

Capítulo 3

Circuitos Pasivos

Introducción

Un circuito pasivo es aquél que no genera energía. Por lo general, los circuitos pasivos están constituidos por resistencias, bobinas y condensadores conectados de formas diversas entre sí. Los circuitos de importancia más utilizados en los sistemas de comunicaciones incluyen, entre otros:

- ♦ Circuitos sintonizados en serie.
- ♦ Circuitos sintonizados en paralelo.
- ♦ Transformadores.
- ♦ Filtros pasivos.
- ♦ Atenuadores.
- ♦ Combinadores.
- ♦ Divisores.
- ♦ Acopladores de impedancia.

Los circuitos anteriores, junto con los amplificadores y osciladores, puede decirse que constituyen los bloques básicos de cualquier sistema de comunicaciones eléctricas y, por consecuencia, la comprensión adecuada de su funcionamiento es indispensable. Se asume aquí que el estudiante comprende suficientemente bien la teoría de circuitos, tanto de corriente continua como de corriente alterna y posee conocimientos básicos de teoría electromagnética y manejo de señales en los dominios del tiempo y de frecuencia.

3.1 Circuitos sintonizados en serie

Un circuito sintonizado en serie está constituido por una bobina de inductancia L , conectada en serie con un condensador de capacidad C como muestra la figura 3.1.

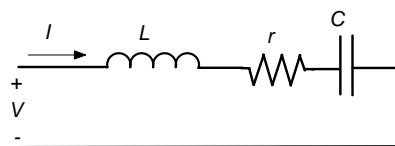


Fig. 3.1. Circuito sintonizado en serie.

En condiciones ideales, se supone que la resistencia del alambre de la bobina es despreciable ($r = 0$), y que la resistencia del dieléctrico del condensador es infinita, es decir, a corriente continua la bobina se comporta como un corto circuito y el condensador como un circuito abierto. En condiciones reales, es necesario tener en cuenta la resistencia en serie de la bobina, con lo que el circuito sintonizado en serie tiene la forma mostrada en la figura 3.1.

A corriente alterna, de frecuencia angular $\omega = 2\pi f$ ¹ (f es la frecuencia en Hz), tanto la bobina como el condensador presentan una *reactancia* dada por:

$$X_L = \omega L; \quad X_C = \frac{1}{\omega C} \quad (3.1)$$

Si la resistencia interna de la bobina es r y la del condensador es muy grande, la impedancia del circuito es:

$$Z_s = r + jX = r + j\left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right) \quad (3.2)$$

El módulo de la impedancia es:

$$|Z_s| = \sqrt{r^2 + X^2} \quad (3.3)$$

y, su ángulo de fase:

$$\phi_s = \arctan \frac{X}{r} \quad (3.4)$$

De las expresiones anteriores se ve que en altas frecuencias, cuando $\omega L > 1/\omega C$, el término inductivo domina y la reactancia X es positiva. Por el contrario a bajas frecuencias en que $\omega L < 1/\omega C$ domina el término capacitivo y la reactancia es negativa. A la frecuencia en que $\omega L = 1/\omega C$, la reactancia total es cero y se dice que el circuito está en resonancia. La frecuencia de resonancia se tiene, por tanto, cuando:

$$\omega L = \frac{1}{\omega C} \quad (3.5)$$

Con lo que la frecuencia de resonancia es:

$$\omega_{0s} = \frac{1}{\sqrt{LC}} \quad \text{o bien} \quad f_{0s} = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}} \quad (3.6)$$

¹ Aquí utilizaremos preferentemente ω en lugar de f . Aunque ω es la *frecuencia angular* en rad/seg y f simplemente la frecuencia en Hz, por lo general emplearemos sólo la palabra *frecuencia* para ambas sobreentendiendo lo anterior.

En la figura 3.2 se muestra la gráfica del módulo de la impedancia en función de la frecuencia para un circuito resonante en serie con $L = 100 \mu\text{H}$, $C = 100 \text{ pf}$ y $r = 9 \Omega$.

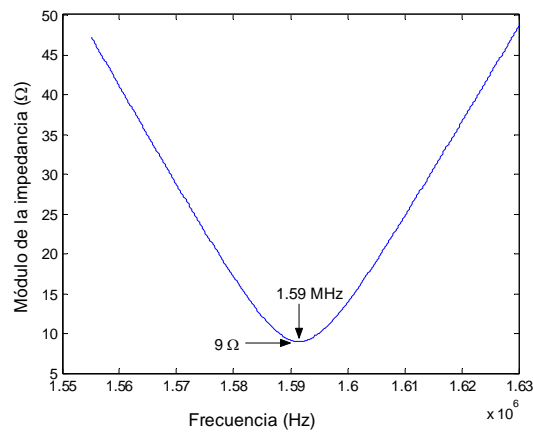


Fig. 3.2. Impedancia de un circuito resonante en serie en función de la frecuencia.

La frecuencia de resonancia, de acuerdo a (2.6) es de 1.59 MHz y la impedancia a resonancia es mínima e igual a la resistencia de la bobina, r . De manera similar, el ángulo de fase de la impedancia en función de la frecuencia, se ilustra en la figura 3.3.

El ángulo de fase es cero a resonancia, negativo a frecuencias menores de la de resonancia y positivo a frecuencias superiores a ésta, tendiendo a un valor máximo de $\pm 90^\circ$.

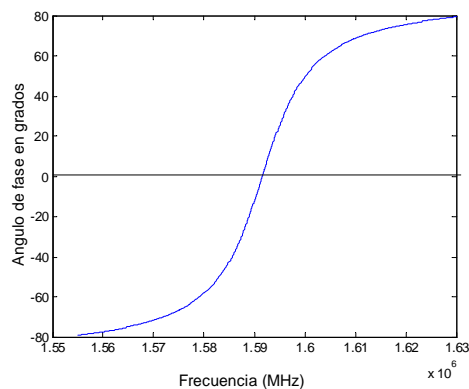


Fig. 3.3. Ángulo de fase de la impedancia en función de la frecuencia.

3.1.1 Factor de calidad, Q .

El factor de calidad o, más comúnmente, la Q de un circuito resonante en serie se define como la relación entre la reactancia inductiva a resonancia y la resistencia en serie con el circuito sintonizado. Por lo general, la resistencia en serie asociada con la capacidad es despreciable, aunque si llega a ser significativa, se incluye para el análisis, en la resistencia en serie total. De acuerdo a esto, el factor Q se expresa como:

$$Q_s = \frac{\omega_{0s} L}{r} \quad (3.7)$$

y, como a resonancia

$$\omega_{0s} L = \frac{1}{\omega_{0s} C} \quad (3.8)$$

el factor Q también puede expresarse como:

$$Q_s = \frac{1}{\omega_{0s} C r} \quad (3.9)$$

En que el subíndice s indica que se trata del factor Q para el circuito resonante en serie. Este factor es importante para describir el comportamiento de un circuito resonante y, en la práctica hay instrumentos para medir la Q de una bobina a una frecuencia específica, para un valor de la capacidad del condensador de sintonía, determinada.

Suponiendo que medición de la Q permite conocer la frecuencia de resonancia ω_{0s} y la capacidad C a la que se tiene esa frecuencia, pueden determinarse L y r con facilidad utilizando las fórmulas (3.7) y (3.9) y, combinándolas con (3.6) se demuestra fácilmente que:

$$Q_s = \frac{1}{r} \sqrt{\frac{L}{C}} \quad (3.10)$$

La fórmula anterior muestra que Q es constante en la medida en que L , C y r sean constantes, lo que es razonablemente cierto para frecuencias cercanas a la de resonancia. A otras frecuencias en que interviene la capacidad distribuida de la bobina o interviene el *efecto pelicular* que se trata en la sección 3.3, la Q depende de la frecuencia.

Aunque el circuito resonante en serie, igual que el resonante en paralelo es un circuito pasivo y, por tanto no genera energía, se da un efecto de *amplificación de voltaje* y Q se designa también como *factor de amplificación de voltaje*, en el sen-

tido de que es una medida de la relación entre el voltaje reactivo a resonancia y el voltaje aplicado a la entrada del circuito. Esto se infiere por el hecho de que la corriente i a resonancia es V/r , en que V es el voltaje aplicado y la magnitud del voltaje en la bobina es, por consecuencia:

$$V_L = iX_L = \frac{V}{r} \omega_0 L = VQ \quad (3.11)$$

y, a través del condensador:

$$V_c = iX_c = \frac{V}{r} \frac{1}{\omega_0 C} = VQ \quad (3.12)$$

Así, la magnitud de cualquiera de los dos voltajes reactivos resulta de Q veces el voltaje aplicado y puede alcanzar niveles relativamente altos. Aunque el voltaje reactivo total a resonancia es cero, es posible aprovechar esta “amplificación de voltaje acoplando el voltaje inductivo o el capacitivo por separado, como se hace en filtros y circuitos acoplados. Es importante notar que el voltaje inductivo no es el voltaje a través de la resistencia interna r de la bobina y debe tenerse en cuenta para el aislamiento adecuado entre espiras de ésta, ya que si llega ser muy alto pueden producirse arcos eléctricos entre espiras adyacentes.

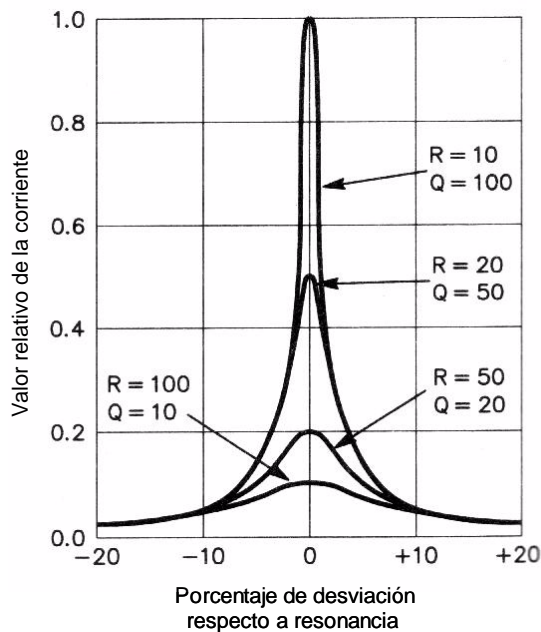


Fig. 3.4. Curvas de resonancia para diferentes valores de Q

En el caso más general, la resistencia interna de la bobina no es sólo la del conductor de la misma. Incluye también las pérdidas en el núcleo si se trata de una bobina con núcleo ferromagnético, así como la resistencia que resulta del efecto pelicular. Cuando el valor de la reactancia de la bobina o del condensador es comparable al de la resistencia en serie, la impedancia crece lentamente según la frecuencia se aleja de la de resonancia. En este caso la Q es baja y la curva de resonancia es ancha. Por el contrario, cuando la reactancia es considerablemente mayor que la resistencia, la impedancia aumenta rápidamente y la corriente a tra-

vés del circuito disminuye en la misma medida. En este caso el circuito tiene una Q elevada y la curva de resonancia es aguda. Un circuito de este tipo responde más rápido a la frecuencia de resonancia que un circuito de baja Q en que la respuesta será muy similar en un rango amplio de frecuencias alrededor de la resonancia. En la práctica, ambos tipos de respuesta son necesarios, dependiendo de la aplicación. En la figura 3.4 se muestran varias curvas de resonancia para valores diferentes de Q , en función de la resistencia en serie que ilustran lo mencionado antes.

3.1.2 Impedancia en función de Q .

Una forma útil de expresar la impedancia es en términos de Q , reescribiendo (2.2) como:

$$Z_s = r \left[1 + j \left(\frac{\omega L}{r} - \frac{1}{\omega C r} \right) \right] \quad (3.13)$$

Despejando L y C de (2.7) y (2.9) y substituyendo en (2.13):

$$Z_s = r \left[1 + j \left(\frac{\omega}{\omega_{0s}} - \frac{\omega_{0s}}{\omega} \right) Q_s \right] \quad (3.14)$$

Y si ahora se define un *factor de desintonía* como:

$$\beta = \frac{\omega}{\omega_{0s}} - \frac{\omega_{0s}}{\omega} \quad (3.15)$$

La impedancia se puede expresar como:

$$Z_s = r(1 + j\beta Q_s) \quad (3.16)$$

De modo que:

$$Z_s = r \sqrt{1 + (\beta Q_s)^2} \quad (3.17)$$

$$\phi_s = \arctan(\beta Q_s) \quad (3.18)$$

Las fórmulas anteriores permiten calcular fácilmente la magnitud de la impedancia y la fase a cualquier frecuencia en términos de Q .

3.1.3 Respuesta relativa

Es usual expresar la respuesta de un circuito resonante en forma relativa, de manera semejante a la figura 3.4 en que la corriente relativa es la relación entre la corriente a una frecuencia cualquiera y la corriente a resonancia, de modo que:

$$A_r = \frac{1}{\sqrt{1 + (\beta Q_s)^2}} \quad (3.19)$$

y, en dB:

$$A_r(dB) = 20 \log \frac{1}{\sqrt{1 + (\beta Q_s)^2}} = 10 \log [1 + (\beta Q_s)^2] \quad (3.20)$$

3.1.4 Respuesta a media potencia o a -3 dB

Una forma muy común y conveniente de expresar la respuesta en frecuencia de un circuito sintonizado es mediante la respuesta a media potencia, que se muestra en la figura 3.5. Esto equivale a una potencia de -3 dB respecto a la potencia en el máximo, que al tener un valor relativo de 1, corresponde a 0 dB relativos. Usualmente los puntos de media potencia definen el *ancho de banda* de un circuito.

