

Controlo

Mestrado Integrado em Engenharia Electrotécnica e de Computadores

2018/2019 - 1º Semestre

Controlo Digital de Velocidade de um Motor D.C.

Guia de laboratório

Original de *E. Morgado*¹, *F. M. Garcia*²

Reformulado por *E. Morgado*¹, *J. Gaspar*² e *Ana Fred*³

Reformulado por *J. Gaspar*² - Novembro de 2018

¹Departamento de Engenharia Electrotécnica e de Computadores / Instituto Superior Técnico

²Instituto de Sistemas e Robótica / Instituto Superior Técnico

³Instituto de Telecomunicações / Instituto Superior Técnico

1 Introdução

Neste trabalho de laboratório é modelado um motor DC, actuado por um amplificador de potência, com velocidade de rotação do veio medida por um taquímetro. O modelo é baseado em duas componentes, a componente eléctrica e a componente mecânica. A componente eléctrica é representada por um circuito eléctrico compreendendo a resistência e a indutância do circuito de rotor (armadura), e também a força (tensão) contra-electromotriz. A componente mecânica considera o movimento acelerado de rotação gerado pela corrente no rotor e desacelerado por atrito viscoso nos rolamentos do motor.

O trabalho experimental consiste na identificação de parâmetros que descrevem o motor e no projecto de controladores analógicos e digitais.

Objectivos

- Modelização e identificação de um sistema real.
- Resposta no tempo. Resposta em frequência de amplitude.
- Projecto de um controlador analógico. Projecto de um controlador digital e análise no plano- z .
- Equivalente discreto de um sistema controlado por computador. Efeitos da variação do ganho e do intervalo de amostragem.

Organização

O trabalho de laboratório está dividido em duas sessões (i) identificação experimental do sistema composto por motor DC, amplificador de potência e taquímetro, e (ii) ensaios de controlo digital.

O relatório da preparação teórica, questões identificadas com **(T)**, deve ser entregue ao docente na 2ª sessão do trabalho. O relatório final deve ser entregue na caixa de correio da Área de Sistemas, Decisão e Controlo (Torre Norte, 5º piso, em frente à sala 5.17) no prazo de sete dias a partir da segunda sessão de Laboratório.

É necessário que cada grupo traga folhas de papel semilogarítmico para a aula de laboratório (ver secção 5).

Aparato Experimental

O laboratório dispõe do seguinte equipamento:

- Amplificador de potência (fig. 1(a)) e motor de corrente contínua (DC) com taquímetro acoplado (fig. 1(b) e (c)). Placas de conversão A/D e D/A, ligadas a um PC.
- O PC tem instalado um software que permite: visualizar sinais provenientes do sistema real; gerar sinais de referência do tipo escalão, bem como sinusoidais; a leitura e escrita de/para uma placa AD/DA; o cálculo de sinais de controlo definidos por equações às diferenças lineares de coeficientes constantes, a partir de um sinal de erro entre a referência e a saída do sistema lida pela placa AD/DA.

Este equipamento permite a montagem, análise e projecto de um sistema de controlo digital de velocidade de um motor DC.

Código de Ética Académica

Todos os membros da comunidade académica da Universidade de Lisboa (docentes, investigadores, funcionários não docentes, estudantes e visitantes), devem reger-se por elevados padrões éticos. Neste sentido, os relatórios submetidos por cada grupo de estudantes desta unidade curricular devem ser originais e corresponder ao trabalho realmente desenvolvido pelos seus membros.

2 Modelo de Motor DC

Esta secção aborda o estudo teórico do sistema motor DC, actuado por um amplificador de potência e com velocidade de rotação medida por um taquímetro (Figura 1). A preparação teórica compreende a obtenção de uma função de transferência que relaciona tensão de comando com velocidade de rotação, baseada nos parâmetros ganho estático, K_0 , e constante de tempo, τ , do motor DC. Os valores K_0 e τ serão obtidos experimentalmente na sessão de laboratório.

