

Solemne N°1

Integrantes:

Guillermo Vidal Astudillo

Luchiano Buccioni Azocar

PREGUNTA N°2

Objetivo 2: *Utilizando técnicas para de análisis gráfico determinar la relación funcional entre dos variables físicas.*

1. Realice una descripción del procedimiento, incluyendo los pasos centrales del procedimiento

2. Identifique las variables (justifique sus elecciones).

En este caso para el análisis utilizamos el video que se nos otorgó (<http://www.youtube.com/watch?v=jAHPV88ONds>) donde se calcula los cambios del voltaje en función al flujo de intensidad de corriente eléctrica que pasa a través de una resistencia, en el cual podemos visualizar el experimento, es decir donde a medida que aumenta la intensidad de la corriente el diferencial de potencial va aumentando.

Basándonos en el análisis, se desarrolla la tabla donde rotulamos la variable dependiente e independiente en Excel para estimar el valor de la ecuación de la recta por medio de dos métodos, (A) método de los promedios y (B) el método de los mínimos cuadrados.

Posteriormente, se estimó el coeficiente de correlación por medio de la herramienta Excel y la estimación de la ecuación de la recta en este programa para establecer comparaciones en las exactitudes de los diferentes métodos. Por último, se estimó la intensidad de la corriente eléctrica por medio de los valores de la ecuación de la recta más precisa.

La variable independiente es la intensidad de corriente eléctrica porque es la cantidad de electrones que fluyen en un cuerpo conductor en un tiempo determinado. La cantidad de electrones que fluyen en el conductor produce diferencia de potencial eléctrico en dicho conductor produciendo un voltaje, por esta razón la causa en los cambios de intensidad de corriente eléctrica (I) produce un cambio sobre el voltaje (V), siendo la variable dependiente, en un cuerpo conductor que presenta un grado de resistencia (R) al flujo de electrones.

Los datos obtenidos a partir de la observación del video se presentan en la Tabla N°1:

Tabla N°1: Datos obtenidos "Amperímetro Voltímetro "

T	N	V	A	T	N	V	A	T	N	V	A
TRAMO N°1	1	0,06	0,00	TRAMO N°1	31	9,95	2,18	TRAMO N°2	61	19,93	4,47
	2	0,32	0,10		32	10,26	2,27		62	20,51	4,58
	3	1,28	0,33		33	10,77	2,37		63	20,88	4,67
	4	1,88	0,43		34	11,12	2,46		64	21,30	4,75
	5	2,21	0,51		35	11,53	2,55		65	21,61	4,77
	6	2,61	0,53		36	11,88	2,62		66	21,84	4,85
	7	2,85	0,62		37	12,26	2,71		67	22,15	4,85
	8	3,13	0,71		38	12,53	2,78		68	22,15	4,95
	9	3,42	0,73		39	12,81	2,87		69	22,44	4,95
	10	3,70	0,81		40	13,59	2,98		70	22,63	5,06
	11	3,95	0,89		41	13,59	2,99		71	23,09	5,15
	12	4,36	0,99		42	13,82	3,09		72	23,35	5,17
	13	4,79	1,08		43	13,83	3,09		73	23,61	5,28
	14	5,14	1,10		44	14,00	3,11		74	23,83	5,29
	15	5,43	1,19	TRAMO N°2	45	14,01	3,12		75	24,20	5,37
	16	5,84	1,28		46	14,01	3,13		76	24,21	5,38
	17	5,85	1,30		47	14,02	3,14		77	24,73	5,48
	18	6,05	1,32		48	14,89	3,34		78	25,22	5,59
	19	6,05	1,33		49	15,36	3,34		79	25,37	5,69
	20	6,05	1,35		50	15,38	3,44		80	25,97	5,81
	21	6,24	1,36		51	15,81	3,54		81	26,54	5,94
	22	6,67	1,46		52	16,18	3,62		82	26,90	5,95
	23	7,14	1,56		53	16,53	3,64		83	27,45	6,09
	24	7,54	1,65		54	16,89	3,75		84	27,94	6,21
	25	7,71	1,68		55	17,24	3,83		85	28,33	6,29
	26	8,01	1,76		56	17,56	3,92		86	28,85	6,39
	27	8,40	1,85		57	17,98	4,02		87	29,42	6,53
	28	9,26	1,96		58	18,35	4,11		88	30,03	6,66
	29	9,26	2,05		59	18,76	4,19		89	30,46	6,76
	30	9,65	2,17		60	19,29	4,33		90	30,97	6,87

