## Rectificación

20/abril

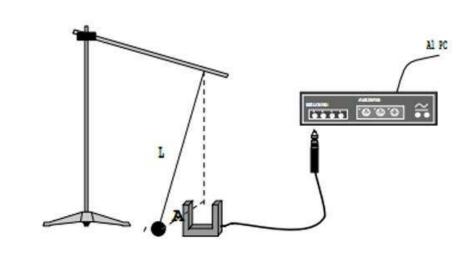
Realitar cambios convenientes en las variables para convertir la curva obtenida en una línea recta. das más frementes son las de tipo exponencial y potencial

- Función exponencial:  $y = Ae^{bx}$  -> se arregla con  $\ln y = Bx + \ln A$  donde m = B y  $n = \ln (A)$
- Función potencial:  $y = Ax^m \rightarrow log y = m log x + log A$ donole n = log A

## Guia de ejercicios repaso 52

1.-La figura muestra un péndulo simple unido a un soporte universal con una fotopuerta en la parte inferior que mide el periodo de oscilación. Al cambiar el largo de la cuerda, cambia el periodo, se realizan 8 mediciones que se observan en la tabla siguiente

Nº	L [m]	T [s]
1	0,65	1,612
2	0,6	1,559
3	0,55	1,499
4	0,5	1,422
5	0,45	1,34
6	0,4	1,269
7	0,35	1,192
8	0,3	1,105



a) Grafique T (variable dependiente) v/s L (variable independiente).

Ajuste  $R^2 = 0.9991$  Ajuste  $R^2 = 0.9879$ potencial R = 0.9995 exponencial R = 0.994

Ajuste  $R^2 = 0,9957$ logaritmico R = 0,9978

nos que damas con ajuste potencial por tener el R más cercano a 1.

b) Rectifique  $Ln\ T$  (variable dependiente) v/s  $Ln\ L$  (variable independiente). Determine el coeficiente de regresión, y escriba la relación funcional de la rectificación.

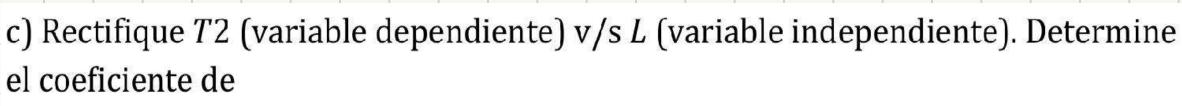
y = 0.4955x + 0.6947

Relación funcional

 $R^2 = 0.9991 \rightarrow R = 0.9995$ 

ln(t) = 0,4955 ln(L) + 0,6947

Para comparar ln(t) = 0,4955 ln(L) + 0,6947  $T = \frac{2 \cdot \pi}{\sqrt{g}} \cdot \sqrt{L}$ ln T = ln 27 + ln VI  $\ln T = \ln 2\pi - \ln \sqrt{q} + \ln \sqrt{L}$   $= \ln L^{1/2} + \ln 2\pi - \ln \sqrt{q}$ lnT = 1 ln L + ln 2T - ln vg Relación teórica Comparando las dos relaciones funcionales se tiene teórico m = 0,5 [s/m]  $n = \ln 2\pi - \ln \sqrt{9}$  [s] experim. m = 0,4955 [s/m] n = 0,6947 [s]  $\ln 2\pi - \ln \sqrt{q} = 0,6947$  $\ln \sqrt{g} = \ln 2\pi - 0,6947$   $\ln \sqrt{g} = 1,1432$   $\sqrt{g} = e^{1,1432}$  $g = (e^{1,1432})^2$   $g = e^{2,2864}$  $q = 9.839 \left[ m/s^2 \right]$ 



regresión, y escriba la relación funcional de la rectificación.

$$R^2 = 0,9983 \rightarrow R = 0,9991$$

Relación funcional:

$$y = 4,0065 \times -0,0152$$

 $T^2 = 4,0065 \cdot L - 0,0152$ 

$$T = \frac{2 \cdot \pi}{\sqrt{g}} \cdot \sqrt{L} \qquad /()^2$$

$$T^2 = \frac{4\pi^2}{9} \cdot L$$

T2 = (412). L Relación teórica

m = 4,0065

$$9 = 417^2 = 9.853 \text{ m/s}^2$$

d) Rectifique T (variable dependiente) v/s  $\sqrt{L}$  (variable independiente). Determine el coeficiente de regresión, y escriba la relación funcional de la rectificación.

$$R^2 = 0.9999 \rightarrow R = 0.9994$$
  
 $Y = 1.9933 \cdot X + 0.0113$ 

Relación funcional:

$$T = 1,9933 - \sqrt{L} + 0,0113$$

$$T = \left(\frac{2 \cdot \pi}{\sqrt{g}}\right) \cdot \sqrt{L}$$

 $T = \left(\frac{2 \cdot \pi}{\sqrt{g}}\right) \cdot \sqrt{L}$  Relación téorica

$$\frac{0}{417^2} = (1,9933)^2$$

$$9 = 4\pi^2 = 9.936 \text{ m/s}^2$$
 $(1.9933)^2$ 

- e) Si la relación teórica entre el periodo y el largo del péndulo simple es:  $T = \frac{2 \cdot \pi}{\sqrt{g}} \cdot \sqrt{L}$  compare esta ecuación con las relaciones funcionales obtenidas y determine el valor de la aceleración de gravedad.
- f) ¿Qué rectificación es mejor? Justifique

