第 7 章 新凯恩斯 DSGE 模型

交错定价与动态新凯恩斯主义模型

- Fisher 模型、泰勒模型。这两个模型都假设工资或价格由多期合同或承诺确定。在每个时期，规定工资或价格的某个比例的合同会终止与更新。模型的核心结论是，多期合同导致的价格水平对名义扰动的逐步调整，因此，总需求扰动具有持续的真实效应。两者的区别：Fisher 模型假设价格或工资预先确定但并不固定，即当多期合同确定几个时期的价格时，它为每个时期确定不同的价格；泰勒模型则价格被固定，合同规定在其生效的

每个时期，价格均相同。

- 凯普林－斯鲍勃模型。与前面两个模型的区别：前面两个是时间依赖的价格调整：当价格确定时，价格生效的时间长度已被确定。凯普林－斯鲍勃模型是状态依赖的价格调整：价格变动不是由时间变动而是由经济发展状态的变化引发。
- 新凯恩斯 DSGE 文献中更常用到的定价模型：Calvo 定价模型，具有通胀惯性的交错定价模型。
- 标准的新凯恩斯 DSGE 模型及其拓展。

7.1 Building Blocks

新凯恩斯理论中的三个基本方程：(See Clarida, Gali, and Gertler, 1999JEL)

①New Keynesian IS 曲线：利率与产出的负向关系［记住：美国消费占比高达 70%，故可以用来近似地刻画总需求］

②New Keynesian Phillips 曲线：通胀与产出的正向关系

③货币政策：泰勒规则（Taylor’s rule）等

方法论（Methodology）：微观基础、动态随机一般均衡模型（DSGE）

假设：

- 产出等于消费。Y＝C＋I+G+NX。模型中没有政府、资本等，所以 Y＝C。
- 没有不确定性。

A. 家庭部门

代表性家庭的效用函数：

$$\sum_{t=0}^{\infty} \beta^t [U(C_t) - V(L_t)], \qquad 0 < \beta < 1.$$

预算约束：

$$A_{t+1} = (A_t + W_t L_t - P_t C_t)(1 + i_t)$$

其中，C_t 为消费，L_t 为劳动，P_t 为物价水平，W_t 为名义工资，$V'(.) > 0, V''(.) > 0$。

得一阶条件：$V'(L_t) = \frac{W_t}{P_t} U'(C_t)$，【含义：家庭在劳动和消费之间的最优均衡】

$$\text{即} \frac{W_t}{P_t} = \frac{V'(Y_t)}{U'(Y_t)} \quad \text{（因为均衡时，} C_t = Y_t = L_t \text{）}$$

设 $U(\cdot)$ 采用 CRRA 形式：$U(C_t) = \frac{C_t^{1-\theta}}{1-\theta}, \theta > 0$，则可得到欧拉方程（另一个一阶条件）如下：

$$C_t^{-\theta} = (1 + r_t)\beta C_{t+1}^{-\theta}$$

左右取对数（省掉常数项）可得：

$$\ln Y_t = \ln Y_{t+1} - \frac{1}{\theta} r_t.$$

上式即为新凯恩斯 IS 曲线（New Keynesian IS Curve）。新凯恩斯 IS 曲线表明，利率下降，当期产出将会增加。

B. 厂商部门及最优定价的一般化情形：

厂商 i 的生产函数：$Q_{it} = L_{it}$

厂商面临的需求曲线：$Q_{it} = Y_t (P_{it} / P_t)^{-\eta}$

则厂商 i 的单期真实利润（收益减成本）：

$$R_t=\left(\frac{P_{it}}{P_t}\right)Q_{it}-\left(\frac{W_t}{P_t}\right)Q_{it}=Y_t\left[\left(\frac{P_{it}}{P_t}\right)^{1-\eta}-\left(\frac{W_t}{P_t}\right)\left(\frac{P_{it}}{P_t}\right)^{-\eta}\right].$$

厂商具有定价能力，则厂商 i 的多期利润最优化问题为：

$$V=\sum_{t=0}^{\infty}\pi_t\lambda_t Y_t\left[\left(\frac{P_i}{P_t}\right)^{1-\eta}-\left(\frac{W_t}{P_t}\right)\left(\frac{P_i}{P_t}\right)^{-\eta}\right].$$

其中，π_t 表示厂商在第 0 期确定的价格在第 t 期仍然生效的概率（剩下的 1-π_t 的概率呢？？？），$\lambda_t=\beta^t U'(C_t)/U'(C_0)=\prod_{k=1}^{t}\frac{1}{1+r_{t-k}}$ 为贴现因子。厂商在某个时刻，0 时刻，进行定价决策。

一个假设：通胀率较低，且经济总会接近于灵活价格均衡；【注意：这个假设非常关键，所以下面可以把经济在灵活价格均衡处进行泰勒展开】

整理上述最优化问题，则有

$$V=\sum_{t=0}^{\infty}\pi_t\lambda_t Y_t P_t^{\eta-1}(P_i^{1-\eta}-W_t P_i^{-\eta}). \tag{6.68}$$

如果价格每一期可以灵活调整，则灵活调整均衡的最优价格水平为：

$$P_t^*=[\eta/(\eta-1)]W_t$$

（求解单期利润最大化：max R_t 即可）

将（6.68）中括号部分的 W_t 用 P_t*代替（是其函数），并**使用对数表**

示，则（6.68）括号部分变为

$$(P_i^{1-\eta} - W_t P_i^{-\eta}) \equiv F(p_i, p_t^*)$$

在 p_t^* 附近做 Taylor 二阶展开（一阶导数等于 0，二阶倒数小于 0），有

$$F(p_i, p_t^*) \simeq F(p_t^*, p_t^*) - K(p_i - p_t^*)^2, \qquad K > 0. \tag{6.70}$$