3. Construya los gráficos necesarios para lograr el objetivo.

4. Aplique la rectificación que considere más apropiada (solo si es necesario).

5. Aplique más de un método para obtener la relación funcional y seleccione la mejor opción con base en criterios asociados a los métodos.

Para cumplir con nuestro objetivo de investigación y una vez tomadas las medidas de voltaje e intensidad de la corriente medidas en función de la intensidad por el amperímetro del video, se establece una relación entre estas dos variables físicas por medio de una representación gráfica en

una ecuación de la recta. Para obtener la ecuación de la recta se usó dos métodos (A) método de los promedios y (B) el método de los mínimos cuadrados.

A. Método de los promedios

Para llevar a cabo este método vamos a considerar las siguientes condiciones:

1. Las sumatorias de las desviaciones del punto experimental (r) a la recta es igual a cero.
2. A partir de los datos obtenidos representados en la Tabla N°1 se dividirá en dos tramos, desde el valor P_1 a P_{45} se considerará el primer tramo y los valores dentro del rango P_{46} hasta P_{90} se considerará el segundo tramo.
3. Los tramos están divididos con la misma cantidad de datos $N=45$.

Una vez considerado y explicitado estas tres condiciones, ejecutamos el cálculo para determinar la ecuación de la recta.

Sumatoria de los valores de la distancia medida (variable independiente) y de la tensión medida (variable dependiente) presentes en el rango del tramo 1 ($P_1 \rightarrow P_{45}$) tabulados en la Tabla N°1:

$$\sum_{i=45}^{45} P_{xi} = 340,80[A] \qquad \sum_{i=45}^{45} P_{yi} = 75,29 [V] \qquad (B)$$

Sumatoria de los valores de la intensidad de corriente eléctrica (variable independiente) y del voltaje (variable dependiente) presentes en el rango del tramo 2 ($P_{46} \rightarrow P_{90}$) tabulados en la Tabla N°1:

$$\sum_{i=45}^{45} P_{xi} = 994,16 [A] \qquad \sum_{i=45}^{45} P_{yi} = 221,14 [V] \qquad (C)$$

$$\sum_{i=90}^{90} P_{xi} = 1.334,96 [A] \qquad \sum_{i=45}^{90} P_{yi} = 296,43 [V]$$

Una vez realizada las sumatorias, se obtiene el siguiente sistema de ecuaciones:

$$\Leftrightarrow 75,29 [V] = 340,80[\Omega] * I + 45n [V] / x - 1$$

$$\Leftrightarrow 221,14 [V] = 994,16[\Omega] * I + 45n [V]$$

$$\begin{aligned}
&\Leftrightarrow -75,29[V] = -340,80[A] * R \\
&\Leftrightarrow 221,14[V] = 994,16[A] * R \\
&\Leftrightarrow 221,14[V] = 994,16[A] * R \\
&\Leftrightarrow 145,85[V] = 653,36[\Omega] * R \\
&\Leftrightarrow \frac{145,85}{653,36} [\Omega] = R \Leftrightarrow R = 0,2232 [\Omega]
\end{aligned} \tag{D}$$

Tomando una ecuación para obtener el valor del punto de corte n :

$$\begin{aligned}
&\Leftrightarrow 75,29[V] = 340,8[A] * R + 45n \\
&\Leftrightarrow 75,29[V] = 340,8[A] * R + 45n [V] \\
&\Leftrightarrow 75,29[V] = 76,07[A] * 0,2232[\Omega] + 45n [V] \\
&\Leftrightarrow 0,78[V] = 45n [V] \\
&\Leftrightarrow -0,017[V] = n
\end{aligned} \tag{E}$$

Por lo tanto, la ecuación de la recta por medio del método de los promedios tomando los valores obtenidos en la Resolución D y E se obtiene:

$$V = 0,2232 [\Omega] * I - 0,0175 [V] \tag{F}$$

Se esclarece que el método de los promedios es una estimación de los valores de la pendiente y la intersección de la recta en el eje y . Además, se debe considerar que este método se recomienda usar cuando los valores de los datos es igual a 10.

