Mediciones e Incertidumbre

David Ratinoff V.

Tipos de Mediciones

Directa o fundamental. No se expresan en función de otras. Se definen sin necesidad de acudir a ninguna fórmula. Es aquella en la cual la magnitud a medir se compara directamente con la unidad patrón (instrumento).

Indirecta o derivada. Se definen a través de fórmulas o relaciones matemáticas que las ligan a otras magnitudes. Es aquella en la cual su valor se calcula como función de una o más magnitudes físicas medidas directa o indirectamente.

MEDICIONES

Se entiende por medir una magnitud física a la acción de comparar cuantitativamente dicha magnitud con otra de su misma especie que se utiliza como unidad. En la tabla adjunta se muestran algunos ejemplos

Cantidad Física	Clasificación	Unidad
Volumen	Indirecta	[m^3]
Peso	Indirecta	[N]
Temperatura	Directa	[K]
Longitud	Directa	[m]
Velocidad	Indirecta	[m/s]
Fuerza	Indirecta	[N]
Presión	Indirecta	[N/m^2]
Tiempo	Directa	[s]

CONCEPTO DE ERROR DE UNA MEDIDA EXPERIMENTAL

Errores sistemáticos

- *Los errores instrumentales*
- *Los errores personales*
- *El error en la elección del método*

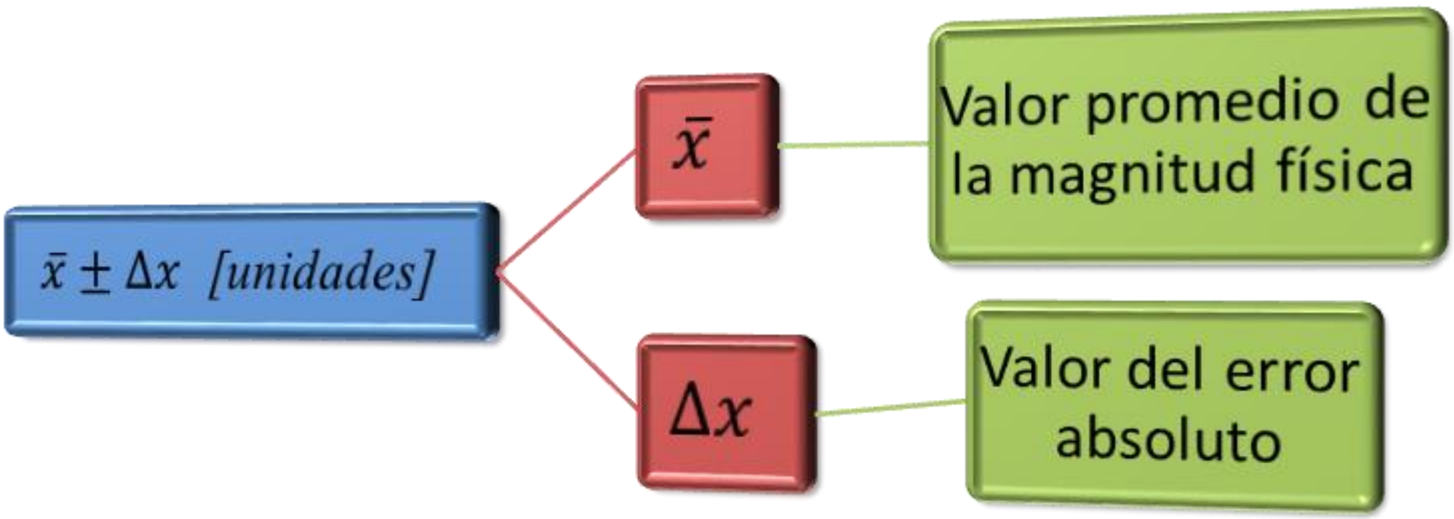
Errores aleatorios o accidentales

- Son incontrolables para el observador
- Generan desviaciones positivas como negativas.
- Se emplean métodos estadísticos

ESTIMACIÓN DEL VALOR DE UNA MAGNITUD Y DE SU ERROR

Cualquier medida experimental de una magnitud física es siempre inexacta. Por tanto, el resultado de dicha medida debe ir siempre acompañado de un valor numérico que exprese el margen de incertidumbre o de error.