于是，最优定价问题则变为（假定 $\lambda_t Y_t P_t^{\eta-1}$ 变动相对很小）：

$$\min_{p_i} \sum_{t=0}^{\infty} \pi_t (p_i - p_t^*)^2. \tag{6.71}$$

则最优定价为：

$$p_i = \sum_{t=0}^{\infty} \omega_t p_t^*, \tag{6.72}$$

其中，$\omega_t = \pi_t / \sum_{\tau=0}^{\infty} \pi_\tau$

［注意：下标 *i* 表示第 *i* 个厂商。含义：厂商的定价等于价格生效期间利润最大化价格的加权平均值］

如果加入不确定性，则

$$p_i = \sum_{t=0}^{\infty} \omega_t E_0[p_t^*], \tag{6.73}$$

下面计算 p_t^*。

不妨假设$V(L)=aL^{\gamma}$（$\gamma>1$），则

$$\frac{P_t^*}{P}=[\eta/(\eta-1)]\frac{W_t}{P}=[\eta/(\eta-1)]\frac{V'(Y_t)}{U'(Y_t)}=[\eta/(\eta-1)]\gamma aY_t^{\theta+\gamma-1}$$

取对数可得：$p_t^*-p_t=\ln([\eta/(\eta-1)]\gamma a)+(\theta+\gamma-1)y_t$

令：$c\equiv\ln([\eta/(\eta-1)]\gamma a)$，$\phi=\theta+\gamma-1>0$（因为$\theta>0,\gamma>1$）

整理可得：$p_t^*=p_t+c+\phi y_t$

令m_t为名义 GDP 的对数（p_t+y_t），为简化令常数 c=0 可得：

$$p_t^*=\phi m_t+(1-\phi)p_t$$

则（6.73）变为：

$$p_i = \sum_{t=0}^{\infty} \omega_t E_0[\phi m_t + (1-\phi)p_t]. \tag{6.75}$$

C. 中央银行

泰勒规则（Taylor Rule）：一种简单货币规则，利率政策表现为与产出、通胀有直接关系的简单规则(Taylor, 1993)。［本章的泰勒模型、此处的泰勒规则和数学上的泰勒展开公式是三个不同的东西！前两者的作者都是 John Taylor，但内涵不同］通胀每增加一个百分点，中央银行将会上调名义利率，且幅度大于一个百分点。即当通胀上升，中央银行应上调真实利率以防止经济过热。这一政策规即

被称为泰勒规则或泰勒原理。

7.2 预先决定的价格模型 (Fischer Model)

模型框架同前，但价格设定采取了一种特殊形式。

价格设定的形式：价格制定者每两期有一次定价机会，为以后两期确定价格，且两期价格可以不同。（在第 0 期确定其价格的厂商给第 1 时期和第 2 时期确定价格）。在任何时期，一半的定价者在为随后的两个时期定价。因此，在任何时点，有一半价格是前一时期确定的，而另一半是在两个时期之前确定的。

关于 m_t 的信息会在 t 期显示出来，在 t 期前则有对此的预期 $E_{t-1}m_t$，$E_{t-2}m_t$，由于信息不同 $E_{t-1}m_t$ 和 $E_{t-2}m_t$ 可能不同。

每一期都有一半的参与者的价格是一个时期前确定的 p_t^1，另一

半参与者的价格则是两个时期前确定的 p_t^2，于是

$$p_t = \frac{1}{2}(p_t^1 + p_t^2),$$

如何定价？按照预期来定价——回忆：

$$p_t = \sum_{i=0}^{\infty} \omega_i E_0[p_i^*], \qquad (6.73)$$

$p_t^1 = E_{t-1}p_t^*$（价格只有一期有效）

而 $p_t^* = fm_t + (1-f)p_t$。因此，

$$
\begin{aligned}
p_t^1 &= E_{t-1}[\phi m_t + (1-\phi) p_t] \\
&= \phi E_{t-1} m_t + (1-\phi)\tfrac{1}{2}(p_t^1 + p_t^2), \\
p_t^2 &= E_{t-2}[\phi m_t + (1-\phi) p_t] \\
&= \phi E_{t-2} m_t + (1-\phi)\tfrac{1}{2}(E_{t-2} p_t^1 + p_t^2),
\end{aligned}
$$

整理第一个方程式，于是有

$$p_t^1 = \frac{2\phi}{1+\phi} E_{t-1} m_t + \frac{1-\phi}{1+\phi} p_t^2. \tag{6.79}$$

（6.79）式再次使用迭代期望法则（law of iterated projections，即 $E_{t-2}E_{t-1}m_t = E_{t-2}m_t$），可得：

$$E_{t-2}p_t^1 = \frac{2\phi}{1+\phi}E_{t-2}m_t + \frac{1-\phi}{1+\phi}p_t^2.$$

将右式代入上页最后的式子，于是有

$$p_t^2 = \phi E_{t-2}m_t + (1-\phi)\frac{1}{2}\left(\frac{2\phi}{1+\phi}E_{t-2}m_t + \frac{1-\phi}{1+\phi}p_t^2 + p_t^2\right).$$