B. Método de los mínimos cuadrados

Para usar este método vamos a considerar que la sumatoria del cuadrado de las desviaciones r sea mínima.

A partir de esto se hacen los cálculos pertinentes para la estimación de la pendiente (m) y el punto de intersección de corte (n).

$$\begin{aligned}
m &= \frac{k \left(\sum_{i=1}^k x_i y_i \right) - \left(\sum_{i=1}^k x_i \right) \left(\sum_{i=1}^k y_i \right)}{k \left(\sum_{i=1}^k x_i^2 \right) - \left(\sum_{i=1}^k x_i \right)^2} [\Omega] \\
n &= \frac{\left(\sum_{i=1}^k x_i^2 \right) \left(\sum_{i=1}^k y_i \right) - \left(\sum_{i=1}^k x_i \right) \left(\sum_{i=1}^k x_i y_i \right)}{k \left(\sum_{i=1}^k x_i^2 \right) - \left(\sum_{i=1}^k x_i \right)^2} [V]
\end{aligned} \tag{2}$$

Siendo $k=90$ se resuelve la ecuación para la pendiente tomando el Cálculo de la Ecuación N°2:

$$\Leftrightarrow m = \frac{k \left(\sum_{i=1}^k x_i y_i \right) - \left(\sum_{i=1}^k x_i \right) \left(\sum_{i=1}^k y_i \right)}{k \left(\sum_{i=1}^k x_i^2 \right) - \left(\sum_{i=1}^k x_i \right)^2} [\Omega]$$

$$\Leftrightarrow m = \frac{90(5.849,092) - (1.334,96)(296.431)}{90(26.323,022) - 1.782.118,202} [\Omega]$$

$$\Leftrightarrow m = \frac{130.694,79}{586.953,79} [\Omega]$$

$$\Leftrightarrow m = 0,22 [\Omega] \quad (G)$$

Una vez obtenido el valor de la ecuación de la recta se resuelve el valor de la intersección de corte n :

$$\Leftrightarrow n = \frac{\left(\sum_{i=1}^k x_i^2 \right) \left(\sum_{i=1}^k y_i \right) - \left(\sum_{i=1}^k x_i \right) \left(\sum_{i=1}^k x_i y_i \right)}{k \left(\sum_{i=1}^k x_i^2 \right) - \left(\sum_{i=1}^k x_i \right)^2} [V]$$

$$\Leftrightarrow n = \frac{(26.323,022)(296,431) - (1.334,960)(5.849,092)}{90(26.323,022) - 1.782.118,202} [V]$$

