Bài 3: SỰ TƯƠNG ĐỒNG VÀ CÁC KHOẢNG CÁCH (TT)

I. Mục tiêu:

Sau khi thực hành xong, sinh viên nắm được:

- Khoảng cách thay đổi
- Khoảng cách dãy con chung dài nhất
- Khoảng cách biến đổi thời gian động

II. Tóm tắt lý thuyết:

1. Khoảng cách thay đổi (edit distance):

Khoảng cách thay đổi là số ký tự nhỏ nhất mà khi thêm vào, xóa hoặc thay thế ký tự được yêu cầu để thay đổi 1 chuỗi thành 1 chuỗi khác.

Cho 2 chuỗi $\bar{X} = (x_1 \dots x_m)$ và $\bar{Y} = (y_1 \dots y_n)$, cho $Edit(\bar{X}, \bar{Y})$ là sự thay đổi được thực thi trong chuỗi $\bar{X}$ để biến đổi thành chuỗi $\bar{Y}$, I_{ij} là bộ phận chỉ nhị phân được xác định như sau

$$I_{ij} = \begin{cases} 0 & nếu\ x_i = y_j \\ 1 & ngược\ lại \end{cases}$$

Xét $\bar{X}_i$ là i kí hiệu đầu tiên của $\bar{X}$, $\bar{Y}_j$ là j kí hiệu đầu tiên của $\bar{Y}$. Chi phí thích ứng tối ưu của 2 đoạn này là $Edit(i, j)$. Mục tiêu là để xác định phép toán gì để thực thi phần tử cuối cùng của $\bar{X}_i$ sao cho nó hoặc là match một phần tử trong $\bar{Y}_j$ hoặc nó bị xóa. 3 khả năng xuất hiện:

- Phần tử cuối cùng của $\bar{X}_i$ bị xóa và chi phí cho điều này là $[Edit(i-1, j) + Deletion\ Cost]$. (Phần tử cuối cùng của đoạn bị chặt cụt $\overline{X_{i-1}}$ có thể hoặc không phù hợp với phần tử cuối của $\bar{Y}_j$ tại điểm này).
- Một phần tử được thêm vào cuối của $\bar{X}_i$ để phù hợp với phần tử cuối của $\bar{Y}_j$ và chi phí của điều này là $[Edit(i, j-1) + Insertion\ Cost]$. (Số hạng $Edit(i, j-1)$ cho thấy rằng các phần tử được phù hợp của cả 2 chuỗi bây giờ có thể được bỏ đi)
- Phần tử cuối cùng của $\bar{X}_i$ được lật (flip) thành phần tử của $\bar{Y}_j$ nếu nó khác nhau và chi phí cho điều này là $[Edit(i-1, j-1) + I_{ij} \cdot (Replacement\ Cost)]$.

Khi đó, việc phù hợp tối ưu được xác định bằng đệ quy như sau:

$$Edit(i,j) = min\begin{cases} Edit(i-1,j) + Deletion\ Cost \\ Edit(i,j-1) + Insertion\ Cost \\ Edit(i-1,j-1) + I_{ij} \cdot (Replacement\ Cost) \end{cases}$$

Ví dụ: Cho 2 chuỗi $\bar{X} = INTENTION$ và $\bar{Y} = EXECUTION$. Chương trình động dynamic program_dp) tính dp(n, m) (hay Edit(n, m)) theo dạng bảng

- Giải bài toán bằng việc kết hợp lời giải tới các bài toán con.
- Khởi tạo:

  dp(i, 0) = i

  dp(0, j) = j
- Đệ quy:

  For each i = 1 …m

  For each j = 1 …n

$$dp(i,j) = min\begin{cases} dp(i-1,j) + 1 \\ dp(i,j-1) + 1 \\ dp(i-1,j-1) + a \end{cases}$$

  với $a = \begin{cases} 2\ nếu\ x_i \neq y_j \\ 0\ ngược\ lại \end{cases}$
- Kết thúc: dp(n,m) là khoảng cách edit.

Tính

dp(1,1) = min(dp(0,1) + 1, dp(1,0) + 1, dp(0,0) + 2) = 2

dp(1,2) = min(dp(0,2) + 1, dp(1,1)+1, dp(0, 1) +2) =3

dp(1,3) = min(dp(0,3)+1, dp(1,2)+1, dp(0,2)+2) = 4

dp(1,4) = min(dp(0,4) + 1, dp(1,3)+1, dp(0,3)+2) = 5

dp(1,5) = min(dp(0,5)+1, dp(1,4)+1, dp(0,4)+2) = 6

dp(1,6) = min(dp(0,6)+1, dp(1,5)+1, dp(0,5)+2) = 7

dp(1,7) = min(dp(0,7)+1, dp(1,6)+1, dp(0,6)+ 0) = 6

dp(1,8) = min(dp(0,8) +1, dp(1,7) + 1, dp(0,7)+ 2) = 7

dp(1,9) = min(dp(0,9)+1, dp(1,8)+1, dp(0,8)+2) = 8

N	9									
O	8									
I	7									
T	6									
N	5									
E	4									
T	3									
N	2									
I	1	2	3	4	5	6	7	6	7	8
#	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
	#	E	X	E	C	U	T	I	O	N