解上述方程，得 $$p_t^2 = E_{t-2}m_t.$$

代入（6.79）于是有，

$$p_t^1 = E_{t-2}m_t + \frac{2\phi}{1+\phi}(E_{t-1}m_t - E_{t-2}m_t).$$

于是有物价水平与产出水平（$y_t=m_t-p_t$）关于货币量的关系：

$$p_t = E_{t-2}m_t + \frac{\phi}{1+\phi}(E_{t-1}m_t - E_{t-2}m_t),$$

$$y_t = \frac{1}{1+\phi}(E_{t-1}m_t - E_{t-2}m_t) + (m_t - E_{t-1}m_t)$$

经济含义：

1、本模型不能解释总需求变动的持续效应：价格粘性只有两期。

2、未预期到的总需求冲击（$m_t - E_{t-1}m_t$）具有真实效应。

3、t-2 时期和 t-1 时期之间 m 的预期的变动（$E_{t-1}m_t$ - $E_{t-2}m_t$）的 $f/(1+f)$ 部分影响价格，$1/(1+f)$ 部分影响产出。预期变动非中性（即影响产出），因为并不是所有价格在短期内完全可变。

（回忆 $p_t^* = p_t + c + \phi y_t$，$\phi$ 刻画了实际刚性的程度，其值越小，实际刚性越大，价格制定者愿意设定的实际价格对于实际产出反应程度越小，因此可自由定价者不会使其价格大幅偏离已经设定的价格，价格变动不灵活，从而货币冲

击的实际效应会越大）

7.3 固定价格模型（Taylor Model）

与上一节模型稍有不同，两个假定：

a、定价者在 t 期确定 t 期与 t+1 期的价格，且两期价格相同*****

b、设 m 是随机游走 $m_t = m_{t-1} + u_t$， u 是白噪声

因为第一个假设，所以 t 时期确定的 t 期和 t＋1 期价格为：

（回忆：

$$p_i = \sum_{i=0}^{\infty} \omega_i E_0[p_i^*], \qquad (6.73)$$

）

$$x_t = \frac{1}{2}(p_{it}^* + Ep_{it+1}^*)$$（价格只有两期有效）

将 $p_t^* = \phi m_t + (1-\phi) p_t$ 代入 x_t 可得：

$$x_t = \frac{1}{2}\left\{\left[\phi m_t + (1-\phi) p_t\right] + \left[\phi E_t m_{t+1} + (1-\phi) E p_{t+1}\right]\right\} \quad (6.87)$$

由于每一期只有一半的厂商可以定价，另一半厂商的价格是上一期确定的，因此 $p_t = \frac{1}{2}(x_t + x_{t-1})$。此外，$E_t m_{t+1} = E_t(m_t + u_t) = m_t$。把以上事实代入（6.87）可得：

$$x_t = \phi m_t + \tfrac{1}{4}(1-\phi)(x_{t-1} + 2x_t + E_t x_{t+1}). \quad (6.88)$$

可解得 x_t 为：

$$x_t = A(x_{t-1} + E_t x_{t+1}) + (1-2A) m_t, \qquad A \equiv \frac{1}{2}\frac{1-\phi}{1+\phi}. \quad (6.89)$$

为解模型，需消除（6.89）中 $E_t x_{t+1}$。不妨猜测 x_t 是 x_{t-1} 与 m_t 的一个线性函数（待定系数法），即：

$$x_t = \mu + \lambda x_{t-1} + v m_t. \tag{6.90}$$

已知 $p_t^* = \phi m_t + (1-\phi) p_t = p_t + \phi y_t$，则可变价格下（一种特殊情况）的均衡为 y=0（因为可变价格下每个厂商定价一样，所以 $p_t^* = p_t$），这意味着均衡时每一期的价格为 m_t。如果 t 时期定价者令价格等于 m_t，则经济将处于可变价格均衡处。且由于 $E_t m_{t+1} = m_t$，则 $p_{it}^* = m_t, Ep_{it+1}^* = m_t$，定价者最终会选择 $x_t = m_t$。因此，将 $x_{t+1} = m_{t+1}$ 代入（6.90）取期望并利用 m_t 是随机游走过程，有：

$$\mu + \lambda m_t + \nu m_t = m_t \tag{6.91}$$

上式对所有 m_t 均成立，故 $(\lambda + \upsilon) = 1, \mu = 0$。可得：

$$x_t = \lambda x_{t-1} + (1 - \lambda) m_t. \tag{6.92}$$

进一步可得：

$$\begin{aligned} E_t x_{t+1} &= E_t(\lambda x_t + (1-\lambda) m_{t+1}) = \lambda x_t + (1-\lambda) m_t \\ &= \lambda\left[\lambda x_{t-1} + (1-\lambda) m_t\right] + (1-\lambda) m_t \\ &= \lambda^2 x_{t-1} + (1-\lambda^2) m_t \end{aligned} \tag{6.93}$$

将上式代入（6.89）可得：

$$\begin{aligned} x_t &= A[x_{t-1} + \lambda^2 x_{t-1} + (1-\lambda^2) m_t] + (1-2A) m_t \\ &= (A + A\lambda^2) x_{t-1} + [A(1-\lambda^2) + (1-2A)] m_t. \end{aligned} \tag{6.94}$$

比较（6.92）和（6.94），要求两个线性方程系数相同，可得：

$$A + A\lambda^2 = \lambda \tag{6.95}$$

$$A(1 - \lambda^2) + (1 - 2A) = 1 - \lambda. \tag{6.96}$$

第二个式子恒成立，从而可解得：

$$\lambda = \frac{1 \pm \sqrt{1 - 4A^2}}{2A}. \tag{6.97}$$

根据 A 的定义可得：

$$\lambda_1 = \frac{1-\sqrt{\phi}}{1+\sqrt{\phi}}, \tag{6.98}$$

$$\lambda_2 = \frac{1+\sqrt{\phi}}{1-\sqrt{\phi}}. \tag{6.99}$$

当 $\lambda = \lambda_1$ 时，$|\lambda| < 1$，经济是稳定的；当 $\lambda = \lambda_2$ 时，$|\lambda| > 1$，经济是不稳定的，微小的冲击就会把产出推向无穷。因此，此处仅考虑 $\lambda = \lambda_1$ 的情形。

