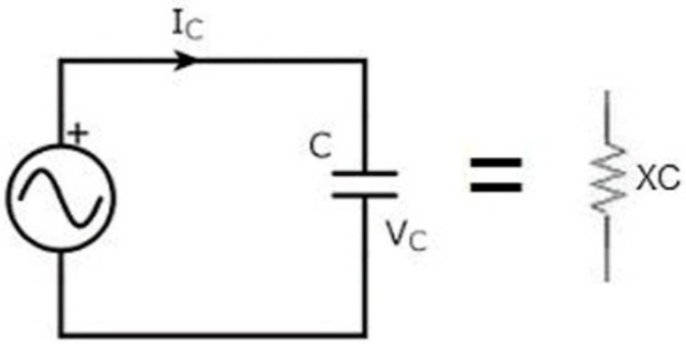
2..- En la figura adjunta se observa un circuito con corriente alterna y un condensador. El condensador opone resistencia a la variación de la frecuencia f del generador de señales, a esta resistencia se le denomina *reactancia capacitiva* XC. Un grupo de alumnos midieron los valores de la reactancia capacitiva y la frecuencia, las magnitudes obtenidas son las siguientes:

f [Hz]	XC (Ω)
100	18,11
200	7,97
300	5,142
400	3,754
500	2,878
600	2,348
700	2
800	1,78
900	1,6
1000	1,38



a) Grafica la tabla de datos con el tiempo como variable independiente. Puedes usar Excel. Para esto cliquea en insertar gráficos y elige gráfico de dispersión solo con puntos. ¿Qué tipo de relación observas en el despliegue de los datos?

b) Según la respuesta anterior ¿es apropiado linealizar o solo se aplica un ajuste lineal?

↳ SE APLICAR UN AJUSTE LINEAL PORQUE EL VALOR DEL COEFICIENTE DE REGRESIÓN ES 0,6065

c) Si es pertinente rectificar, diseñar un modelo que permita modificar los datos originales de tal modo que al ser presentados en un diagrama bidimensional se consiga ajustar linealmente.

SE DEBE TRANSFORMAR LOS VALORES DE LA FRECUENCIA A 1/f

FORMULA REACTANCIA CAPACITIVA

$$X_C = \frac{1}{\omega C} \rightarrow X_C = \frac{1}{2\pi f C}$$

$$\boxed{X_C = \frac{1}{2\pi C} \cdot \frac{1}{f}}$$

d) Calcular las medidas de la pendiente de la línea recta y de la intersección con el eje de las ordenadas empleando método de los mínimos cuadrados.

EXCEL

$y = 1847{,}6x - 0{,}7154$

$R^2 = 0{,}997$

CAPACITANCIA

FARADAY

$$m = \frac{k\left(\sum_{i=1}^{k} x_i y_i\right) - \left(\sum_{i=1}^{k} x_i\right)\left(\sum_{i=1}^{k} y_i\right)}{k\left(\sum_{i=1}^{k} x_i^2\right) - \left(\sum_{i=1}^{k} x_i\right)^2} \ [F]$$

$m = 1847{,}627 \quad n = -0{,}71544$

$\ln(X_c)$ vs $\ln(f)$

$R^2 = 0{,}999$

$$n = \frac{\left(\sum_{i=1}^{k} x_i^2\right)\left(\sum_{i=1}^{k} y_i\right) - \left(\sum_{i=1}^{k} x_i\right)\left(\sum_{i=1}^{k} x_i y_i\right)}{k\left(\sum_{i=1}^{k} x_i^2\right) - \left(\sum_{i=1}^{k} x_i\right)^2} \ [\Omega]$$

ESTE COLOR ES LO QUE HIZO EN LA PIZARRA

e) Determine la relación funcional entre la reactancia capacitiva y la frecuencia.

$$X_c = \frac{1}{2\pi C} \cdot \frac{1}{f}$$

$\ln(X_c)$ vs $\ln(f)$

$$\ln(X_c) = \ln\left(\frac{1}{2\pi C}\right) + \ln\left(\frac{1}{f}\right)$$

$$\ln(X_c) = \ln((2\pi C)^{-1}) + \ln(f^{-1})$$

$$\ln(X_c) = -\ln(2\pi C) - \ln(f)$$

$$\ln(X_c) = -\ln(f) - \ln(2\pi C)$$

EXCEL

$$\ln(X_c)[\Omega] = -1{,}1078 \ln(f)[Hz] + 7{,}9655[\Omega]$$

$R^2 = 0{,}9992$

X_c vs $1/f$

$$X_c[\Omega] = 1847{,}62 \frac{1}{f}\left[\frac{1}{Hz}\right] - 0{,}715[\Omega]$$

$R^2 = 0{,}997$

como $\longrightarrow X_c = \frac{1}{2\pi C} \cdot \frac{1}{f}$

ENTONCES $X_c = 1847{,}62 \cdot \frac{1}{f}$

$$1847{,}62 = \frac{1}{2\pi C}$$

f) ¿Qué representan desde una óptica física tanto m como n y cuáles serían su unidades de medida?