Cuando se tiene un conjunto de mediciones $\{x_1 , x_2 ,..., x_N\}$ obtenidos de forma directa de una misma cantidad física, es decir, independientes entre sí y libres de errores sistemáticos, se acostumbra expresar el resultado de la forma:



ESTIMACIÓN DEL VALOR DE UNA MAGNITUD Y DE SU ERROR

$$\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^{N} x_i}{N}$$

es el valor más representativo de la cantidad medida.

se expresará siempre con una cifra fraccionaria más que el de cada medida x_i

$$\Delta x \left\{ \begin{matrix} Estadístico \\ o \\ No\ Estadístico \end{matrix} \right\}$$

$$\Delta x = 2\sigma_m + E.I.$$

O

$$\Delta x = \rho + E.I.$$

se deben redondear a cifras significativas

CONCEPTO DE EXACTITUD, PRECISIÓN Y SENSIBILIDAD

Exactitud se refiere a cuán cerca del valor teórico o referencial se encuentra el valor medido.

Se cuantifica utilizando la expresión matemática $\varepsilon_{r\%} = \left| \dfrac{M_{Exp} - M_{Teo}}{M_{Teo}} \right| \times 100$

Siendo M_{Exp} : Medida experimental

M_{Teo} : Medida teórica o referencial

Está relacionada con el sesgo de una estimación.

Una medida es exacto mientras más próxima es al valor teórico.

Pequeños errores sistemáticos, entonces se dice que tiene alta EXACTITUD.

CONCEPTO DE EXACTITUD, PRECISIÓN Y SENSIBILIDAD

Precisión se refiere a la dispersión del conjunto de valores obtenidos de mediciones repetidas de una magnitud, es decir, distancia numérica entre una medida y otras de la misma magnitud.

Se cuantifica por medio de la expresión $\varepsilon_{r\%} = \frac{\Delta x}{\bar{x}} \times 100$

Siendo $\bar{x}$: Valor promedio de una medida experimental

Δx: Valor del error absoluto de una medida experimental

Cuanto menor es la dispersión mayor la precisión.

Se puede estimar calculando la desviación estándar.

Si un experimento tiene pequeños errores aleatorios, entonces se dice que es PRECISO.

CONCEPTO DE EXACTITUD, PRECISIÓN Y SENSIBILIDAD

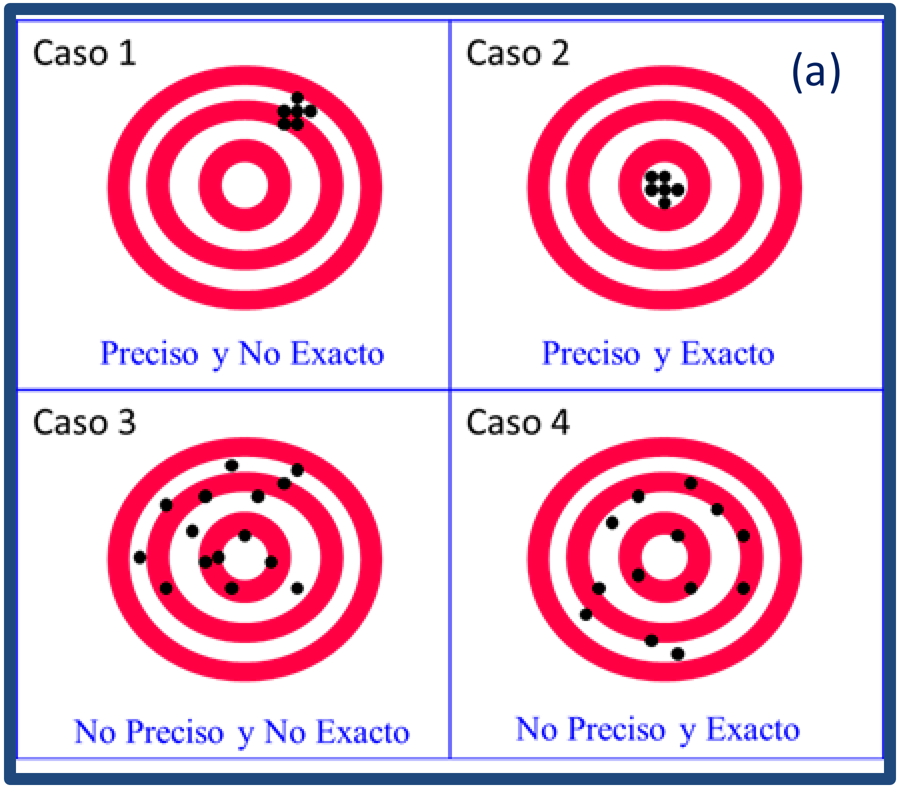
La *sensibilidad de un aparato de medir* es el valor mínimo de la magnitud que es capaz de medir. Normalmente, se admite que la sensibilidad de un aparato viene indicada por el valor de la división más pequeña de la escala de medida.