A rive | matemático

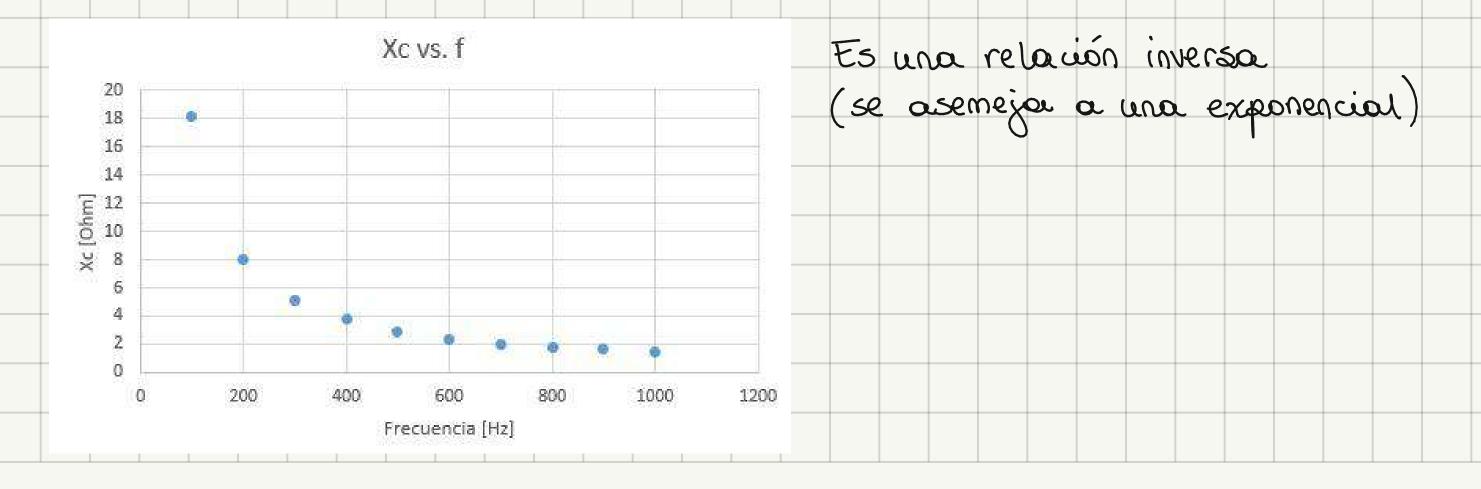
A nivel físico

In 
$$T$$
 vs. In  $L \rightarrow g = 9.839 \, \text{[m/s^2]}$  El primer ajeste se acerca  $T^2$  vs.  $L \rightarrow g = 9.853 \, \text{[m/s^2]}$  más al valor teórico de  $T$  vs.  $VL \rightarrow g = 9.936 \, \text{[m/s^2]}$   $g$ , por lo que es mejor.

2..- En la figura adjunta se observa un circuito con corriente alterna y un condensador. El condensador opone resistencia a la variación de la frecuencia f del generador de señales, a esta resistencia se le denomina *reactancia capacitiva* XC. Un grupo de alumnos midieron los valores de la reactancia capacitiva y la frecuencia, las magnitudes obtenidas son las siguientes:

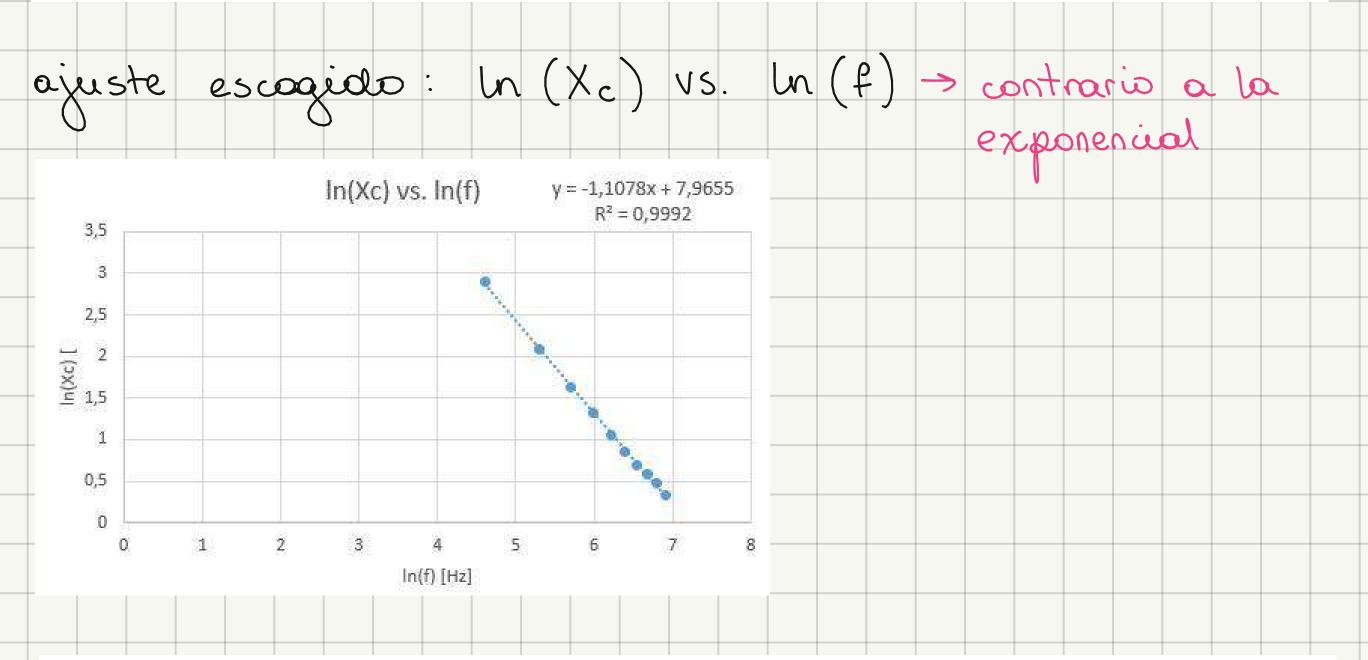
f [Hz]	XC (Ω)
100	18,11
200	7,97
300	5,142
400	3,754
500	2,878
600	2,348
700	2
800	1,78
900	1,6
1000	1,38

a) Grafica la tabla de datos con el tiempo como variable independiente. Puedes usar Excel. Para esto cliquea en insertar gráficos y elige gráfico de dispersión solo con puntos. ¿Qué tipo de relación observas en el despliegue de los datos?



b) S	egún	la res	spues	ta ant	erior ¿	es apr	opiad	o line	alizar	o solo	se apl	lica un ajı	uste		
line	al?														
No	es	per	tine	ste	solo	o lin	eali	roer	ya	gue	la	urva	obte	nido	e no
5e	axu	stoe	a	una	Line	ea,	por	ما	que	es	nece	sario	haced	un	ajuste
lic	eal.						1		<u> </u>						O

c) Si es pertinente rectificar, diseñar un modelo que permita modificar los datos originales de tal modo que al ser presentados en un diagrama bidimensional se consiga ajustar linealmente.



d) Calcular las medidas de la pendiente de la línea recta y de la intersección con el eje de las ordenadas empleando método de los mínimos cuadrados.