将上述 x_t 的解代入 $y_t = m_t - p_t = m_t - (x_{t-1} + x_t)/2$ 可得：

$$\begin{aligned} y_t &= m_t - \tfrac{1}{2}\{[\lambda x_{t-2} + (1-\lambda)m_{t-1}] + [\lambda x_{t-1} + (1-\lambda)m_t]\} \\ &= m_t - \left[\lambda \tfrac{1}{2}(x_{t-2} + x_{t-1}) + (1-\lambda)\tfrac{1}{2}(m_{t-1} + m_t)\right]. \end{aligned} \tag{6.100}$$

进一步简化可得：

$$\begin{aligned}
y_t &= m_{t-1} + u_t - \left[\lambda p_{t-1} + (1-\lambda)m_{t-1} + (1-\lambda)\tfrac{1}{2}u_t\right] \\
&= \lambda(m_{t-1} - p_{t-1}) + \frac{1+\lambda}{2}u_t \qquad (6.101) \\
&= \lambda y_{t-1} + \frac{1+\lambda}{2}u_t.
\end{aligned}$$

<u>经济含义</u>：

- 总需求冲击对产出有持久性影响（long lasting effect on output）。（6.101）中，对于冲击 u^0，有 $y = [(1+\lambda)/2]u^0$，下一个

时期为$\lambda[(1+\lambda)/2]u^0$.随后，产出缓慢地返回其正常水平，并且在每一个时期$y_t=\lambda y_{t-1}$。

- 价格水平对冲击的反应是产出反应的剩余部分。这是因为 $y_t=m_t-p_t$, $y_t+p_t=m_t$，m_t 的冲击为 u_0。在初始时期，价格水平上升 $[1-(1+\lambda)/2]u^0$，在随后的每个时期，价格水平上升的数量等于与 u_0 的剩余差额的 $1-\lambda$部分（因为 $m_2=m_1=u_0$）。经济表现出价格的惯性。

**模型的正式求解：滞后算子与形式运算。

式子（6.89）可以写成：

$$(1 - AL - AL^{-1})x_t = (1 - 2A)m_t$$

因式分解：$(1 - AL - AL^{-1}) = (1 - \lambda L^{-1})(1 - \lambda L)\frac{A}{\lambda}$，所以有：

$$(1 - \lambda L^{-1})(1 - \lambda L)x_t = \frac{\lambda}{A}(1 - 2A)m_t$$

多项式除法，两边同时除以$(1 - \lambda L^{-1})$，

$$(1 - \lambda L)x_t = (1 - \lambda L^{-1})^{-1}\frac{\lambda}{A}(1 - 2A)m_t$$

因为$(1 - \lambda L)x_t = x_t - \lambda x_{t-1}$，而

$$(1 - \lambda L^{-1})^{-1} = 1 + \lambda L^{-1} + \lambda^2 L^{-2} + \cdots +$$

代入，所以：

$$x_t = \lambda x_{t-1} + \frac{\lambda}{A}(1 - 2A)(m_t + \lambda E_t m_{t+1} + \lambda^2 E_t m_{t+2} + \cdots +)$$

再代入m_t随机游走过程。

7.4 Calvo 定价模型和新凯恩斯菲利普斯曲线

每一期当中，所有厂商中有α比例的厂商可以自由设定新价格x_t，另外$(1-\alpha)$比例的厂商维持之前设定的价格不变。因此，总价格水平：$p_t = \alpha x_t + (1-\alpha)p_{t-1}$

求通货膨胀，得到：

$$\pi_t = \alpha(x_t - p_{t-1})$$

（回忆一般的定价模型：

$$p_i = \sum_{t=0}^{\infty} \omega_t E_0[p_t^*], \tag{6.73}$$

其中，$\omega_t = \pi_t / \sum_{\tau=0}^{\infty} \pi_\tau$ ）

这里，我们不再假定折现因子约等于 1，假定为β，那么最优定价机制就为：

$$x_t = \sum_{j=0}^{\infty} \frac{\beta^j q_j}{\sum_{k=0}^{\infty} \beta^k q_k} E_t p_{t+j}^*$$

这里，$q_j = (1-\alpha)^j$.

（注意：这里的贴现因子是利润的贴现因子，在均衡时恰好等于效用的贴现因子，因为前面我们推导过消费的欧拉方程：

$$C_t{}^{-\theta} = (1+r_t)\beta C_{t+1}{}^{-\theta}$$）

因此，可以得到：

$$x_t = [1-\beta(1-\alpha)]\sum_{j=0}^{\infty}\beta^j(1-\alpha)^j E_t p^*_{t+j}. \tag{7.56}$$

重写上式，可以得到：

$$\begin{aligned} x_t &= [1-\beta(1-\alpha)]E_t p^*_t + \beta(1-\alpha)[1-\beta(1-\alpha)]\left[\sum_{j=0}^{\infty}\beta^j(1-\alpha)^j E_t p^*_{t+1+j}\right] \\ &= [1-\beta(1-\alpha)]p^*_t + \beta(1-\alpha)E_t x_{t+1}, \end{aligned} \tag{7.57}$$

两边同时减去p_t：

$$(x_t - p_{t-1}) - (p_t - p_{t-1}) = [1-\beta(1-\alpha)](p^*_t - p_t) + \beta(1-\alpha)(E_t x_{t+1} - p_t). \tag{7.58}$$

因此：

$$(\pi_t/\alpha) - \pi_t = [1 - \beta(1 - \alpha)]\phi y_t + \beta(1 - \alpha)(E_t\pi_{t+1}/\alpha), \tag{7.59}$$