Tương tự ta có

N	9	8	9	10	11	12	11	10	9	8
O	8	7	8	9	10	11	10	9	8	9
I	7	6	7	8	9	10	9	8	9	10
T	6	5	6	7	8	9	8	9	10	11
N	5	4	5	6	7	8	9	10	11	10
E	4	3	4	5	6	7	8	9	10	9
T	3	4	5	6	7	8	7	8	9	8
N	2	3	4	5	6	7	8	7	8	7
I	1	2	3	4	5	6	7	6	7	8
#	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
	#	E	X	E	C	U	T	I	O	N

- Quay lui
  - Các điều kiện cơ sở:

    dp(i, 0) = i

    dp(0, j) = j
  - Đệ quy:

    For each i = 1 …m

For each j = 1 …n

$$dp(i,j) = min\begin{cases} dp(i-1,j)+1 \\ dp(i,j-1)+1 \\ dp(i-1,j-1)+a \end{cases}$$

deletion

insertion

substitution

$$\text{với } a = \begin{cases} 2 \ nếu \ x_i \neq y_j \\ 0 \ ngược \ lại \end{cases}$$

$$ptr(i,j) = \begin{cases} LEFT \\ DOWN \\ DIAG \end{cases}$$

deletion

insertion

substitution

n	9	↓ 8	↙←↓ 9	↙←↓ 10	↙←↓ 11	↙←↓ 12	↓ 11	↓ 10	↓ 9	↙ **8**
o	8	↓ 7	↙←↓ 8	↙←↓ 9	↙←↓ 10	↙←↓ 11	↓ 10	↓ 9	↙ **8**	← 9
i	7	↓ 6	↙←↓ 7	↙←↓ 8	↙←↓ 9	↙←↓ 10	↓ 9	↙ **8**	← 9	← 10
t	6	↓ 5	↙←↓ 6	↙←↓ 7	↙←↓ 8	↙←↓ 9	↙ **8**	← 9	← 10	←↓ 11
n	5	↓ 4	↙←↓ 5	↙←↓ 6	↙←↓ 7	↙←↓ **8**	↙←↓ 9	↙←↓ 10	↙←↓ 11	↙↓ 10
e	4	↙ 3	← 4	↙← **5**	← **6**	← 7	←↓ 8	↙←↓ 9	↙←↓ 10	↓ 9
t	3	↙←↓ 4	↙←↓ **5**	↙←↓ 6	↙←↓ 7	↙←↓ 8	↙ 7	←↓ 8	↙←↓ 9	↓ 8
n	2	↙←↓ **3**	↙←↓ 4	↙←↓ 5	↙←↓ 6	↙←↓ 7	↙←↓ 8	↓ 7	↙←↓ 8	↙ 7
i	**1**	↙←↓ 2	↙←↓ 3	↙←↓ 4	↙←↓ 5	↙←↓ 6	↙←↓ 7	↙ 6	← 7	← 8
#	**0**	1	2	3	4	5	6	7	8	9
	#	**e**	**x**	**e**	**c**	**u**	**t**	**i**	**o**	**n**

Ta có:

```
I N T E * N T I O N
| | | | | | | | | |
* E X E C U T I O N
```

2. **Khoảng cách dãy con chung dài nhất (Longest Common Subsequence_ LCSS):**

Cho 2 chuỗi $\bar{X} = (x_1 \dots x_m)$ và $\bar{Y} = (y_1 \dots y_n)$. Xét $\bar{X}_i$ là i kí hiệu đầu tiên của $\bar{X}$, $\bar{Y}_j$ là j kí hiệu đầu tiên của $\bar{Y}$ và $LCSS(i,j)$ biểu diễn các giá trị LCSS tối ưu giữa 2 đoạn này. Mục tiêu là để phù hợp phần tử cuối của $\bar{X}_i$ và $\bar{Y}_j$ hoặc là để xóa phần tử cuối của một trong hai chuỗi. Hai khả năng xuất hiện:

- Phần tử cuối của $\bar{X}_i$ phù hợp với $\bar{Y}_j$. Giá trị tương đồng $LCSS(i,j)$ có thể được biểu diễn đệ quy $LCSS(i-1,j-1)$.
- Phần tử cuối không phù hợp. Trong trường hợp này, phần tử cuối của 1 trong 2 chuỗi cần được xóa. Giá trị của $LCSS(i,j)$ hoặc là $LCSS(i,j-1)$ hoặc $LCSS(i-1,j)$ phụ thuộc vào chuỗi được chọn để xóa.

Khi đó, $LCSS(i,j)$ được xác định như sau:

$$LCSS(i,j) = \max \begin{cases} LCSS(i-1,j-1) & if\ x_i = y_i \\ LCSS(i-1,j) & otherwise\ (no\ match\ on\ x_i) \\ LCSS(i,j-1) & otherwise\ (no\ match\ on\ y_i) \end{cases}$$

Ví dụ: Cho 2 chuỗi x = ACADB và y = CBDA, sử dụng chương trình động để tìm LCSS của 2 chuỗi.