PARTIR DE LA FÓRMULA DE

$X_c = \frac{1}{2\pi C f} \rightarrow$ SIENDO $m = \frac{1}{2\pi C} \longrightarrow$ COMO ES CONSTANTE, SE PUEDE CALCULAR LA CAPACITANCIA

ES LA CAPACITANCIA DEL CAPACITOR

ALMACENA CARGA ELÉCTRICA Y SE MIDE EN FARADIOS

$\uparrow$ CAPACITANCIA $\rightarrow$ $\uparrow$ CARGA ALMACENA

$\hookrightarrow$ REACTANCIA CAPACITIVA X_c TAMBIEN AUMENTA

TENDRÁ $\uparrow X_c$ EN UN CIRCUITO AC

$$1847{,}67 = \frac{1}{2\pi C}$$

$$C = \frac{1}{2\pi \cdot 1847{,}67}$$

$$\boxed{C = 8{,}6 \times 10^{-5}\ [F]}$$

$\ln(2\pi C) = 7{,}9655 \ / e^{()}$

$2\pi C = 2879{,}87$

$$C = \frac{2879{,}87}{2\pi}$$

$C = 458{,}34\ [F]$

3.-En otro taller de laboratorio realizado por estudiantes de la UNAB se estudió el enfriamiento de agua hervida contenida en una taza, como muestra la imagen anexada.

Las medidas efectuadas son expuestas en la subsiguiente lista

Tiempo [s]	Temperatura [°C]
3	71,3
6	63,9
9	58,9
12	53,3
15	49,3
18	46,1
21	43
24	40,6
27	38,3
30	36,3
33	35

a) Graficar la lista de datos ubicando a la variable física tiempo como variable independiente ¿Qué tipo de relación observa en el despliegue de las medidas bidimensionales?

b) El enfriamiento de un objeto es definido a partir de una expresión matemática como sigue

$$T=Ta+(Ti-Ta)\cdot e-kt$$

Considerando la ecuación que representa Matemáticamente el enfriamiento de un cuerpo, modelar una rectificación y graficar los datos modificados después de aplicar el modelo deducido.

2

c) ¿Cuál es el valor de la pendiente y el coeficiente de posición? ¿Cuál es el coeficiente de correlación?

RELACIÓN LINEAL

$T[°C] = -1{,}168\,t[s] + 69{,}75\,[°C]$

$R^2 = 0{,}95$

Transformar primero los datos de la Tabla $T[°C]$ en $\ln(T)$ → este razonamiento se hace porque tiene e^{-kt}

$\ln(T) = -0{,}0236\,t + 4{,}2852 \quad R^2 = 0{,}98$

e) Desde la perspectiva física ¿A qué magnitud física representan las constantes de la función de rectificación?

$T = T_a + (T_i - T_a)\circ e^{-kt}$

T_a → TEMPERATURA DEL AMBIENTE

T_i → TEMPERATURA INICIAL CON QUE INTRODUJIMOS UN CUERPO

$T = T_a + (T_i - T_a)\circ e^{-kt} \; / \ln()$

$\Rightarrow \ln(T) = \ln(T_a) + \ln((T_i - T_a)\circ e^{-kt})$

$\ln(e^{-kt}) \; / \ln(x^a) \to a\ln(x)$

$\Rightarrow \ln(T) = \ln(T_a) + \ln(T_i - T_a) + \ln(e^{-kt})$ / si $-kt\ln(e) \; / \ln(e) = 1$