（回忆： $p_t^* = p_t + c + \phi y_t$ ）

所以，我们可以得到如下新凯恩斯菲利普斯曲线：

$$\begin{aligned}\pi_t &= \frac{\alpha}{1-\alpha}[1 - \beta(1 - \alpha)]\phi y_t + \beta E_t \pi_{t+1} \\ &= \kappa y_t + \beta E_t \pi_{t+1}, \qquad \kappa \equiv \frac{\alpha[1 - (1 - \alpha)\beta]\phi}{1-\alpha}.\end{aligned} \tag{7.60}$$

通胀率与预期通胀和产出正相关。

注：由泰勒模型或者其他定价模型，也可以推导出类似的新凯恩斯菲利普斯曲线。

7.5 状态依存定价：凯普林—斯鲍勒模型

之前讨论的 Fisher 与 Taylor 模型的定价行为为依时间定价，这一定价方式能较好的解释诸如公会合同确定的工资、年度调整的工资等。

凯普林—斯鲍勒模型提供了新的定价行为——依状态定价。在依状态定价情形下，定价者可自由决定在什么时间进行价格调整（依时间定价则只有在规定的时刻才可以调整价格），这较好地描述了许多零售店的定价行为。

模型假设：

a、连续时间。

b、名义 GDP 总是增长，利润最大化价格总在增加。

c、Ss 定价策略：每当定价者想要调整价格时，其总能调整价格，使真实价格与最优价格之间的差异 $p_i - p_i^*$ 等于目标水平 S；此后，定价者保持其名义价格不变，直至货币增长使得 p_i^* 充分上涨，导致 $p_i - p_i^*$ 下降至 s 水平，定价者将重新定价令 $p_i - p_i^*$=S，进而重复上述过程。（可以证明，在某些假设之下，当通胀比较稳定，总产出固定不变，并且每次名义价格调整都存在固定成本时，上述 Ss 定价策略是最优的---Barro (1972), Sheshinski and Weiss (1977)） d、技术性假设：m 连续地变化（为了避免价格制定者设定的价格分布过于集中，后面我们会看到这一点）、各个定价者的 $p_i - p_i^*$ 的初始分布为 s 与 S 之间的均匀分布。

考虑在一定时期内 m 增加量为 $\Delta m < S - s$（Δm 很小，因为连续变化），此时价格变动和产出变动分别为 Δp 和 Δy （由 $y = m - p$ 可得 $\Delta y = \Delta m - \Delta p$）。由于 $p_t^* = \phi m_t + (1-\phi) p_t$（回忆：$p_t^* = p_t + c + \phi y_t$），则对定价者而言最优价格的变动为 $\Delta p_t^* = \phi \Delta m + (1-\phi)\Delta p$。如果 $p_i - p_i^*$ 下降至 s 以下，则定价者将调整价格。已知初始时 $p_i - p_i^*$ 均匀分布在 s 与 S 之间，因此需要调整价格的定价者所占的比重为

$[\phi\Delta m+(1-\phi)\Delta p]/[S-s]$，他们调整价格的幅度为$S-s$（实际上，他们调整的价格幅度位于一个区间，最小的调整幅度是$S-s$，最大的调整幅度是$S-s+\Delta p_t^*$，但我们假定Δm很小，因此$S-s+\Delta p_t^*$约等于$S-s$：这是为了避免价格制定者设定的价格分布过于集中，如果Δm很大，那么新设定价格后集中在$p_i-p_i^*$=S 处的厂商就会很多，打破均匀分布的假定）。因此，总价格水平变动为：

$$\begin{aligned}\Delta p &= \frac{(1-\phi)\Delta p+\phi\Delta m}{S-s}(S-s) \\ &= (1-\phi)\Delta p+\phi\Delta m.\end{aligned} \tag{6.110}$$

（6.110）意味着$\Delta p=\Delta m$，故$\Delta y=0$。

经济含义：

货币中性：尽管在单个定价者层面上存在价格粘性，但总需求变动在总量水平上是完全中性的（$\Delta y = 0$）。

7.6 实证研究

1）平均通货膨胀率与产出-通货膨胀替代

Ball, Mankiw, and Romer (1988)指出，当平均通胀率较高时，厂商必定会调整其价格（不调整的成本较大），以适应物价的变化。这意味着当出现总需求冲击时，厂商会迅速调整价格，把这种冲击转化到价格中，则对产出的影响就较小，即真实效应变小。为检验上述判断，他们首先遵循卢卡斯的方法估计了许多国家总需求变动的真实影响（τ_i），然后检验这一影响与通胀的关系。

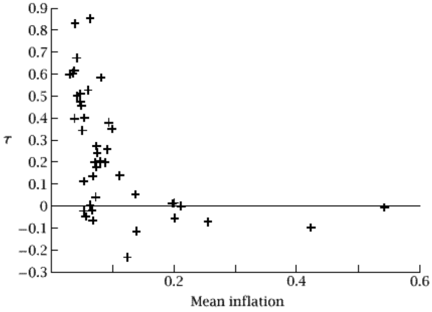

FIGURE 6.7 The output-inflation tradeoff and average inflation (from Ball, Mankiw, and Romer, 1988)

$$\tau_i = \underset{(0.079)}{0.600} - \underset{(1.074)}{4.835}\,\bar{\pi}_i + \underset{(2.088)}{7.118}\,\bar{\pi}_i^2, \qquad (6.111)$$

回归结果：　$\bar{R}^2 = 0.388, \quad \text{s.e.e.} = 0.215,$

$\partial\tau/\partial\bar{\pi} = -4.835 + 2*7.118*\bar{\pi}$，则当$\bar{p} < 4.835/(2*7.118) = 0.34$时，该估计为负，平均通货膨胀与总需求变动的真实影响之间存在统计上显著