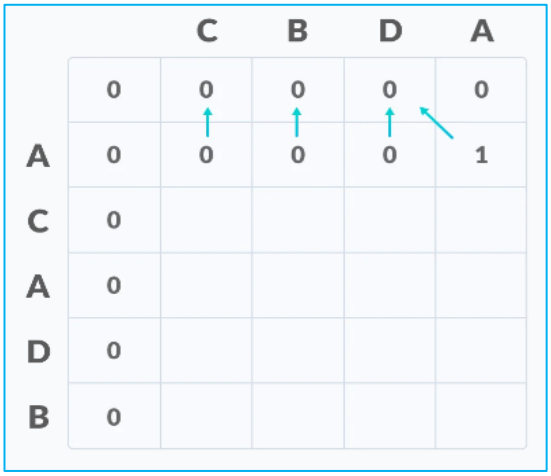
```
X and Y be two given sequences
Initialize a table LCS of dimension X.length * Y.length
X.label = X
Y.label = Y
LCS[0][] = 0
LCS[][0] = 0
Start from LCS[1][1]
Compare X[i] and Y[j]
    If X[i] = Y[j]
        LCS[i][j] = 1 + LCS[i-1, j-1]
        Point an arrow to LCS[i][j]
    Else
        LCS[i][j] = max(LCS[i-1][j], LCS[i][j-1])
        Point an arrow to max(LCS[i-1][j], LCS[i][j-1])
```

- Khởi tạo bảng (m + 1)*(n + 1) chiều với m, n tương ứng là chiều dài của chuỗi $\bar{X}$ và chuỗi $\bar{Y}$. Dòng đầu tiên và cột đầu tiên được điền vào các số 0.

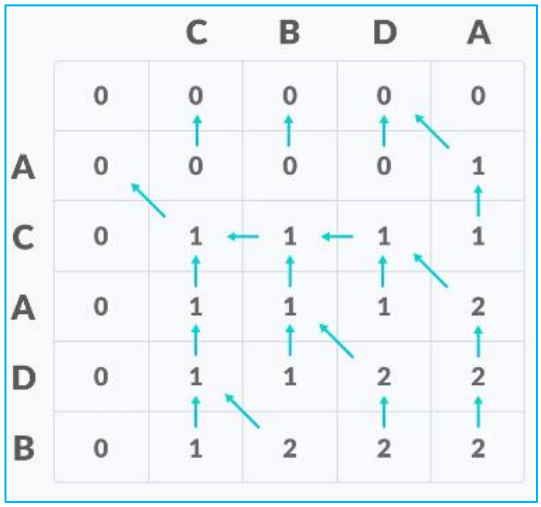
		C	B	D	A
	0	0	0	0	0
A	0				
C	0				
A	0				
D	0				
B	0				

- Điền vào mỗi ô của bảng sử dụng: Nếu ký tự tương ứng với dòng hiện tại và cột hiện tại đang phù hợp thì điền ô hiện tại bằng việc cộng thêm 1 thành phần tử đường chéo. Chỉ mũi tên tới ô đường chéo. Ngược lại lấy giá trị lớn nhất từ phần tử cột trước và dòng trước cho việc điền vào ô hiện tại. Chỉ mũi

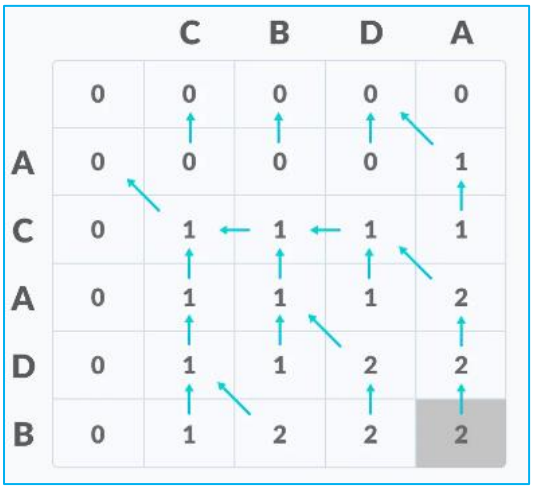
tên tới ô với giá trị lớn nhất. Nếu chúng bằng nhau thì vẽ tới giá trị bất kỳ của chúng.



