

# Classificação: *Concrete Crack Images for Classification*

Carolina Dias

Junho de 2022

# Conteúdo

1. Decomposição Espectral;
2. Decomposição em Valores Singulares (SVD);
3. Redução de Dimensionalidade;
4. Conjunto de Dados: *Concrete Crack*;
5. Experimentos e Resultados.

# Decomposição Espectral

## Teorema

Se uma matriz  $A$   $n \times n$  possuir  $n$  autovetores linearmente independentes, então  $A$  será diagonalizável. A decomposição

$$A = S\Lambda S^{-1}$$

é chamada de **decomposição espectral** (ou de autovalor) da matriz  $A$ , sendo  $\Lambda$  uma matriz diagonal com os autovalores de  $A$  em sua diagonal principal.

# Decomposição em Valores Singulares (SVD)

## SVD Reduzida

Queremos encontrar uma decomposição da forma

$$X = \hat{U} \hat{S} V^T$$

tal que

- $\hat{U}$  é uma matriz  $m \times n$ , com colunas ortonormais, chamadas **vetores singulares esquerdos** de  $X$ ;
- $\hat{S}$  é uma matriz  $n \times n$  diagonal, onde seus elementos da diagonal principal são os **valores singulares** de  $X$ ;
- $V$  é uma matriz  $n \times n$  ortogonal, cujas colunas são os **vetores singulares direitos** de  $X$  e representam os autovetores de  $X^T X$ .

# Decomposição em Valores Singulares (SVD)

Também vale que

$$\hat{S} = \begin{bmatrix} \sigma_1 & \dots & 0 \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & \dots & \sigma_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \sqrt{\lambda_1} & \dots & 0 \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & \dots & \sqrt{\lambda_n} \end{bmatrix}$$

com  $\sigma_1 \geq \sigma_2 \geq \dots \geq \sigma_n \geq 0$ .

# Redução de Dimensionalidade

- Calculamos a variabilidade acumulada

$$E(r) = \frac{\lambda_1 + \lambda_2 + \cdots + \lambda_r}{\lambda_1 + \lambda_2 + \cdots + \lambda_n};$$

# Redução de Dimensionalidade

- Calculamos a variabilidade acumulada

$$E(r) = \frac{\lambda_1 + \lambda_2 + \cdots + \lambda_r}{\lambda_1 + \lambda_2 + \cdots + \lambda_n};$$

- Encontramos um valor de  $r$  com alta variabilidade acumulada;

# Redução de Dimensionalidade

- Calculamos a variabilidade acumulada

$$E(r) = \frac{\lambda_1 + \lambda_2 + \cdots + \lambda_r}{\lambda_1 + \lambda_2 + \cdots + \lambda_n};$$

- Encontramos um valor de  $r$  com alta variabilidade acumulada;
- Pegamos os  $r$  primeiros autovetores (colunas) de  $Q$  (respectivamente de  $V$ ) para obter  $\hat{Q}$  (e  $\hat{V}$ );



# Redução de Dimensionalidade

- Calculamos a variabilidade acumulada

$$E(r) = \frac{\lambda_1 + \lambda_2 + \cdots + \lambda_r}{\lambda_1 + \lambda_2 + \cdots + \lambda_n};$$

- Encontramos um valor de  $r$  com alta variabilidade acumulada;
- Pegamos os  $r$  primeiros autovetores (colunas) de  $Q$  (respectivamente de  $V$ ) para obter  $\hat{Q}$  (e  $\hat{V}$ );
- Multiplicamos matricialmente os dados originais por  $\hat{Q}$  (e  $\hat{V}$  obtendo, assim, as componentes principais;

# Redução de Dimensionalidade

- Calculamos a variabilidade acumulada

$$E(r) = \frac{\lambda_1 + \lambda_2 + \cdots + \lambda_r}{\lambda_1 + \lambda_2 + \cdots + \lambda_n};$$

- Encontramos um valor de  $r$  com alta variabilidade acumulada;
- Pegamos os  $r$  primeiros autovetores (colunas) de  $Q$  (respectivamente de  $V$ ) para obter  $\hat{Q}$  (e  $\hat{V}$ );
- Multiplicamos matricialmente os dados originais por  $\hat{Q}$  (e  $\hat{V}$  obtendo, assim, as componentes principais;
- Utilizamos apenas essas componentes principais para realizar a classificação, ao invés dos dados completos.