的负相关关系。

卢卡斯模型认为，总需求冲击方差会影响τ。在回归模型中加入总需求冲击的方差后得到如下回归结果：

$$\underset{}{\tau_i} = \underset{(0.086)}{0.589} - \underset{(1.973)}{5.729}\,\overline{\pi}_i + \underset{(3.849)}{8.406}\,\overline{\pi}_i^2 + \underset{(2.467)}{1.241}\,\sigma_x - \underset{(7.062)}{2.380}\,\sigma_x^2, \tag{6.112}$$

$$\overline{R}^2 = 0.359, \qquad \text{s.e.e.} = 0.219.$$

一方面，平均通货膨胀与τ之间依然存在统计上显著的负相关关系。另一方面，σ_x与$\sigma_x{}^2$的系数即使是在10%的显著性水平上也不显著，无法拒绝零假设。**这一结论对新凯恩斯主义观点的支持大于对卢卡斯模型的支持**。

2）价格调整的微观证据

• 价格并非灵活调整。例如，Bils and Klenow (2004，JPE)利用 Bureau of Labor Statistics 数据计算发现平均价格调整期限介于 4-6 个月之间。

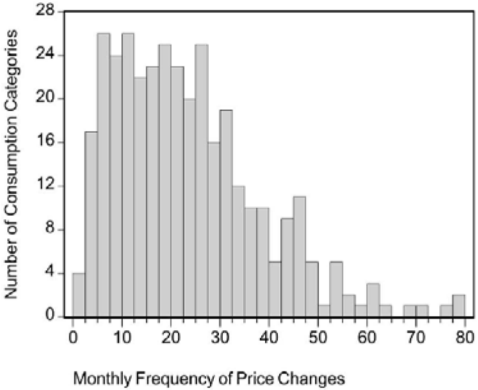

TABLE 1

MONTHLY FREQUENCY OF PRICE CHANGES BY YEAR, 1995–2002

Year	Median Frequency (%)	Median Duration (Months)
1995	21.3	4.2
1996	20.8	4.3
1997	19.9	4.5
1998	21.2	4.2
1999	21.4	4.1
2000	21.7	4.1
2001–2	22.0	4.0

SOURCE.—U.S. Department of Labor, Commodities and Services Substitution Rate Table, various years.

NOTE.—2001–2 refers to the 15-month period from January 2001 through March 2002.

- 现实中，价格调整并不遵从任何简单的模式，既具有预先决定性也具有固定性。时间依存模型和状态依存模型似乎都难以全面刻画

复杂的现实状况。

• 价格变动幅度很大。

3)通胀惯性/惰性（Inflation Inertia）

Fuhrer and Moore (1995)：首次讨论通胀惯性的大小问题

Fuhrer (1997)的估计：

$$\pi_t = \gamma \pi_{t-1} + (1-\gamma) E_t \pi_{t+1} + \phi y_t + e_t,$$

作者采用美国数据估计的γ值介于 0.75~1 之间，并且具有较低的标准差，支持了通胀惰性的假设。

通胀惯性：过去的通胀水平会对当前通胀产生直接的、较强的

影响，这样的话，一旦产生了较高的通胀，因为其惯性和持续性，降低通胀的成本就较高昂。

新凯恩斯菲利普斯曲线并不具备通胀惯性的特点（历史通胀并没有出现在方程中）。因此，下一节：具有通胀惯性的交错定价模型，推导出带有通胀滞后项的混合（hybrid）新凯恩斯菲利普斯曲线。

$$\pi_t = \gamma \pi_{t-1} + (1-\gamma) E_t \pi_{t+1} + \phi y_t + e_t,$$

7.7 具有通胀惯性的交错定价模型

CEE 模型：Christiano, Eichenbaum and Evans (2005).

在 Calvo 模型在基础上引入指数化（indexation）：在 t 期不能自由定价的厂商，也可以根据上一期（滞后的）的通胀水平采取行动，使其在这一期的产品价格等于之前设定的价格加上滞后一期的通胀率 π_{-1}。

- 可以看成是某种"合同"：价格根据滞后的通胀自动调整。

每一期：随机给定的α比例的厂商可以自由定价为x_t，其余厂商按指数化定价（其上一期价格加上滞后一期的通胀率π_{t-1}），因此，这一

期的总价格水平可以表示为：

$$p_t = (1-\alpha)(p_{t-1} + \pi_{t-1}) + \alpha x_t, \tag{7.68}$$

因此，可以推导得到：

$$x_t - p_t = \frac{1-\alpha}{\alpha}(\pi_t - \pi_{t-1}). \tag{7.70}$$

回忆：一般情形下的最优定价问题：

$$\min_{x_t} \sum_{j=0}^{\infty} \beta^j (1-\alpha)^j E_t\left(p_{t+j}^* - p_{t+j}^S\right)^2$$

在这里：p_{t+j}^*可以表示为：

$$p_{t+j} + \phi y_{t+j} = p_t + \sum_{\tau=1}^{j} \pi_{t+\tau} + \phi y_{t+j}$$

而p_{t+j}^{S}（在 t 期设定的价格，经过指数化调整后在 t+j 期的水平）为：

$$x_t + \sum_{\tau=0}^{j-1} \pi_{t+\tau} \quad (j \geqslant 1)$$

因此，$(p_{t+j}^{*} - p_{t+j}^{S})$可以表示如下：

$$e_{t,t+j} = (p_t - x_t) + (\pi_{t+j} - \pi_t) + \phi y_{t+j}. \tag{7.71}$$

将（7.71）式代入最优定价问题并求 FOC，可得：

$$x_t - p_t = [1 - \beta(1-\alpha)] \sum_{j=0}^{\infty} \beta^j (1-\alpha)^j [(E_t \pi_{t+j} - \pi_t) + \phi E_t y_{t+j}]. \tag{7.72}$$