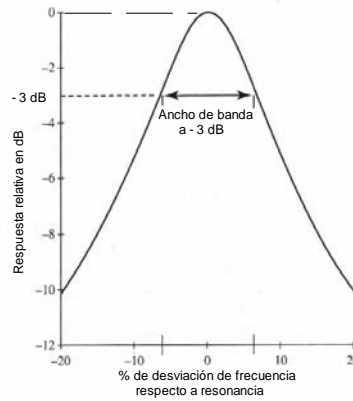


Fig. 3.5. Ancho de banda a -3 dB

A -3 dB de potencia, la magnitud de la respuesta relativa en voltaje o corriente es $1/\sqrt{2}$ de la respuesta máxima, con lo que de (3.19) se tiene que:

$$2 = 1 + (\beta_{-3} Q_s)^2 \quad (3.21)$$

$$\beta_{-3} = \pm \frac{1}{Q_s}$$

Donde β_{-3} designa la desintonía en los puntos de frecuencia en que la respuesta relativa es -3 dB y, de acuerdo a la definición de β en (2.15), se puede escribir esta ecuación como:

$$\frac{f_{-3}}{f_{0s}} - \frac{f_{0s}}{f_{-3}} = \pm \frac{1}{Q_s} \quad (3.22)$$

Designando como Δf_{-3} al ancho de banda entre los puntos de -3 dB y manipulando (3.22) se obtiene que:

$$\Delta f_{-3} = \frac{f_{0s}}{Q_s} \quad (3.23)$$

Con lo que, si se conoce la Q del circuito, fácilmente se puede calcular su ancho de banda a -3 dB mediante la expresión anterior.

3.2 Circuitos sintonizados en paralelo

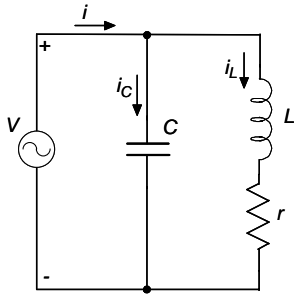


Fig. 3.6. Circuito sintonizado en paralelo

En este caso, la bobina y el condensador se conectan en paralelo con la fuente señal, como se ilustra en la figura 3.6. Como en caso del circuito en serie, r representa la resistencia total de la bobina. La resistencia en serie del condensador es muy baja y, por lo general, no se tiene en cuenta. Por otra parte la resistencia en paralelo, debida a las imperfecciones del dieléctrico es muy elevada, del orden de varios $M\Omega$ y no influye significativamente en la impedancia total del circuito, de modo que tampoco se tiene en cuenta. Se verá más adelante en esta sección que la frecuencia de resonancia y el factor Q del circuito sintonizado en paralelo son, para todos los fines prácticos, iguales que las definidas para el circuito en serie. La impedancia, sin embargo, es la inversa y su valor es alto a resonancia, decreciendo según la frecuencia de funcionamiento se desvía de la de resonancia.

3.2.1 Impedancia del circuito sintonizado en paralelo

La impedancia de la rama capacitiva es, simplemente, $Z_C = 1/j\omega C$ y la de la rama inductiva es $Z_L = r + j\omega L$ que, puede aproximarse simplemente como $Z_L \cong j\omega L$ ya que normalmente la reactancia inductiva es mucho mayor que la resistencia en serie. Sin embargo, esta consideración puede no ser válida a bajas frecuencias en que la reactancia y la resistencia pueden tener valores comparables. En estas condiciones la impedancia del circuito sintonizado en paralelo es:

$$Z_p = \frac{Z_L Z_C}{Z_L + Z_C} \quad (3.24)$$

El denominador de (3.24) es igual que la impedancia del circuito serie, de modo que combinando la ecuación anterior con (3.16) se tiene que:

$$Z_p = \frac{L/C}{r(1 + j\beta Q_s)} = \frac{R_D}{1 + j\beta Q_s} \quad (3.25)$$

Donde R_D se define como la *impedancia dinámica*:

$$R_D = \frac{L}{rC} \quad (3.26)$$

A resonancia, $\beta = 0$ y la impedancia del circuito en paralelo es igual a la impedancia dinámica. A resonancia, la impedancia es una resistencia pura y el término *dinámica* se emplea para enfatizar que (3.26) es aplicable únicamente a corriente alterna, ya que a corriente continua el condensador constituye un circuito abierto y la bobina un corto circuito, de modo que en esas condiciones la impedancia que ve la fuente de c.c. es simplemente r . Analizando con detalle las condiciones a resonancia se demuestran las siguientes formas alternativas de la ecuación (3.26).

$$\begin{aligned} R_D &= \omega_0 L Q \\ &= \frac{Q}{\omega_0 C} \\ &= Q^2 r \end{aligned} \quad (3.27)$$

En la expresión anterior se han omitido ya los subíndices de Q y la frecuencia de resonancia se designa simplemente como ω_0 por razones que serán evidentes luego. La forma $Q/\omega_0 C$ es particularmente útil ya que las magnitudes en ella se pueden obtener directamente de mediciones de Q . La forma $Q^2 r$ también resulta de interés, ya que muestra claramente la relación entre las impedancias en serie y paralelo a resonancia. Por ejemplo, si un circuito sintonizado tiene una $Q = 100$ y $r = 10$, cuando se conecta en serie la impedancia a resonancia es 10Ω , en tanto que en paralelo la impedancia es de $100 \text{ K}\Omega$. En el caso en serie, la impedancia a resonancia es igual a la resistencia interna de la bobina, mientras que en paralelo se trata de un concepto aplicable sólo a corriente alterna a resonancia. En resumen, la impedancia a resonancia en serie es muy baja, mientras que en paralelo es muy alta.

De manera similar al circuito serie en que se tiene “amplificación” de voltaje, en el circuito paralelo se tiene “amplificación” de corriente. En efecto, si la corriente de entrada al circuito sintonizado en paralelo es i , la magnitud de la corriente en la rama capacitiva será iQ y también, aproximadamente la misma en la rama inductiva. Sin embargo, la corriente total de ambas ramas es prácticamente cero y la corriente de entrada al circuito es mínima a resonancia.

3.2.2 Factor Q en el circuito sintonizado en paralelo

La resonancia en paralelo ocurre cuando la parte reactiva de la impedancia es cero, lo que significa que el término imaginario $j\beta Q_s$ en la ecuación (3.16) para la impedancia, debe ser también cero. Puesto que este término ocurre en las ecuaciones para la impedancia tanto en serie como en paralelo, la frecuencia de resonancia debe ser la misma en ambos circuitos y, por consecuencia, puede prescindirse del subíndice de Q , que es la misma para ambos casos:

$$Q = \frac{\omega_0 L}{r} = \frac{1}{\omega_0 C r} \quad (3.28)$$

Debe hacerse notar que las expresiones anteriores se desarrollaron bajo la suposición de que $r \ll \omega L$, lo cual es válido en la mayor parte de los casos de interés práctico.

3.2.3 Ancho de banda a media potencia

El ancho de banda a media potencia o -3 dB para el circuito sintonizado en serie es también aplicable al circuito en paralelo. Sin embargo, hay que notar que la respuesta relativa para el circuito serie se define en términos de corriente, mientras que para el circuito en paralelo, dicha respuesta relativa se define en términos de voltaje.

3.2.4 Q con carga

La Q definida hasta ahora se designa como Q sin carga, y es el valor de Q cuando el circuito resonante no está cargado. Conceptualmente se define como:

$$Q = \frac{\omega_0 \times \text{energía almacenada en el circuito resonante}}{\text{energía disipada en el circuito resonante}}$$

En tanto que, cuando hay conectada una carga, la Q ya no es la misma que la anterior y se define ahora una Q con carga o Q efectiva como:

$$Q = \frac{\omega_0 \times \text{energía almacenada en el circuito}}{\text{energía disipada en el circuito y en la carga}}$$

Cuando un circuito entrega energía a una carga, como en el caso de circuitos resonantes en transmisores, la energía consumida por el propio circuito resonante suele

ser muy poco significativa, comparada a la que se consume en la carga. En estas condiciones la Q_L puede calcularse aproximadamente como:

$$Q = \frac{R_L}{X}$$

Para circuitos resonantes en paralelo. En la fórmula anterior, X es la reactancia del condensador o de la bobina, a resonancia. La Q_L efectiva de un circuito cargado con una resistencia en paralelo aumenta cuando las reactancias disminuyen. Si la resistencia de carga es relativamente baja, del orden de algunos $K\Omega$, la reactancia de los elementos del circuito debe ser baja a resonancia para conseguir una Q razonablemente alta. En el caso de los circuitos de salida en transmisores, la técnica de diseño utilizada suele ser, primero, elegir un valor de Q_L para el circuito y luego determinar los valores de los componentes C y L .

Cuando es necesario reducir la Q de un circuito para aumentar su ancho de banda, la técnica usual es emplear resistencias en paralelo. El empleo de circuitos con Q relativamente alta y de resistencias en paralelo permite diseñar los circuitos con una respuesta adecuada a las necesidades específicas. Puesto que la resistencia en paralelo consume potencia, esta técnica suele emplearse más en receptores y en circuitos de baja potencia que en transmisores en que las potencias que se manejan suelen ser grandes.

3.3 Efecto de inercia de los circuitos resonantes

En los circuitos resonantes no sólo es importante su respuesta en frecuencia. También su respuesta en el dominio del tiempo es de importancia, particularmente en algunos tipos de amplificadores y osciladores. La respuesta en el dominio del tiempo se obtiene generalmente aplicando una señal en forma de escalón $u(t)$. Así, si al circuito RLC de la figura 1 se le aplica un escalón de voltaje de la forma mostrada en la figura 3.7.

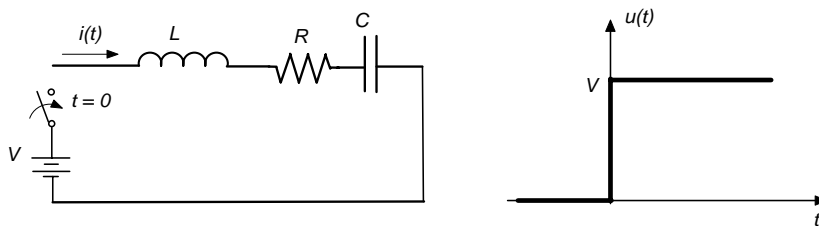


Fig. 3.7. Escalón de voltaje aplicado a un circuito RLC.

La corriente $i(t)$ que circula en el circuito es de forma:

$$i(t) = I_0 e^{\gamma t} \quad (3.29)$$

Donde

$$\gamma = -\frac{R}{2L} \pm \sqrt{\left(\frac{R}{2L}\right)^2 - \frac{1}{LC}} \quad (3.30)$$

El término $R/2L$ se designa como *factor de amortiguamiento* y si

$$\left(\frac{R}{2L}\right)^2 \geq \frac{1}{LC} \quad (3.31)$$

la corriente tiene la forma mostrada en la figura 3.8. Esta respuesta se designa como amortiguada o amortiguada críticamente cuando los términos de (3.30) son iguales.

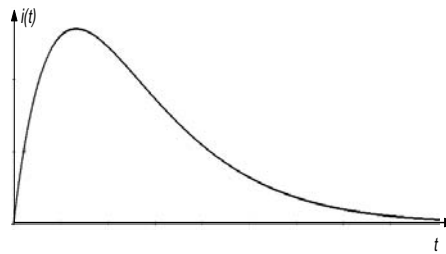


Fig. 3.8. Respuesta amortiguada de un circuito RLC.

Cuando

$$\frac{1}{LC} > \left(\frac{R}{2L}\right)^2 \quad (3.32)$$

el factor γ en el exponente de (3.29) es complejo y la corriente que resulta es de forma senoidal amortiguada como se muestra en la figura 3.9.

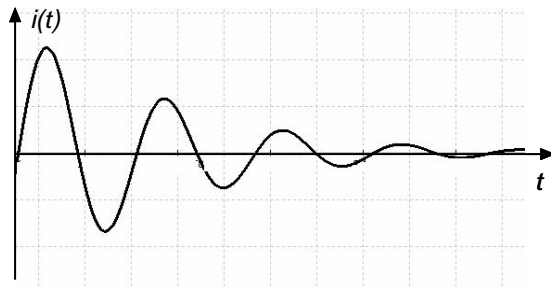


Fig. 3.9. Respuesta senoidal amortiguada del circuito RLC.

La senoide amortiguada es la respuesta del circuito RLC a un escalón de voltaje y se designa también como *efecto de inercia* del circuito resonante, por analogía con la inercia de un volante mecánico que gira sobre su eje con un cierto coeficiente de rozamiento. Si el volante es pesado y el rozamiento pequeño, un empu-

jón al volante hará que de varias vueltas sobre su eje hasta pararse. Si el rozamiento es grande, el número de vueltas se reduce. Supóngase ahora que se hace una marca en el volante y cada vez que esa marca llegue a una posición determinada se dan empujones cortos. El efecto de estos empujones es restablecer la energía perdida por rozamiento en cada vuelta. En estas condiciones el volante girará indefinidamente sin pararse, mientras reciba los empujones sincronizados con su giro. La descripción anterior para el sistema mecánico es igualmente válida para el caso eléctrico de los circuitos resonantes. Si el voltaje aplicado no es un escalón, sino una secuencia de pulsos de frecuencia igual a la frecuencia natural de oscilación del circuito, en éste se mantendrá una corriente senoidal de amplitud constante. Este efecto es muy importante en los amplificadores de clase C y en otros circuitos como los osciladores.

En circuitos de Q elevada, el factor de amortiguamiento es pequeño y el número de oscilaciones en respuesta a un escalón es grande. Por el contrario en circuitos de Q baja, el número de oscilaciones es reducido y se amortiguan rápidamente.

3.4 Componentes empleadas en los circuitos sintonizados

En las figuras (3.10) y (3.11) se ilustran algunos de los tipos de bobinas y condensadores frecuentemente empleados en los circuitos sintonizados.

