Лабораторная работа №2
Тепловые свойства твёрдых тел

Ткачев Егор Дмитриевич

21.11.2024

1. Используемое оборудование

- Алюминиевая пластина, медный скотч;
- Манганиновая нить, лист изолирующего материала, ёмкость с водой комнатной температуры, изолента, термостойкий скотч, термопаста;
- Штангенциркуль, линейка;
- Набор датчиков температуры DS18B20, плата Arduino nano, кабель mini-USB;
- Источник тока Gophert, тестер, RLC-метр, соединительные провода.

2. Цель работы

В рамках данной работы предлагалось исследовать зависимость температуры металлической пластинки и медного скотча от координаты и времени, дождаться установления стационарного режима и проверить линейный (для толстой пластины) и экспоненциальный (для скотча) законы распределения температуры, а также определить коэффициент теплопроводности материала толстой пластины и определить характерную длину, на которую распространяется температура от нагревателя для медного скотча.

3. Методика эксперимента

3.1. Теоретический блок

Теплопроводность - молекулярный перенос тепла в неоднородно нагретом теле от более нагретых его частей к менее нагретым или передача тепла между двумя телами, имеющими разную температуру, и приведёнными в механический контакт.
Для математического описания процесса теплопроводности вводят понятие плотности потока тепла $\vec{q}$:

$$\vec{q} = -\kappa \nabla T - \text{закон Фурье},$$

где κ - коэффициент теплопроводности, выражащийся в единицах Вт/(м*К); в металлах, изучению которых посвящена данная работа, коэффициент теплопроводности мы будем считать изотропным и не зависящим от температуры.
Модуль плотности потока тепла равен отношению количества тепла, проходящему в единицу времени через единичную площадку, направленную перпендикулярно направлению потока тепла:

$$|\vec{q}| = \frac{\delta Q}{dSdt}.$$

В уравнении теплопроводности присутствует коэффициент теплоотдачи β (определяется экспериментально), который вводится в законе Ньютона-Рихмана, согласно которому нормальная компонента потока тепла через стенку твёрдого тела наружу пропорциональна разности температур тела и среды $(T - T_0)$:

$$q_n = \beta(T - T_0),$$

где β измеряется в Вт/(м^2*К) в СИ.
Уравнение теплопроводности для одномерной нити с учётом теплоотдачи имеет вид:

$$\frac{\partial^2 \theta}{\partial x^2} - \frac{c}{\kappa}\frac{\partial \theta}{\partial t} - \frac{\beta}{\kappa}\frac{\Pi}{S}\theta = -\frac{\omega}{\kappa},$$

где $\theta = T - T_0$, c - теплоёмкость единицы объёма [Дж/(м$^3\cdot$К)], П - периметр поперечного сечения, S - площадь поперечного сечения, ω - удельная на единицу объёма выделяющаяся мощность $\omega = dp/(Sdx)$.
Пусть в начальный момент времени $(t = 0)$ температура нити всюду совпадает с температурой среды: $\theta(x) = 0$, левый конец нити $(x = 0)$ имеет фиксированную температуру, равную температуре окружающей среды, на правом конце ($x = l$, l - длина нити) расположен *точечный* нагреватель, на котором выделяется постоянная мощность, уходящая только в нить.
Зададим поток при $x = l$:

$$q|_{x=l} = -\kappa \frac{\partial \theta}{\partial x}\bigg|_{x=l} = -\frac{W_0}{S} = -q_0,$$

где W_0 - мощность нагревателя, q_0 - плотность потока тепла от нагревателя.
Поскольку мощность постоянна и температура другого конца поддерживается постоянной, то рано или поздно установится стационарный режим, при котором $\partial\theta/\partial t = 0$; получаем относительно θ:

$$\frac{\partial^2 \theta}{\partial x^2} - \frac{\beta}{\kappa}\frac{\Pi}{S}\theta = 0.$$

С учётом начальных условий получаем решение:

$$\theta(x) = A \sinh(\psi x) = \frac{q_0}{\kappa\psi}\frac{\sinh(\psi x)}{\cosh(\psi l)},$$

где $\psi^2 = \beta\Pi/(\kappa S)$.
В пределе $\psi l \ll 1$ наше выражение принимает вид:

$$\theta(x) \approx \frac{q_0}{\kappa\psi}\psi x = \frac{q_0}{\kappa}x,$$

при $\psi l \gg 1$ и при не слишком малых x получаем:

$$\theta(x) \approx \frac{q_0}{\kappa\psi}e^{\psi(x-l)}.$$

Величина $\lambda = 1/\psi$ имеет размерность длины и выражается следующим образом:

$$\lambda = \sqrt{\frac{\kappa}{\beta}\frac{S}{\Pi}}.$$

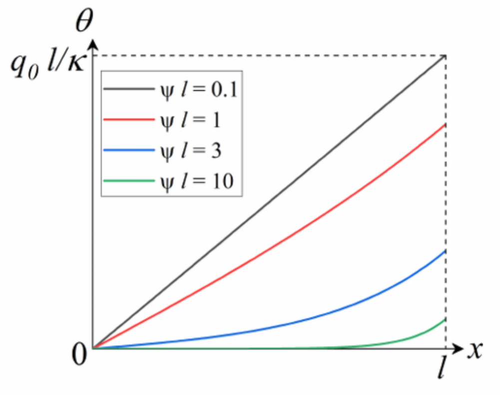

Рис. 1: Пространственное распределение температуры в стационарной задаче теплопроводности для различных значений ψl.