$$m = \frac{k \cdot \left(\sum_{i=1}^{k} x_i \cdot y_i\right) - \left(\sum_{i=1}^{k} x_i\right) \cdot \left(\sum_{i=1}^{k} y_i\right)}{k \cdot \left(\sum_{i=1}^{k} x_i^2\right) - \left(\sum_{i=1}^{k} x_i\right)^2}$$

$$n = \frac{\left(\sum_{i=1}^{k} x_i^2\right) \cdot \left(\sum_{i=1}^{k} y_i\right) - \left(\sum_{i=1}^{k} x_i\right) \cdot \left(\sum_{i=1}^{k} x_i \cdot y_i\right)}{k \cdot \left(\sum_{i=1}^{k} x_i^2\right) - \left(\sum_{i=1}^{k} x_i\right)^2}$$

In(f) [Hz]	In(Xc) [Ohm]	In(f)*In(Xc)	(ln(f))^2
4,6052	2,8965	13,3387	21,2076
5,2983	2,0757	10,9976	28,0722
5,7038	1,6374	9,3396	32,5331
5,9915	1,3228	7,9256	35,8976
6,2146	1,0571	6,5694	38,6214
6,3969	0,8536	5,4602	40,9207
6,5511	0,6931	4,5409	42,9167
6,6846	0,5766	3,8544	44,6840
6,8024	0,4700	3,1972	46,2726
6,9078	0,3221	2,2249	47,7171
61,1561	11,9049	67,4485	378,8429
3740,0703	×		0.

$$m = 10.67,4485 - 61,1561.11,9049 _ -1,1078 [  $\Omega$ ]   
  $10.378,8429 - 3740,0703$   $Hz$$$

$$n = \frac{378,8429 \cdot 11,9049 - 61,1561 \cdot 67,4485}{10 \cdot 378,8429 - 3740,0703} = 7,9655 [\Omega]$$

1 / 1				
In (Xa	L) = -1,10+8	· ln(+)+ 7	,9655 [2]	
	99779	esde una óptic	a física tanto m	como $n$ y cuáles serían sus
unidad	les de medida?			
m =	2	$n = -\Omega$		
	HZ			
Rela	ión teórica	X =	1 / 1	() C = capacitanci
Reva	160, Cax	2'	Mf.c / UN	en Faradios
			n(1) - ln(2)	
		M(Xc) = 0	n(1) - ln(2)	-II +·C)
		= -	( ln (217·c)+	ln (f))
			- In 217·C -	
		ln (Xc) = -	1lnf-ln(21	MC)
m =	- 1 (2/Hz)			to too ci co
	-1, 1078 (D/Hz	n = -0	n (2TC) (D) 9655 (D)	- experimental
		- ln (211 c	) = 7,9655 /	'e
		- 2110	= e7,9655	
			= e7,9655	
			-21	
		C	. = -458,35 (	( <del>F</del> )

3.-En otro taller de laboratorio realizado por estudiantes de la UNAB se estudió el enfriamiento de agua hervida contenida en una taza, como muestra la imagen anexada.

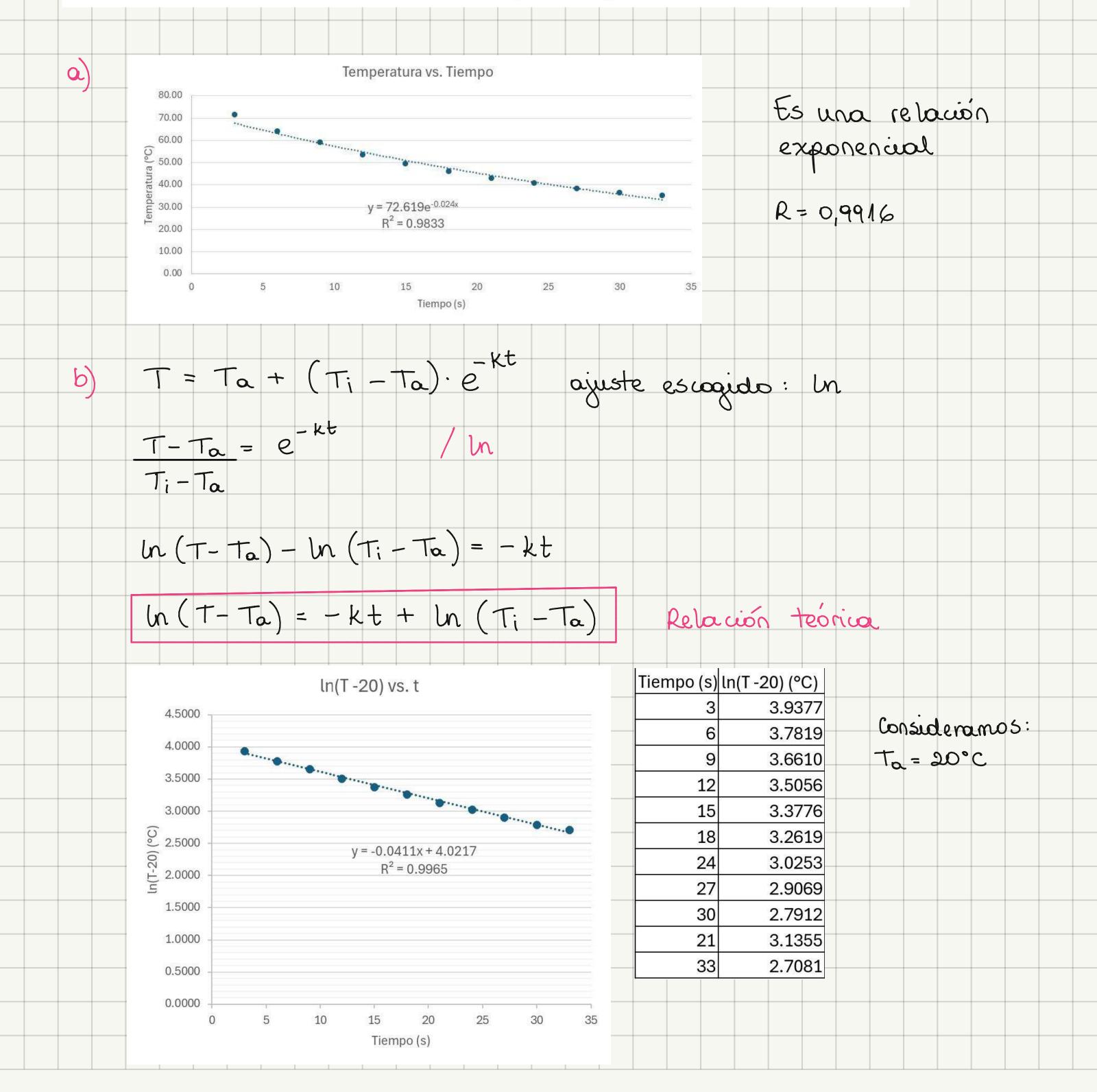
Las medidas efectuadas son expuestas en la subsiguiente lista