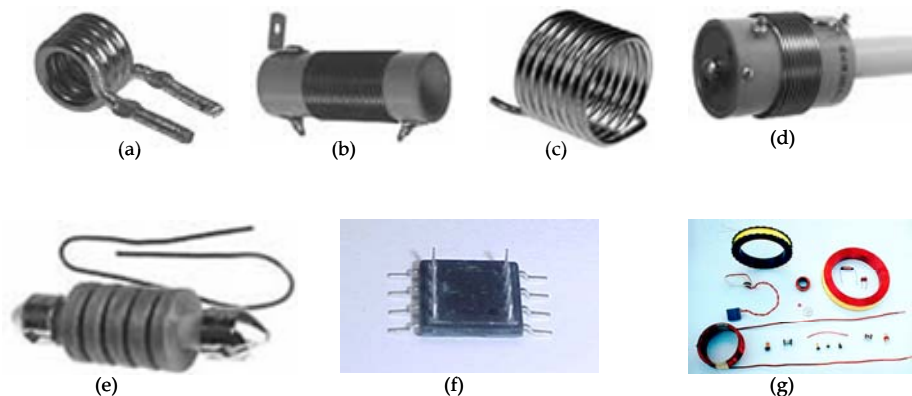


Fig. 3.10. Diversos tipos de bobinas.

En la figura 3.10, las bobinas a, b y c son de núcleo de aire. La bobina d tiene un núcleo ferromagnético cuya penetración se puede variar mediante el vástago a la derecha, permitiendo así variar la inductancia. La bobina e está devanada en una

forma designada como de panal o nido de abeja. Las bobinas f y g son pequeñas, del tipo utilizado para montaje superficial.

Para ajustar los circuitos sintonizados a la frecuencia de resonancia, o a otras frecuencias deseadas, se emplean condensadores variables como los mostrados en la figura 3.11. Las capacidades de estos condensadores, dependiendo del tipo suelen estar en un rango de unos cuantos pf, hasta algunos cientos de pf.

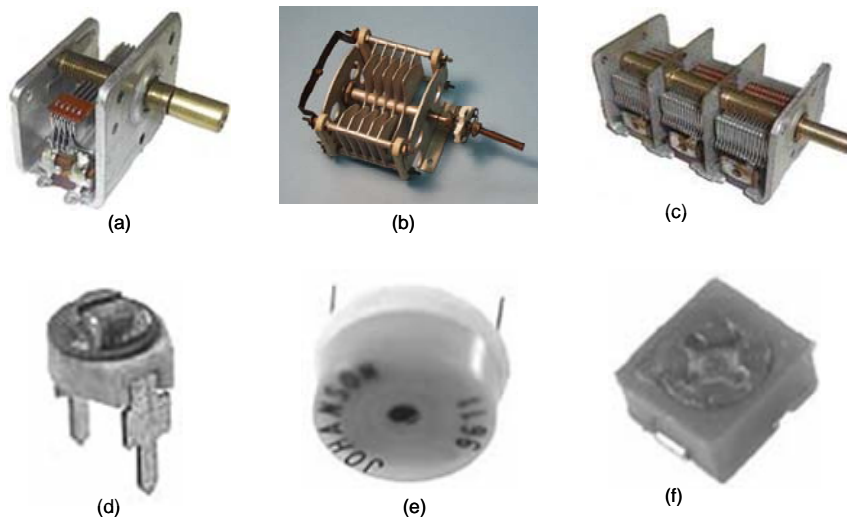


Fig. 3.11. Diversos tipos de condensadores variables utilizados en circuitos sintonizados.

Los condensadores a, b y c están formados por un conjunto de placas fijas, convenientemente separadas y otro conjunto de placas variables, sujetas a un eje, que permite variar el área de penetración de éstas en los espacios entre las placas fijas, lo que se aprecia más claramente en la figura b. Los condensadores a y b son de una sola sección. El condensador c consta de tres secciones. Los condensadores d y e son pequeños y se les designa habitualmente con el término *trimmer*. Finalmente el condensador f es del tipo utilizado para montaje superficial.

3.5 Efecto pelicular²

En todos los conductores eléctricos que transportan corrientes variables en el tiempo (c.a.), la corriente fluye principalmente por una zona cercana a la superficie del conductor y muy poca o nada por el resto de la sección transversal. Solamente a corriente continua la corriente fluye a través del total de la sección transversal y, a corrientes variables o alternas, la corriente fluye prácticamente en su totalidad, en forma de una película cercana a la superficie, cuyo espesor disminuye según aumenta la frecuencia. Esta característica se designa como *efecto pelicular* y da lugar a que la resistencia de los conductores a RF sea considerablemente mayor que la resistencia óhmica medida a corriente continua. La corriente en un conductor sigue una ley de forma:

$$I(z) = I_0 e^{-\frac{z}{\delta}} \quad (3.33)$$

En que I_0 es la corriente en la superficie del conductor, z la distancia medida desde la superficie en dirección al centro y δ la distancia, medida desde la superficie a la que la corriente decae a un valor $1/e$ veces el valor de la corriente en la superficie, I_0 , y se designa como *profundidad de penetración*³, que está dada por⁴:

$$\delta = \frac{1}{\sqrt{\pi f \mu \sigma}} \quad (3.34)$$

Donde f es la frecuencia en Hz, μ la permeabilidad del conductor⁵ y σ su conductividad. Para el cobre a 20°C, la fórmula (3.30) se reduce a⁶:

$$\delta = \frac{6.62}{\sqrt{f}} \text{ cm.} \quad (3.35)$$

3.5.1 Efecto sobre la resistencia: Resistencia a c.a.

Aunque la magnitud de la corriente disminuye exponencialmente desde la superficie hacia el centro del conductor, en la práctica suele asumirse que toda la corriente está distribuida uniformemente en la película superficial de espesor δ , como se ilustra en la figura 3.12.

² En inglés: *skin effect*

³ *Skin depth*.

⁴ Para un tratamiento teórico detallado de este tema, consúltese por ejemplo, Ramo, S., Whinnery, J.R. and Van Duzer, T. *Fields and Waves in Communication Electronics*. John Wiley & Sons, Inc. 1965 o una obra clásica de Teoría Electromagnética como la de Stratton, J.A. *Electromagnetic Theory*. McGraw-Hill Publishing Co. 1941.

⁵ Para el cobre y materiales no ferromagnéticos, $\mu = \mu_0 = 4\pi \times 10^{-7}$ Hy/m.

⁶ Terman, F.E. *Electronic and Radio Engineering*, 4th Ed. McGraw-Hill Book Company, Inc. New York, 1955.

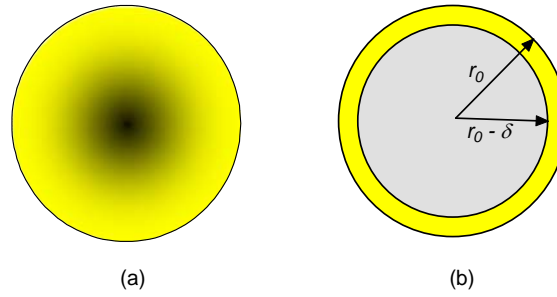


Fig. 3.12. Efecto pelicular.

En la figura 3.9 el área de la sección transversal total del conductor es $A = \pi r_0^2$, en tanto que el área del anillo es $A_\delta = \pi \delta (2r_0 - \delta)$. La figura 3.12(a) ilustra cómo está distribuida la corriente, en que en el centro es muy pequeña o nula. En la figura 3.12(b) se ilustra cómo se supone distribuida en la práctica, es decir, toda la corriente concentrada en el anillo de espesor δ y distribuida uniformemente sobre éste. Ahora bien, la resistencia R , de un conductor está dada por:

$$R = \frac{\rho l}{A} \quad (3.36)$$

Donde ρ es la resistividad en $\Omega \cdot m$, l su longitud en metros y A el área de su sección transversal en m^2 .

Es claro que si la corriente sólo circula por el anillo de espesor δ , el área será menor que si la circulación es por toda la sección transversal, por consecuencia la resistencia será mayor. de ahí que la resistencia de un conductor a corriente alterna y, en general a RF será mayor según aumente la frecuencia.

Cuando una corriente circula por un conductor, se genera un flujo magnético en forma de círculos concéntricos, tanto en el interior como en el exterior del conductor. El campo magnético en el interior del conductor abraza una corriente que no es constante radialmente, sino que es mínima o nula en el centro y máxima en la superficie. Puesto que la inductancia se define como $L = d\phi/di$, el resultado es que la inductancia de la parte central del conductor es mayor que la de la parte cercana a la superficie. En altas frecuencias la reactancia de esta inductancia extra es suficientemente grande como para afectar seriamente al flujo de corriente, cuya mayor parte circula cerca de la superficie del conductor donde la reactancia es baja. La parte central del conductor en que la reactancia es alta no contribuye a la circulación de corriente en la misma medida que la periferia y, por consecuencia, la resistencia efectiva aumenta.

Cuando ocurre el efecto pelicular, la corriente siempre se redistribuye sobre la sección del conductor de forma tal, que el mayor flujo de corriente se tiene cuando está abrazada por el menor número de líneas de flujo magnético. Este principio general, que controla la distribución de la corriente en el interior de un conductor, es independiente de la forma geométrica de éste. Así, en un conductor en forma de cinta, la corriente fluye principalmente a lo largo de los bordes en que el número de líneas de flujo que la abrazan es mínimo y la resistencia efectiva real será alta ya que la mayor parte de la cinta no transporta corriente. Esto se ilustra en la figura 3.13.

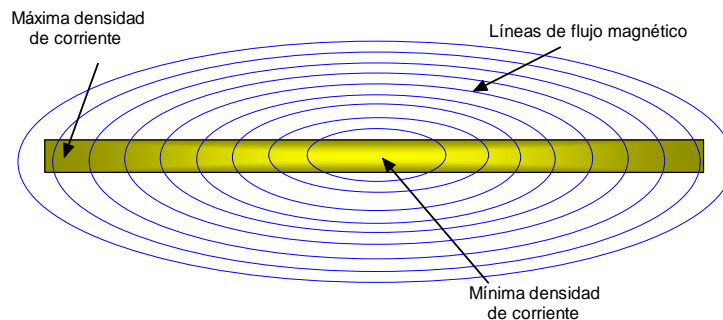


Fig. 3.13. Efecto pelicular en una placa o cinta conductora.

La pérdida de potencia asociada con el flujo de corriente en cualquier porción particular del conductor es la misma que la que se tendría si la corriente circulara a una profundidad de penetración δ . Así, en un alambre cilíndrico sólo, es decir alejado de otros conductores, la resistencia efectiva en altas frecuencias es la misma que la de un cilindro conductor hueco, con el mismo diámetro del conductor sólido pero cuya pared tuviera un espesor igual a la profundidad de penetración, δ .

3.5.2 Efecto de proximidad. Efecto pelicular en bobinas

Cuando dos o más conductores adyacentes transportan corriente, como es el caso de las bobinas, la distribución de corriente en cualquiera de los conductores se ve afectada por el flujo magnético, tanto generado en el propio conductor como por el generado en el conductor próximo. Este efecto se designa como *efecto de proximidad* y da lugar a que la resistencia efectiva o real del conductor, sea mayor que en el caso del efecto pelicular si el conductor estuviera aislado⁷ y es de importancia en las bobinas que funcionan a frecuencias elevadas.

⁷ Por *aislado* se entiende aquí, que el conductor está suficientemente lejos de cualquier otro conductor, como para considerar que los efectos mutuos son despreciables.

La tecnología actual en el diseño y construcción de resistencias se ha dirigido para eliminar o reducir al máximo los efectos discutidos antes, lo que ha dado lugar al desarrollo de resistencias de *película delgada*⁸, producidas típicamente de substratos de alúmina o berilio y que presentan muy pocos efectos parásitos a frecuencias desde 0 hasta más de 2 GHz.

3.6 Inductancia mutua

Cuando se tienen dos bobinas de inductancias L_1 y L_2 , cerca una de la otra y por las que circulan corrientes i_1 e i_2 , cada una producirá un flujo magnético que eslabonará o abrazará a la otra, induciéndose en cada una corrientes adicionales. La inductancia de cada una de las bobinas se verá modificada de su valor original a causa de este efecto, designado como *inductancia mutua*. Por otra parte, se designa como *inductancia propia* a la inductancia que presenta una bobina aislada, es decir, alejada de otras bobinas o, en general, de conductores y se define como:

$$L_{11} = \frac{d\phi_1}{di_1} \quad (3.37)$$

Es decir, la variación del flujo magnético producido por la bobina respecto a la corriente que circula por ella. Por otra parte, la inductancia mutua entre dos bobinas se define como:

$$L_{12} = \frac{d\phi_1}{di_2} \quad L_{21} = \frac{d\phi_2}{di_1} \quad (3.38)$$

Es decir, la variación del flujo en una de las bobinas, respecto a la corriente en la otra. El sistema de las dos bobinas es lineal y recíproco, de modo que:

$$L_{12} = L_{21} = M \quad (3.39)$$

Donde M se designa simplemente como inductancia mutua. El voltaje total inducido en la bobina 1 en estas condiciones está dado por:

$$v_{12} = \pm j\omega Mi_2 \quad (3.40)$$

Con lo que el voltaje total inducido en la bobina 1 será el debido a su propio flujo y al flujo de la bobina 2 que eslabona a aquélla:

$$v_1 = v_{11} + v_{12} = j\omega L_1 i_1 \pm j\omega M i_2 \quad (3.41)$$

⁸ En inglés, *thin film*.

El doble signo en las ecuaciones anteriores depende de la disposición física de las bobinas, ya que los flujos eslabonados pueden sumarse o restarse al de la propia bobina, según el sentido de circulación de la corriente que los produce. Este análisis puede ampliarse a un conjunto de n bobinas cuyos flujos estén mutuamente eslabonados. Aquí, la discusión se limita únicamente a dos bobinas y es válida únicamente para corrientes variables o alternas.

3.6.1 Convención de puntos

Para indicar el signo de la inductancia mutua en (3.41), es frecuente emplear lo que se designa como convención o notación de puntos, en la forma que se ilustra en la figura 3.14. El punto en cada devanado da una indicación de la polaridad del voltaje instantáneo. En la figura (a), si la corriente entra por la terminal en que está el punto, en la segunda bobina, la corriente también entrará por la correspondiente terminal marcada por el punto. El voltaje instantáneo es positivo en A respecto a B y en C respecto a D. En la figura (b), la situación es opuesta en la segunda bobina.

