

Informe_ARIMAS

Azahara Martinez, Iyán Álvarez, Maria de los Ángeles Diaz, Flor Pellegrini

2025-12-11

Introducción

El objetivo del proyecto es construir y evaluar distintas estrategias de inversión dinámicas aplicadas a una cartera de cinco activos financieros. Buscando pronosticar los rendimientos con una función one-step-ahead (Sección ~ 2) y optimizar la composición de la cartera en cada periodo de test utilizando tres criterios de utilidad diferentes (Secciones ~ 3.1, 3.2 y 4).

Partimos del archivo `stock_returns_train_2.csv`, que transformamos a rendimientos en tanto por uno y dividimos en dos bloques: 96 periodos para entrenamiento y 24 para test. Todas las decisiones de evaluación y comparación de métodos se realizan sobre este periodo de test, con el fin de analizar el comportamiento fuera de muestra de las distintas estrategias.

Predicción one-step-ahead

En la Sección~2 se utilizan modelos ARIMA univariantes para obtener pronósticos one-step-ahead de los rendimientos de cada activo. Para cada fecha del periodo de test, el modelo se estima empleando únicamente la información disponible hasta ese momento. La especificación del modelo se selecciona automáticamente mediante la función `auto.arima` del paquete `forecast`, lo que permite una elección sistemática del orden y una captura flexible de la tendencia y la autocorrelación.

El modelo se actualiza de forma recursiva, ya que es llamada repetidamente por una función auxiliar `getPred_ts` (proporcionada en `eval_funcs.R`). Como resultado, para el periodo de test se obtienen dos matrices: los rendimientos esperados $\hat{\mu}_t$ y sus desviaciones estándar correspondientes $\hat{\sigma}_t$ para $t \in \{T + 1, \dots, T + r\}$.

Optimización media-varianza

En las Secciones~3.1 y 3.2 utilizamos el marco clásico de media–varianza para decidir los pesos de la cartera en cada fecha del periodo de test. Para ello necesitamos construir primero la matriz de covarianzas dinámica, que viene dada a partir de las desviaciones estándar pronosticadas $\hat{\sigma}_t$ (haciendo uso de la función anterior) y de los rendimientos históricos. Denotada como `sigma_t`, esta matriz combina información de volatilidades pronosticadas con correlaciones históricas relativamente estables. En concreto, se obtiene como el producto de una matriz diagonal D_t , que contiene las desviaciones estándar de cada activo, y una matriz de correlación R estimada con rendimientos pasados:

$$\Sigma_t = D_t R D_t$$

mediante la función `construccion_sigma_t`.

Función de utilidad media-varianza

En cada fecha t , la cartera α_t se obtiene maximizando una utilidad media-varianza de la forma

$$U(\alpha_t) = \alpha_t^\top \mu_t - \frac{\gamma}{2} \alpha_t^\top \Sigma_t \alpha_t \quad (1)$$

sujeta a la restricción $\sum_i \alpha_{i,t} = 1$. La diferencia entre los siguientes apartados radica en permitir o no pesos negativos. Además, es muy importante el parámetro γ para los resultados obtenidos. Por eso, usamos el criterio de Sharpe.

Selección de γ (criterio de Sharpe)

Para fijar el parámetro γ utilizamos un criterio de desempeño fuera de muestra. Para distintos valores de γ , se generan las carteras dinámicas $\alpha_t(\gamma)$ en el periodo de test y sus retornos

$$r_{p,t}(\gamma) = \sum_i \alpha_{i,t}(\gamma) X_{i,t}.$$

Cada configuración se evalúa mediante el Sharpe Ratio,

$$\text{Sharpe}(\gamma) = \frac{\overline{r_p(\gamma)}}{\text{sd}(r_p(\gamma))}.$$

De esta forma, se elige como γ óptimo aquel que maximiza el Sharpe dentro de un rango razonable, evitando soluciones excesivamente apalancadas.

Media-varianza con posiciones cortas (Sección 3.1)

Para este caso, utilizamos una versión clásica del modelo de media-varianza en la que la única restricción impuesta es que la suma de los pesos sea igual a uno, es decir, $\sum_{i=1}^N \alpha_i = 1$ permitiendo que algunos pesos puedan tomar valores negativos. Bajo estas condiciones, el problema de optimización en cada fecha t consiste en maximizar la utilidad cuadrática vista en la ecuación (1).