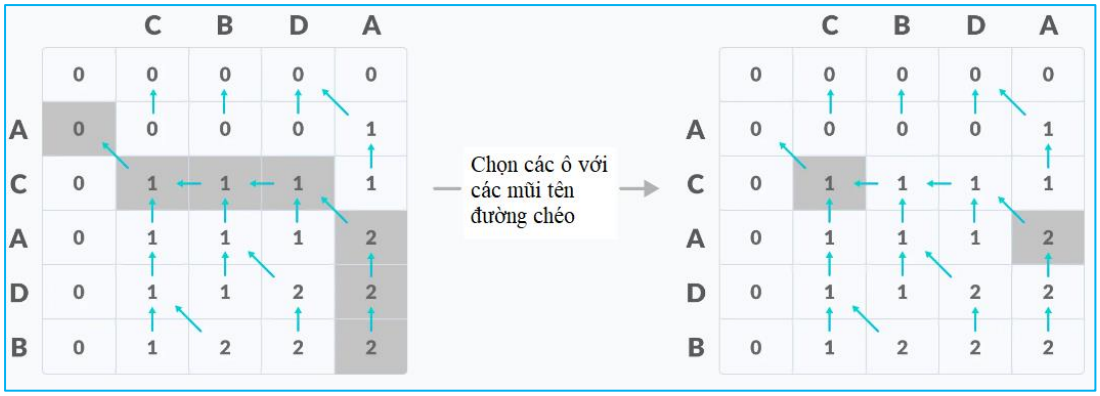
- Lặp lại bước trên cho tới khi bảng được điền vào đầy đủ



- Giá trị nằm trong dòng cuối và cột cuối là chiều dài của LCSS.



- Để tìm LCSS, ta bắt đầu từ phần tử cuối và theo hướng của mũi tên.



- Do đó, LCSS là CA.

3. Khoảng cách biến đổi thời gian động (Dynamic Time Warping _DTW):

DTW kéo dãn chuỗi thời gian theo chiều thời gian một cách linh động tại mỗi vị trí. DTW xác định được khoảng cách giữa 2 chuỗi có chiều dài khác nhau.

Xét metric Manhattan L_1, $M(\bar{X}_i, \bar{Y}_i)$ được xác định như sau:

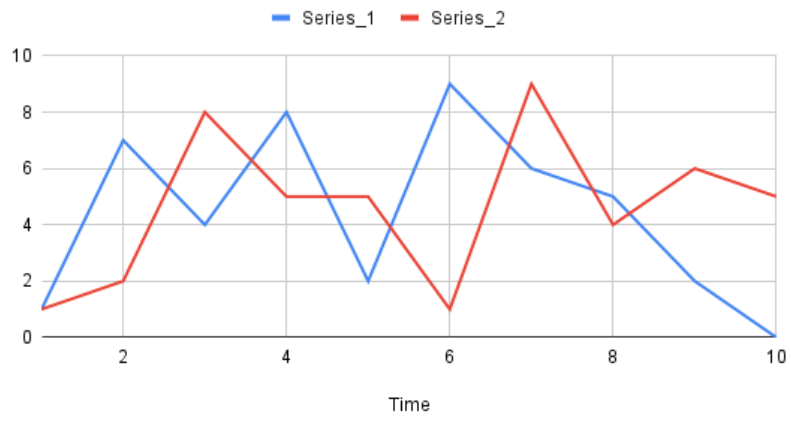
$$M(\bar{X}_i, \bar{Y}_i) = |x_i - y_i| + M(\overline{X_{i-1}}, \overline{Y_{i-1}})$$

Xét $DTW(i,j)$ là khoảng cách tối ưu giữa i phần tử đầu tiên của chuỗi $(x_1 \dots x_m)$ và j phần tử đầu tiên của chuỗi $(y_1 \dots y_n)$. Khi đó, $DTW(i,j)$ được xác định như sau:

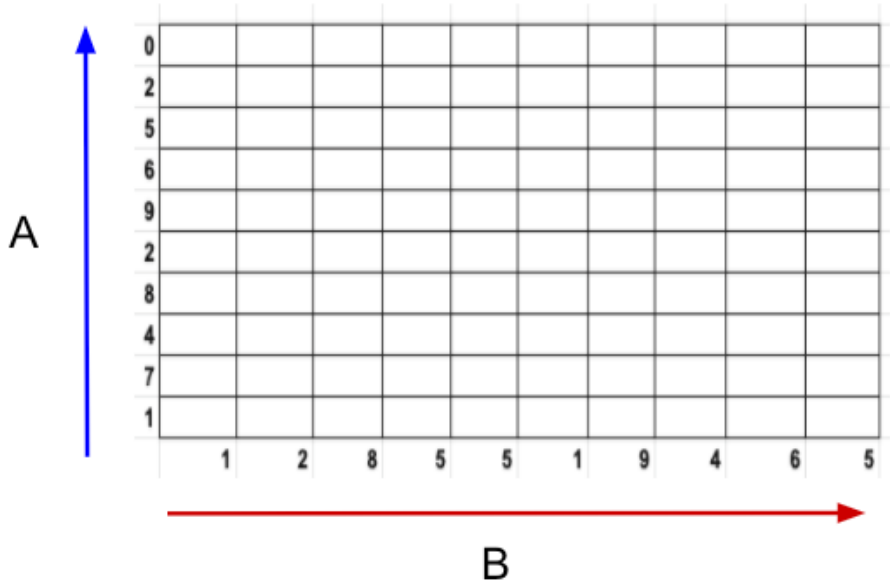
$$DTW(i,j) = distance(x_i, y_j) + min \begin{cases} DTW(i, j-1) & repeat\ x_i \\ DTW(i-1, j) & repeat\ y_j \\ DTW(i-1, j-1) & repeat\ neither \end{cases}$$