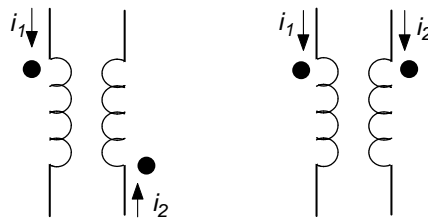


Fig. 3.14.. Convención de puntos en bobinas.

3.6.2 Coeficiente de acoplamiento

El valor máximo de la inductancia mutua que puede existir entre dos bobinas de inductancias L_1 y L_2 es $\sqrt{L_1 L_2}$, lo que ocurre cuando todo el flujo de cada una de las bobinas eslabona completamente a la otra. La relación entre el valor de la inductancia mutua presente en realidad en el circuito y su valor máximo posible se define como el coeficiente de acoplamiento:

$$k = \frac{M}{\sqrt{L_1 L_2}} \quad (3.42)$$

El máximo valor teórico de k es 1. En la práctica, el coeficiente de acoplamiento para bobinas bien acopladas es del orden de 0.5 o superior. Cuando el acoplamiento es pobre, el coeficiente de acoplamiento puede ser tan pequeño como 0.01.

Como consecuencia de la inductancia mutua, la inductancia total de dos bobinas conectadas en serie está dada por:

$$L_s = L_1 + L_2 \pm 2M \quad (3.43)$$

En el caso de bobinas en paralelo la inductancia total es:

$$L = \frac{L_1 L_2 - M^2}{L_1 + L_2 \mp 2M} \quad (3.44)$$

3.7 Acoplamiento entre circuitos

De manera similar al acoplamiento entre bobinas, puede hablarse también de acoplamiento entre circuitos. Este acoplamiento puede ser no sólo inductivo, sino también resistivo o capacitivo. El tema de acopladores se trata más adelante y aquí se presentan únicamente las definiciones básicas para acopladores en T.

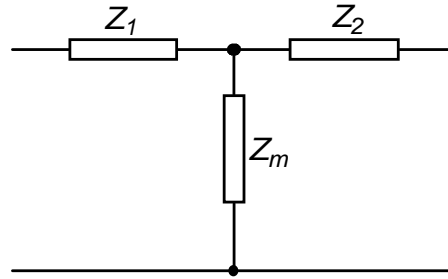


Fig. 3.15. Acoplador genérico en T.

Se define un coeficiente de acoplamiento entre circuitos como:

$$k = \frac{Z_m}{\sqrt{Z_1 Z_2}} \quad (3.45)$$

En la expresión anterior las tres impedancias son de la misma naturaleza, bien sean resistencias, condensadores o inductancias. Cuando las tres impedancias son resistencias, el coeficiente de acoplamiento es:

$$k = \frac{R_m}{\sqrt{(R_1 + R_m)(R_2 + R_m)}} \quad (3.46)$$

Cuando las tres impedancias son inductivas:

$$k = \frac{L_m}{\sqrt{(L_1 + L_m)(L_2 + L_m)}} \quad (3.47)$$

©Constantino Pérez Vega
Dpto. de Ingeniería de Comunicaciones
Universidad de Cantabria

Finalmente, cuando las tres impedancias son capacitivas:

$$k = \frac{\sqrt{C_1 C_2}}{\sqrt{(C_1 + C_m)(C_2 + C_m)}} \quad (3.48)$$

3.8 Filtros pasivos

En todos los sistemas de comunicaciones es indispensable el uso de filtros, bien sea para seleccionar las señales deseadas en una determinada banda de frecuencias o para rechazar las frecuencias indeseadas que pueden degradar a las señales de interés. Aquí se tratarán brevemente algunos de los principales aspectos relacionados con los filtros pasivos en el contexto de las señales analógicas. Una parte muy importante de los filtros pasivos, la constituyen los filtros designados como RC, RL, RLC y LC, si bien no son los únicos. Es importante hacer notar que todo filtro eléctrico requiere, por lo menos, de un elemento reactivo, bien sea explícito, como una bobina o un condensador, o bien sea implícito en su estructura o comportamiento. Además de los filtros “clásicos”, basados en componentes discretos R, L y C, se emplean también filtros basados en materiales piezoeléctricos, como los filtros a cristal y los de onda acústica superficial (SAW), así como filtros mecánicos y cerámicos en algunas aplicaciones específicas. Además de los filtros pasivos se emplean también *filtros activos* que utilizan elementos electrónicos que tienen, en algunos casos, ventajas sobre los filtros pasivos. Estos filtros no serán tratados aquí. El concepto básico de los filtros eléctricos fue desarrollado originalmente y de manera independiente, por Campbell y Wagner en 1915. El trabajo subsecuente ha seguido dos trayectorias principales: diseño mediante *parámetros imagen* y diseño por *pérdida de inserción*.

El método de parámetros imagen se basa en el concepto de conectar en cascada varias secciones fundamentales o *prototipos* con las impedancias imagen acopladas. Recibió un impulso considerable gracias al trabajo de Zobel en 1923 sobre los filtros *m-derivados* y fue el método predominante durante más de 30 años. Consiste en una clasificación sistemática de las respuestas de circuitos LC simples, de dos puertos o pares de terminales, expresadas en términos de impedancias y pérdidas o atenuaciones. El filtro requerido, con la característica de atenuación y fase deseadas, se realiza conectando en cascada las secciones prototipo LC necesarias, con la adaptación correspondiente de las impedancias imagen.

El método de pérdida de inserción forma parte de la teoría moderna de filtros y se basa en la especificación de la respuesta de la red mediante una función de transferencia en magnitud y fase. Dicha función de transferencia se sintetiza, mediante diversas técnicas en un circuito de parámetros concentrados (L,C) para obtener la

respuesta deseada. Este tipo de diseño tuvo sus orígenes en los trabajos de Norton, Foster, Cauer, Bode y otros, culminando alrededor de 1940, si bien no logró aceptación inmediata debido a que es necesario llevar a cabo numerosos cálculos. Con la disponibilidad de herramientas de software cada vez más avanzadas, fue ganando mayor aceptación a partir de la década de los cincuenta y es, sin duda, el más utilizado actualmente. Contempla el diseño a partir de la determinación de los polos y ceros de una función realizable de transferencia, que representa la característica de atenuación y fase requeridas. La información que proporciona esta función de transferencia se usa luego para calcular una impedancia típica, a partir de la cual se determinan todos los elementos del filtro. Los principales tipos de filtros se caracterizan según la forma de su respuesta en frecuencia y se designan con los nombres de quienes los desarrollaron o de las funciones matemáticas en que se basa su diseño. Los más usuales son los de *Butterworth*, *Chevyshev*, *Bessel*, *elípticos*, etc.

3.9 Clasificación de los filtros

Desde el punto de vista de la respuesta en frecuencia, los filtros se clasifican en los siguientes:

Filtros de paso bajo. En el caso ideal, dejan pasar las señales cuya frecuencia es inferior a una frecuencia designada como *frecuencia de corte*, que se definirá más adelante y, las señales de frecuencias superiores a ésta son rechazadas o atenuadas considerablemente. La forma ideal de la respuesta en frecuencia y los símbolos utilizados para los filtros de paso bajo se ilustran en la figura 3.16.

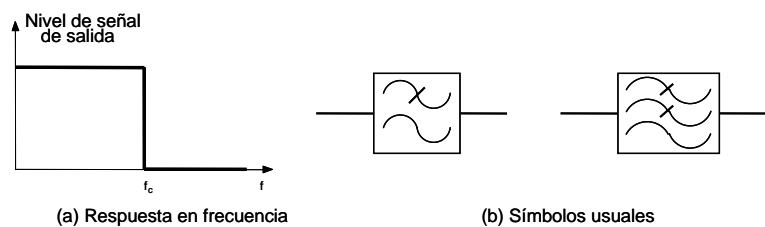


Fig. 3.16. Filtro de paso bajo.

Filtros de paso alto. En el caso ideal, dejan pasar las señales cuya frecuencia es superior a la de corte y rechazar las señales de frecuencias inferiores a ésta. La respuesta ideal y los símbolos se ilustran en la figura 3.17.

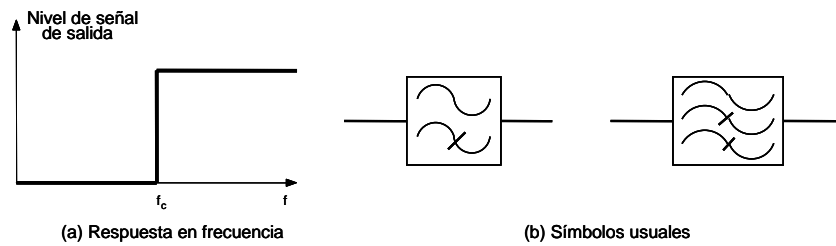


Fig. 3.17. Filtro de paso alto

Filtros de paso de banda. Rechazan las señales de frecuencia inferior a una *frecuencia mínima de corte* y de frecuencia superior a una *frecuencia máxima de corte*, permitiendo el paso de señales cuya frecuencia se encuentra entre las dos frecuencias de corte anteriores, como se ilustra en la figura 3.18.

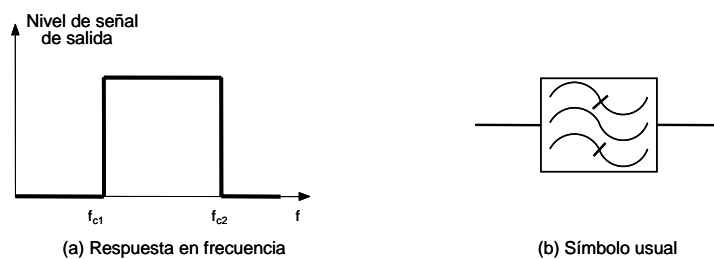


Fig. 3.18. Filtro de paso de banda.

Filtros de rechazo de banda. Realizan la función inversa de los filtros de paso de banda, es decir, rechazan las señales de frecuencias comprendidas entre las de corte inferior y superior y dejan pasar las de todas las demás frecuencias. Su respuesta en frecuencia y símbolo se ilustran en la figura 3.19.

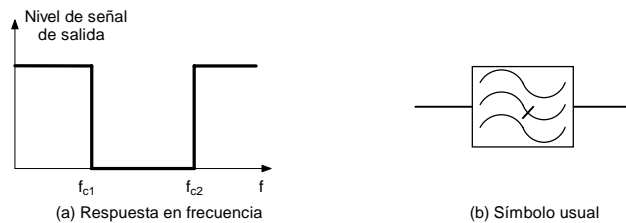


Fig. 3.19. Filtros de rechazo de banda.

3.9.1 Definiciones relativas a las características de los filtros

Respuesta en frecuencia. Expresa la función de transferencia del filtro y suele representarse gráficamente mediante dos diagramas, uno de la magnitud de la función de transferencia, $|H(\omega)|$ y otro de la fase de dicha función, $\phi(\omega) = \arg [H(\omega)]$.

Frecuencia de corte. Es la frecuencia a la que la magnitud de la función de transferencia cae a 0.7071 de su valor máximo (-3 dB). A la frecuencia de corte así definida, la potencia de la señal a la salida del filtro es la mitad de la potencia a la entrada, por lo que los puntos correspondientes a las frecuencias de corte se les designa también como puntos de *media potencia*.

Filtro ideal. Es un filtro con las siguientes características:

- a) Magnitud constante de la función de transferencia en la banda de paso.
- b) Característica lineal de fase respecto a la frecuencia.
- c) Frecuencia de corte abrupta. Esto significa que el filtro introduce atenuación infinita, es decir no deja pasar ninguna señal, fuera de la banda de paso.

Las características (a) y (b) anteriores deben cumplirse para que la transmisión sea sin distorsión.

Factor de forma. Una forma usual de definir este parámetro es:

$$SF = \frac{\text{Ancho de banda a } -60 \text{ dB}}{\text{Ancho de banda a } -3 \text{ dB}} \quad (3.49)$$

El factor de forma proporciona una medida de la pendiente de la falda del filtro. Cuanto menor sea el factor de forma, más pronunciada será la pendiente y el filtro será más selectivo. En otras palabras, el rechazo a señales fuera de la banda de paso será mejor. Un filtro ideal tiene un factor de forma $SF=1$. Los valores de $SF < 1$ no tienen sentido físico.

Pérdida de inserción. Siempre que un generador y una carga se conectan mediante un circuito formado por uno o más componentes, una parte de la señal se disipa en ese circuito *insertado* entre el generador y la carga, ya sea en forma de calor, radiación, etc. La atenuación que resulta de insertar ese circuito se llama *pérdida de inserción* y no debe confundirse con la pérdida por desacoplamiento de impedancias.

Rizado. Es una medida de lo plana que es la respuesta en amplitud en la banda de paso y se da como la diferencia entre las atenuaciones máxima y mínima *en la*

banda de paso. En la figura 3.20 se muestra gráficamente el significado de los parámetros anteriores.

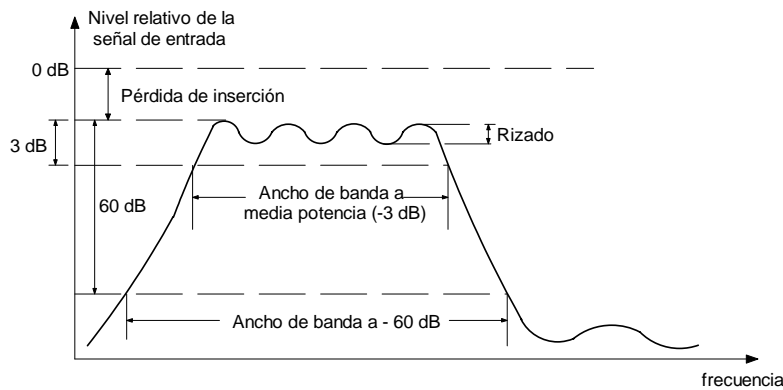


Fig. 3.20. Respuesta típica de un filtro real.

Las definiciones relativas al factor Q , dadas en el caso de los circuitos resonantes, son igualmente aplicables a los filtros.