	Temperatura
Tiempo [s]	[°C]
3	71,3
6	63,9
9	58,9
12	53,3
15	49,3
18	46,1
21	43
24	40,6
27	38,3
30	36,3
33	35

- a) Graficar la lista de datos ubicando a la variable física tiempo como variable independiente ¿Qué tipo de relación observa en el despliegue de las medidas bidimensionales?
- b) El enfriamiento de un objeto es definido a partir de una expresión matemática como sigue

$$T=Ta+(Ti-Ta)\cdot e-kt$$

Considerando la ecuación que representa Matemáticamente el enfriamiento de un cuerpo, modelar una rectificación y graficar los datos modificados después de aplicar el modelo deducido.



c) ¿Cuál es el valor de la pendiente y el coeficiente de posición? ¿Cuál es el coeficiente de correlación?

$$y = -0.0411 \times + 4.0217 m = -0.0411 [°C/5]$$

$$R^2 = 0.9965 \rightarrow R = 0.9982$$
  $n = 4.0217 [°C]$ 

d) Relación funcional

$$ln(T-20) = -0,0411.t + 4,0217 [°C]$$

e) Fisicamente, à qué representan las constantes de la función?

 $M = -k \rightarrow k = 0.0411$ 

$$n = ln(T_i - 20) \rightarrow ln(T_i - 20) = 4,0217 /e$$

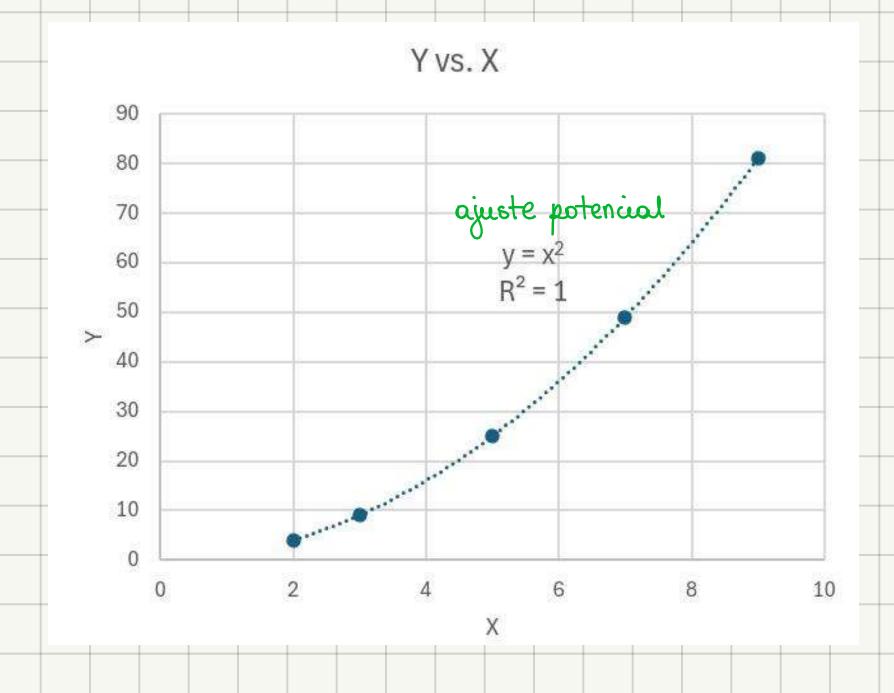
$$T_i - 20 = e^{4.0217}$$

$$T_i = e^{4,0217} + 20$$

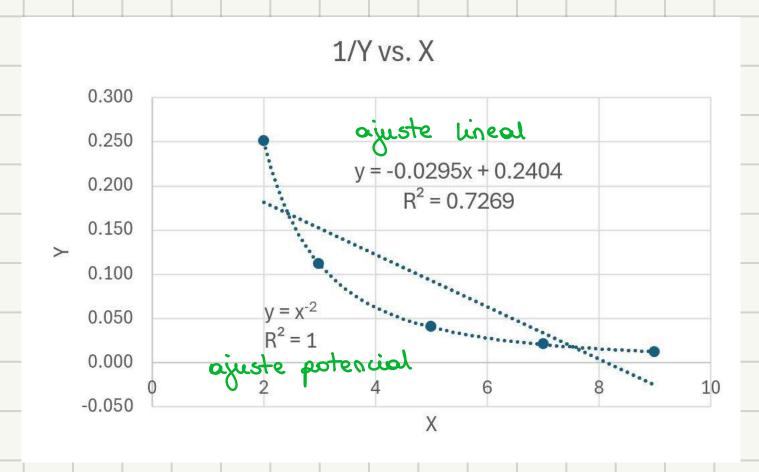
4.- Dada la siguiente tabla de datos:

X	2	3	5	7	9
Y	4	9	25	49	81

a) Grafique Y (variable dependiente) v/s X (variable independiente).



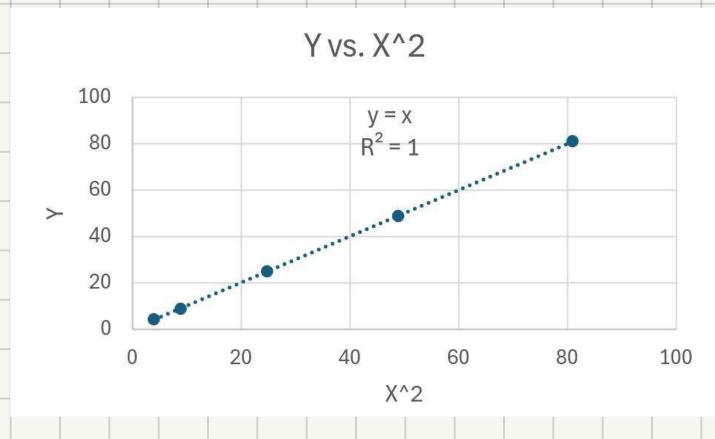
b) Rectifique 1/Y (variable dependiente) v/s X (variable independiente). Determine el coeficiente de regresión, y escriba la relación funcional de la rectificación.



Relación funcional:  $y = -0.0295 \times +0.2404$ 

 $R^2 = 0,7269 \rightarrow R = 0,8526$ 

c) Rectifique Y (variable dependiente) v/s  $X^2$  (variable independiente). Determine el coeficiente de regresión, y escriba la relación funcional de la rectificación.