因此：

$$x_{t+1}-p_{t+1} \tag{7.73}$$
$$=[1-\beta(1-\alpha)]\sum_{j=0}^{\infty}\beta^{j}(1-\alpha)^{j}[(E_{t+1}\pi_{t+1+j}-\pi_{t+1})+\phi E_{t+1}y_{t+1+j}].$$

所以：

$$E_t[x_{t+1}-p_{t+1}]=-E_t[\pi_{t+1}-\pi_t] \tag{7.74}$$
$$+[1-\beta(1-\alpha)]\sum_{j=0}^{\infty}\beta^{j}(1-\alpha)^{j}[(E_t\pi_{t+1+j}-\pi_t)+\phi E_t y_{t+1+j}].$$

结合（7.72）和（7.74），我们可以得到如下递归方程：

$$x_t - p_t = [1-\beta(1-\alpha)]\phi y_t + \beta(1-\alpha)\{E_t[x_{t+1} - p_{t+1}] + E_t[\pi_{t+1} - \pi_t]\}. \quad (7.75)$$

将（7.70）代入上式，可得根据指数化调整后的、带有通胀惯性的新凯恩斯菲利普斯曲线：

$$\begin{aligned}\pi_t &= \frac{1}{1+\beta}\pi_{t-1} + \frac{\beta}{1+\beta}E_t\pi_{t+1} + \frac{1}{1+\beta}\frac{\alpha}{1-\alpha}[1-\beta(1-\alpha)]\phi y_t \\ &\equiv \frac{1}{1+\beta}\pi_{t-1} + \frac{\beta}{1+\beta}E_t\pi_{t+1} + \chi y_t.\end{aligned} \quad (7.76)$$

更一般的形式为：

$$\pi_t = \gamma\pi_{t-1} + (1-\gamma)E_t\pi_{t+1} + \chi y_t, \qquad 0 \le \gamma \le 1. \quad (7.77)$$

7.8 标准的新凯恩斯 DSGE 模型

三方程标准新凯恩斯 DSGE 模型（as a benchmark）：

- 新凯恩斯 IS 曲线（消费者效用最大化的消费欧拉方程）;
- 新凯恩斯菲利普斯曲线;
- 前瞻性的央行利率规则。

$$y_t = E_t[y_{t+1}] - \frac{1}{\theta} r_t + u_t^{IS}, \qquad \theta > 0, \tag{7.84}$$

$$\pi_t = \beta E_t[\pi_{t+1}] + \kappa y_t + u_t^{\pi}, \qquad 0 < \beta < 1, \qquad \kappa > 0, \tag{7.85}$$

$$r_t = \phi_\pi E_t[\pi_{t+1}] + \phi_y E_t[y_{t+1}] + u_t^{MP}, \qquad \phi_\pi > 0, \qquad \phi_y \geq 0. \tag{7.86}$$

注意：这里的利率为实际利率。

假定：外生冲击服从 AR(1)过程：

$$u_t^{IS} = \rho_{IS} u_{t-1}^{IS} + e_t^{IS}, \qquad -1 < \rho_{IS} < 1, \tag{7.87}$$

$$u_t^{\pi} = \rho_{\pi} u_{t-1}^{\pi} + e_t^{\pi}, \qquad -1 < \rho_{\pi} < 1, \tag{7.88}$$

$$u_t^{MP} = \rho_{MP} u_{t-1}^{MP} + e_t^{MP}, \qquad -1 < \rho_{MP} < 1, \tag{7.89}$$

一种特殊情形及求解：外生 AR(1)冲击退化成白噪声扰动（冲击无序列相关性及 persistence），即：

$$\rho_{IS} = \rho_{\pi} = \rho_{MP} = 0$$

首先，三方程标准模型可以简化为：

$$y_t = -\frac{\phi_\pi}{\theta}E_t[\pi_{t+1}] + \left(1 - \frac{\phi_y}{\theta}\right)E_t[y_{t+1}] + u_t^{IS} - \frac{1}{\theta}u_t^{MP}, \tag{7.90}$$

$$\pi_t = \left(\beta - \frac{\phi_\pi \kappa}{\theta}\right)E_t[\pi_{t+1}] + \left(1 - \frac{\phi_y}{\theta}\right)\kappa E_t[y_{t+1}] + \kappa u_t^{IS} + u_t^{\pi} - \frac{\kappa}{\theta}u_t^{MP}. \tag{7.91}$$

在这种特殊情况下，由于模型中没有任何后顾型因素以及关于未来扰动项的信息，所以，也就没有任何因素会让个体预期经济将偏离其稳态值，因此可得（也可以 guess and verify）：

$$E_t[y_{t+1}] = E_t[\pi_{t+1}] = 0$$

因此，模型的解就是：

$$y_t = u_t^{IS} - \frac{1}{\theta} u_t^{MP}, \tag{7.92}$$

$$\pi_t = \kappa u_t^{IS} + u_t^{\pi} - \frac{\kappa}{\theta} u_t^{MP}, \tag{7.93}$$

$$r_t = u_t^{MP}. \tag{7.94}$$

1、紧缩的货币政策冲击，导致：提高实际利率，降低产出和通胀；

2、一个正的总需求冲击：提高产出和通胀率，但不影响利率（因为货币政策是前瞻性的）；

3、正的总供给冲击（通胀冲击）：只会提高通胀率，不影响实际产出和实际利率。

一般情形及求解：Guess and verify 的待定系数法

Guess： 内生变量是外生冲击的线性函数：

$$y_t = a_{IS} u_t^{IS} + a_\pi u_t^\pi + a_{MP} u_t^{MP}, \tag{7.95}$$

$$\pi_t = b_{IS} u_t^{IS} + b_\pi u_t^\pi + b_{MP} u_t^{MP}. \tag{7.96}$$

取期望，便可得：

$$E_t[y_{t+1}] = a_{IS} \rho_{IS} u_t^{IS} + a_\pi \rho_\pi u_t^\pi + a_{MP} \rho_{MP} u_t^{MP}$$

$$E_t[\pi_{t+1}] = b_{IS} \rho_{IS} u_t^{IS} + b_\pi \rho_\pi u_t^\pi + b_{MP} \rho_{MP} u_t^{MP}$$