3.10 Función de transferencia

Los filtros, en general, son redes de dos puertos que pueden caracterizarse mediante una función de transferencia, definida como la relación entre la variable de salida y la de entrada, *en el dominio de frecuencia*. Es importante tener en cuenta que *no se define una función de transferencia en el dominio del tiempo*. En éste se habla de *respuesta impulsiva* del sistema.

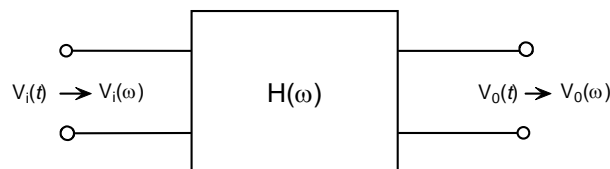


Fig. 3.21. Red de dos puertos o cuadripolo.

En la red de dos puertos de la figura 3.18, el voltaje de entrada en el dominio del tiempo es $v_i(t)$ y el de salida, $v_o(t)$, cuyas transformadas de Fourier son $v_i(\omega)$ y $v_o(\omega)$ respectivamente. La función de transferencia se define como:

$$H(\omega) = |H(\omega)| \angle \phi(\omega) = \frac{V_o(\omega)}{V_i(\omega)} \quad (3.50)$$

©Constantino Pérez Vega
Dpto. de Ingeniería de Comunicaciones
Universidad de Cantabria

Según se vio en el Capítulo 1, para que no haya distorsión de la señal, $|H(\omega)|$ debe ser constante en la banda de paso y $\phi(\omega)$ debe decrecer linealmente con el tiempo. En la práctica, la condición anterior de transmisión sin distorsión por lo general no se cumple estrictamente.

3.10.1 Prototipo de paso bajo

Los filtros de paso bajo, paso alto, paso de banda y eliminación de banda pueden diseñarse directamente, si bien es frecuente emplear un proceso alternativo que consiste en diseñar primero un filtro prototipo de paso bajo, normalizado para $R_L = 1$ y $\omega_c = 1$ y luego se emplea escalado y transformación en frecuencia para conseguir el filtro deseado. Este procedimiento hace posible el empleo de un número de tablas, determinado mediante computadora, de elementos para el filtro prototipo con diversas características. Este procedimiento no se tratará aquí en que nos limitaremos únicamente a resumir dos las aproximaciones más utilizadas en el diseño de filtros: Butterworth y Chevyshev.

Filtro de Butterworth. La magnitud de la función de transferencia está dada por:

$$|H(\omega)| = \frac{1}{\sqrt{1 + \omega^{2n}}} \quad (3.51)$$

En que n se designa como orden del filtro y representa el número de secciones con que se implementa. La respuesta de este filtro se muestra en la figura 3.22.

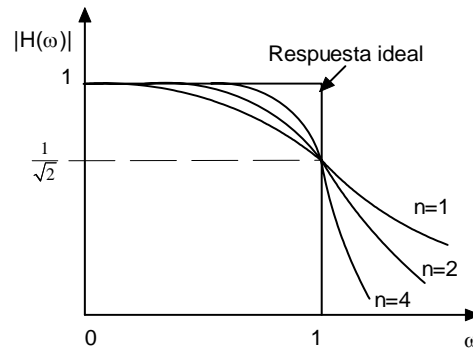


Fig. 3.22. Respuesta del filtro de Butterworth.

Como puede apreciarse de la figura 3.19, el aumento de n mejora la respuesta del filtro, aproximándola a la ideal. Esto, sin embargo, tiene efectos adversos sobre la

respuesta en el tiempo y aumenta el número de elementos del filtro. El valor de n debe elegirse de modo que sea el menor que satisfaga las especificaciones particulares que debe cumplir la respuesta en el dominio de frecuencia. El filtro de Butterworth se designa también como *máximamente plano*.

Filtro de Chevyshev. La magnitud de su función de transferencia está definida por:

$$|H(\omega)| = \frac{1}{\sqrt{1 + \varepsilon^2 C_n^2(\omega)}} \quad (3.52)$$

Donde ε es una constante real de valor menor que 1 y $C_n(\omega)$, un polinomio de Chevyshev de orden n del tipo:

$$\begin{aligned} C_n(\omega) &= \cos(n \cos^{-1} \omega) \quad \text{para } 0 < \omega \leq 1 \text{ y} \\ C_n(\omega) &= \cosh(n \cosh^{-1} \omega) \quad \text{para } \omega \geq 1 \end{aligned} \quad (3.53)$$

Las características de los polinomios de Chevyshev dan lugar a una respuesta con rizado en la banda de paso, de la forma que se muestra en la figura 3.23.

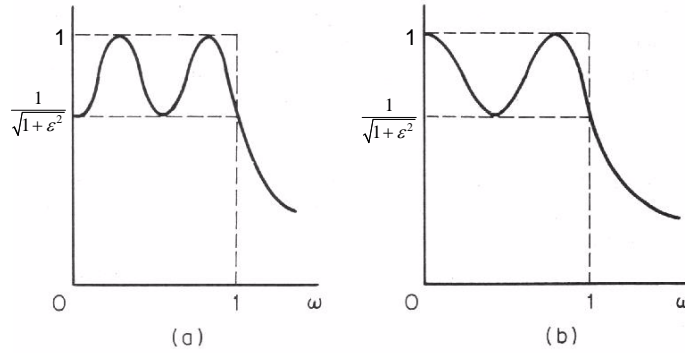


Fig. 3.23. Respuesta de Chevyshev para n par (a) y n impar (b).

Para el filtro de Butterworth, en $\omega = 1$ se tiene la salida a media potencia (-3 dB). Este no es el caso en el filtro de Chevyshev, excepto para $\varepsilon = 1$. También puede inferirse de la figura 3.20 que el rizado se puede reducir disminuyendo el valor de ε . La atenuación, α , y ε están relacionados mediante la fórmula siguiente:

$$\alpha \cong 10 \log \varepsilon^2 C_n^2(\omega) \quad (3.54)$$

Una comparación entre los filtros de Butterworth y Chevyshev indica que:

©Constantino Pérez Vega
Dpto. de Ingeniería de Comunicaciones
Universidad de Cantabria

- a) A frecuencias cercanas a $\omega = 0$, la aproximación de Butterworth es superior.
- b) Cerca de la frecuencia de corte, la aproximación de Chevyshev es superior. La falda del filtro cae más rápidamente que en el caso de Butterworth. La respuesta de Chevyshev también es superior fuera de la banda de paso por la misma razón anterior.
- c) La ventaja anterior se obtiene a expensas del rizado en la banda de paso. La respuesta de Butterworth es plana en la banda de paso, la de Chevyshev no.

3.11 Filtros prácticos.

Un tratamiento amplio del tema de filtros queda fuera del contexto de estas notas, en las que se pretende presentar los conocimientos básicos con un enfoque razonablemente práctico. Así pues, a continuación se presentan algunas configuraciones en T y en π de filtros LC simples, frecuentemente utilizados en la práctica y las fórmulas para su diseño. En todos los casos se asume que las impedancias conectadas a la entrada y a la salida son iguales y tienen magnitud Z y que $\omega_c = 2\pi f_c$, donde f_c es la frecuencia de corte en Hz.

Filtro de paso bajo:

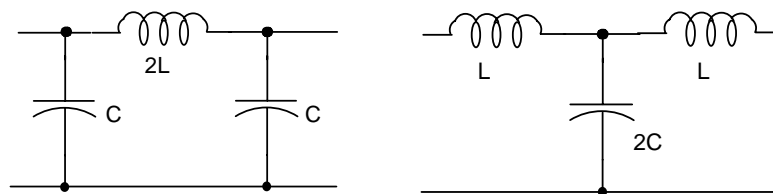


Fig. 3.24. Filtros LC en T y en pi de paso bajo.

Fórmulas de diseño:

$$L = \frac{Z}{\omega_0} \quad (3.55)$$

$$C = \frac{1}{Z\omega_0}$$

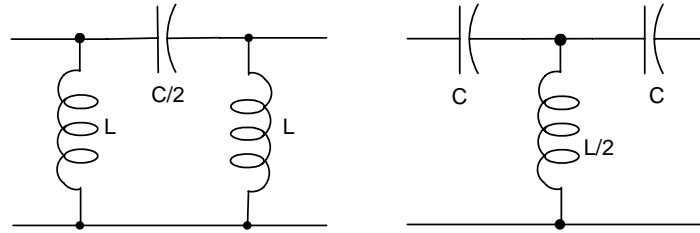
Filtro de paso alto.

Fig. 3.25. Filtros LC en T y en pi de paso alto.

Las fórmulas de diseño son las mismas que para el filtro de paso bajo, (3.55).

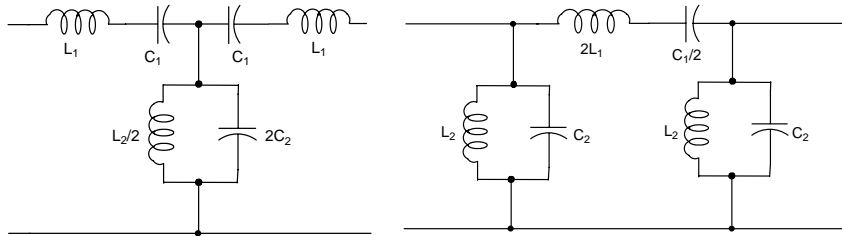
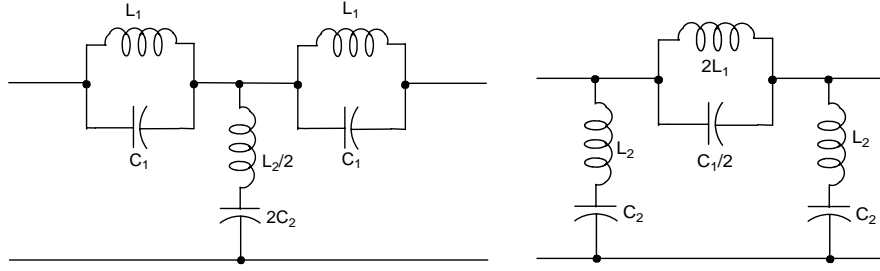
Filtro de paso de banda

Fig. 3.26. Filtros LC en T y en pi de paso de banda.

Fórmulas de diseño:

$$\begin{aligned}
 L_1 &= \frac{Z}{\omega_{c2} - \omega_{c1}} & C_1 &= \frac{1}{Z} \frac{\omega_{c2} - \omega_{c1}}{\omega_{c1} \omega_{c2}} \\
 L_2 &= Z \frac{\omega_{c2} - \omega_{c1}}{\omega_{c1} \omega_{c2}} & C_2 &= \frac{1}{Z} \frac{1}{\omega_{c2} - \omega_{c1}}
 \end{aligned}
 \tag{3.56}$$

En las expresiones anteriores, ω_{c2} es la frecuencia de corte mayor y ω_{c1} la menor.

Filtros de rechazo de banda.Fig. 3.27. Filtros LC en T y en pi de rechazo⁹ de banda.

Fórmulas de diseño:

$$\begin{aligned}
 L_1 &= Z \frac{\omega_{c2} - \omega_{c1}}{\omega_{c1} \omega_{c2}} & C_1 &= \frac{1}{Z} \frac{1}{\omega_{c2} - \omega_{c1}} \\
 L_2 &= \frac{Z}{\omega_{c2} - \omega_{c1}} & C_2 &= \frac{1}{Z} \frac{\omega_{c2} - \omega_{c1}}{\omega_{c1} \omega_{c2}}
 \end{aligned}
 \tag{3.57}$$

3.12 Filtros basados en cristales piezoeléctricos

La *piezoelectricidad* es una propiedad que presentan algunos materiales cristalinos y consiste en la generación de polarización en un dieléctrico como resultado de la aplicación de esfuerzos mecánicos. El efecto inverso consiste en la distorsión mecánica del material cuando se aplica un voltaje entre sus caras. Los materiales con propiedades piezoeléctricas más importantes son el cuarzo, la sal de Rochelle y la turmalina. La sal de Rochelle se utiliza, entre otras aplicaciones, en micrófonos y altavoces. El cuarzo es una forma de dióxido de silicio y, aunque el efecto piezoeléctrico en éste es algo menor que en la sal de Rochelle, se emplea extensamente en el control de frecuencia de osciladores, debido a su bajo coeficiente de temperatura y elevada Q mecánica. La turmalina es similar al cuarzo, pero más cara.

Los cristales anteriores se dan en la naturaleza, aunque también es posible producir materiales piezoeléctricos sintéticos como el ADP (sulfato hidrogenado de amonio), el EDT (tartrato diamino etílico) y DPT (tartrato dipotásico). Estos materiales

⁹ Los filtros de rechazo de banda suelen designarse en inglés como *band-stop filters* y también como *notch filters*. Estos últimos, generalmente de banda estrecha.

encuentran aplicación en filtros y transductores electromecánicos, pero tienen menos estabilidad que el cuarzo y no compiten seriamente con éste en aplicaciones de osciladores. En la figura 3.28 se muestran algunos cristales naturales de cuarzo.



Fig. 3.28. Cristales naturales de cuarzo.

Si se aplican fuerzas mecánicas sobre las caras de un cristal cuyos lados planos sean perpendiculares a un eje designado como Y se desarrollarán en el cristal cargas piezoeléctricas a causa de las fuerzas aplicadas y los potenciales desarrollados en el cristal tendrán componentes a través de uno de los ejes X e Y . Inversamente, si se aplica un voltaje alterno al cristal de cuarzo, éste vibrará mecánicamente y, si la frecuencia del voltaje aplicado es cercana a la frecuencia de resonancia mecánica del cristal, las vibraciones serán intensas. Cualquier barra o placa de cuarzo tiene un número de tales frecuencias de resonancia mecánica, que dependen de las dimensiones del cristal, del tipo de oscilación mecánica y de la orientación del corte de la placa respecto a los ejes del cristal.