Ví dụ: Cho 2 chuỗi thời gian A và B

Time	Series_1	Series_2
1	1	1
2	7	2
3	4	8
4	8	5
5	2	5
6	9	1
7	6	9
8	5	4
9	2	6
10	0	5



- Khởi tạo ma trận chi phí rỗng



- Tính chi phí: sử dụng công thức

$$DTW(i,j) = distance(A_i, B_j) + \min\big(DTW(i,j-1), DTW(i-1,j), DTW(i-1,j-1)\big)$$

với $distance(A_i, B_j) = |A_i - B_j|$

Ta tính:

DTW(1,1) = |1-1| = 0

DTW(1,2) = |1-2| + min(0) = 1

DTW(1,3) = |1 – 8| + min(1) = 8

DTW(1,4) = |1 – 5| + min(8) = 12

DTW(1,5) = |1 – 5|+ min(12) = 16

DTW(1,6) = |1 – 1| + min(16) = 16

DTW (1,7) = |1 -9| + min(16) = 24

DTW(1,8) = |1 – 4| + min(24) = 27

DTW(1,9) = |1 – 6| + min(27) = 32

DTW(1,10) = |1 – 5| + min(32) = 36

DTW(2,1) = |7-1| + min(0) = 6

DTW(3,1) = | 4 – 1| + min(6) = 9

DTW(4,1) = |8 – 1| + min(9) = 16

DTW(5,1) = |2 – 1| + min(16) = 17

DTW(6,1) = |9-1| + min(17) = 25

DTW(7,1) = |6 – 1| + min(25) = 30

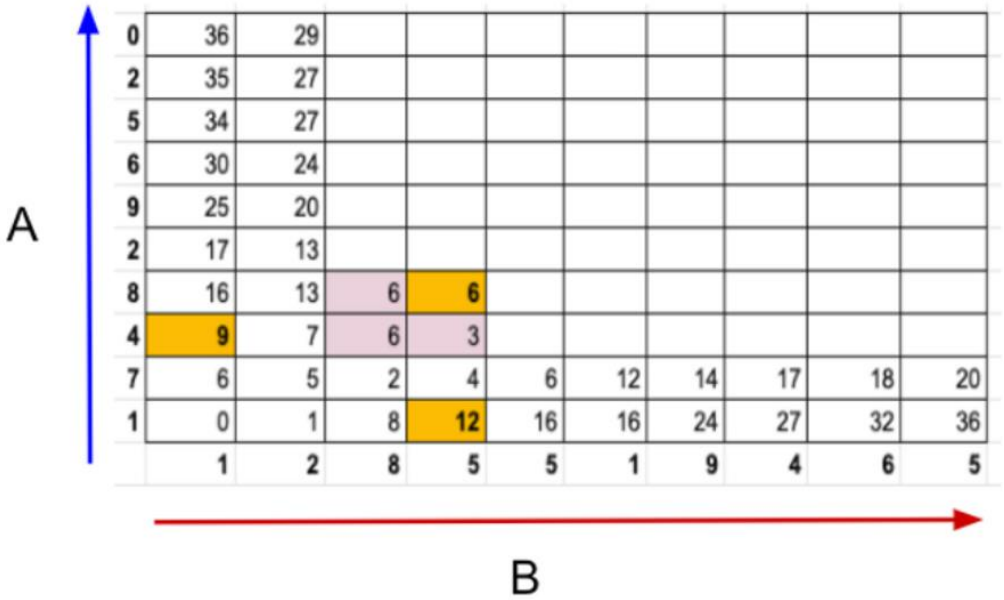
DTW(8,1) = |5 – 1| + min(30) = 34

DTW(9,1) = |2-1| + min(34) = 35

DTW(10,1) = |0 – 1| + min(35) = 36

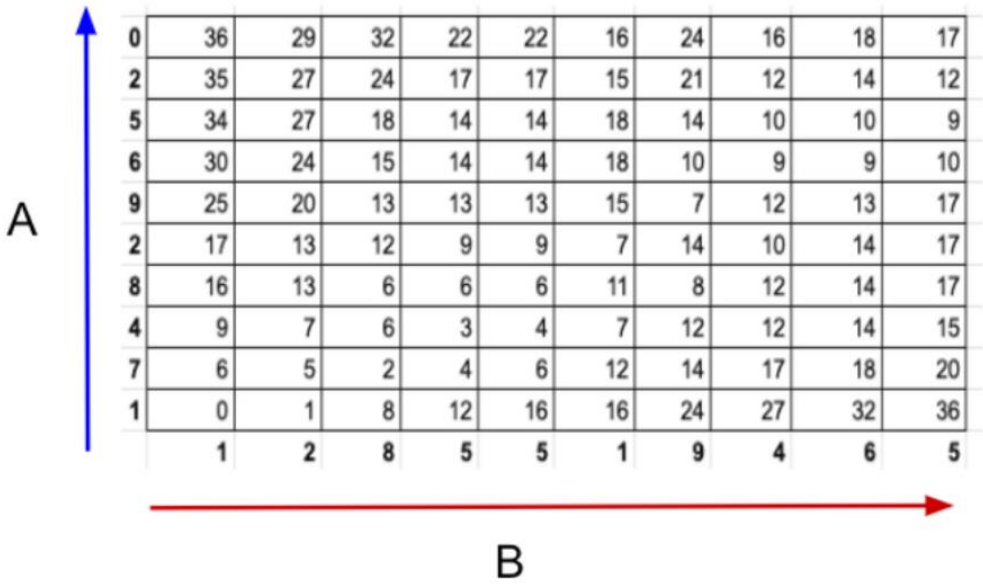
DTW(2,2) = |7 -2| + min(0,1,6) = 5

…..