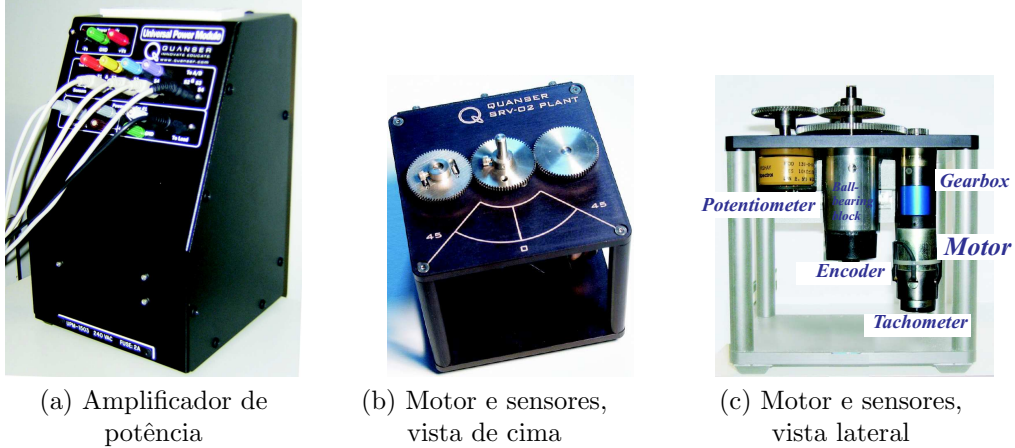


Figure 1: Amplificador de potência, motor e taquímetro (tachometer) a utilizar no laboratório.

Considere o esquema simplificado de um motor DC de íman permanente, semelhante ao utilizado no laboratório, apresentado na Figura 2.

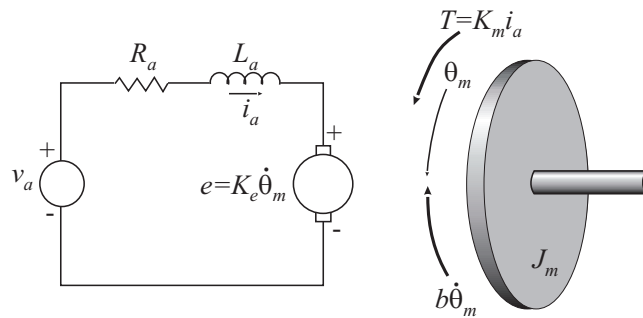


Figure 2: Esquema simplificado de um motor DC.

Os símbolos indicados na Figura 2 correspondem às seguintes grandezas físicas:

T - Binário do motor.

J_m - Momento de inércia referido ao eixo do motor.

K_e - Constante eléctrica.

R_a - Resistência do circuito de rotor (armadura).

L_a - Indutância do circuito de rotor (armadura).

i_a - Corrente do circuito de rotor (armadura).

θ_m - Posição angular do veio do motor.

v_a - Tensão aplicada aos terminais do motor.

e - Força (tensão) contra-electromotriz

Considere que a aceleração angular do veio, a velocidade angular do veio e a corrente do circuito de armadura se relacionam pela seguinte expressão:

$$J_m \ddot{\theta}_m = K_m i_a - b \dot{\theta}_m, \quad (1)$$

em que K_m e b denotam, respectivamente, a constante de binário e o coeficiente de atrito viscoso.

- 2.1. **(T)** Determine as funções de transferência que relacionam a tensão aplicada aos terminais do motor com (i) a posição angular do veio do motor e (ii) a velocidade angular do veio do motor. Simplifique as funções de transferência assim obtidas considerando que a indutância do circuito de rotor é desprezável.
- 2.2. **(T)** Considerando que o amplificador de potência e o taquímetro já estão incluídos (modelados) no circuito eléctrico e no modelo mecânico da Figura 2 e são descritos por ganhos puros, o sistema constituído pelo *Amplificador de potência, Motor e Taquímetro (AMT)* pode ser aproximadamente descrito por uma função de transferência de 1ª ordem da forma

$$G(s) = \frac{K_0}{1 + s\tau}. \quad (2)$$

Identifique $G(s)$ da eq. 2 com um dos sistemas (i) ou (ii) da alínea 2.1. Em particular relacione K_0 e τ com as constantes eléctricas e mecânicas.

3 Controlo Analógico do Sistema AMT

Nesta secção e seguintes utilize nos cálculos os valores de K_0 e τ obtidos experimentalmente na 1ª sessão do trabalho

Considere o sistema de controlo de velocidade em malha fechada com realimentação negativa e um controlador analógico $C(s)$ representado na Figura 3. A variável y representa a tensão eléctrica recolhida no taquímetro, que é proporcional à velocidade angular do motor.

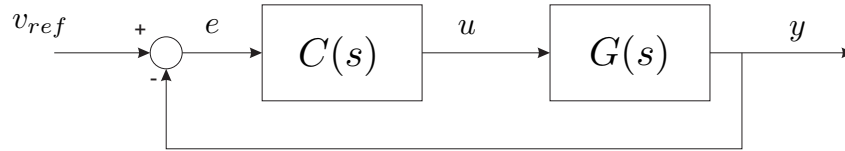


Figure 3: Diagrama de blocos para controlo de velocidade.