3.12.1 Circuito equivalente

Los circuitos resonantes con bobinas y condensadores tienen limitaciones en el ancho de banda que es posible conseguir con ellos, a causa de los valores de Q que es posible conseguir con ellos. Esto es particularmente importante en el caso de filtros muy selectivos en que es necesario un factor de forma lo más cercano posible a 1^{10} , como se requiere en aplicaciones, por ejemplo, de transmisión en banda lateral. Puesto que un cristal de cuarzo tiene propiedades resonantes, puede reemplazarse por un circuito equivalente. En la figura 3.29 se muestra el símbolo habitual y el circuito equivalente de un cristal.

¹⁰ Véase fórmula (3.49)

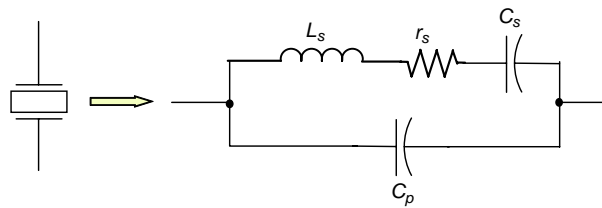


Fig. 3.29. Circuito equivalente de un cristal

En el circuito de la figura, C_p representa la capacidad electrostática entre los electrodos del cristal, cuando éste no está vibrando. El circuito en serie $L_s C_s r_s$ representa el equivalente eléctrico de la característica vibratoria del cristal. La inductancia es el equivalente eléctrico de la masa cristalina que interviene de manera efectiva en la vibración. C_s , a su vez, es el equivalente eléctrico de la compliancia¹¹ mecánica y la resistencia r_s representa al equivalente eléctrico del rozamiento. Los circuitos en que se incluyen cristales pueden, por consecuencia analizarse reemplazando el cristal por su equivalente eléctrico y determinando el comportamiento del circuito resultante.

Las magnitudes de los componentes del circuito equivalente del cristal dependen de la forma del corte en éste, su tamaño y el tipo de vibraciones. Los valores numéricos pueden determinarse conociendo estos factores y, por lo general, los fabricantes de cristales, los proporcionan. Los valores de las capacidades suelen ser del orden de picofarads, la inductancia puede tener valores desde unos milihenrys a varios henrys. La relación entre inductancia y capacidad es muy alta en los cristales, en tanto que la relación C_s/C_p es siempre muy pequeña, lo que permite el acoplamiento entre el cristal y el circuito externo. Los valores de la Q son generalmente muy altos, generalmente mayores de 25,000 o más y, en algunos casos se han observado valores de Q superiores a 10^6 . Estas características hacen que los cristales sean elementos ideales para la realización de filtros de Q elevada, es decir, altamente selectivos.

El cristal presenta dos frecuencias de resonancia: una en serie debida a L_s y C_s y otra en paralelo debida a la rama en serie en paralelo con C_p . Esta resonancia en paralelo ocurre a una frecuencia muy cercana a la de resonancia mecánica. La curva de reactancia de la figura 2 muestra que, para bajas frecuencias, menores a la de resonancia en serie, la reactancia es capacitiva. A frecuencias intermedias entre las

¹¹ La *compliancia* se define como el desplazamiento de un sistema mecánico lineal bajo la acción de una fuerza unitaria.

resonancias en serie y en paralelo la reactancia es inductiva y, a frecuencias superiores a la de resonancia en paralelo, la reactancia vuelve a ser capacitiva.

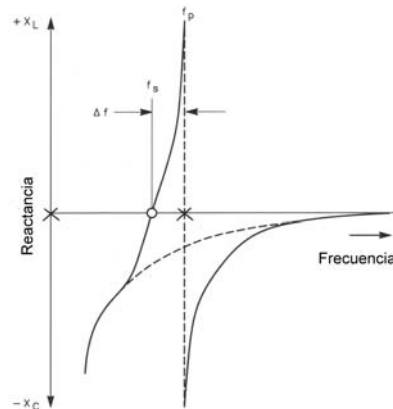


Fig. 3.30. Frecuencias de resonancia de un cristal.

La impedancia es mínima a la frecuencia de resonancia en serie e igual a r_s , y máxima a la de resonancia en paralelo. Las frecuencias de resonancia de los cristales están bien definidas y son muy estables siempre que la temperatura se mantenga constante, lo que hace a los cristales especialmente atractivos en el diseño de osciladores.

3.12.2 Variaciones de frecuencia

Las frecuencias de resonancia de los cristales sufren variaciones a causa de la temperatura y de la edad. Tales variaciones, aunque pequeñas y poco significativas en algunas aplicaciones, son importantes en circuitos en que se requiere una gran estabilidad en frecuencia, como es el caso de los osciladores en los transmisores. Las variaciones en las frecuencias de resonancia dependen del tipo de corte y modo de vibración del cristal y se definen dos tipos de variación según el coeficiente de temperatura. Así algunos tipos de resonancia tienen un coeficiente positivo de temperatura y otros, negativo. En circuitos que requieren de una gran estabilidad en frecuencia, los cristales y su circuito externo asociado suelen montarse dentro de “hornos”, que son cámaras cerradas mantenidas a temperatura constante, superior a la temperatura ambiente, mediante una resistencia calefactora que mantiene el interior de la cámara a una temperatura del orden de 50 a 60°C.

Los cristales también experimentan variaciones de sus frecuencias de resonancia durante el periodo inicial de uso, lo que se designa como *envejecimiento* y debido,

en gran parte, a que en la capa superficial del cristal suele haber partículas fracturadas y fragmentos pulverizados que resultan del proceso de fabricación. El envejecimiento puede reducirse mediante un tratamiento cuidadoso de la superficie cristalina que incluye el tratamiento con sustancias químicas o puliendo la superficie con técnicas empleadas en óptica a fin de eliminar todas las imperfecciones superficiales. También, a veces, los cristales se montan en una cápsula llena con algún gas inerte para eliminar la posibilidad de reacciones químicas que pudieran cambiar de alguna forma la superficie cristalina.

3.12.3 Separación de las frecuencias de resonancia

La conexión de una inductancia en paralelo con el cristal, aunque no afecta prácticamente a la frecuencia de resonancia en serie, hace que la de resonancia en paralelo sea mayor. Esta separación entre las frecuencias de resonancia en serie y en paralelo es pequeña, del orden de unos centenares de Hz. El aumento de esta separación a unos miles de Hz mediante la conexión de una bobina externa al cristal, hace posible el empleo de cristales en filtros de paso o supresión de banda altamente selectivos, por ejemplo en filtros de FI o para la supresión de bandas laterales.

3.12.4 Filtros prácticos con cristales.

Las implementaciones de filtros utilizando cristales piezoeléctricos son diversas. A continuación se presentan algunas de éstas, utilizadas como filtros de frecuencia intermedia.

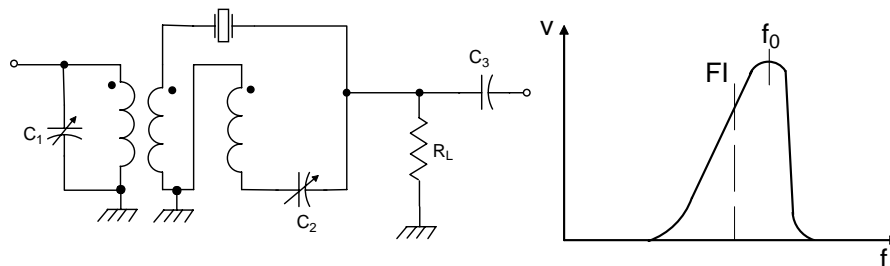


Fig. 3.31. Filtro simple con un cristal y su respuesta en frecuencia.

La frecuencia de resonancia del cristal en el filtro anterior es f_0 y, la de la señal de entrada, a la frecuencia intermedia, que puede estar modulada en amplitud. La respuesta del filtro no es simétrica y cae muy rápidamente a partir de su frecuencia de resonancia, por lo que este filtro es útil para el rechazo de bandas laterales indeseables, si bien por la forma de su respuesta introduce distorsión en señales moduladas. El condensador variable C_1 permite el ajuste de la sintonía del circuito de en-

trada, C_2 sirva como ajuste de fase y C_3 es un condensador de paso, usualmente de $0.01 \mu\text{f}$.

El filtro de la figura 3.32, por otra parte, presenta una respuesta simétrica en frecuencia gracias al empleo de dos cristales con frecuencias de resonancia distintas, Y_1 y Y_2 . El rechazo fuera de banda es bueno para eliminar bandas laterales, pero es aún mejor si se emplean cuatro cristales, dispuestos en la forma mostrada en la figura 3.33. En este caso, un par de cristales (Y_1 y Y'_1) resuenan a la misma frecuencia y el otro par una frecuencia diferente para conseguir el ancho de banda deseado. El rechazo de este filtro fuera de banda es el mayor de los tres circuitos descritos.

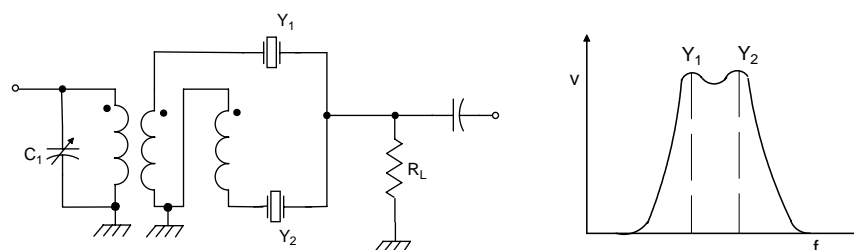


Fig. 3.33. Filtro con dos cristales y su respuesta en frecuencia.

3.13 Filtros de Onda Acústica superficial (SAW¹²)

Los cristales de cuarzo descritos en la sección anterior basan su funcionamiento en la transmisión de ondas acústicas *masivas*, entendiéndose aquí por masiva, que las vibraciones mecánicas se propagan a través de la masa completa del cristal. Según aumenta la frecuencia de funcionamiento, el espesor del cristal debe ser menor, lo que pone un límite práctico a la frecuencia máxima de alrededor de 50 MHz. La propagación masiva no es la única posible en los cristales piezoeléctricos y es también posible la propagación mediante *ondas acústicas superficiales* que se propagan, no a través de toda la masa cristalina, sino únicamente sobre la superficie del sólido. En realidad las moléculas de la superficie siguen trayectorias elípticas que sólo penetran una corta distancia en el interior del cristal. En este caso se genera un potencial en la superficie, que permite acoplar una señal eléctrica a la onda acústica superficial. La velocidad de propagación en estas condiciones es del orden de 1000 a 5000 m/s, lo que sugiere de inmediato una posible aplicación de estos dispositi-

¹² Surface Acoustic Wave

vos como *líneas de retardo*, utilizadas en numerosas aplicaciones de comunicaciones.

Puesto que la longitud de onda y la frecuencia están relacionadas por $\lambda = v/f$ y si v es, por ejemplo, de 3000 m/s, una señal cuya frecuencia sea de 100 MHz, dará lugar a una longitud de onda en el cristal, de 30 μm ($1 \mu\text{m} = 10^{-6} \text{ m}$). En el dispositivo de onda acústica superficial es necesario que los espacios entre electrodos sean del orden de una longitud de onda, esto permite la realización de dispositivos SAW sumamente compactos. Puesto que la acción tiene lugar en la superficie del cristal y no en toda su masa, el tamaño de la masa cristalina puede elegirse de modo que sea mecánicamente robusto sin interferir con el funcionamiento, confinado a la superficie. Los electrodos se depositan sobre la superficie empleando las técnicas bien desarrolladas en la construcción de circuitos integrados.

Algunas de las características de los dispositivos SAW son:

- ♦ Pueden fabricarse dispositivos compactos para funcionar en las bandas de VHF y UHF.
- ♦ Puesto que la energía se concentra cerca de la superficie y la señal puede tomarse arbitrariamente en cualquier punto a lo largo del trayecto de propagación, es posible fabricar fácilmente líneas de retardo con derivaciones intermedias.
- ♦ La onda superficial puede aplicarse y extraerse fácilmente mediante un transductor interdigitado (IDT) sobre la superficie del material piezoeléctrico como se muestra en la figura 3.39
- ♦ Para la construcción del transductor es posible emplear técnicas de grabado fotográfico como las empleadas en la fabricación de semiconductores y circuitos integrados.
- ♦ Variando el paso y las dimensiones de los electrodos del transductor, es posible conseguir diversas formas de la respuesta en frecuencia.

En la figura 3.39 se muestra la configuración básica de un filtro SAW, que consiste de un par de electrodos metálicos en forma de peine sobre un substrato piezoeléctrico pulido como espejo en los que la separación o paso entre electrodos se selecciona de modo tal que corresponda una longitud de onda de la onda acústica a la frecuencia central de funcionamiento.

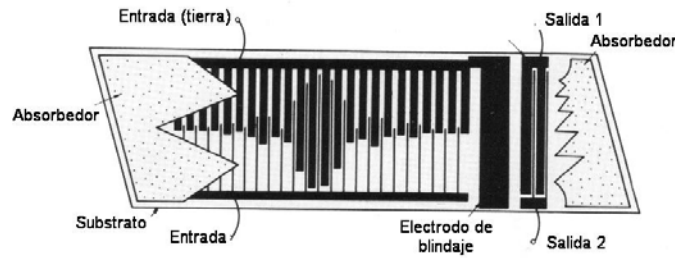


Fig. 3.39. Filtro de onda acústica superficial.

La frecuencia central del filtro está dada por:

$$f_0 = \frac{v}{p} \quad (3.69)$$

donde v es la velocidad de propagación de la onda acústica en la superficie del material piezoeléctrico y p , la separación o *paso* entre los electrodos. Esta relación indica que es necesario reducir el paso entre electrodos al aumentar la frecuencia.

El ancho de banda fraccional de un filtro SAW es inversamente proporcional al número de electrodos y está dado por:

$$\frac{\Delta f}{f_0} \approx \frac{2}{N} \quad (3.70)$$

Donde Δf es el ancho de banda a -3 dB, f_0 la frecuencia central y N el número de electrodos. De las ecuaciones anteriores se tiene que:

$$\Delta f \approx \frac{2v}{Np} \quad (3.71)$$

Como puede apreciarse de la ecuación anterior, el ancho de banda del filtro es inversamente proporcional a la longitud del transductor.