0	36	29								
2	35	27								
5	34	27								
6	30	24								
9	25	20								
2	17	13								
8	16	13	6	6						
4	9	7	6	3						
7	6	5	2	4	6	12	14	17	18	20
1	0	1	8	12	16	16	24	27	32	36
	1	2	8	5	5	1	9	4	6	5

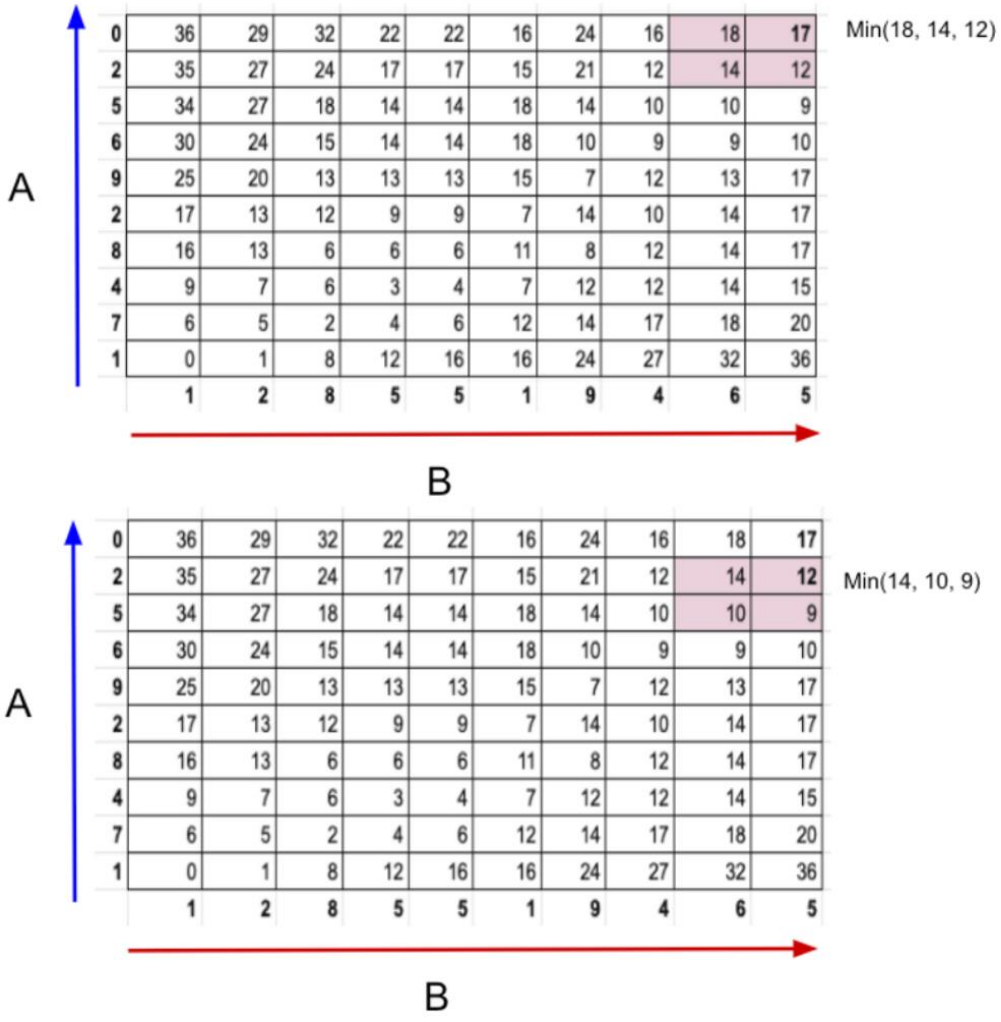
Tương tự, ta điền đầy đủ vào bảng



0	36	29	32	22	22	16	24	16	18	17
2	35	27	24	17	17	15	21	12	14	12
5	34	27	18	14	14	18	14	10	10	9
6	30	24	15	14	14	18	10	9	9	10
9	25	20	13	13	13	15	7	12	13	17
2	17	13	12	9	9	7	14	10	14	17
8	16	13	6	6	6	11	8	12	14	17
4	9	7	6	3	4	7	12	12	14	15
7	6	5	2	4	6	12	14	17	18	20
1	0	1	8	12	16	16	24	27	32	36
	1	2	8	5	5	1	9	4	6	5