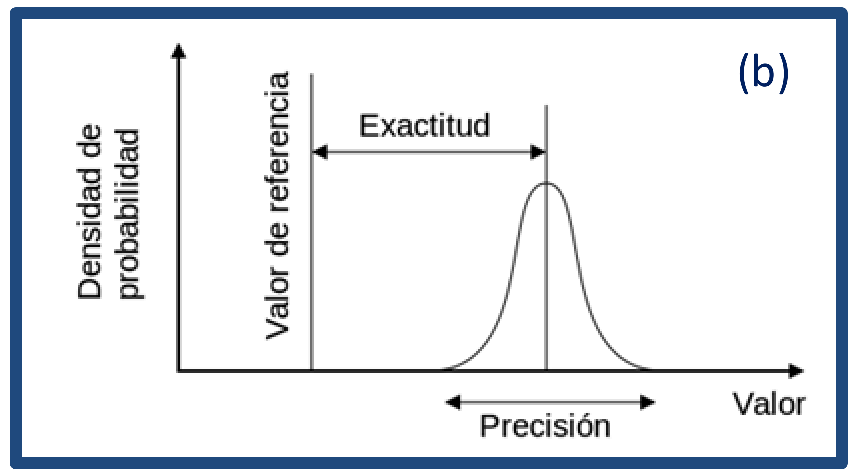
Otro tipo de error que esta asociado a la sensibilidad es el Error Instrumental (E.I.), el cual se calcula según sea el tipo de instrumento utilizado:

Tipo de Instrumento	Error Instrumental
Analógico	E.I. = Sensibilidad / 2
Digital	E.I. = Sensibilidad

CONCEPTO DE ERROR DE UNA MEDIDA EXPERIMENTAL

En las siguientes figuras se representa la forma en que afectan los dos tipos de errores a una medida





ESTIMACIÓN DEL VALOR DE UNA MAGNITUD Y DE SU ERROR

Dependiendo del número de medidas el valor del error absoluto se puede calcular o estimar:

Número de Medidas	Método
Si es 1 vez	Δx = E.I.
Si N = 3	$\Delta x = (x_{máximo} - x_{máínimo})/2$
Si 3 ≤ N < 10	No Estadístico
Si 10 ≤ N ≤ 25	Estadístico

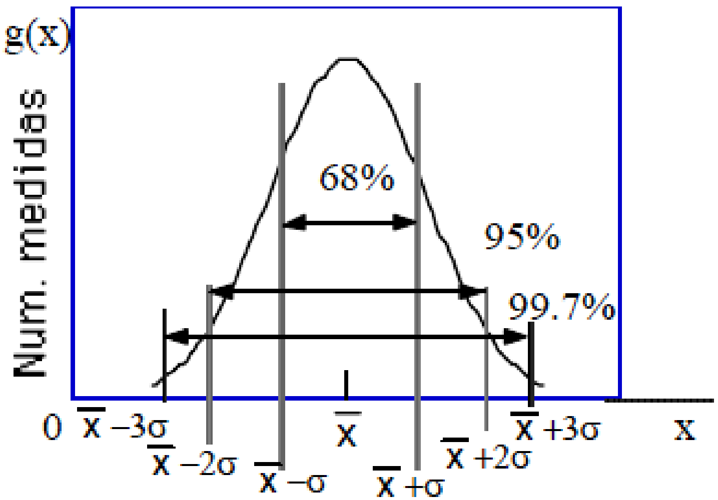
ESTIMACIÓN **DEL VALOR DE UNA MAGNITUD Y DE SU ERROR**

Las expresiones matemáticas utilizadas en el Método Estadístico son:

Nombre	Formula
Desviación Estándar Se escribe con 2 cifras significativas.	$\sigma = \sqrt{\dfrac{\sum_{i=1}^{N}\left(x_i - \bar{x}\right)^2}{(N-1)}}$
Error típico o error normal del promedio Se escribe con 1 cifra significativa.	$\sigma_m = \dfrac{\sigma}{\sqrt{N}}$
Error Relativo	$\varepsilon_r = \dfrac{\sigma_m}{\bar{x}}$
Error Porcentual	$\varepsilon_{\%} = \varepsilon_r \times 100\%$

ESTIMACIÓN DEL VALOR DE UNA MAGNITUD Y DE SU ERROR

Antes de escribir el resultado de la medición con su error estimado, se debe verificar que todo los datos estén dentro del intervalo o área bajo la curva Gaussiana.