En la figura 3.40 se muestran algunos filtros SAW típicos, unos para montaje superficial y otros para montaje en placa. Como se aprecia en la imagen de la izquierda en filtro propiamente dicho es de muy pequeñas dimensiones, mucho menores que los filtros LC convencionales y, en la figura 3.41 se ilustra una respuesta típica en frecuencia de un filtro SAW, con una frecuencia central de 70 MHz y un ancho de banda a -3 dB de 600 KHz. En el eje vertical se indica la atenuación relativa al nivel máximo de salida del filtro, que no debe confundirse con la pérdida de inserción.



Fig. 3.40. Filtros SAW típicos.

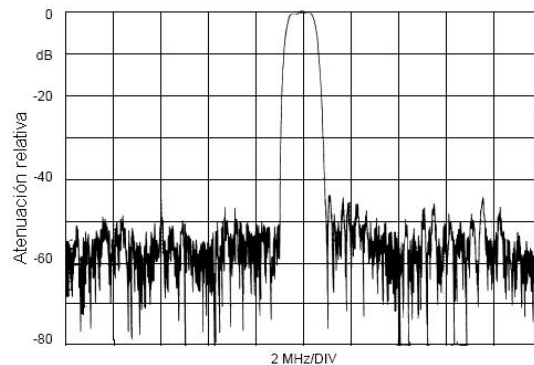


Fig. 3.41. Respuesta en frecuencia de un filtro SAW.

3.13.1 Pérdida de inserción en filtros SAW

Cuando se utilizan filtros SAW, un aspecto muy importante a tener en cuenta es que introducen pérdidas de inserción elevadas, del orden de 10 a 20 dB típicamente. Por esta razón suele ser necesario utilizar un amplificador previo al filtro para compensar esa atenuación.

3.14 Combinadores y divisores de potencia

Los combinadores de potencia son circuitos que se utilizan para combinar dos o más señales sobre una carga común, por ejemplo, cuando se emplea una misma antena para transmitir varios canales de televisión o telefonía. La combinación puede hacerse con señales *coherentes*, es decir, de la misma frecuencia y fase, o con señales no coherentes en el caso de que sean de frecuencias y fases distintas. Los divisores de potencia, por el contrario, se utilizan para repartir la potencia de una señal de entrada entre varias cargas, por lo general de la misma impedancia. En

la figura 3.31 se ilustra un ejemplo de aplicación de estos circuitos en una arquitectura que es frecuente en transmisores. Una señal de entrada, con potencia de 20 W se reparte por igual a cuatro amplificadores de potencia, cada uno con ganancia de 20 (13 dB). Las salidas de los amplificadores se combinan a pares. La salida de cada combinador es, en condiciones ideales, la suma de las potencias de las ramas de entrada, en este caso, 200 W cada una. Estas dos se combinan finalmente para producir una potencia de salida total de 400 W.

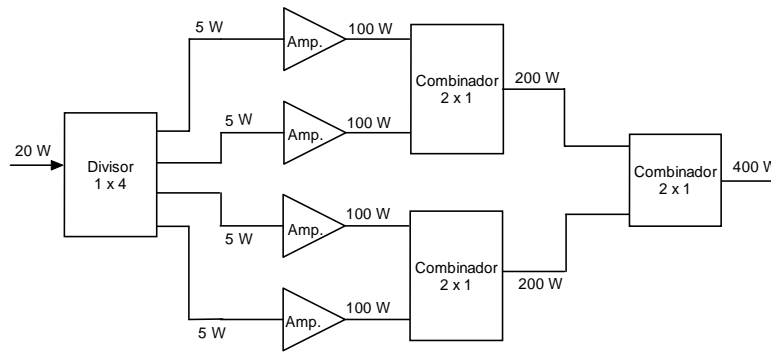


Fig. 3.31. Ejemplo de combinación y división de potencia.

Podría pensarse que no es necesario utilizar cuatro amplificadores y tres combinadores para conseguir 400 W de salida, cuando bastaría un solo amplificador de 13 dB para obtener esa potencia con la misma entrada de 20 W. Esto puede hacerse si se emplea un amplificador con una válvula de vacío, ya que una sola válvula es capaz de suministrar esa potencia y más, pero en general no puede hacerse con transistores, ya que en la práctica, los transistores más utilizados como amplificadores de potencia no suelen producir potencias superiores a unos 100 W y por ello es necesario combinar sus salidas en forma similar a la de la figura anterior. Este es un aspecto que debe tenerse en cuenta al utilizar dispositivos de estado sólido como amplificadores de potencia.

En el caso del ejemplo anterior, las señales de los cuatro amplificadores se combinan en paralelo. Esa combinación debe hacerse de modo tal que las señales sean exactamente de la misma frecuencia y fase. En otras palabras, todas las señales a combinar deben ser coherentes. Aunque las señales a la salida de los amplificadores sean exactamente de la misma frecuencia, si entre ellas hay diferencias de fase la potencia de la combinación resultante será menor, dependiendo de la magnitud del defasamiento. Esto se ilustra en la figura 3.42 y es un aspecto muy importante en el diseño de estos sistemas, en que lo que se pretende es conseguir la máxima potencia posible.

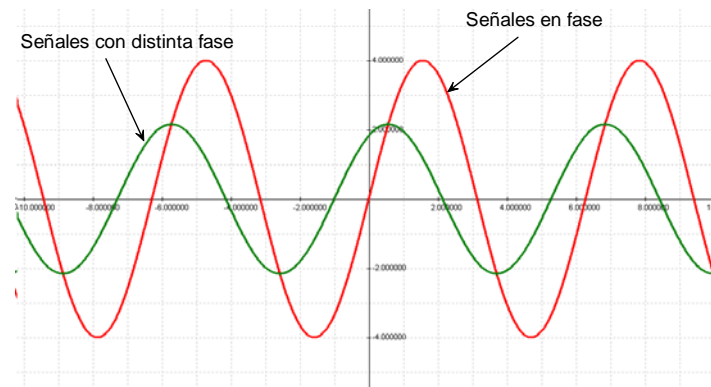


Fig. 3.42. Efecto del desfase entre señales combinadas, cada una con amplitud de 2 V.

Puede decirse entonces que, en el caso de señales coherentes, éstas *se combinan sumándose en voltaje*. Cuando las señales no son coherentes, se combinan sumándose en potencia. Veamos esto mediante el siguiente ejemplo.

Supóngase el combinador de la figura 3.43, al que se aplican dos señales cuyas potencias son, respectivamente 10 dBm y 7 dBm y se desea conocer el voltaje y potencia a la salida del combinador, (a) si las señales son coherentes y (b) si no lo son. Las impedancias, tanto para las dos entradas como para la salida, son de $50\ \Omega$.

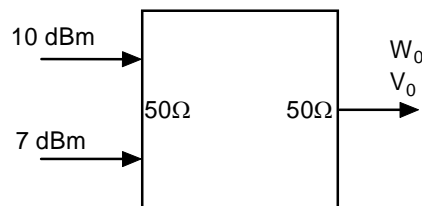


Fig. 3.43. Combinador de dos entradas.

a) **Señales coherentes** (suma de voltajes)

$$W_1 = 10\ \text{dBm} \Rightarrow 10\ \text{mw} = 0.01\ \text{w}.$$

$$V_1 = \sqrt{W_1 Z} = \sqrt{0.01 \times 50} = 0.707\ \text{V}$$

$$W_2 = 7\ \text{dBm} \Rightarrow 5\ \text{mw} = 0.005\ \text{w}.$$

$$V_2 = \sqrt{W_2 Z} = \sqrt{0.005 \times 50} = 0.5 \text{ V}$$

$$V_0 = V_1 + V_2 = 1.207 \text{ V}$$

$$W_0 = \frac{V_0^2}{Z} = 0.0291 \text{ w} \Rightarrow 14.64 \text{ dBm}$$

b) **Señales no coherentes** (suma de potencias¹³).

$$W_1 = 10 \text{ dBm} \Rightarrow 10 \text{ mw} = 0.01 \text{ w.}$$

$$W_2 = 7 \text{ dBm} \Rightarrow 5 \text{ mw} = 0.005 \text{ w.}$$

$$W_0 = W_1 + W_2 = 15 \text{ mw} \Rightarrow 11.76 \text{ dBm}$$

La diferencia entre un caso y otro es evidente.

Ahora bien, ¿cuándo son incoherentes las señales?. Un ejemplo sencillo es el de una antena de televisión por la que se transmiten simultáneamente dos canales o programas diferentes, por ejemplo uno ocupando un ancho de banda de 600 a 608 MHz y otro de 620 a 628 MHz. Evidentemente estas señales no tienen las mismas frecuencias ni fases y son, por consecuencia, no coherentes. La potencia entregada a la antena es la suma de las potencias de cada una y la potencia radiada por la antena será igual a la potencia recibida por la antena, multiplicada por la ganancia de ésta.

Divisores de potencia. Veamos ahora el caso inverso, de divisores de potencia, mediante el siguiente ejemplo:

Un sistema de antenas es alimentado por un conjunto de divisores o repartidores de potencia, como se muestra en la figura 3.44. Cada divisor de 1×4 introduce una atenuación de 0.3 dB y, los divisores de 1×2, de 0.1 dB. Calcular la potencia entregada a cada elemento del sistema de antenas si la potencia de entrada al conjunto es de 5 kw, la potencia perdida en el sistema divisor y la atenuación total introducida por éste.

¹³ Es muy importante recordar que la suma de potencias se realiza en unidades fundamentales, watts o miliwatts y no en unidades logarítmicas que equivale a la multiplicación en unidades fundamentales.

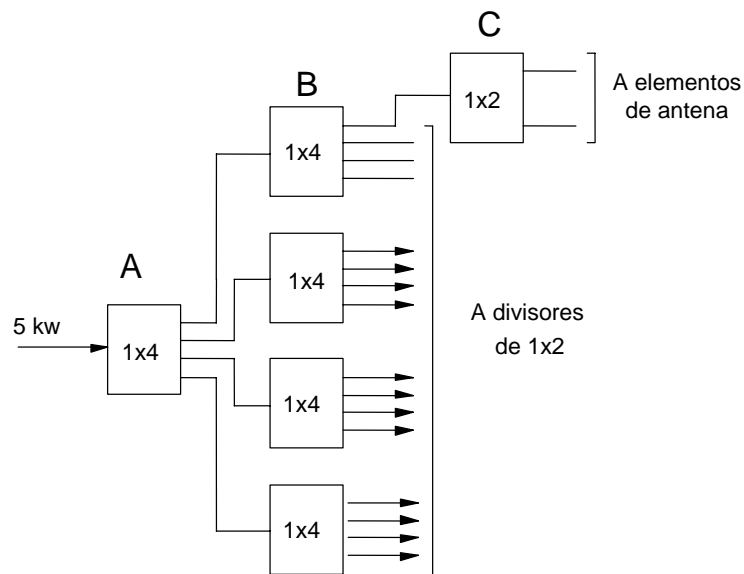


Fig. 3.44 Ejemplo de división de potencia.

Solución.

Conviene reflejar la atenuación de cada divisor a su entrada y trabajar en dB.

Potencia de entrada al sistema de antenas:

$$5 \text{ kw} \rightarrow 7 \text{ dBkw}$$

Potencia efectiva de entrada considerando las pérdidas en el primer divisor:

$$7 \text{ dBkw} - 0.3 \text{ dB} = 6.7 \text{ dBkw}$$

Al repartirse entre cuatro salidas iguales, la potencia entregada a cada uno de los divisores B será:

$$6.7 \text{ dBkw} - 6 \text{ dB} = 0.7 \text{ dBkw}$$

Reflejando de nuevo la atenuación de los divisores B a sus entradas:

$$0.7 \text{ dBkw} - 0.3 \text{ dB} = 0.4 \text{ dBkw}$$

que, al repartirse entre cuatro, da la potencia a los divisores de 1x2 y que, considerando la atenuación de estos da:

$$0.4 \text{ dBkw} - 6 \text{ dB} - 0.1 \text{ dB} = -5.7 \text{ dBkw}$$

Que, al repartirse en dos, da la potencia de alimentación a cada elemento de la antena:

$$P_{\text{ELEMENTO}} = -5.7 - 3 = -8.7 \text{ dBkw} \rightarrow 134.9 \text{ w/elemento}$$

La potencia total perdida en el sistema de divisores será:

Potencia perdida = Potencia de entrada - Potencia total entregada a los elementos

La potencia total entregada a los elementos de la antena será

$$0.1349 \text{ kw} \times 2 \times 4 \times 4 = 4.317 \text{ kw} \rightarrow 6.35 \text{ dBkw}$$

La potencia total perdida será:

$$5 \text{ kw} - 4.317 \text{ kw} = 0.683 \text{ kw}$$

Y, la atenuación total introducida por el sistema de divisores es:

$$L_{\text{DIV}} = 10\log(5/4.317) = 0.64 \text{ dB}$$

o bien:

$$L_{\text{DIV}} = 7 \text{ dBkw} - 6.35 \text{ dBkw} = 0.65 \text{ dB}$$

La diferencia en los resultados anteriores no es significativa y se debe únicamente a la forma en que se ha efectuado el redondeo a dos cifras decimales en cada uno de los casos.

3.15 Atenuadores

La máxima transferencia de potencia entre dos circuitos se tiene cuando sus impedancias son conjugadas, es decir $Z_1 = Z_2^*$. En cualquier otra situación, parte de la potencia se disipa en alguna de las dos impedancias conectadas. Esa pérdida de potencia equivale a una atenuación. Como se verá en el capítulo referente a líneas de transmisión, esa potencia perdida es el resultado de que, al no estar acopladas las impedancias, parte de la energía incidente sobre la impedancia que actúa como carga, se refleja hacia la que actúa como generador. Esta señal reflejada por la carga, se combina con la señal incidente y puede producir distorsiones más o menos severas en los sistemas de comunicaciones. Un ejemplo común es de imágenes dobles o triples¹⁴ en una pantalla de televisión. Esto puede ocurrir por varias causas, pero una de ellas es cuando las impedancias de la antena, línea de transmisor y receptor no están acopladas correctamente.