$-kt \cdot 1$

$\Rightarrow \ln(T) = \ln(T_a) + \ln(T_i - T_a) - kt$

$\Rightarrow \ln(T) = -kt + \ln(T_a) + \ln(T_i - T_a)$

$\Rightarrow \ln(T) = -kt + \ln(T_a(T_i - T_a))$

La intersección con el eje Y es $\ln(Ta) + \ln(T_i - Ta) = 4{,}285$

$\Rightarrow \ln(T) = -Kt + \ln(Ta(T_i - Ta)) \longrightarrow R^2 = 0{,}9835$

↳ la pendiente de la recta representa la constante de enfriamiento

$\ln(T) = -0{,}0236t + 4{,}2852$

$-0{,}0236\cancel{t} = -K\cancel{t}$

$\boxed{0{,}0236\ °C/s = K}$

$\ln(Ta) + \ln(T_0 - Ta)$ / si CNPT $P = 1\,atm$ $T = 25°C$

$\ln(25°C) + \ln(T_0 - 25°C)$

$3{,}22 + \ln(T_0 - 25°C) = 4{,}285$ / $e^{()}$

$e^{3{,}22 + \ln(T_0 - 25°C)} = e^{4{,}285}$

$e^{3{,}22} \cdot e^{\ln(T_0 - 25°C)} = e^{4{,}285}$

$25{,}03 \cdot (T_0 - 25°C) = 72{,}6$

$T_0 - 25°C = 2{,}9$

$T_0 = 27{,}9°C$

4.- Dada la siguiente tabla de datos:

X	2	3	5	7	9
Y	4	9	25	49	81

a) Grafique Y (variable dependiente) v/s X (variable independiente).
b) Rectifique 1/Y (variable dependiente) v/s X (variable independiente). Determine el coeficiente de regresión, y escriba la relación funcional de la rectificación.
c) Rectifique Y (variable dependiente) v/s X^2 (variable independiente). Determine el coeficiente de regresión, y escriba la relación funcional de la rectificación.
d) ¿Qué rectificación es mejor? Justifique

(a) X v/s Y

$Y = 10{,}927x - 23{,}22$

$R^2 = 0{,}969$

(b) 1/Y v/s X

$Y = -0{,}0295x + 0{,}2404$

$R^2 = 0{,}7269$

(c) Y v/s X^2

$Y = X$

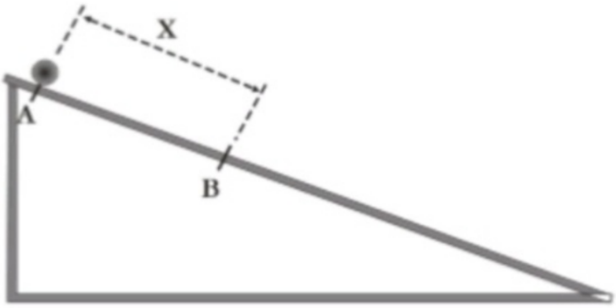
$R^2 = 1$

(d) LA RELACIÓN Y v/s X^2 ES LA MEJOR RECTIFICACIÓN PORQUE TIENE UN $R^2 = 1$ DEBIDO A QUE ES UNA FUNCIÓN CON PENDIENTE $m = 1$

6.- Se arma un plano inclinado con un riel de aluminio en $10°$ respecto de la horizontal, y sin cambiar la inclinación se deja rodar una esfera de 20 gramos. El trazo $\overline{AB}$ mostrado en la figura es variable, y por cada distancia X se mide el tiempo que tarda la esfera en cubrir la distancia. Como podrá suponer el movimiento de la esfera es acelerado, si consideramos la esfera como una partícula, la ecuación teórica que describe su movimiento es:

$$X = X_0 + V_0 \cdot t + \frac{1}{2} \cdot a \cdot t^2 \qquad (1)$$

El objetivo de este experimento es encontrar la aceleración de la partícula utilizando análisis gráfico y el proceso de rectificación de curvas.



Al hacer variar la distancia del trazo $\overline{AB}$ y realizando las mediciones del tiempo t se obtuvo la siguiente tabla:

$X\ (cm)$	10	30	60	80	90	100
$t\ (seg)$	0,35	0,60	0,85	1,00	1,03	1,08

a) Grafique X (variable dependiente) v/s t (variable independiente).
b) Rectifique $\sqrt{X}$ (variable dependiente) v/s t (variable independiente). Determine el coeficiente de regresión, y escriba la relación funcional de la rectificación.
c) Rectifique $Ln\ X$ (variable dependiente) v/s $Ln\ t$ (variable independiente). Determine el coeficiente de regresión, y escriba la relación funcional de la rectificación.
es t^2!
d) Rectifique X (variable dependiente) v/s $t2$ (variable independiente). Determine el coeficiente de regresión, y escriba la relación funcional de la rectificación.
e) Compare cada relación funcional con la expresión teórica (debe hacer un enjuague matemático primero si es necesario) y a partir de esta comparación (¿recuerda cómo se igualan polinomios?)
determine la aceleración de la esfera. A partir de la aceleración obtenida determine el valor de la aceleración de gravedad (para un caso como el del montaje experimental y en ausencia de roce tenemos $a = g \cdot sen\alpha$
f) ¿Qué rectificación resulta ser la más adecuada? Justifique.

