

练习一(部分答案)

1、构造下列公式的真值表：

(2) $(p \rightarrow (q \rightarrow r)) \rightarrow ((p \rightarrow q) \rightarrow (p \rightarrow r))$. (公式过长故省略，只给出最后结果)

p^v	q^v	r^v	$((p \rightarrow (q \rightarrow r)) \rightarrow ((p \rightarrow q) \rightarrow (p \rightarrow r)))^v$
1	1	1	1
1	1	0	1
1	0	1	1
1	0	0	1
0	1	1	1
0	1	0	1
0	0	1	1
0	0	0	1

2、利用命题变元表示简单命题，写出表示下列命题的公式：

(a) If Mr. Jones is happy, Mrs. Jones is not happy, and if Mr. Jones is not happy, Mrs. Jones is not happy.

答：设变元 p 表示 Mr. Jones is happy, 变元 q 表示 Mrs. Jones is happy. 则命题公式为：

$$(p \rightarrow \neg q) \wedge (\neg p \rightarrow \neg q)$$

(b) A sufficient condition for x to be odd is that x is prime.

答：设变元 p 表示 x is odd, 变元 q 表示 x is prime. 则命题公式为：

$$q \rightarrow p$$

3、证明：**B 是逻辑等价于 C 当且仅当 B 逻辑蕴含 C 并且 C 逻辑蕴含 B。**

证： \Rightarrow

因为 $B \models C$, 故而, 对于任意赋值 v , 有 $B^v = C^v$, 故而对任意赋值 v , 如果 $B^v = 1$, 则 $C^v = 1$, 从而有 $B \models C$ 。同理, 有 $C \models B$;

\Leftarrow

因为 $B \models C$; 故而对任意赋值 v , 如果 $B^v = 1$, 则 $C^v = 1$, 又因为 $C \models B$; 故而对任意赋值 v , 如果 $C^v = 1$, 则 $B^v = 1$ 。若赋值 v 使得 $B^v = 0$, 则若 $C^v = 0$ 。否则 $C^v = 1$ 则有 $B^v = 1$, 矛盾。同理, 若若赋值 v 使得 $C^v = 0$, 则若 $B^v = 0$, 即任何真假赋值给逻辑等值公式指派相同的真价值, 即 $B \models C$ 。

综上所述 **B 是逻辑等价于 C 当且仅当 B 逻辑蕴含 C 并且 C 逻辑蕴含 B。**

5、下面哪些公式可以被 $A \wedge B$ 逻辑蕴含：

- | | | |
|----------------|------------------------------|-------------------------------------|
| (a) A | (d) $(\neg A) \vee B$ | (g) $A \rightarrow B$ |
| (b) B | (e) $(\neg B) \rightarrow A$ | (h) $(\neg B) \rightarrow (\neg A)$ |
| (c) $A \vee B$ | (f) $A \leftrightarrow B$ | (i) $A \wedge \neg B$ |

答: a\b\c\d\e\f\g\h

6、确定下列公式是重言式，矛盾式或者两者都不是：

(a) $B \leftrightarrow (B \vee B)$

重言式

(b) $((A \rightarrow B) \wedge B) \rightarrow A$

两者都不是

(c) $(\neg A) \rightarrow (A \wedge B)$

两者都不是

7、证明下列公式序列的逻辑等价性：

(a) $T \wedge B$ 与 B ，其中 T 是重言式，

证：(a) 对任意赋值 v ，假若 $(T \wedge B)^v = 1$ ，故而 $B^v = 1$ ，从而有 $T \wedge B$ 逻辑蕴含 B 。反之假若 $B^v = 1$ ，则由于 T 是重言式，故而 $T^v = 1$ ，故而 $(T \wedge B)^v = 1$ ，所以有 B 逻辑蕴涵 $T \wedge B$ 。综上可知 $T \wedge B$ 与 B 是逻辑等价的。