Relación funcional: y = x

 $R^2 = 1 \rightarrow R = 1$ 

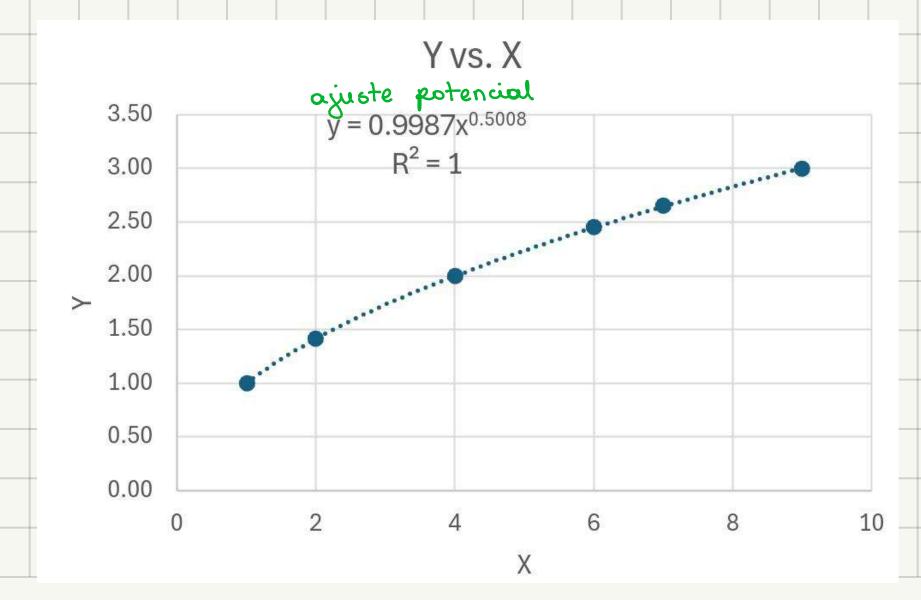
d) ¿Qué rectificación es mejor? Justifique

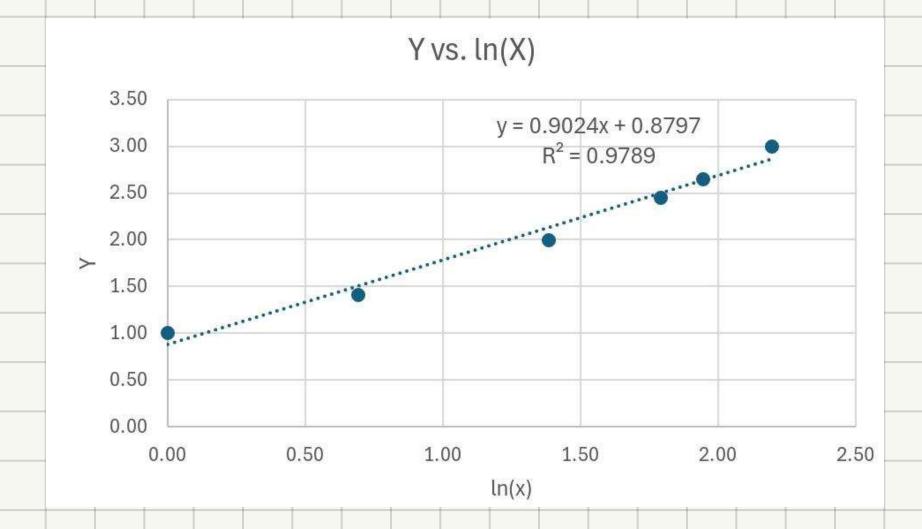
da mejor rectificación es Yvs. X² ya que la curva corresponde a una recta, y el coef. de correlación es exactamente 1.

5.- Dada la siguiente tabla de datos:

X	1	2	4	6	7	9
Y	1	1,41	2,00	2,45	2,65	3

a) Grafique Y (variable dependiente) v/s X (variable independiente).

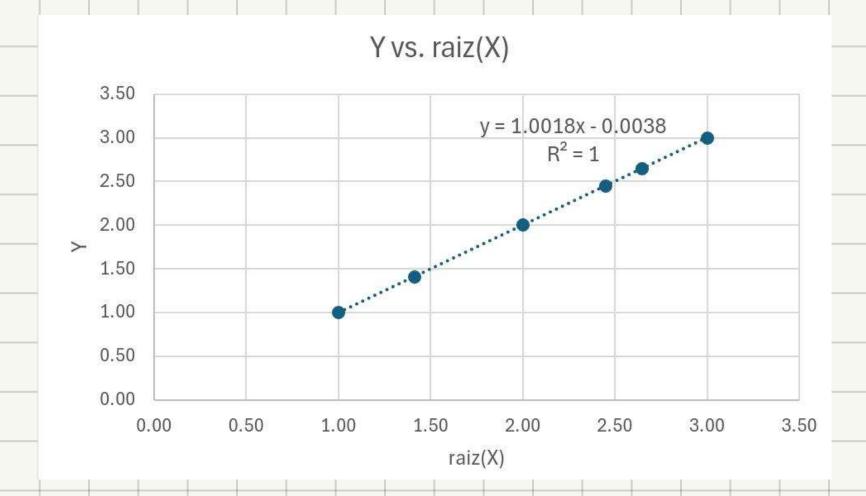




Relación funcional: y = 0,9024 x + 0,8797

R2 = 0,9789 -> R = 0,9894

c) Rectifique Y (variable dependiente) v/s  $\sqrt{X}$  (variable independiente). Determine el coeficiente de regresión, y escriba la relación funcional de la rectificación.



Relación funcional: y=1,0018 x -0,0038

 $R^2 = 1 \rightarrow R = 1$ 

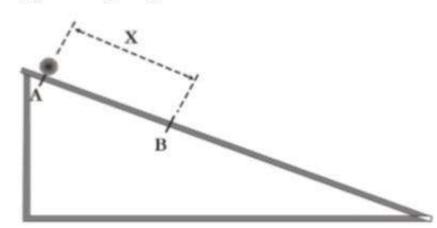
d) ¿Qué rectificación es mejor? Justifique

da mejor rectificación es y vs. VX ya que la curva corresponde a una recta y el coef. de correlación es exactamente 1.