El hecho de conectar impedancias diferentes entre sí produce, por sí misma, una atenuación intrínseca inevitable. Esta atenuación, por sí sola, no contribuya a la distorsión, que es consecuencia de la combinación de la señal incidente con la reflejada. Para eliminar las reflexiones, es necesario acoplar las impedancias median-

¹⁴ Estas imágenes se designan como *fantasmas* o bien *imágenes rebotadas*.

te un *atenuador de pérdida mínima*, que introduzca la misma atenuación causada por el desacoplamiento y que, además, actúe como acoplador, de modo que cada una de las impedancias conectadas vea frente a ella a su complejo conjugado. Esta atenuación mínima entre impedancias diferentes está dada por:

$$A_{\min} = \frac{2Z_1}{Z_2} - 1 + 2\sqrt{\frac{Z_1}{Z_2}\left(\frac{Z_1}{Z_2} - 1\right)} \quad (3.72)$$

En que Z_1 es la mayor de las dos impedancias conectadas. En todo el tratamiento seguido aquí se asume que Z_1 y Z_2 son puramente resistivas.

Las configuraciones más utilizadas para los atenuadores son en T y π , en dos versiones, una para circuitos balanceados y otra para circuitos no balanceados y se muestran las figuras 3.45 y 3.46.

Atenuador en T

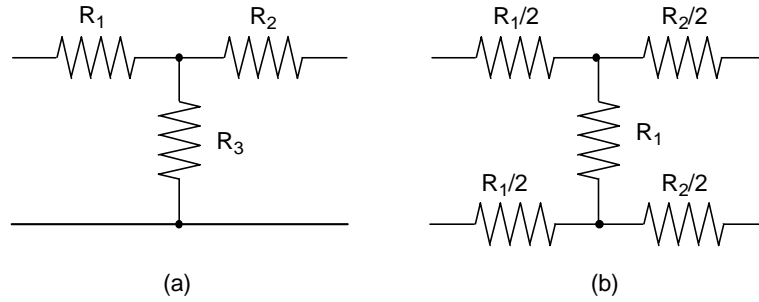


Fig. 3.45. Atenuador en T no balanceado (a) y balanceado (b).

Fórmulas de diseño para el atenuador en T.

$$R_1 = \frac{Z_1(A+1) - 2\sqrt{AZ_1Z_2}}{A-1} \quad (3.73)$$

$$R_2 = \frac{Z_2(A+1) - 2\sqrt{AZ_1Z_2}}{A-1} \quad (3.74)$$

$$R_3 = \frac{2\sqrt{AZ_1Z_2}}{A-1} \quad (3.75)$$

Cuando las dos impedancias conectadas son iguales, las fórmulas anteriores se reducen a:

$$R_1 = R_2 = Z_1 \frac{\sqrt{A} - 1}{\sqrt{A} + 1} \quad (3.76)$$

$$R_3 = \frac{2Z_1\sqrt{A}}{A - 1} \quad (3.77)$$

Atenuador en π

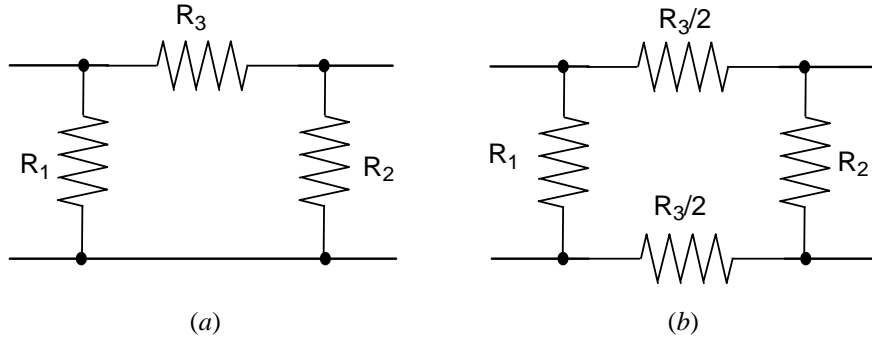


Fig. 3.46. Atenuador en π no balanceado (a) y balanceado (b).

Fórmulas de diseño para el acoplador en π .

$$R_1 = \frac{(A - 1)Z_1\sqrt{Z_2}}{(A + 1)\sqrt{Z_2} - 2\sqrt{AZ_1}} \quad (3.78)$$

$$R_2 = \frac{(A - 1)Z_2\sqrt{Z_1}}{(A + 1)\sqrt{Z_1} - 2\sqrt{AZ_2}} \quad (3.79)$$

$$R_3 = \frac{A - 1}{2} \sqrt{\frac{Z_1 Z_2}{A}} \quad (3.80)$$

Y, si las impedancias son iguales:

$$R_1 = R_2 = Z_1 \frac{\sqrt{A} + 1}{\sqrt{A} - 1} \quad (3.81)$$

$$R_3 = \frac{Z_1(A-1)}{2\sqrt{A}} \quad (3.82)$$

Los siguientes ejemplos ilustran algunas de las aplicaciones sencillas de atenuadores.

Ejemplo 1

Diseñar un atenuador de pérdida mínima para conectar dos cables coaxiales entre sí. La impedancia de uno es de 50Ω y del otro, 75Ω .

La atenuación mínima se calcula con la fórmula (3.72) y da como resultado un valor de:

$$A = 3.732 \quad (5.72 \text{ dB})$$

Utilizando este valor en las fórmulas (3.73) a (3.75) se obtiene que:

$$R_1 = 43.3 \Omega; \quad R_2 = 0; \quad R_3 = 86.6 \Omega$$

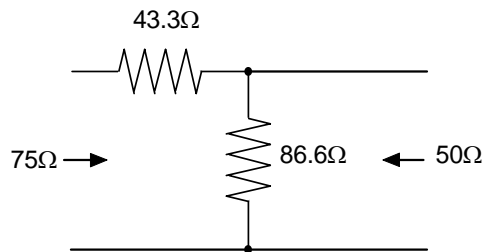


Fig. 3.47. Atenuador de pérdida mínima entre 50 y 75Ω

Aplicando el teorema de Thèvenin se comprueba fácilmente que la impedancia vista desde las terminales de la izquierda es de 75Ω y, desde las de la derecha, de 50Ω , con lo que se consigue adaptar la impedancia y evitar las ondas reflejadas.

Ejemplo 2

En un sistema de distribución doméstica de televisión, el nivel de señal de televisión suministrado a un abonado es de $100 \text{ dB}\mu\text{V}$, lo que hace que se sature el amplificador de entrada del receptor impidiendo la recepción correcta, que se consigue con niveles de señal del orden de $70 \text{ dB}\mu\text{V}$. El cable de alimentación es coaxial y su impedancia de 75Ω . Diseñar el atenuador adecuado.

Solución.

La atenuación necesaria es, simplemente,

$$A(\text{dB}) = 100 \text{ dB}\mu\text{V} - 70 \text{ dB } \mu\text{V} = 30 \text{ dB}$$

$$A = 10^{30/10} = 1000$$

Puesto que las impedancias de entrada y salida del atenuador son iguales y se trata de un sistema no balanceado, ya que se emplea un cable coaxial. Utilizaremos un atenuador tipo T, calculándolo mediante las fórmulas (3.62) y (3.63), obteniendo los valores siguientes para las componentes:

$$R_1 = R_2 = 70.41\Omega; \quad R_3 = 4.75\Omega.$$

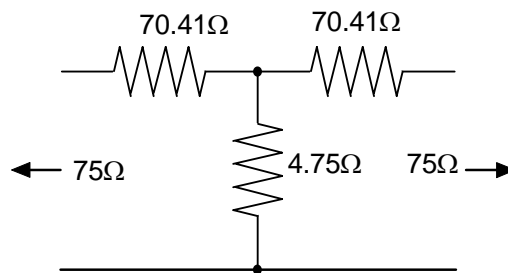


Fig. 3.48. Atenuador de 30 dB para 75Ω

Ejercicios y problemas

- 3.1. Diseñe un método simple para medir la inductancia de una bobina.
- 3.2. Un circuito sintonizado en serie tiene una Q de 130 y la capacidad de sintonía es de 250 pF a una frecuencia de 650 kHz. Determine la impedancia a resonancia y a frecuencias desviadas $\pm 5\%$ de la resonancia.
- 3.3. Un inductor que forma parte de un circuito resonante en serie, tiene una resistencia de 5 Ω y una inductancia de 60 μH. La Q del circuito es 95. Calcule la frecuencia de resonancia.
- 3.4. Para un circuito sintonizado en serie a una frecuencia de resonancia de 1.3 MHz, la Q es de 100 y la capacidad de sintonía de 57 pF. Mediante un programa de cálculo, por ejemplo MATLAB®, haga una gráfica de la magnitud de la impedancia.

cia y del ángulo de fase en un rango de frecuencias de ± 20 kHz alrededor de la frecuencia de resonancia. Determine también el ancho de banda a -3 dB.

3.5. Una bobina se sintoniza a una frecuencia de resonancia de 1 MHz con un condensador cuyo factor de potencia es 0.001. Calcule la Q del circuito.

3.6. Dos condensadores de 10 pF cada uno, se conectan en serie para formar la capacidad de sintonía de un circuito resonante en paralelo a 100 MHz. La impedancia dinámica del circuito es $1\text{ M}\Omega$. Si se conecta una carga de $10\text{ K}\Omega$ en paralelo con uno de los condensadores, calcular (a) la impedancia dinámica efectiva del circuito cargado y (b) la capacidad efectiva de sintonía.

3.7. Un condensador variable cuya capacidad máxima es de 350 pF y mínima de 20 pF se utiliza en el circuito de sintonía de un receptor de radiodifusión de AM. La bobina y el circuito asociado tienen una capacidad distribuida de 20 pF. Calcular:

- a) La inductancia de la bobina necesaria para que la menor frecuencia de sintonía sea de 530 kHz.
- b) El rango exacto de sintonía con la bobina seleccionada.

3.8. En un circuito resonante en serie a 1150 kHz se encuentra que, cuando la frecuencia de sintonía difiere de la de resonancia por 15 kHz, la corriente se reduce al 53% de la corriente a resonancia para el mismo voltaje aplicado. Determine la Q del circuito.

3.9. Determine el valor efectivo máximo de la Q que debe tener un circuito sintonizado cuyo ancho de banda a -3 dB debe ser de 10 kHz, para frecuencias centrales de 50, 500, 5000 y 50000 kHz.

3.10. Se requiere que un circuito sintonizado tenga una impedancia en paralelo de $6\text{ k}\Omega$ y una Q de 12. Si la frecuencia de resonancia es de 300 kHz, determine la inductancia, capacidad y resistencia que debe tener el circuito.

3.11. Dos bobinas idénticas cada una con una $Q = 100$ y una inductancia de $200\text{ }\mu\text{H}$ se acoplan de modo que la inductancia mutua es de $50\text{ }\mu\text{H}$. Si la bobina del secundario se pone en corto circuito calcule:

- a) La resistencia y reactancia acopladas a una frecuencia de 600 kHz.
- b) La resistencia y reactancia totales del primario.
- c) La Q efectiva del primario incluyendo el efecto de la impedancia acoplada.

- 3.12. El circuito en paralelo de un amplificador de emisor común puede representarse por la impedancia de un circuito RLC en paralelo dada por la ecuación 3.25 (Capítulo 3). La Q del circuito vale 70 y la resistencia dinámica es de $2\text{ k}\Omega$. La frecuencia de resonancia del circuito es de 5 MHz. Calcular la inductancia equivalente en paralelo del circuito a una frecuencia de 4 MHz.
- 3.13. Un circuito sintonizado en paralelo es resonante a 10.7 MHz con un condensador de sintonía de 200 pf y una Q de 150. El circuito está débilmente acoplado a una carga resistiva de $50\ \Omega$ mediante un lazo inductivo no sintonizado, de inductancia propia $0.1\ \mu\text{H}$ y $k = 0.1$. Calcular (a) la impedancia dinámica del circuito a resonancia y (b) el ancho de banda a -3 dB.
- 3.14. Una fuente de voltaje cuya resistencia interna es de $300\ \Omega$ se conecta a una carga de $75\ \Omega$ mediante un atenuador en L consistente de una resistencia de $1\text{ k}\Omega$ en serie con la entrada y una de $30\ \Omega$ en paralelo con la salida. Calcule la pérdida de inserción en dB y determine si el atenuador funciona en este caso también como acoplador.
- 3.15. Calcule los valores de las resistencias de un atenuador T para proporcionar una pérdida de inserción de 10 dB entre una fuente de $75\ \Omega$ y una carga de $50\ \Omega$, funcionando además como acoplador de impedancias.
- 3.16. Un atenuador L se utiliza para acoplar una fuente de $300\ \Omega$ y una carga de $150\ \Omega$. Calcular los valores de las componentes y determinar la pérdida de inserción en dB.
- 3.17. Diseñar un atenuador balanceado de pérdida mínima para acoplar una fuente de $300\ \Omega$ a una carga de $75\ \Omega$.
- 3.18. Diseñar un atenuador de pérdida mínima para acoplar dos líneas de transmisión balanceadas, una de impedancia característica $Z_{01} = 600\ \Omega$ y otra de $Z_{02} = 300\ \Omega$.
- 3.19. Diseñar un filtro de paso bajo para señales de voz, con una frecuencia de corte de 3.4 kHz.
- 3.20. Utilizando los circuitos de la sección 3.10, diseñe un filtro con una respuesta razonablemente plana, en la banda de FM (88 a 108 MHz).
- 3.21. Dos transmisores en la banda de AM (ondas medias) utilizan una misma antena transmisora. Uno de los transmisores funciona a 840 kHz y el otro a 1400 kHz

y es necesario que la señal de cada uno de los transmisores pase solamente hacia la antena y no hacia el otro transmisor. Diseñe un circuito tal que se pueda cumplir la condición anterior.