因此，将（7.95）和（7.96）代入（7.90）和（7.91）可得：

$$
\begin{aligned}
a_{IS}u_t^{IS} + a_\pi u_t^\pi + a_{MP}u_t^{MP} &= -\frac{\phi_\pi}{\theta}\left(b_{IS}\rho_{IS}u_t^{IS} + b_\pi\rho_\pi u_t^\pi + b_{MP}\rho_{MP}u_t^{MP}\right) \\
&+ \left(1-\frac{\phi_y}{\theta}\right)\left(a_{IS}\rho_{IS}u_t^{IS} + a_\pi\rho_\pi u_t^\pi + a_{MP}\rho_{MP}u_t^{MP}\right) + u_t^{IS} - \frac{1}{\theta}u_t^{MP},
\end{aligned} \tag{7.97}
$$

$$
\begin{aligned}
b_{IS}u_t^{IS} + b_\pi u_t^\pi + b_{MP}u_t^{MP} &= \left(\beta-\frac{\phi_\pi\kappa}{\theta}\right)\left(b_{IS}\rho_{IS}u_t^{IS} + b_\pi\rho_\pi u_t^\pi + b_{MP}\rho_{MP}u_t^{MP}\right) \\
&+ \left(1-\frac{\phi_y}{\theta}\right)\kappa\left(a_{IS}\rho_{IS}u_t^{IS} + a_\pi\rho_\pi u_t^\pi + a_{MP}\rho_{MP}u_t^{MP}\right) + \kappa u_t^{IS} + u_t^\pi - \frac{\kappa}{\theta}u_t^{MP}.
\end{aligned} \tag{7.98}
$$

比较系数：六个未知数，六个方程。

Verify:如果能够求出这六个未知系数，那么我们的 guess 就是正确的，事实确实如此。

一般情形的一般求解方法：

附带预期的差分方程组：满足 Blanchard-Kahn condition (特征根)时有唯一鞍点稳定解。

下一章讲货币政策—泰勒原理时我们仔细讲解。

7.9 扩展模型：现代新凯恩斯 DSGE 模型的其他要素

一些重要思想与设定：

• 垄断力量：垄断竞争与定价；

• 价格粘性和工资粘性（stickiness of price and wage setting）

注：如引入 *Calvo 工资调整*，可以得到关于工资通胀的新凯恩斯菲利普斯曲线）

• 变动的资本利用率（variant rate of capital utilization）

• 投资的调整成本（adjustment cost of investment）

• 消费习惯（habit formation in consumption）

注: 投资的调整成本以及消费习惯的假定, 都是为了增大某种惯性, 使得外生冲击对于实体经济的影响更缓慢且更 persistent、更符合实际，而不是很快就收敛到稳态。

• 异质性：如一些 Keynesian consumer，另一些理性预期者；

• 金融摩擦（financial friction）：金融中介部门及其不完美性，金融加速器模型，等等。
• 劳动力市场摩擦（labor market friction）：失业。
• 政府部门及政策：财政政策引入（政府购买，转移支付，税收，财产赤字及政府债务），各种市场不完美下的政府干预，内生的货币政策（最优货币政策制定：可以简单假定一个关于通胀和产出缺口的二次损失函数，也可以从微观基础推导社会福利函数），等等。

结果：

1、一个更复杂的 DSGE 模型，一般没有解析解，且传导机制并不显而易见。
2、评价：两种极端的观点，一是 DSGE 模型框架很好，且在逐步完善，用于分析宏观经济波动和政策很好；二是模型与现实差距巨大，微观基础并不存在很强的微观证据来支持，为了拟合数据而刻意构造的模型。你怎么看？

Major Papers:

Christiano, Eichenbaum, and Evans (2005)"Nominal Rigidities and the Dynamic Effects of a Shock to Monetary Policy", *The Journal of Political Economy*

Smets and Wouters (2003)"An Estimated Dynamic Stochastic General Equilibrium Model of the Euro Area", *The Journal of European Economic Association*

Foreplay Papers:

1st Generation DSGE Framework:

King, Plosser, and Rebelo (1988) "Production, Growth and Business I: The Basic Neoclassical Model", *The Journal of Monetary Economics*

King and Rebelo (2000) "Resuscitating Real Business Cycle", *Handbook of Macroeconomics*

<u>Sticky Prices and Wages:</u>

Calvo(1983)“Staggered prices in a utility-maximizing framework”, *The Journal of Monetary Economics*

Erceg, Henderson, and Levin (2000)“Optimal monetary policy with staggered wage and price contracts”, *The Journal of Monetary Economics*

<u>Capital Utilization and Investment Cost:</u>

Greenwood, Hercowitz, and Huffman (1988) “Investment, Capacity Utilization, and the Real Business Cycle”, *The American Economic Review*

King and Rebelo (2000) “Resuscitating Real Business Cycle”, *Handbook of Macroeconomics*

<u>Habit Formation in Consumption:</u>

Funrer (2000) “Habit Formation in Consumption and Its Implications for Monetary-Policy Models”, *The American Economic Review*

讨论：NK-DSGE 模型对于研究中国宏观经济的适用性？