6.- Se arma un plano inclinado con un riel de aluminio en 10° respecto de la horizontal, y sin cambiar la inclinación se deja rodar una esfera de 20 gramos. El trazo  $AB^{\overline{E}}$  mostrado en la figura es variable, y por cada distancia X se mide el tiempo que tarda la esfera en cubrir la distancia. Como podrá suponer el movimiento de la esfera es acelerado, si consideramos la esfera como una partícula, la ecuación teórica que describe su movimiento es:

$$X = X_0 + V_0 \cdot t + \frac{1}{2} \cdot a \cdot t^2$$
 (1)

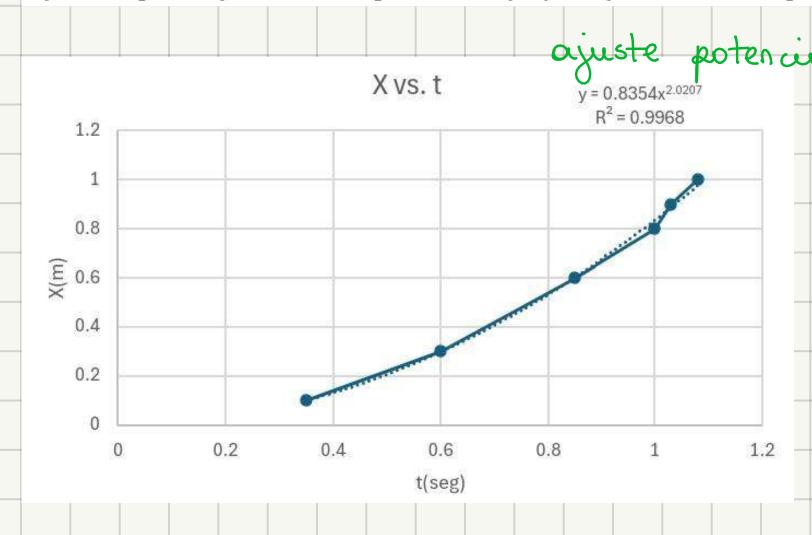
El objetivo de este experimento es encontrar la aceleración de la partícula utilizando análisis gráfico y el proceso de rectificación de curvas.



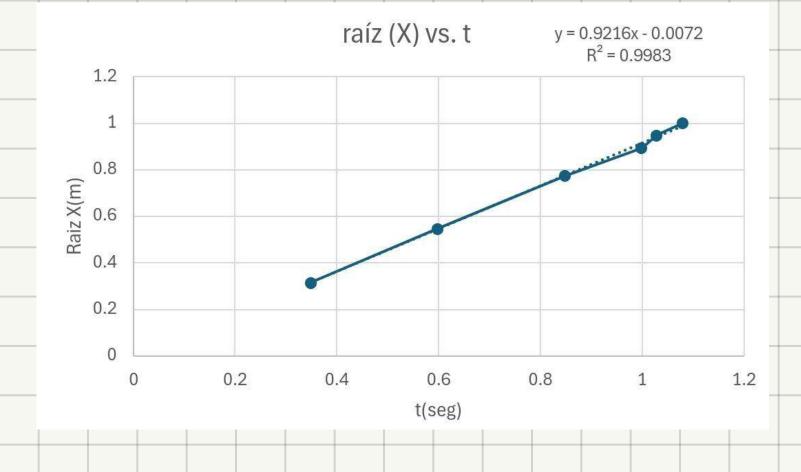
Al hacer variar la distancia del trazo  $AB^{\equiv}$  y realizando las mediciones del tiempo t se obtuvo la siguiente tabla:

X (cm)	10	30	60	80	90	100
t (seg)	0,35	0,60	0,85	1,00	1,03	1,08

a) Grafique X (variable dependiente) v/s t (variable independiente).

