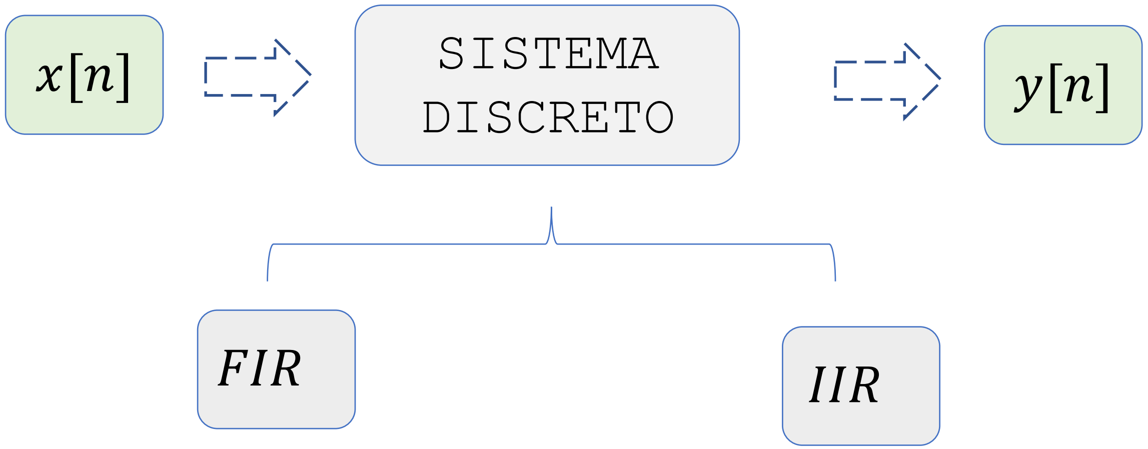
CLASE 4
PROCESAMIENTO DIGITAL DE SEÑALES

BY:Jorge Miranda

RESPUESTA AL IMPULSO

Respuesta del sistema , cuando la entrada al sistema es la señal impulso unitario.



La respuesta impulso la denotamos mediante h[n]

h[n] puede ser finita o infinito . De lo anterior, el sistema puede ser FIR o IIR

FILTRO IIR

$x[n]$ ⇨ $h[n]$ ⇨ $y[n]$

$$h[n] = u[n](0.1^n + 0.2^n)$$

$$h[n] = u[n](0.1^n - 0.2^n)$$

existen para todo n no negativo : $\forall\, n \geq 0$

*h[n]: Es de **duración infinita**.*

FUNCIÓN DE TRANSFERENCIA

Los sistemas LTI son los únicos que pueden ser analizados por herramientas matemáticas como transformada de Laplace, Fourier ,entre otras. En el contexto de sistemas LTI discreto se utiliza Transformada Z, DFT, entre otras.

La función de transferencia nos permite saber la relación entrada-salida de un sistema en el dominio de la variable compleja 's'(tiempo continuo) o 'z' (tiempo discreto).

$$\boldsymbol{H}(\boldsymbol{s}) = \frac{b_0 s^n + b_1 s^{n-1} + \cdots + b_{n-1} s + b_n}{s^n + a_1 s^{n-1} + \cdots + a_{n-1} s + a_n}$$

$$b = [b_0, b_1, \dots b_n]$$
$$a = [1, a_1, a_2, \dots a_n]$$

DISEÑO DE FILTROS IIR

$$X(s) \longrightarrow \boxed{H(s)} \longrightarrow Y(s)$$

Diseñar el **Filtro analogico**. **Luego transformar el filtro analógico a su equivalente DISCRETO**

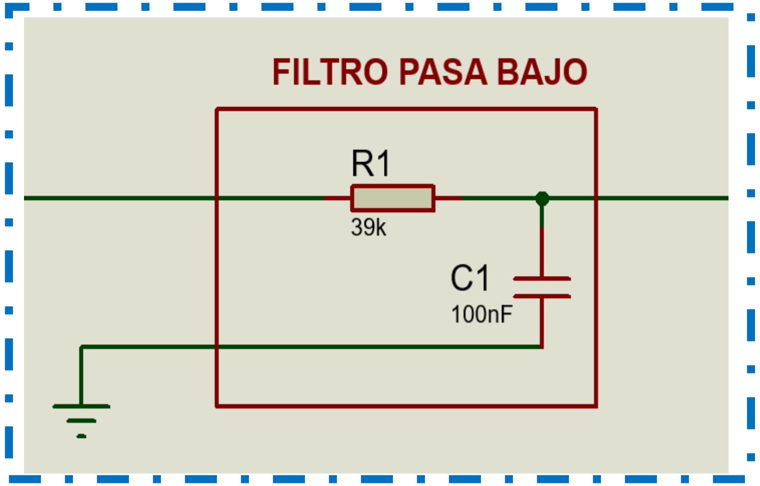
$$X(z) \qquad \boxed{H(z)} \longrightarrow Y(z)$$