X vs t

$X = 121{,}7\, t\,[s] - 37{,}921\,[cm]$

$R^2 = 0{,}9765$

$\ln(x)$ vs $\ln(t)$

$\ln(x) = 2{,}0207 \ln(t) + 4{,}4253\,[cm]$

$R^2 = 0{,}99$

$\sqrt{x}$ vs t

$\sqrt{x} = 9{,}216\, t\,[s] - 0{,}0723\,[cm]$

$R^2 = 0{,}9983$

x vs t^2

$x = 84{,}439\, t^2\,[s^2] - 0{,}7098\,[cm]$

a) Grafique X (variable dependiente) v/s t (variable independiente).
b) Rectifique $\sqrt{X}$ (variable dependiente) v/s t (variable independiente). Determine el coeficiente de regresión, y escriba la relación funcional de la rectificación.
c) Rectifique $Ln\, X$ (variable dependiente) v/s $Ln\, t$ (variable independiente). Determine el coeficiente de regresión, y escriba la relación funcional de la rectificación.
d) Rectifique X (variable dependiente) v/s $t2$ (variable independiente). Determine el coeficiente de regresión, y escriba la relación funcional de la rectificación.
e) Compare cada relación funcional con la expresión teórica (debe hacer un enjuague matemático primero si es necesario) y a partir de esta comparación (¿recuerda cómo se igualan polinomios?)
determine la aceleración de la esfera. A partir de la aceleración obtenida determine el valor de la aceleración de gravedad (para un caso como el del montaje experimental y en ausencia de roce tenemos $a = g \cdot sen\alpha$
f) ¿Qué rectificación resulta ser la más adecuada? Justifique.

$\sqrt{x} = 9{,}216t - 0{,}0723$

$\sqrt{x} = \frac{1}{\sqrt{2}} \circ \sqrt{a}\, t$

$\therefore \quad 9{,}216 = \frac{1}{\sqrt{2}} \cdot \sqrt{a}$

$\Rightarrow \sqrt{2} \cdot 9{,}216 = \sqrt{a}$

$\Rightarrow 13{,}033 = \sqrt{a} \;/\; ()^2$

$\Rightarrow 169{,}8693\, [cm/s^2] = \vec{a}$

$x = \cancel{x_0}^{\,0} + \cancel{v_0}^{\,0} t + \frac{1}{2} a t^2$

$\Rightarrow x = \frac{1}{2} a t^2 \;/\; \sqrt{\ }$

$\Rightarrow \sqrt{x} = \sqrt{1/2} \cdot \sqrt{a} \cdot \sqrt{t}$

$a = \vec{g}\, \text{sen}\, \alpha$

$169{,}8693 = g\, \text{sen}\, 10$

$169{,}8693 = g \cdot 0{,}1736$

$\frac{169{,}8693}{0{,}1736} = g$

$978{,}5\, [cm/s^2] = g$

⑧ $\ln(x) = 2{,}0207 \ln(t) + 4{,}4253$

$x = \frac{1}{2} a t^2 \,/ \ln()$

$\Rightarrow \ln(x) = \ln\left(\frac{1}{2} a t^2\right)$

$\Rightarrow \ln(x) = \ln\left(\frac{1}{2}\right) + \ln(a) + 2\ln(t)$

$\Rightarrow \ln(x) = 2\ln(t) + \ln\left(\frac{1}{2}\right) + \ln(a)$

$4{,}4253 = \ln\left(\frac{1}{2}\right) + \ln(a)$

$4{,}4253 = -0{,}693 + \ln(a)$

$5{,}118 = \ln(a) \,/ e^{()}$

$167{,}001 \, cm/s^2 = a$

$167{,}001 \, cm/s^2 = g \operatorname{sen} \alpha$

$167{,}001 \, cm/s^2 = g \operatorname{sen} 10$

$167{,}001 \, cm/s^2 = g \cdot 0{,}1736$

$961{,}98 \, cm/s^2 = g$