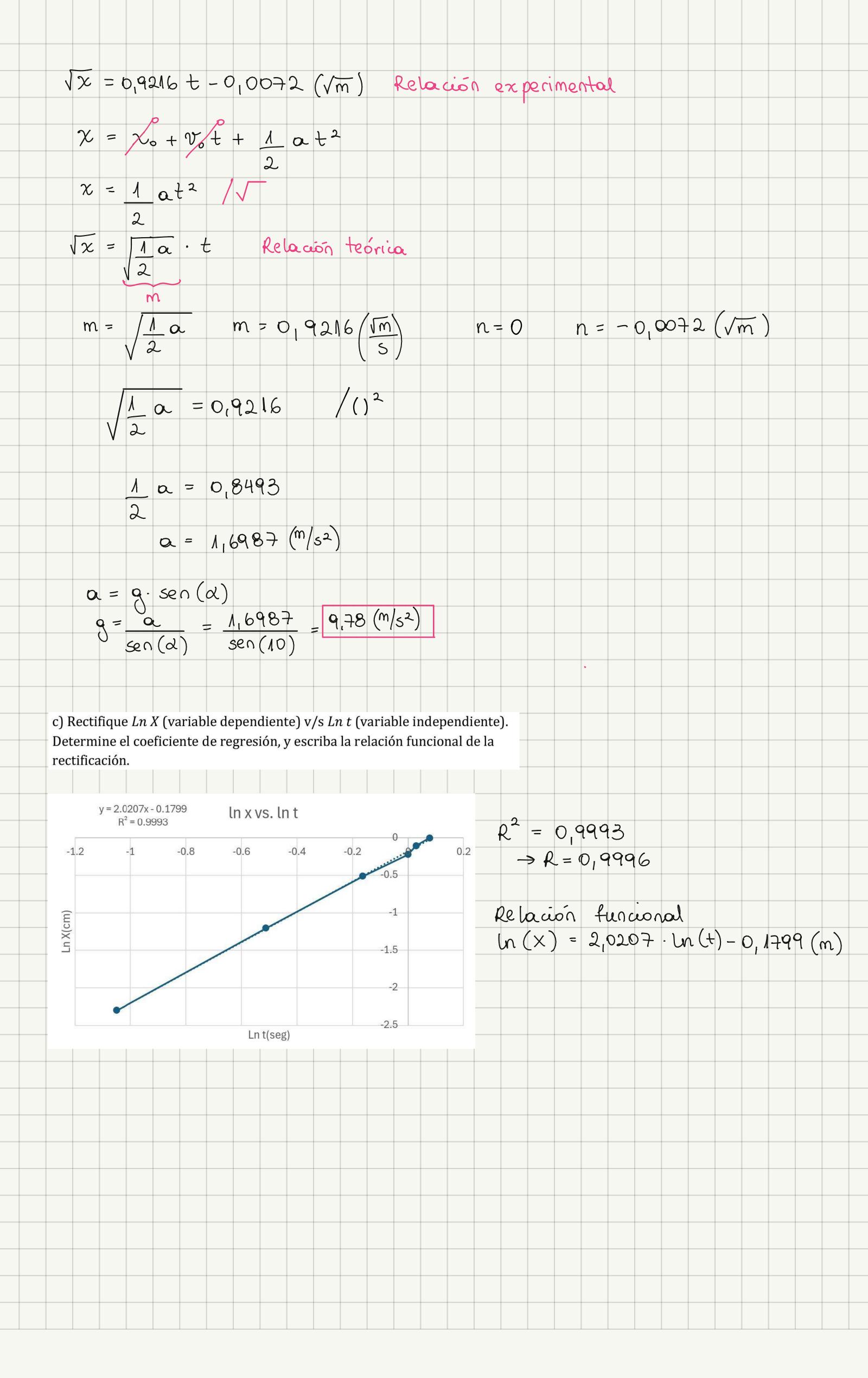


b) Rectifique  $\sqrt{X}$  (variable dependiente) v/s t (variable independiente). Determine el coeficiente de regresión, y escriba la relación funcional de la rectificación.



$$R^2 = 0.9983$$
 $\rightarrow R = 0.9991$ 

Relación funcional 
$$\sqrt{x} = 0.9216 \pm -0.0072$$
 ( $\sqrt{cm}$ )

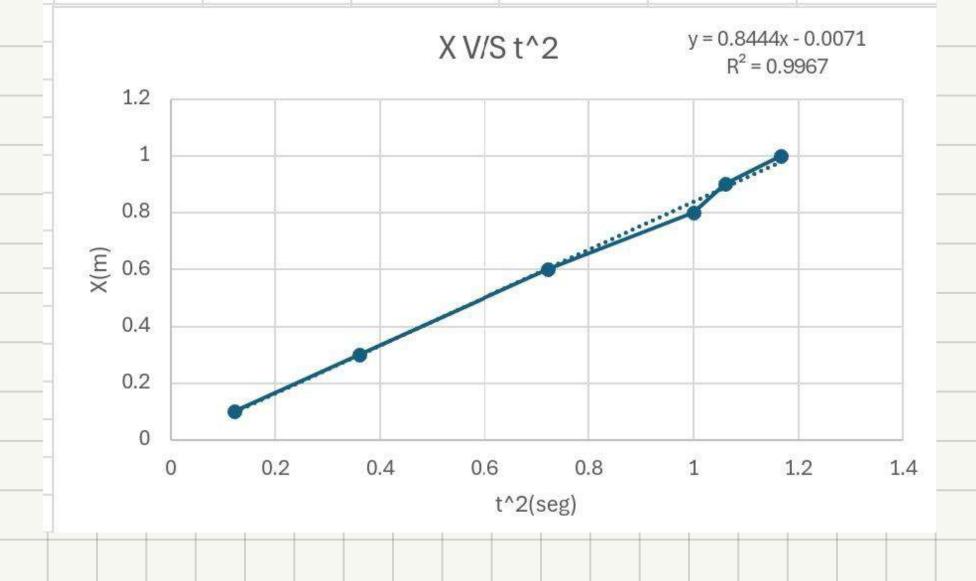


$$\ln (x) = 2,0207 \cdot \ln(t) - 0,1799 \ (m)$$
 Relación experimental

 $x = x_0 + y_0 t + 1 = x_1 t^2$ 
 $x = \frac{1}{2} \cdot a t^2 = \frac{1}{2} \cdot a t^2$ 
 $\ln (x) = \ln \left(\frac{a}{2}\right) + 2 \ln (t)$ 
 $\ln (x) = 2 \ln (t) + \ln \left(\frac{a}{2}\right)$  Relación teórica

 $m = 2 = m = 2,0207 \cdot m$ 
 $\ln \left(\frac{a}{2}\right) = -0,1799 \cdot m$ 

d) Rectifique X (variable dependiente) v/s t2 (variable independiente). Determine el coeficiente de regresión, y escriba la relación funcional de la rectificación.



 $9 = 1.6707 = 9.62 (m/s^2)$ 5en(10)

→ R = 0,9983

Relación funcional:

R2 = 0,9967

 $X = 0.8444 \cdot t^2 - 0.071 [m]$ 

 $X = 0.8444 \cdot t^2 - 0.071 \quad (m)$ Relación experimental  $\chi = \chi_0 + v_0 + \frac{1}{2} a + \frac{2}{2}$   $\chi = \frac{1}{2} a + \frac{2}{2}$ Relación teórica  $m = 1 \alpha$   $m = 0.8444 \left(\frac{m}{5^2}\right)$  n = 0 n = -0.071 (m) $\frac{1}{2} \alpha = 0.8444$  $\alpha = 1,6888 (m/s^2)$  $q = \frac{\alpha}{5en(10)} = \frac{1,6888}{5en(10)} = \frac{9,72 (m/5^2)}{5en(10)}$ f) ¿Qué rectificación resulta ser la más adecuada? Justifique. Matematicamente:  $\sqrt{x}$  vs. t  $\rightarrow R = 0.9991$  la mejor redificación ln(x) vs. ln(t)  $\rightarrow R = 0.9996$  es ln(x) vs. ln(t) ya x vs. t² → R= 0,9983) que R es más cercano Físicamente:  $\sqrt{x}$  vs. t  $\Rightarrow q = 9.78$  m/s² El valor más ln(x) vs. ln(t)  $\Rightarrow q = 9.62$  m/s² teórico es el x vs. t²  $\Rightarrow q = 9.72$  m/s² rectificación. El valor más cercano a g teórico es el de la primera  $\frac{3}{0}$  ~ 9,78 m/s<sup>2</sup>

7.- Un condensador, es un dispositivo eléctrico que puede ser utilizado en circuitos electrónicos y circuitos eléctricos. El condensador se utiliza generalmente para almacenar carga eléctrica. La carga del condensador se almacena en forma de «campo eléctrico».

Generalmente, un condensador tiene dos placas de metal paralelas que no están conectadas entre sí. Las dos placas del condensador están separadas por un aislamiento no conductor, este medio se conoce comúnmente como dieléctrico. Hay diferentes tipos y formas de condensadores disponibles, desde los pequeños condensadores que se utilizan en circuitos de electrónica, a grandes condensadores para estabilizar líneas alta tensión. Pero todos los condensadores están haciendo el mismo trabajo que es almacenar carga eléctrica.