3.2. Ход эксперимента

В ходе лабораторной работы была собрана установка для сбора данных с датчиков, показанная на рис.2:

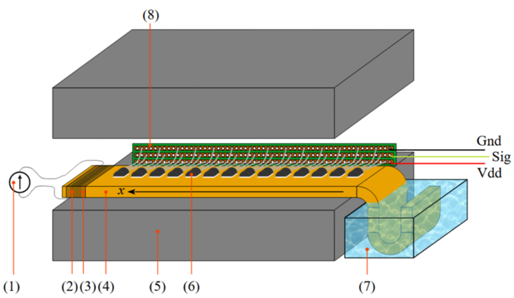

Рис. 2: Схема установки для определения коэффициента теплопроводности и характерной длины металлической пластины и скотча.

Установка состояла из: источника питания Gophert (1), металлической пластины (или слоя медного скотча) (4), на одном конце которой была намотана нихромовая нить в изолирующей обмотке (2) и покрытая сверху слоем термостойкого скотча (3), второй конец был изогнут и помещён в ёмкость с водой (7); температурные датчики DS18B20 (6), предварительно смазанные термопастой, плоской поверхностью были прижаты к пластине, датчики припаяны к печатной плате (8); часть исследуемой пластины (или слоя скотча) и датчики были помещаны между 2 брусками плотного пенопласта, прижатие конструкции осуществлялось с помощью струбцин.
Для достижения цели работы мы пропускали через манганиновую нить постоянный ток, который постепенно нагревал пластину (или скотч); спустя некоторое время устанавливался стационарный режим, в котором показания термометров зависели только от продольной координаты x, направленной вдоль пластины, по линейному закону:

$$t = t_0 + ax,$$

для толстой пластины, где коэффициент $a = q/\kappa = W/(S\kappa)$. Для медного скотча в стационарном режиме:

$$t = t_0 + a\sinh\left(\psi(x - x_0)\right).$$

4. Экспериментальные данные

Для определения коэффициента теплопроводности κ толстой алюминиевой пластины нам необходимо знать, помимо аппроксимационного параметра a, площадь поперечного сечения пластины S, сопротивление нихромовой нити R и величину силы тока в цепи I. Площадь поперечного сечения нити измерялась с помощью линейки, погрешность равна 0.05 см:

$$S = 0.24 \pm 0.02\ \text{см}^2,$$

сопротивление нити R было измерено с помощью мультиметра:

$$R = 90 \pm 2\ \text{Ом}.$$

Сила тока в цепи по первоначальной задумке должна была быть равна теоретически рассчитанной, однако из-за теплопотерь для нужной степени нагрева пришлось увеличить её до значения:

$$I = 140.2 \pm 0.3\ \text{мА}.$$

Значение параметра a можно определить с помощью графика на рис.3:

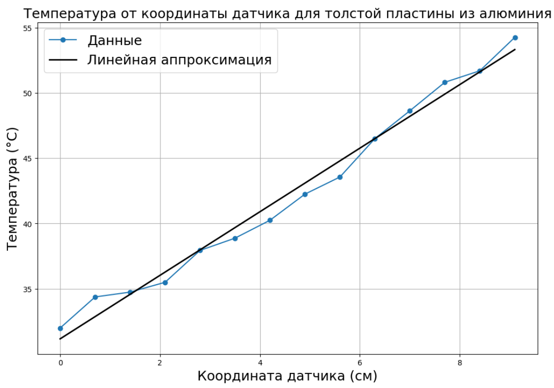

Рис. 3: Зависимость показаний термометров от продольной координаты x и аппроксимация линейной функцией.

Параметр аппроксимации равен:

$$a = 3.57\ \frac{\text{К}}{\text{см}}.$$

В итоге мы получим следующее значение коэффициента теплопроводности для пластинки из алюминия:

$$\kappa = 207 \pm 14\ \frac{\text{Вт}}{\text{м*К}},$$

где истинное значение ($\kappa = 203.5$ Вт/м*К) лежит *в пределах погрешности.*
Для определения характерной длины распространения температуры для медного скотча мы снова построили график температуры от координаты и аппроксимировали его (см рис.4). Полученное значение:

$$\psi = 0.25 \pm 0.01\ \text{см}^{-1},$$

тогда λ равняется:

$$\lambda = \frac{1}{\psi} = 4.0 \pm 0.2\ \text{см}.$$

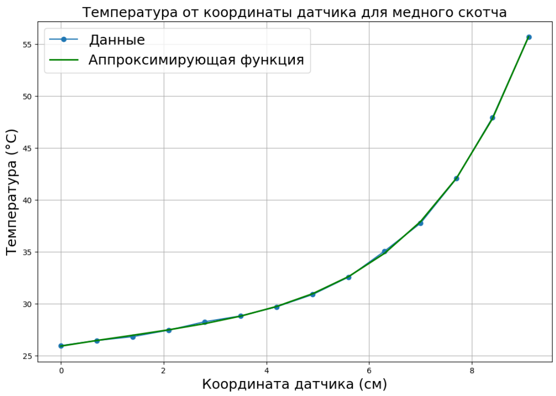

Рис. 4: Зависимость показаний термометров от продольной координаты x и аппроксимация гиперболической функцией.

5. Заключение

В ходе работы мы достигли всех поставленных целей: опредилили достаточно точно параметр κ для пластинки из алюминия, нашли характерную длину λ для медного скотча, а также наглядно убедились, что линейный и экспоненциальный законы распределения температуры для пластины и скотча соответственно выполнились.

Полученные погрешности являются следствием неидеальности эксперимента: из-за недостаточной герметичности часть тепла уходила в окружающую среду, также в нашей модели фигурирует точечный нагреватель, когда в реальном эксперименте была спираль; причиной также может послужить неточность аппроксимации и измерений, неидеальность устройства приборов и датчиков температуры.