delta u(x)$ en dimension 2. C'est à dire $-d(\frac{d^2u}{dx^2}+\frac{d^2u}{dy^2}$ par la méthode volumes finis VF4. On a besoin de la subroutine $imprime.f90$ qui sert à écrire les résultats dans un fichier, à fin de pouvoir les utiliser pour résoudre le problème. Le fichier en question affiche les résultats relatifs à chaque élément du maillage. Elle utilise aussi la subroutine$longr.f90$ et $parmmage.f90$ qui contiennent les déclaration de nos variables et en fin $fsource.f90$ contient les solutions exactes en fonction du problème choisi.
La subroutine $assembleVF4.f90$, dans le cas de **Dirichlet** parcours, les deux sommets de chaque segment, en fonction de l'élément sur lequel on se trouve, le triangle voisin et avec ses deux éléments, elle fait appel à la fonction $Ajout$ pour ajouter les contributions de chaque élément. qui seront ensuite écrit sur $imprime.f90$. Après il rajoute les conditions aux bords. Dans le cas de **Neumann** homogène, le flux est nul aux bords. Sinon il faut modifier $A\%Bg$, qui sert à rajouter les conditions aux bords. EN fin il va placer tous ces contributions dans la matrice globale.
Après compréhension des subroutines nécessaires on a :

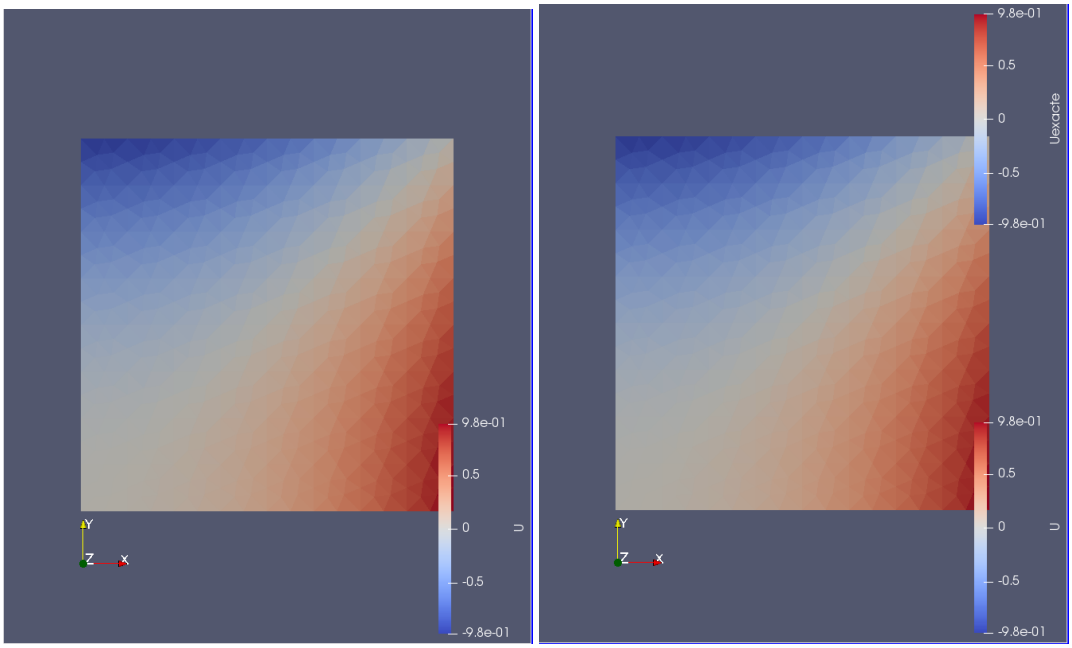
```
                        !! contribution dans la ligne ik
       CALL Ajout (ik, ik, Coef_diffusion*TauKL(iseg),  A )

       CALL Ajout (ik, jL, -Coef_diffusion*TauKL(iseg), A  )

       !! contribution dans la ligne jL

       CALL Ajout ( jL, jL, Coef_diffusion*TauKL(iseg), A )
       CALL Ajout (jL, ik, -Coef_diffusion*TauKL(iseg), A )
```