EJEMPLO 1

Diseñar un filtro pasa bajo analógico de primer orden del tipo ***butterworth*** *y luego obtener su equivalente digital mediante la transformación bilineal*

$$\Omega_c = 2\pi 40 \frac{rad}{seg}$$

$\boldsymbol{X(s)}$



$\boldsymbol{Y(s)}$

$$X(s) \longrightarrow \boxed{H(s)} \longrightarrow Y(s)$$

$$H(s) = \frac{\Omega_c}{s + \Omega_c}$$

$$X(z) \longrightarrow \boxed{H(z)} \longrightarrow Y(z)$$

EJEMPLO 1

$$\Omega_c = 2\pi 40\,\frac{rad}{seg}$$

$$X(s) \longrightarrow \boxed{H(s)} \longrightarrow Y(s)$$

$H(s) \longrightarrow$

```
    251.3
  ---------
  s + 251.3
```

$$s = \frac{2}{T}\left(\frac{1 - z^{-1}}{1 + z^{-1}}\right)$$

$$X(z) \longrightarrow \boxed{H(z)} \longrightarrow Y(z)$$

$H(z) \longrightarrow$??

EJEMPLO 1

$$\Omega_c = 2\pi 40 \frac{rad}{seg}$$

$$X(s) \longrightarrow \boxed{H(s)} \longrightarrow Y(s)$$

$$H(s) \rightarrow \frac{251.3}{s + 251.3}$$

$$s = \frac{2}{T}\left(\frac{1 - z^{-1}}{1 + z^{-1}}\right)$$

$$F_s = 400Hz$$

$$X(z) \longrightarrow \boxed{H(z)} \longrightarrow Y(z)$$

$$H(z) \rightarrow \frac{0.2391 + 0.2391\ z^{-1}}{1 - 0.5219\ z^{-1}}$$

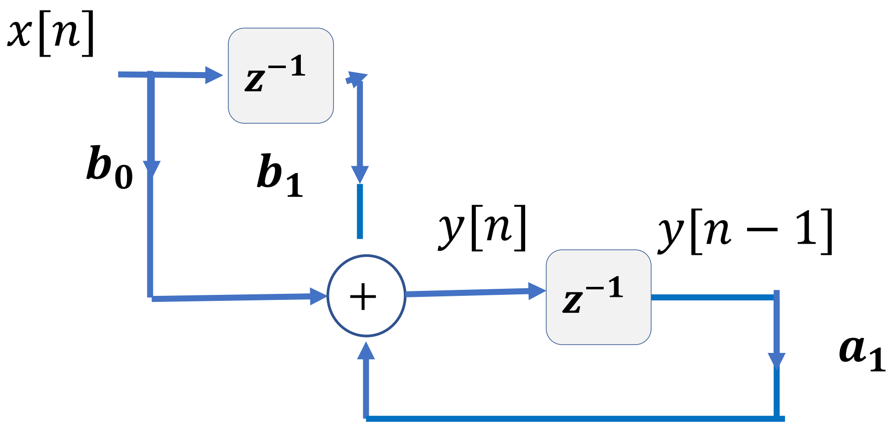
FORMA DIRECTA 1

b_0 b_1

$$\frac{Y(z)}{X(z)} \rightarrow$$

```
0.2391 + 0.2391 z^-1
---------------------
  1 - 0.5219 z^-1
```

a_1



$$y[n] = a_1 y[n-1] + b_0 x[n] + b_1 x[n-1]$$

Discretización

Consiste en obtener un modelo discretizado del proceso definido en tiempo continuo. En si tiene que ver con una correspondencia entre la variable compleja z y la variable compleja s

SISTEMA H(s)