Dado que existe una única restricción lineal, se puede resolver mediante el método de Lagrange. Introduciendo el multiplicador λ^* asociado a la restricción, las condiciones de primer orden (gradiente de Lagrange igual a cero) se escriben como

$$\Sigma \alpha - \frac{1}{\gamma} \mu + \frac{\lambda^*}{\gamma} \mathbf{1} = 0.$$

Resolviendo para α se obtiene:

$$\alpha = \frac{1}{\gamma} \Sigma^{-1} \mu - \frac{\lambda^*}{\gamma} \Sigma^{-1} \mathbf{1}, \quad \lambda^* = \frac{\mathbf{1}^\top \Sigma^{-1} \mu - \gamma}{\mathbf{1}^\top \Sigma^{-1} \mathbf{1}}.$$

La función `posiciones_cortas` implementa exactamente esta solución, calculando primero el valor de λ^* y luego los pesos α . Esta formulación permite obtener de manera eficiente los pesos óptimos sin recurrir a métodos iterativos, y hace explícita la dependencia de los pesos respecto a los retornos esperados, la aversión al riesgo y la estructura de covarianza. Al permitir posiciones negativas, la función puede generar apalancamiento y mayor volatilidad, por lo que la selección de γ es clave.

Media-varianza sin posiciones cortas (Sección 3.2)

En este caso imponemos que todos los pesos sean no negativos, $\alpha_i \geq 0$, además de la condición de suma uno. Esto elimina el apalancamiento asociado a posiciones cortas y produce carteras más fáciles de interpretar para un inversor típico.

El problema de optimización de media-varianza con estas restricciones se puede plantear como un problema de programación cuadrática. De esta forma, se propone implementar la función `solve.QP` del paquete `quadprog`. La función `sin_posiciones_cortas` construye la matriz de penalización cuadrática como $D = \gamma \cdot \Sigma$, el vector lineal como $d = \mu$, y define las restricciones que garantizan la suma de pesos igual a uno y la no negatividad de cada α_i . Luego, ajusta la solución eliminando valores negativos muy pequeños por errores numéricos y redondeando los resultados para mayor claridad. Cabe destacar que el valor de γ también es calculado con Sharpe Ratio.

Utilidad logarítmica

En esta sección reemplazamos la función de utilidad de media-varianza por una utilidad logarítmica aproximada, que tiene en cuenta tanto el crecimiento de la riqueza como la penalización del riesgo y la restricción de que la suma de los pesos tiene que sumar 1. Para garantizar esta condición, los pesos se parametrizan mediante una transformación softmax que sigue la siguiente expresión:

$$\alpha_i = \frac{\exp(z_i)}{\sum_{j=1}^N \exp(z_j)}$$

La optimización se realiza utilizando la función `optim` de R (método BFGS, visto en clase), aplicada a la función objetivo negativa de U. La implementación concreta se encuentra en la función `getAlphaLog`. De forma análoga a los casos de media-varianza, el parámetro de aversión al riesgo γ_{LOG} se elige mediante un análisis de rejilla, buscando maximizar el Sharpe Ratio en el periodo de prueba.

División del trabajo

Aunque el equipo está formado por cuatro integrantes, no dividimos el trabajo en partes aisladas. En su lugar, optamos por trabajar de manera completamente colaborativa, reuniéndonos en varias sesiones presenciales para avanzar todas las secciones del proyecto juntos. Esta metodología nos permitió combinar perfiles y puntos fuertes diferentes, contrastar decisiones de modelización en tiempo real, detectar errores más rápidamente y aprovechar distintas perspectivas en cada etapa. Consideramos que “cuatro cabezas piensan más que una”, por lo que preferimos avanzar de forma conjunta en lugar de repartir tareas individuales.

Reflexiones finales

En conjunto, el desarrollo del proyecto supuso un reto tanto conceptual como computacional, al requerir integrar predicción, optimización y evaluación fuera de muestra dentro de un mismo marco. El trabajo colaborativo fue especialmente importante para consensuar decisiones metodológicas clave, entre ellas la elección del parámetro de aversión al riesgo γ . Estos valores se seleccionaron de forma sistemática a partir del desempeño fuera de muestra, priorizando configuraciones que ofrecieran un equilibrio razonable entre rentabilidad y riesgo y evitando soluciones inestables o excesivamente extremas. Lo que permitió obtener carteras coherentes con cada restricción considerada y puso de manifiesto cómo la elección de γ condiciona de manera significativa el comportamiento y la agresividad de las estrategias resultantes.