$$\Leftrightarrow n = \frac{-5.344,795}{5.86953,76} [V]$$

$$\Leftrightarrow n = -0,009 [V] \quad (H)$$

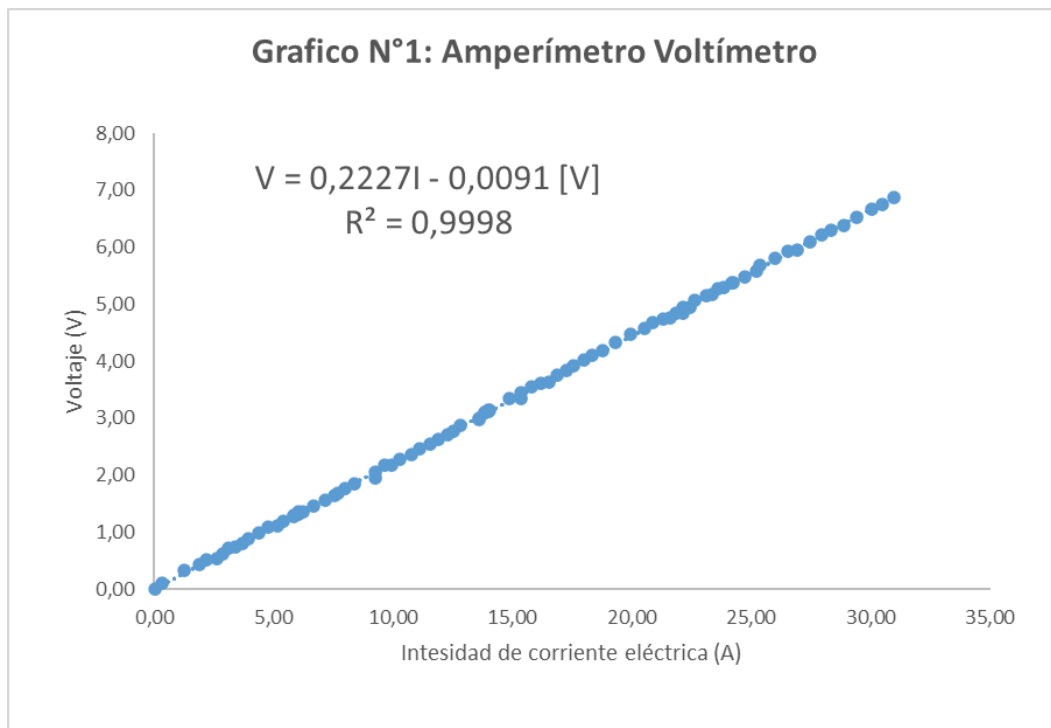
A partir de los cálculos desarrollados y obtenidos los valores presentes en la resolución G y H, por el método de los mínimos cuadrados, se obtiene la siguiente estimación de la ecuación de la recta:

$$V = 0,22[\Omega] * I - 0,009 [V] \quad (I)$$

Recapitulamos los resultados obtenidos por los tres métodos:

- | | |
|------------------------------------|--|
| A. Método de los promedios | $V = 0,2232 [\Omega] * I - 0,0175 [V]$ |
| B. Método de los mínimos cuadrados | $V = 0,22 [\Omega] * I - 0,009 [V]$ |

Al graficar los datos y ocupando el procesamiento de datos del programa Excel se pudo estimar el valor de la ecuación de la recta y el coeficiente de correlación. A continuación se presenta el Gráfico N°1 que representa la relación entre la intensidad de corriente eléctrica y la resistencia.



Al observar los valores de la ecuación de la recta y el coeficiente de correlación se obtiene:

- Ecuación de la recta: $V = 0,2227 [\Omega] * I - 0,0091 [V]$
- Coeficiente de correlación: $R^2 = 0,9972$

El valor de correlación es muy cercano a 1 y esto quiere decir que el rango de error en la estimación de la ecuación de la recta es muy bajo y que la estimación es muy cercana al real. Para el valor de la ecuación de la recta obtenida en Excel nos dice que el valor por el método de los mínimos cuadrados es el valor de la ecuación de la recta con mayor precisión.

6. Realice un análisis (en el marco del curso) de sus resultados y cálculos.

7. Escriba una conclusión con base en sus resultados.

A partir de los resultados obtenidos, podemos establecer que el método de los mínimos cuadrados es el más exacto para obtener una ecuación de la recta más precisa. El método de los promedios sólo es útil cuando la muestra es menor o igual que 10. Por lo tanto, usarlo en este caso cuando la cantidad de datos es 90, disminuye la exactitud de los datos por ser un error de cálculo, este método podría aumentar el error aleatorio. El método de los mínimos cuadrados se formula ayudando a minimizar los residuos, esto quiere decir, minimizar los valores reales y los estimados por la recta, la distancia de error paralela al eje y entre los valores reales con la recta. Así, al disminuir este error o distancia, será una predicción más exacta del valor real de la ecuación de la recta que nos permitirá precisar el valor más cercano a ciertas variables.