Euler-forward

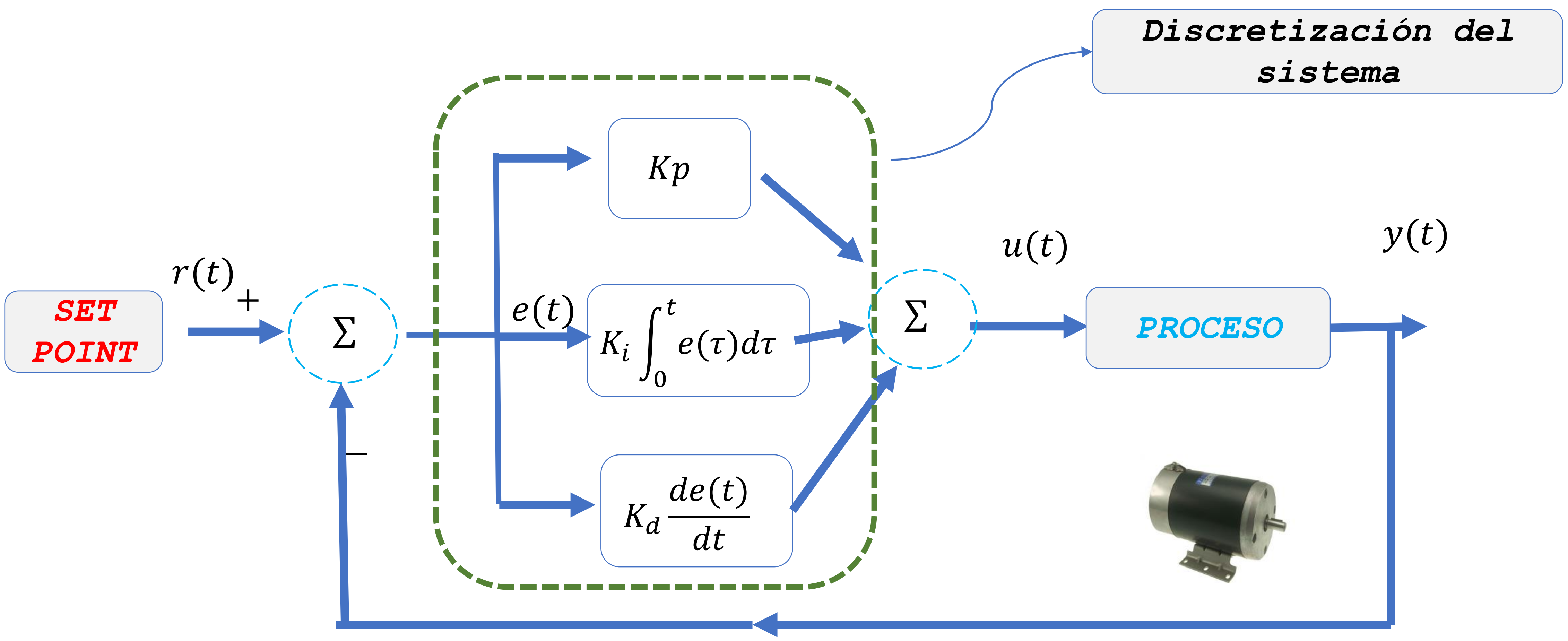
Euler-backward

Invariante impulse

Tustin method

SISTEMA H(z)

Discretización



Discretización

El diseño del controlador PID digital se puede realizar por medio de una transformación de variables complejas correspondientes al sistema en tiempo continuo y tiempo discreto

CONTROLADOR PID ANALOGICO

CONTROLADOR PID DIGITAL

$$u(t) = Kpe(t) + K_i \int_0^t e(\tau)d\tau + K_d \frac{de(t)}{dt}$$

$$\frac{U(s)}{E(s)} = Kp + \frac{K_i}{s} + K_d s$$

$$\frac{U(z)}{E(z)} = ??$$

Discretización

El diseño del controlador PID digital se puede realizar por medio de una transformación de variables complejas correspondientes al sistema en tiempo continuo y tiempo discreto