Número de Medidas	Criterio de descarte
Si $10 \leq N \leq 25$	$\left[\bar{x}-2\sigma;\bar{x}+2\sigma\right]$
Si $N > 25$	$\left[\bar{x}-3\sigma;\bar{x}+3\sigma\right]$

ESTIMACIÓN DEL VALOR DE UNA MAGNITUD Y DE SU ERROR

Finalmente podemos presentar el resultado

Criterio	Presentación
Si $10 \leq \mathrm{N} \leq 25$	$x = \bar{x} \pm \Delta x = \bar{x} \pm (2\sigma_m + E.I.)$
Si $\mathrm{N} > 25$	$x = \bar{x} \pm \Delta x = \bar{x} \pm (3\sigma_m + E.I.)$

ESTIMACIÓN DEL VALOR DE UNA MAGNITUD Y DE SU ERROR

Las expresiones matemáticas utilizadas en el Método No Estadístico son:

Nombre	Formula
Desviación Media Absoluta Se escribe con 2 cifras significativas.	$\rho = \frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N}\left\lvert \bar{x} - x_i \right\rvert$
Error absoluto	$\Delta x = (\rho + E.I.)$

Presentación de la medición
$x = \bar{x} \pm \Delta x = \bar{x} \pm (\rho + E.I.)$

ESTIMACIÓN DEL ERROR DE UNA MEDIDA INDIRECTA

Si F corresponde a una función $F=f(x_1, x_2, x_3, \ldots, x_n)$, es decir, medida indirecta y tanto $x_1, x_2, x_3, \ldots, x_n$ se han medido más de 10 veces de forma directa.

La ley de propagación de errores estadístico establece que:

Expresión
$\overline{F} = f(\overline{x_1}, \overline{x_2}, \overline{x_3}, \ldots, \overline{x_n})$
$\Delta F = 2\sigma_{mF} = 2\sqrt{\sum_{i=1}^{n} \left(\sigma_{mx_i}\right)^2 \left(\frac{\partial F}{\partial x_i}\right)^2}$
$F = \overline{F} \pm \Delta F$

ESTIMACIÓN DEL ERROR DE UNA MEDIDA INDIRECTA

Si F corresponde a una función $F=f(x_1, x_2, x_3, ..., x_n)$, es decir, medida indirecta y tanto $x_1, x_2, x_3, ..., x_n$ se han medido menos de 10 veces de forma directa.

La ley de propagación de errores no estadístico establece que:

Expresión
$\overline{F} = f(\overline{x_1}, \overline{x_2}, \overline{x_3}, ..., \overline{x_n})$
$\Delta F = \sum_{i=1}^{n} \left\| \frac{\partial F}{\partial x_i} \right\| \Delta x_i$
$F = \overline{F} \pm \Delta F$

ESTIMACIÓN DEL ERROR DE UNA MEDIDA INDIRECTA

La ley de propagación de errores no estadístico aplicada a operaciones matemáticas básicas:

Operación matemática	Modo de propagación
$(\bar{x} \pm \Delta x) + (\bar{y} \pm \Delta y)$	$(\bar{x} + \bar{y}) \pm (\Delta x + \Delta y)$
$(\bar{x} \pm \Delta x) - (\bar{y} \pm \Delta y)$	$(\bar{x} - \bar{y}) \pm (\Delta x + \Delta y)$
$(\bar{x} \pm \Delta x) \times (\bar{y} \pm \Delta y)$	$(\bar{x} \times \bar{y}) \pm (\bar{x} \times \bar{y}) \times \left(\epsilon_x + \epsilon_y\right)$
$\frac{(\bar{y} \pm \Delta y)}{(\bar{x} \pm \Delta x)}$	$\frac{(\bar{y} \pm \Delta y)}{(\bar{x} \pm \Delta x)} \pm \frac{(\bar{y} \pm \Delta y)}{(\bar{x} \pm \Delta x)} \times \left(\epsilon_x + \epsilon_y\right)$
$(\bar{x} \pm \Delta x)^n$	$(\bar{x})^n \pm n(\bar{x})^n \times (\epsilon_x)$
$\epsilon_x = \frac{\Delta x}{\bar{x}}$	$\epsilon_y = \frac{\Delta y}{\bar{y}}$