## Conjunto de Dados: *Concrete Crack*

- Classificação da existência de rachaduras em concreto;
- 40.000 imagens de concreto:
  - ▶ 20.000 com rachaduras (*positive*) e
  - ▶ 20.000 sem rachaduras (*negative*).
- Imagens com  $227 \times 227$  pixels, em 3 canais (RGB);
- Foram convertidas para imagens com  $32 \times 32$  pixels com 1 canal (*greyscale*).

# Experimentos e Resultados

1. Cada imagem foi transformada em um vetor de  $28 \times 28 = 784$  características;

# Experimentos e Resultados

1. Cada imagem foi transformada em um vetor de  $23 \times 32 = 1024$  características;
2. Todas foram armazenadas em uma tabela para facilitar sua manipulação;

# Experimentos e Resultados

1. Cada imagem foi transformada em um vetor de  $23 \times 32 = 1024$  características;
2. Todas foram armazenadas em uma tabela para facilitar sua manipulação;
3. Tabela separada em  $X_{train}$ ,  $y_{train}$ ,  $X_{test}$ ,  $y_{test}$ ;

# Experimentos e Resultados

1. Cada imagem foi transformada em um vetor de  $23 \times 32 = 1024$  características;
2. Todas foram armazenadas em uma tabela para facilitar sua manipulação;
3. Tabela separada em  $X_{train}$ ,  $y_{train}$ ,  $X_{test}$ ,  $y_{test}$ ;
4. Matrizes  $X_{train}$  e  $X_{test}$  foram centralizadas;

# Experimentos e Resultados

1. Cada imagem foi transformada em um vetor de  $23 \times 32 = 1024$  características;
2. Todas foram armazenadas em uma tabela para facilitar sua manipulação;
3. Tabela separada em  $X_{train}$ ,  $y_{train}$ ,  $X_{test}$ ,  $y_{test}$ ;
4. Matrizes  $X_{train}$  e  $X_{test}$  foram centralizadas;
5. Calculada a covariância dos dados de teste.
6. Autovalores e autovetores ordenados decrescentemente;



# Experimentos e Resultados

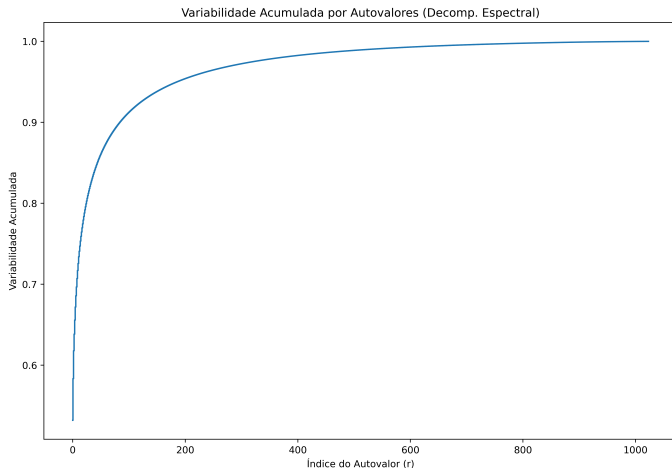
1. Cada imagem foi transformada em um vetor de  $23 \times 32 = 1024$  características;
2. Todas foram armazenadas em uma tabela para facilitar sua manipulação;
3. Tabela separada em  $X_{train}$ ,  $y_{train}$ ,  $X_{test}$ ,  $y_{test}$ ;
4. Matrizes  $X_{train}$  e  $X_{test}$  foram centralizadas;
5. Calculada a covariância dos dados de teste.
6. Autovalores e autovetores ordenados decrescentemente;
7. Calculada a decomposição espectral da matriz de covariância e a SVD de  $X_{train}$ ;