Considere que $C(s)$ corresponde a um controlador Proporcional-Integral (PI), com função de transferência:

$$C(s) = K_p \left(1 + \frac{1}{T_i s} \right).$$

- 3.1. **(T)** Admita que o sistema em malha fechada (fig.3) tem pólos de 2ª ordem dominantes. Calcule os seus valores numéricos de forma a que o sistema em malha fechada cumpra as seguintes especificações na resposta ao escalão unitário:
 - Sobreelevação = 20%
 - Tempo de pico = 30 ms
- 3.2. **(T)** Determine os valores dos parâmetros K_p e T_i do controlador PI que permitiriam obter os pólos da malha fechada atrás calculados. Concretize numericamente a função de transferência $C(s)$ do controlador analógico PI.
- 3.3. **(T)** Calcule a *Largura de Banda a -3dB* do sistema em malha fechada (Fig.3) realizável com este controlador $C(s)$. Pode confirmar o seu cálculo pela leitura do diagrama de Bode da função resposta em frequência $Y(j\omega)/V_{ref}(j\omega)$ obtido com o MATLAB.

Os cálculos anteriores serão úteis no projecto do controlador digital na secção 6.

4 Controlo Digital do Sistema AMT

Esta secção aborda aspectos da discretização e controlo digital do sistema AMT.

Modelo Equivalente Discreto do Sistema - $G(z)$

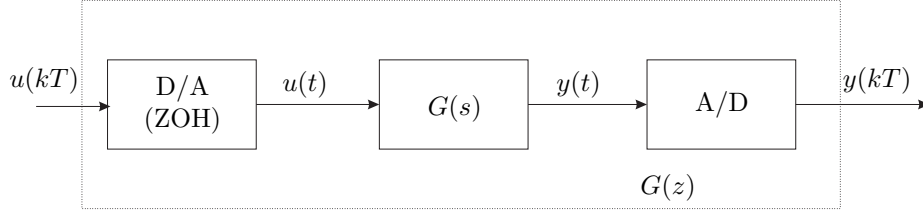


Figure 4: Equivalente discreto do sistema AMT.

- 4.1. (T) Mostre que a função de transferência $G(z)$ do equivalente discreto do sistema AMT ($G(s)$ na equação 2) precedido de um *zero-order hold* (ZOH), de acordo com a Figura 4, em função de K_0 , τ e do intervalo de amostragem T , tem a seguinte expressão:

$$G(z) = K_0 \frac{1 - e^{-T/\tau}}{z - e^{-T/\tau}} \quad .$$

Controlador Proporcional - variação de K e de T

Considere o sistema de controlo digital representado na Figura 5, que será implementado na sessão de laboratório.

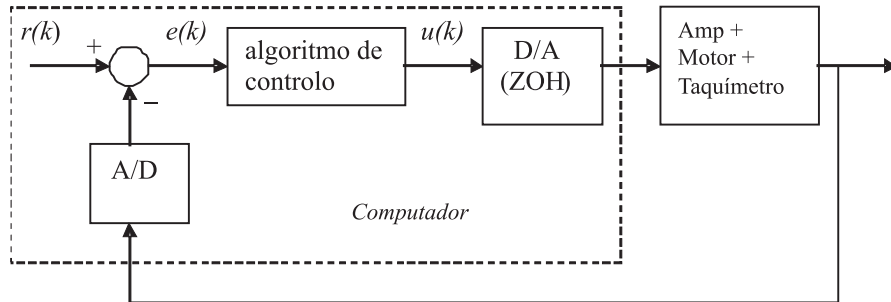


Figure 5: Sistema de controlo digital de velocidade.

O diagrama de blocos em cadeia fechada do sistema equivalente discreto é apresentado na Figura 6, onde $G(z)$ é a função de transferência calculada na questão 4.1) e $C(z)$ é o controlador digital que representa o algoritmo de controlo.

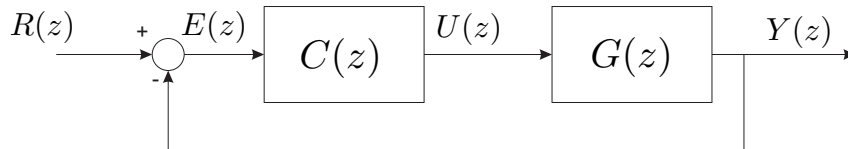


Figure 6: Equivalente discreto em malha fechada do sistema AMT realimentado.