Una vez cargado el condensador, la energía que almacena puede ser disipada a otro dispositivo que lo requiera. La disipación de la energía en el tiempo lo hace de una manera estándar y siempre igual, de tal forma que responde siempre al mismo modelo matemático.

El siguiente esquema muestra un circuito básico en donde se tiene un condensador (C) cargado y al cerrar el interruptor la energía que tenía almacenada se la entrega al dispositivo R, con un instrumento se mide como el voltaje en el condensador disminuye con el tiempo, obteniéndose la siguiente tabla de datos:

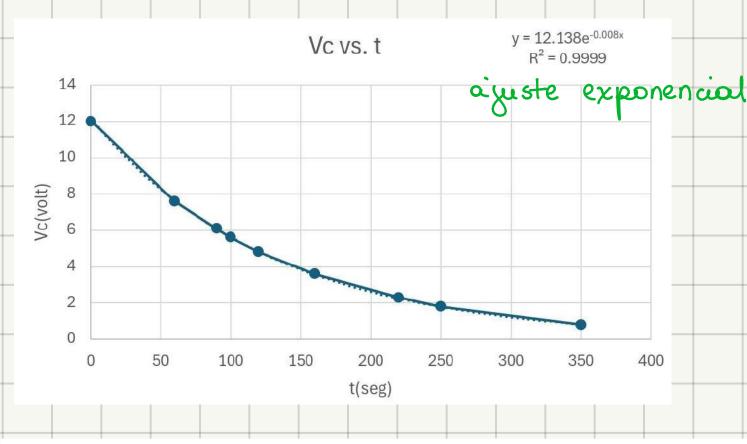
	$V_c(volt)$	12	7,6	6,1	5,6	4,8	3,6	2,3	1,8	0,8
1	t (segundos)	0	60	90	100	120	160	220	250	350

La expresión teórica que representa la descarga de un condensador en el tiempo es:  $V(t) = A \cdot e^{-t/B}$ 

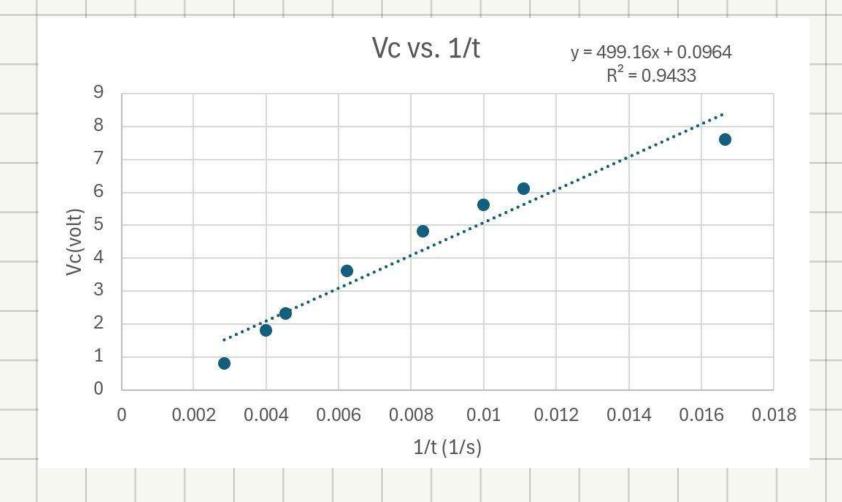
Donde *A* y *B* son constantes propias del circuito estudiado.

El objetivo es determinar el valor de las constantes utilizando análisis gráfico y el proceso de rectificación de curvas.

a) Grafica Grafique  $V_c$  (variable dependiente) v/s t (variable independiente)



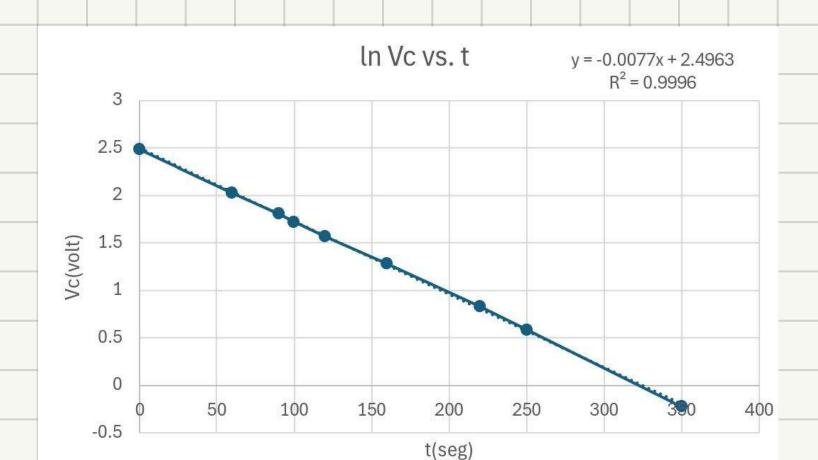
b) Rectifique  $V_c$  (variable dependiente) v/s 1/t (variable independiente). Determine el coeficiente de regresión, y escriba la relación funcional de la rectificación.



$$R^2 = 0.9433 \rightarrow R = 0.9712$$

Relación funcional:
 $V_c = 499.16 \cdot 1 + 0.0964 [V]$ 

c) Rectifique  $Ln V_C$  (variable dependiente) v/s t (variable independiente). Determine el coeficiente de regresión, y escriba la relación funcional de la rectificación.



 $R^2 = 0.9996 \rightarrow R = 0.9998$ 

Relación funcional:

$$ln(V_c) = -0.0077 \cdot t + 2.4963 [V]$$

d) A partir de la mejor rectificación determine en valor de las constantes A y B

Mejor rectificación: In (Vc) vs. t ya que R es más cercano a 1.

Relación teórica:  $V(t) = A \cdot e^{-t/B}$ 

$$\frac{V}{\Lambda} = e^{\frac{1}{2}}$$

$$ln(V) - ln(A) = -t$$

$$ln(V) = -t + ln(A)$$

$$ln(V) = -1 \cdot t + ln(A)[V]R$$
 + teórica

$$ln(V_c) = -0.0077 \cdot t + 2.4963 [V]$$
 R. experimental

$$\Rightarrow +1 = +0,0077$$

$$ln(A) = 2,4963 / e$$

$$\frac{1}{0,\infty77} = 8$$

$$\Rightarrow$$
 Relación  $V(t) = 12,14 \cdot e^{-t/129,87}$