# Experimentos e Resultados

1. Cada imagem foi transformada em um vetor de  $23 \times 32 = 1024$  características;
2. Todas foram armazenadas em uma tabela para facilitar sua manipulação;
3. Tabela separada em  $X_{train}$ ,  $y_{train}$ ,  $X_{test}$ ,  $y_{test}$ ;
4. Matrizes  $X_{train}$  e  $X_{test}$  foram centralizadas;
5. Calculada a covariância dos dados de teste.
6. Autovalores e autovetores ordenados decrescentemente;
7. Calculada a decomposição espectral da matriz de covariância e a SVD de  $X_{train}$ ;
8. Gráficos gerados,  $r$  escolhido e algoritmo KNN aplicado.

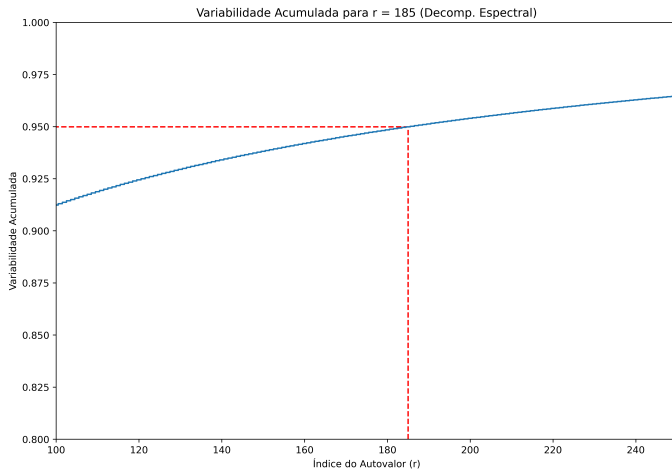
# Experimentos e Resultados

Figura 1: Gráfico da variabilidade acumulada por número de autovalores na Decomposição Espectral.



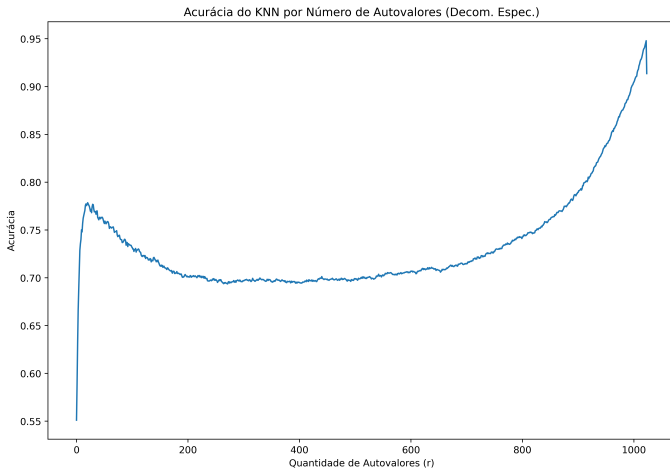
# Experimentos e Resultados

Figura 2: Gráfico da variabilidade acumulada para 185 autovalores na Decomposição Espectral.



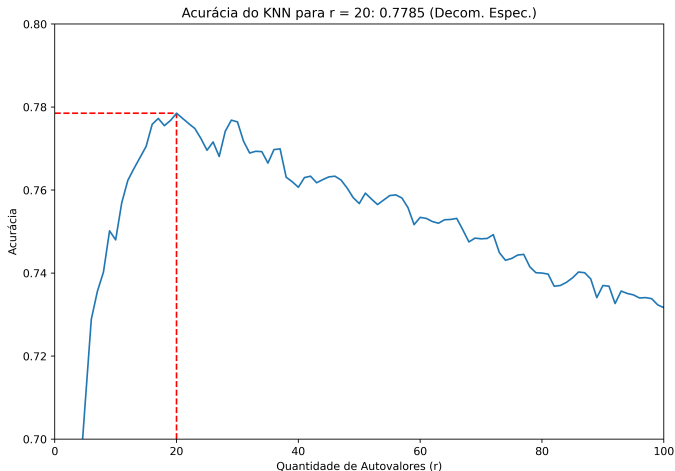
# Experimentos e Resultados

Figura 3: Gráfico da acurácia do algoritmo KNN por valor de  $r$  na Decomposição Espectral.