CIFRAS SIGNIFICATIVAS

Se define el número de cifras significativas (c.s.) como los dígitos necesarios para expresar una cantidad física, así todo dígito distinto de cero es una cifra significativa, los ceros a la izquierda no son cifras significativas y los ceros a la derecha si son cifras significativas.

Ejemplos:

841.3	$\longrightarrow$	4 c.s.
0.00933	$\longrightarrow$	3 c.s.
39.000.000 habitantes	$\longrightarrow$	2 c.s.
1.0 m	$\longrightarrow$	2 c.s.

CIFRAS SIGNIFICATIVAS

Por ejemplo, las siguientes cantidades físicas no son iguales,

L=3.00[cm]

- medición qué fue realizada con un instrumento que discriminaba hasta la centésima de centímetro

L=3[cm]

- se utilizó un aparato que discriminaba sólo hasta la unidad de centímetro.

De lo anterior, se deduce que la cantidad de cifras significativas está íntimamente relacionada con el instrumento de medición.

NO se debe expresar una cantidad física con más cifras significativas de lo que el instrumento puede discriminar.

CIFRAS SIGNIFICATIVAS

Generalmente, se deben redondear las cifras significativas, para ello se utiliza el siguiente criterio:

1. Se expresa la magnitud del objeto de estudio y su error con todas las cifras conocidas.
2. Se examinan las dos primeras cifras significativas del error (esto es, descontando los ceros situados a la izquierda del número).
3. Si las dos cifras seleccionadas es un número menor o igual que 25, se conservan ambas. Si es un número mayor que 25, se conserva sólo la primera.
4. El resto de las cifras del error se eliminan. La última cifra que se retiene debe redondearse

CIFRAS SIGNIFICATIVAS

A continuación se disponen de valores de errores absolutos de la siguiente medición de longitud L =2,30408415 [m]

Ejemplos

E_L=0,00<u>21</u>56 [m]

E_L=0,0<u>36</u>74 [m]

E_L=0,<u>20</u>36 [m]

E_L=<u>2,8</u>7 [m]

E_L=<u>23</u>4 [m]

E_L=0,00<u>96</u>2 [m]

Aplicando las reglas de redondeo a cifras significativas

Ejemplos

E_L=0,00<u>22</u> [m]

E_L=0,0<u>4</u> [m]

E_L=0,<u>20</u> [m]

E_L=<u>3</u> [m]

E_L=<u>230</u> [m] (un cero de relleno depende del instrumento)

E_L=0,0<u>10</u> [m]

CIFRAS SIGNIFICATIVAS

4. Ya se ha redondeado el error. Ahora debe redondearse la magnitud. Para ello debe verse en qué posición (respecto a la coma) se encuentra la última cifra retenida del error. La cifra que en el valor de la magnitud ocupe dicha posición debe ser la última conservada, aunque debidamente redondeada.

Ejemplos:

a) $L=2{,}3041 \pm 0{,}0022$ [m]
b) $L=2{,}30 \pm 0{,}04$ [m]
c) $L=2{,}30 \pm 0{,}20$ [m]
d) $L=2 \pm 3$ [m]
e) $L=0 \pm 230$ [m]
f) $L=2{,}304 \pm 0{,}010$ [m]

CIFRAS SIGNIFICATIVAS

En el caso de las operaciones aritméticas los criterios a seguir son:

1. En adiciones y sustracciones, el resultado final tiene la misma cantidad de dígitos decimales que el factor con menor cantidad de dígitos decimales. Por ejemplo:

$$4.35 + 0,868 + 0,6 = 5,818 \rightarrow 5,8$$

2. En multiplicaciones, divisiones y potencias, el resultado final tendrá el mismo número de cifras significativas que el factor que menos cifras significativas tenga. Por ejemplo:

$$8,425 \times 22,3 = 187,8775 \rightarrow 188$$