CONTROLADOR PID ANALOGICO

CONTROLADOR PID DIGITAL

$$\frac{U(s)}{E(s)} = Kp + \frac{K_i}{s} + K_d s \, \frac{\boldsymbol{N}}{\boldsymbol{s + N}}$$

$$\frac{U(z)}{E(z)} = ??$$

TUSTIN

Controlador PID Digital

$K_p = 0.0026$

$K_i = 0.1879$

$K_d = 9.008510^{-6}$

$N = 100$

$$P + I\frac{1}{s} + D\frac{N}{1 + N\frac{1}{s}}$$

PROPORCIONAL

K_p → 0.0026

INTEGRAL

$\frac{K_i}{s}$ →

```
0.001879 + 0.001879 z^-1
------------------------
       1 - z^-1
```

DERIVATIVO

$K_d s \frac{N}{s + N}$ →

```
0.0004504 - 0.0004504 z^-1
```

TUSTIN

Controlador PID Digital

a

$e[k] \rightarrow$ 0.0026 $\rightarrow u_1[k]$

b b

$e[k] \rightarrow$

```
0.001879 + 0.001879 z^-1
------------------------
        1 - z^-1
```

$\rightarrow u_2[k]$

c c

$e[k] \rightarrow$

```
0.0004504 - 0.0004504 z^-1
```

$\rightarrow u_3[k]$

$u[k]$

TUSTIN

Controlador PID Digital

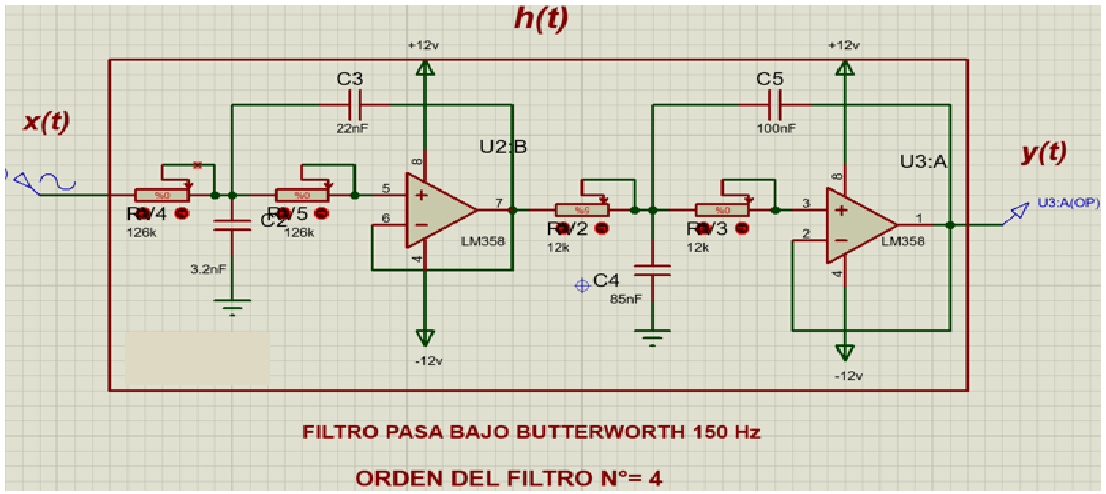
$$u[k] \quad \left\{ \begin{array}{c} u_1[k] = ae[k] \\[2em] u_2[k] = be[k] + be[k-1] + u_2[k-1] \\[2em] u_3[k] = ce[k] - ce[k-1] \end{array} \right.$$

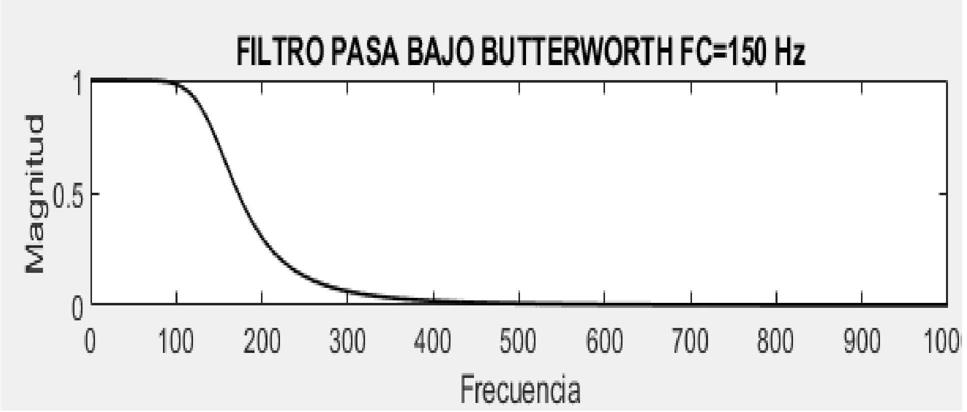
FILTRO BUTTERWORTH DE ORDEN 4

2 etapas de Sallen-key 2do orden

$$H(s) = \frac{7.89e11}{s^4 + 2463\,s^3 + 3.033e06\,s^2 + 2.188e09\,s + 7.89e11}$$