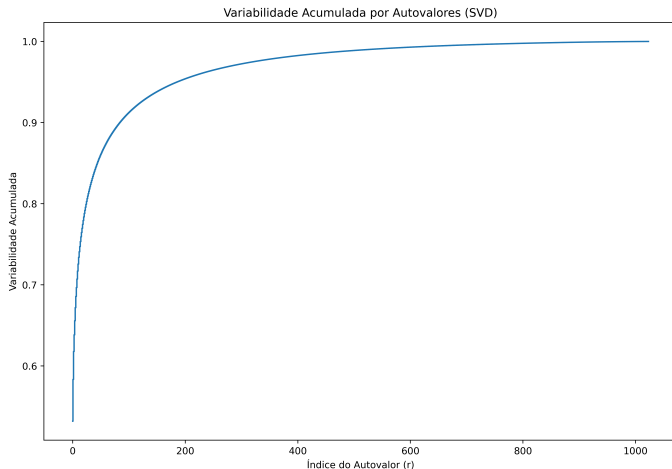
# Experimentos e Resultados

Figura 4: Gráfico da acurácia do algoritmo KNN na Decomposição Espectral para 20 autovalores.



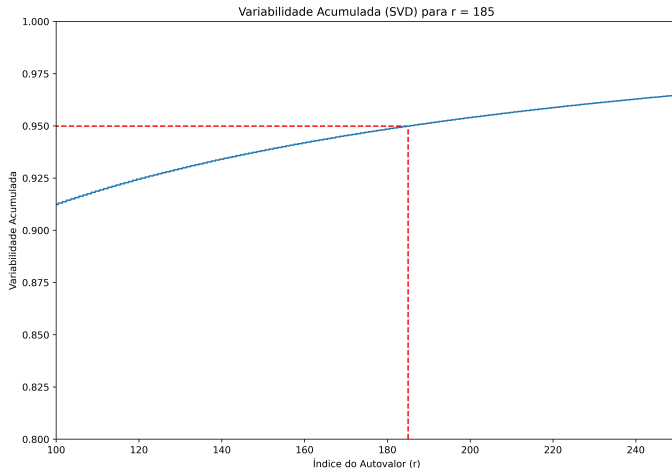
# Experimentos e Resultados

Figura 5: Gráfico da variabilidade acumulada por número de autovalores na SVD.



# Experimentos e Resultados

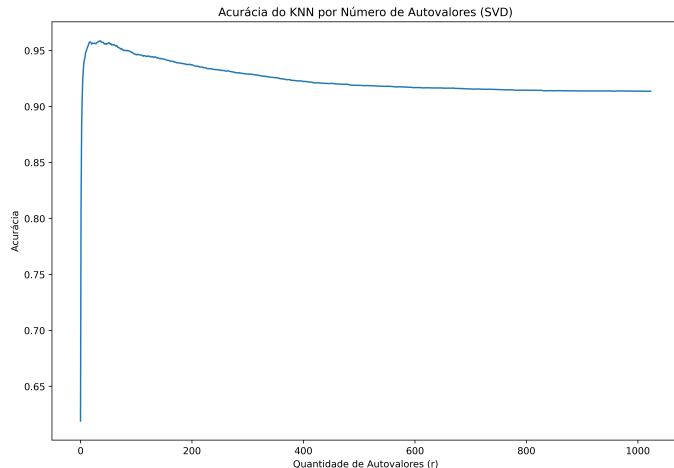
Figura 6: Gráfico da variabilidade acumulada para 185 autovalores na SVD.





# Experimentos e Resultados

Figura 7: Gráfico da acurácia do algoritmo KNN por valor de  $r$  na SVD.



# Experimentos e Resultados

Figura 8: Gráfico da acurácia do algoritmo KNN para 17 autovalores na SVD.