- 4.2. (T) Determine a função de transferência em malha fechada $Y(z)/R(z)$ do sistema discreto representado na Figura 6 para o caso de **controlador proporcional** $C(z) = K$ (i) Calcule o valor do **ganho** $K = K_1$ (como função de K_0 , τ e T) para que o sistema em malha fechada tenha um pólo na origem do plano- z , isto é, em $z = 0$.
- Calcule ainda o valor do pólo da malha fechada (em função de K_0 , τ e T) para $K = K_1/2$, $K = 1$, $2K_1$ e $K = 3K_1$.

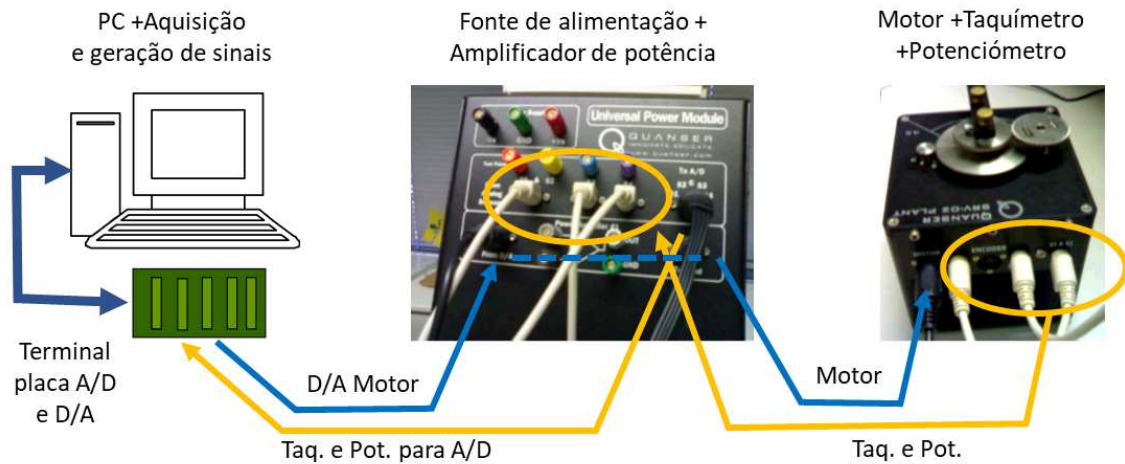


Figure 7: Montagem para identificação do sistema e de controlo digital

- 4.3. **(T)** Considere que o **período de amostragem** T pode ser programado para valores entre τ e $\tau/30$. Para cada um daqueles dois valores extremos de T : (i) Esboce o **root-locus** no plano- z em função do ganho KK_0 , (ii) Compare as **gamas de** $KK_0 > 0$ tais que o sistema em malha fechada é estável.

5 Realizar na Primeira Sessão de Laboratório

Identificação do Sistema AMT - $G(s)$

Verifique que as ligações no aparato experimental estão de acordo com o esquema na figura 7. Em caso de dúvida confirme quais as ligações necessárias com o docente presente no laboratório. Confirme no final da sessão de laboratório que o amplificador de potência fica desligado.

O programa de Matlab `osc_dig_taq` permite realizar as **experiências de cadeia aberta**, nomeadamente a observação da resposta no taquímetro que mede a velocidade angular do veio do motor.

- 5.1. **(T)** O sistema "Amplificador de potência + Motor + Taquímetro" pode ser descrito, em boa aproximação e nas condições da secção 2, por uma função de transferência de 1ª ordem:

$$G(s) = \frac{K_0}{1 + s\tau} \quad . \quad (3)$$

Mostre que a resposta de $G(s)$ ao escalão unitário é dada pela expressão $y(t) = K_0(1 - \exp(-t/\tau))$. Calcule $y(+\infty)$ e $y(t = \tau)$.

- 5.2. **(L)** Observe e registe a **resposta no tempo** do sistema "Amplificador de potência + Motor + Taquímetro" a um escalão com amplitude de 1V. Na interface gráfica do programa `osc_dig_taq`, em `< Options >` escolha a referência `step`. A partir da resposta temporal observada obtenha estimativas do valor dos parâmetros K_0 e τ da função de transferência em tempo contínuo $G(s)$. Justifique os procedimentos adoptados.
- 5.3. **(L)** Determine a **resposta em frequência da amplitude** $|G(j\omega)|_{dB}$ no intervalo de frequências $[\omega_c/10, 10\omega_c]$ em que $\omega_c(rad/s)$ é a frequência associada ao pólo. No programa `osc_dig_taq` escolha a referência `sine_wave` e insira na correspondente janela os valores da [amplitude(V) frequência(Hz) fase(°)]. Componha uma **tabela** com os valores medidos e os correspondentes valores em dB.
- 5.4. **(L)** Coloque os dados obtidos de resposta de frequência numa folha de papel semilogarítmico na forma de um **diagrama de Bode** das amplitudes. Trace na folha de papel semilogarítmico as assíntotas da resposta em frequência de amplitude do sistema, considerado ser de 1ª ordem. Obtenha estimativas dos valores da *frequência de corte* das assíntotas e do *ganho de baixa frequência*. Relacione os valores estimados daqueles parâmetros da resposta em frequência com as estimativas de K_0 e τ deduzidas da resposta temporal ao escalão.