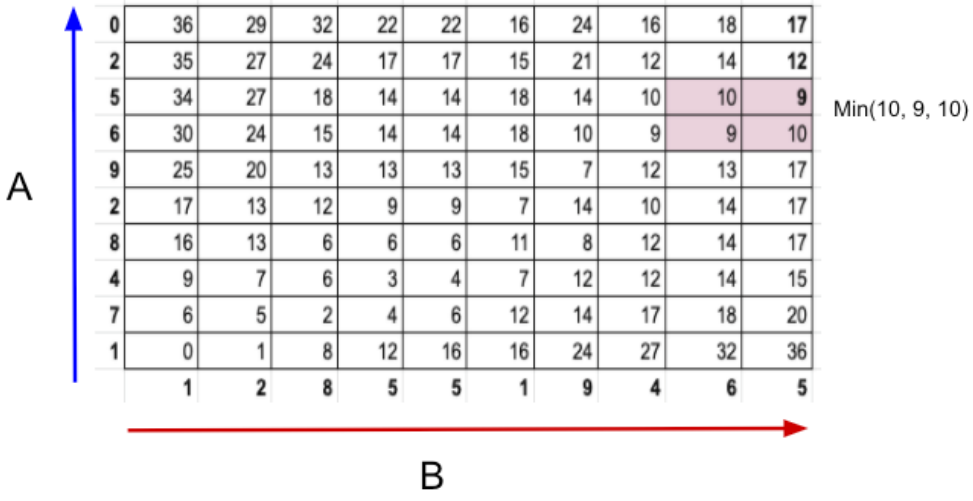
- Sự đồng nhất đường đi wraping: bắt đầu từ ở góc phải phía trên của ma trận và đi ngang qua bên trái ở phía dưới. Đường đi ngang qua được dựa vào

láng giềng với giá trị nhỏ nhất. Ví dụ: bắt đầu với 17 và tìm giá trị nhỏ nhất giữa 18, 14 và 12



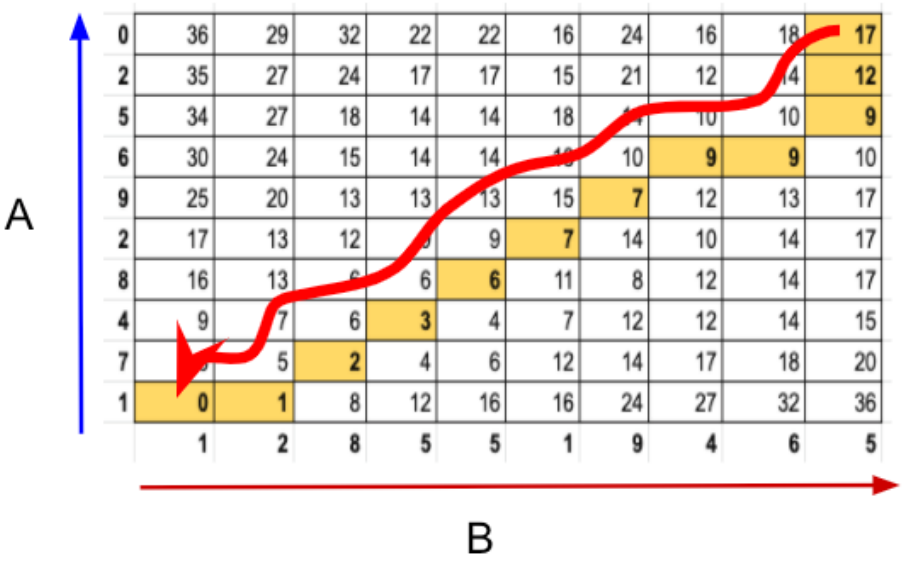
0	36	29	32	22	22	16	24	16	18	**17**
2	35	27	24	17	17	15	21	12	14	**12**
5	34	27	18	14	14	18	14	10	10	9
6	30	24	15	14	14	18	10	9	9	10
9	25	20	13	13	13	15	7	12	13	17
2	17	13	12	9	9	7	14	10	14	17
8	16	13	6	6	6	11	8	12	14	17
4	9	7	6	3	4	7	12	12	14	15
7	6	5	2	4	6	12	14	17	18	20
1	0	1	8	12	16	16	24	27	32	36
	1	**2**	**8**	**5**	**5**	**1**	**9**	**4**	**6**	**5**

- Số tiếp theo trong đường đi là 9. Quá trình này tiếp tục cho tới chúng ta đi tới phía dưới bên trái của bảng.



0	36	29	32	22	22	16	24	16	18	**17**
2	35	27	24	17	17	15	21	12	14	**12**
5	34	27	18	14	14	18	14	10	10	**9**
6	30	24	15	14	14	18	10	9	9	10
9	25	20	13	13	13	15	7	12	13	17
2	17	13	12	9	9	7	14	10	14	17
8	16	13	6	6	6	11	8	12	14	17
4	9	7	6	3	4	7	12	12	14	15
7	6	5	2	4	6	12	14	17	18	20
1	0	1	8	12	16	16	24	27	32	36
	1	**2**	**8**	**5**	**5**	**1**	**9**	**4**	**6**	**5**

- Đường đi cuối cùng



0	36	29	32	22	22	16	24	16	18	**17**
2	35	27	24	17	17	15	21	12	14	**12**
5	34	27	18	14	14	18	14	10	10	**9**
6	30	24	15	14	14	13	10	**9**	**9**	10
9	25	20	13	13	13	15	**7**	12	13	17
2	17	13	12	9	9	**7**	14	10	14	17
8	16	13	6	6	**6**	11	8	12	14	17
4	9	7	6	**3**	4	7	12	12	14	15
7	5	5	**2**	4	6	12	14	17	18	20
1	**0**	**1**	8	12	16	16	24	27	32	36
	1	**2**	**8**	**5**	**5**	**1**	**9**	**4**	**6**	**5**

- Khi đó chuỗi đường đi wraping là [17, 12, 9, 9, 9, 7, 7, 6, 3, 2, 1, 0].