Por último, A partir del gráfico N°1 podemos decir que la relación entre la intensidad de corriente y el voltaje tienen una relación de proporcionalidad directa, esto quiere decir que a mayor flujo de corriente eléctrica en un conductor que presenta un cierto grado de oposición al flujo de electrones, mayor diferencia de potencial eléctrico tendrá el material conductor. Esta observación se puede confirmar con el valor de correlación obtenido por medio de Excel el cual es 0.99. Si es positivo, quiere decir que la variable independiente (Intensidad) y la variable dependiente (Voltaje) tienen una proporcionalidad positiva, mostrando una relación lineal con pendiente positiva, donde la pendiente es constante, tiene el mismo valor el cual es la resistencia que presenta el material al flujo de electrones donde el valor en este caso es 0,222[Ω]. Si observamos también que el valor de correlación es cercano a uno, esto quiere decir que el valor de la ecuación de la recta obtenido desde el programa Excel es muy parecido al valor aproximado obtenido por el método de mínimos cuadrados, es una predicción exacta y precisa para el valor de la ecuación de la recta.

PREGUNTA N° 2

① Método de los promedios

$$y = mx + n$$

$$V = mI + n$$

$$V = RI + n$$

EC TRAMO N1 $75,29[V] = 340,80[A] \times R + 45n \quad / \cdot -1$

EC TRAMO N2 $221,14[V] = 994,16[A] \times R + 45n$

$$-75,29[V] = -340,80[A] \times R - 45n$$

$$221,14[V] = 994,16[A] \times R + 45n$$

$$145,85[V] = 653,36[A] \times R$$

$$0,22[\Omega] = R$$

$$\text{S: } 75,29[V] = 340,8[A] \cdot 0,2232[\Omega] + 45n[V]$$

$$75,29[V] = 76,07[V] + 45n[V]$$

$$-0,78[V] = 45n[V]$$

$$-0,017[V] = n$$

$$\therefore V = 0,22[\Omega] \cdot I - 0,019[V]$$

SEGÚN LA LEY DE OHM ES $V = RI$, EN CUALQUIER PUNTO DE I

V ES IGUAL

$$\therefore \text{Si } V = RI \text{ y } V = 0,22[\Omega] \cdot I - 0,019[V]$$

$$R \cancel{I} = 0,22 \cdot \cancel{I}$$

$$R = 0,22[\Omega]$$

② Métodos de los mínimos cuadrados

$$m = \frac{k \left(\sum_{i=1}^k x_i y_i \right) - \left(\sum_{i=1}^k x_i \right) \left(\sum_{i=1}^k y_i \right)}{k \left(\sum_{i=1}^k x_i^2 \right) - \left(\sum_{i=1}^k x_i \right)^2} [\Omega]$$

$$n = \frac{\left(\sum_{i=1}^k x_i^2 \right) \left(\sum_{i=1}^k y_i \right) - \left(\sum_{i=1}^k x_i \right) \left(\sum_{i=1}^k x_i y_i \right)}{k \left(\sum_{i=1}^k x_i^2 \right) - \left(\sum_{i=1}^k x_i \right)^2} [V]$$

A PARTIR DE LOS DATOS OBTENIDOS EN EXCEL

$$m = \frac{90 \cdot 5849,092 - 1334,96 \cdot 296,431}{90 \cdot 26323,022 - 1782118,202}$$

$$n = \frac{26323,022 \cdot 296,431 - 1334,960 \cdot 5849,092}{90 \cdot 26323,022 - 1782118,202}$$

$$m = \frac{130694,79}{586953,79} [\Omega]$$

$$n = \frac{-5344,795}{586,953,76} [V]$$

$$m = 0,22 [\Omega]$$

$$n = -0,009 [V]$$

$$\therefore V = 0,22 [\Omega] \cdot I - 0,009 [V]$$

SEGÚN LA LEY DE OHM ES $V = RI$, EN CUALQUIER PUNTO DE I
 V ES IGUAL

$$\therefore \text{si } V = RI \text{ y } V = 0,22 \cdot I - 0,009 [V]$$

$$RI = 0,22 \cdot I$$

$$R = 0,22 [\Omega]$$