6 Realizar na Segunda Sessão de Laboratório

Controlo Digital

Estabeleça as ligações necessárias ao esquema de montagem do controlador digital. Utilize o programa de Matlab `controlo_dig_taq` para realizar as experiências nesta secção. Neste programa o controlador é representado por uma função de transferência da forma:

$$C(z) = \frac{a_0 + a_1 z^{-1} + a_2 z^{-2}}{1 + b_1 z^{-1} + b_2 z^{-2}} \quad (4)$$

Nas alíneas seguintes, atribua os valores adequados aos parâmetros a_i e b_i em função do projecto do controlador correspondente.

Controlador Digital Proporcional

- 6.1. **(L) Efeito da variação do ganho K** - Escolha o intervalo de amostragem $T = 2\text{ ms}$. A partir das expressões obtidas na questão 4.2 calcule o ganho K_1 .
- Observe e registe a **resposta ao escalão** com amplitude $0.5V$ do sistema em malha fechada com o controlador proporcional, $C(z) = K = a_0$, para

$$K \in \{K_1/2; K_1; 1, 2K_1; 3K_1\} \quad .$$

- Represente o mapa de pólos-zeros do sistema em malha fechada no **plano-z** calculados para aqueles valores de ganho. Relacione com os resultados experimentais.
- Observe o **erro** em regime permanente $e(+\infty)$ como função de K . Justifique o observado utilizando o teorema do valor final em tempo discreto.

- 6.2. **(L) Efeito da variação do período de amostragem T** - Para o valor numérico de $K = K_1$ considerado na alínea anterior.
- Observe e registe a **resposta ao escalão** com amplitude $0.5V$ fazendo variar o intervalo de amostragem T no domínio $\{1; 2; 2.5; 6\} \text{ ms}$.
 - Calcule e represente a localização dos pólos do sistema em malha fechada no **plano-z** para os casos ensaiados. Relacione com os resultados experimentais.

Controlador Digital Proporcional Integral

- 6.3. **(L) Projecto por emulação** - Tendo em conta o resultado na questão 3.3 indique, justificando, um valor adequado do **período de amostragem T** para a realização do *Projecto por Emulação* do controlador digital $C(z)$.
- Determine a função de transferência do controlador digital $C(z)$ equivalente ao controlador proporcional integral $C(s)$, secção 3.2, por aplicação da **transformação bilinear**.
 - Escreva a correspondente **equação às diferenças** que relaciona os sinais de entrada e de saída do controlador $e[k]$ e $u[k]$
 - Implemente $C(z)$. Observe e registe a **resposta ao escalão** com amplitude $0.5V$ e compare com as especificações desejadas. Justifique eventuais diferenças.
 - Observe o **erro** em regime permanente. Justifique (em tempo discreto) o observado.
- 6.4. **(L) Ajuste dos parâmetros do controlador C(z)** - O método de projecto adoptado produzirá uma resposta temporal com características sensivelmente diferentes das especificadas. Nesta alínea pretende-se realizar um ajuste dos parâmetros do controlador digital por forma a nos aproximarmos das especificações desejadas (ver questão 3.1). Justifique os procedimentos de ajuste em termos da relação entre as características dinâmicas da resposta temporal e a localização de pólos no **plano-z**, apoiando-se no *root-locus*. Registe a resposta que considere satisfatória e o correspondente $C(z)$.

MATLAB: para obter a expressão de $G(z)$ e de $C(z)$, e o diagrama pólos-zeros da malha fechada no plano-z:

```
>> Gz= c2d(G,T,'zoh'), Cz= c2d(C,T,'tustin'), pzmap(feedback(Cz*Gz,1))
```

para obter funções de transferência em z ou em z^{-1} : `>> sys= tf(num,den,1), sys= filt(num,den)`

Bibliografia

- [1] "Feedback Control of Dynamic Systems", Gene F. Franklin, J. David Powell, Abbas Emami-Naeini, Prentice-Hall
- [2] "Controlo de Sistemas Dinâmicos: uma Introdução" - Cap.8, E. Morgado, Reprogr.IST
- [3] Acetatos das aulas teóricas - Cap.9.