III. Nội dung thực hành:

1. Viết chương trình tính khoảng cách edit.

```
def find_minimum_edit_distance(source_string, target_string) :

    # Create a dp matrix of dimension (source_string + 1) x (destination_matrix + 1)
    dp = [[0] * (len(source_string) + 1) for i in range(len(target_string) + 1)]

    # Initialize the required values of the matrix
    for i in range(1, len(target_string) + 1) :
        dp[i][0] = dp[i - 1][0] + 1
    for i in range(1, len(source_string) + 1) :
        dp[0][i] = dp[0][i - 1] + 1

    # Maintain the record of opertions done
    # Record is one tuple. Eg : (INSERT, 'a') or (SUBSTITUTE, 'e', 'r') or (DELETE, 'j')
    operations_performed = []

    # Build the matrix following the algorithm
    for i in range(1, len(target_string) + 1) :
        for j in range(1, len(source_string) + 1) :
            if source_string[j - 1] == target_string[i - 1] :
                dp[i][j] = dp[i - 1][j - 1]
            else :
                dp[i][j] =  min(dp[i - 1][j] + 1, \
                                dp[i - 1][j - 1] + 2, \
                                dp[i][j - 1] + 1)

    # Initialization for backtracking
    i = len(target_string)
    j = len(source_string)

    # Backtrack to record the operation performed
    while (i != 0 and j != 0) :
        # If the character of the source string is equal to the character of the destination string,
        # no operation is performed
        if target_string[i - 1] == source_string[j - 1] :
            i -= 1
            j -= 1
        else :
            # Check if the current element is derived from the upper-left diagonal element
            if dp[i][j] == dp[i - 1][j - 1] + 2 :
                operations_performed.append(('SUBSTITUTE', source_string[j - 1], target_string[i - 1]))
                i -= 1
                j -= 1
            # Check if the current element is derived from the upper element
            elif dp[i][j] == dp[i - 1][j] + 1 :
                operations_performed.append(('INSERT', target_string[i - 1]))
                i -= 1
            # Check if the current element is derived from the left element
            else :
                operations_performed.append(('DELETE', source_string[j - 1]))
                j -= 1

    # If we reach top-most row of the matrix
    while (j != 0) :
        operations_performed.append(('DELETE', source_string[j - 1]))
        j -= 1

    # If we reach left-most column of the matrix
    while (i != 0) :
        operations_performed.append(('INSERT', target_string[i - 1]))
        i -= 1

    # Reverse the list of operations performed as we have operations in reverse
    # order because of backtracking
    operations_performed.reverse()
    return [dp[len(target_string)][len(source_string)], operations_performed]
```

```
if __name__ == "__main__":

    # Get the source and target string
    print("Enter the source string :")
    source_string = input().strip()
    print("Enter the target string :")
    target_string = input().strip()

    # Find the minimum edit distance and the operation performed
    distance, operations_performed = find_minimum_edit_distance(source_string, target_string)

    # Count the number of individual operations
    insertions, deletions, substitutions = 0, 0, 0
    for i in operations_performed :
        if i[0] == 'INSERT' :
            insertions += 1
        elif i[0] == 'DELETE' :
            deletions += 1
        else :
            substitutions += 1

    # Print the results
    print("Minimum edit distance : {}".format(distance))
    print("Number of insertions : {}".format(insertions))
    print("Number of deletions : {}".format(deletions))
    print("Number of substitutions : {}".format(substitutions))
    print("Total number of operations : {}".format(insertions + deletions + substitutions))

    print("Actual Operations :")
    for i in range(len(operations_performed)) :

        if operations_performed[i][0] == 'INSERT' :
            print("{}) {} : {}".format(i + 1, operations_performed[i][0], operations_performed[i][1]))
        elif operations_performed[i][0] == 'DELETE' :
            print("{}) {} : {}".format(i + 1, operations_performed[i][0], operations_performed[i][1]))
        else :
            print("{}) {} : {} by {}".format(i + 1, operations_performed[i][0], operations_performed[i][1], operations_performed[i][2]))
```

2. Viết chương trình tính khoảng cách LCSS
3. Viết chương trình tính khoảng cách DTW
4. Yêu cầu:
    - Làm tương tự bài 1 với bài 2 và bài 3.
    - Viết file báo cáo trình bày tóm lượt lại phần code em đã làm trong bài 2, 3.