$$H(s) = \frac{8.883e05}{s^2 + 721\,s + 888264}\;\frac{888264}{s^2 + 1741\,s + 888264}$$





FILTRO FIR

$$x[n] \rightarrow h[n] \rightarrow y[n]$$

$$h[n] = [0.1\,,\; 0.2\,, 0\,,\; 0.2\,,\; 0.1]$$

$$h[n] = [0.5\,,\; 0.3\,, 0\,,\; -0.3\,,\; -0.5]$$

Existen solo en un intervalo limitado:

$$0 \leq n \leq 4$$

*h[n]: Es de **duración finita**.*

CONVOLUCIÓN DISCRETA

La salida de un sistema discreto LTI ante una señal de entrada se puede determinar mediante la operación de convolución.

$x[k]$ ⇨ SISTEMA DISCRETO ⇨ $y[k]$

$$y[k] = T(u[k])$$

$$y[k] = x[k] * h[k]$$

$h[k]$: *respuesta al impulso del sistema*

CONVOLUCIÓN DISCRETA

$$y[k] = x[k] * h[k]$$

ECUACIÓN EN DIFERENCIAS

x(n) → SISTEMA DISCRETO → **y(n)**

Ecuación que describe el comportamiento entrada-salida de un sistema discreto lineal o no lineal. En el contexto lineal e invariante en el tiempo , se pueden aplicar herramientas matemáticas como la DFT, transformada Z para simplificar su análisis .

FRECUENCIA RELATUVA

$$w = \Omega T_s$$

w: frecuencia ciclica relativa (rad)

Ω: frecuencia ciclica (rad/seg)

T_s: periodo de muestreo (seg)

F_s: frecuencia de muestreo (Hz)

FRECUENCIA RELATUVA

$$w = \Omega T_s$$

Todo proceso de muestreo en el tiempo origina periodicidad en el dominio de la frecuencia. El valor de la periodicidad es de 2π .

Solo se requiere conocer el espectro en el intervalo de $[0 \quad 2\pi]\, o\, [-\pi \quad \pi]$ para fines de análisis y diseño de filtros en el dominio de la frecuencia.

FRECUENCIA RELATUVA

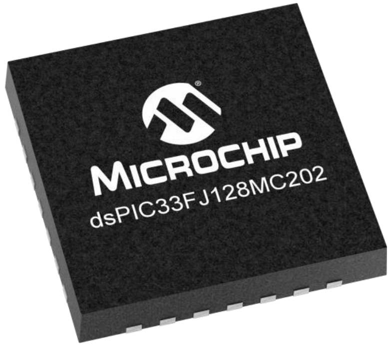
$$w = \Omega T_s$$

Todo proceso de muestreo en el tiempo origina periodicidad en el dominio de la frecuencia. El valor de la periodicidad es de 2π .

Solo se requiere conocer el espectro en el intervalo de $[0 \quad 2\pi]\, o\, [-\pi \quad \pi]$ para fines de análisis y diseño de filtros en el dominio de la frecuencia.

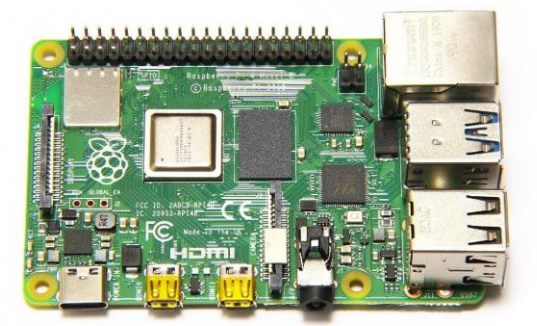
IMPLEMENTACIÓN EN HARDWARE

dsPIC33FJ



FPGA

Raspberry *pi*



TIVA C
TM4C123GH6PM