— La subroutine $assembletheta$, utilise les subroutines $longr.f90$, $imprime.f90$ et $parmmage.f90$ dont l'utilité est expliqué précédemment.
— Calcul de l'erreur L^2 entre la solution exacte et la solution calculée. Pour tracer les solution on travaille avec le maillage $MAILLAGEGEO3$

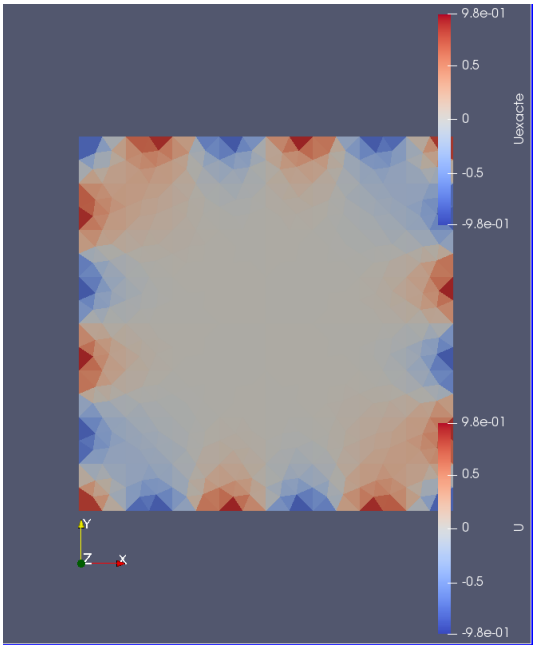
```
        ErreurL_2 = 0.
        DO i = 1, Nbt
          ErreurL_2 = ErreurL_2 + AireK(i)*(U(i)-Uexacte(i))**2
        END DO
```

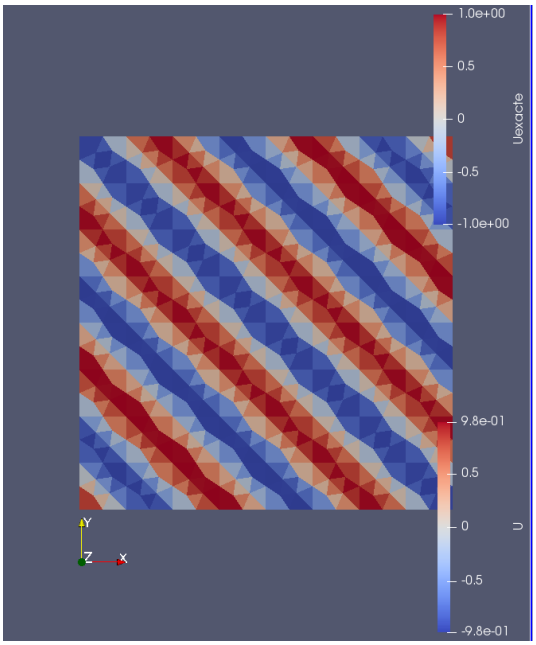
— Erreur pour un $Uexacte = x * x - y * y$:

$Erreurinfiny$: $2.0531479375457407E-004$
$Erreurinfinyrelative$: $2.0977245849764911E-004$
$ErreurL^2$: 1.0000000000035121
$Maxsolutionexacte$: 0.97875000000000001
$Maxsolutioncalculee$: 0.97869941335201893
$Minsolutionexacte$: -0.97875000000000001
$Minsolutioncalculee$: -0.97869941335201882



— Erreur pour un $Uexacte = \cos(5. * \pi * (x + y))$:
$Erreurinfiny$: 1.1812723147457049
$Erreurinfinyrelative$: 1.1869879863367347
$ErreurL^2$: 1.0006824820349205
$Maxsolutionexacte$: 0.99518472667219704
$Maxsolutioncalculee$: 0.89882812857500372
$Minsolutionexacte$: -0.99518472667219693
$Minsolutioncalculee$: -0.80860945075824686


9.8e-01
0.5
0
-0.5
-9.8e-01
Uexacte
9.8e-01
0.5
0
-0.5
-9.8e-01
U
Y
Z
X


1.0e+00
0.5
0
-0.5
-1.0e+00
Uexacte
9.8e-01
0.5
0
-0.5
-9.8e-01
U
Y
Z
X