

ANALISIS NODAL

El método de análisis nodal "AN" se apoya en la ley de Kirchhoff de las corrientes, con la diferencia que en cada nodo en el que no se conoce la corriente se asume que esta sale del nodo.

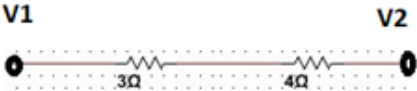
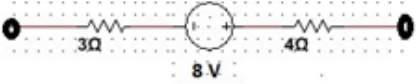

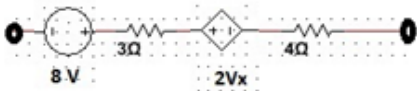
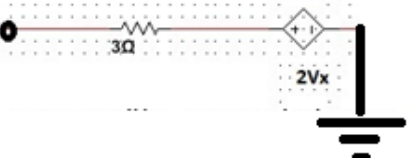
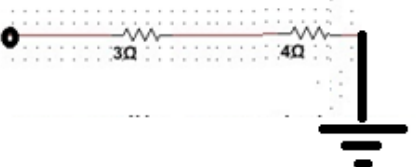
El paso a paso es el mismo de la LKC solo que al nodo que no se le daba nombre, en este caso se le aterriza o se coloca como nodo referencia donde su voltaje será cero. El símbolo de tierra o nodo referencia es el siguiente:



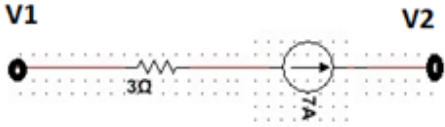
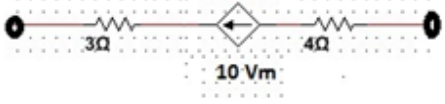
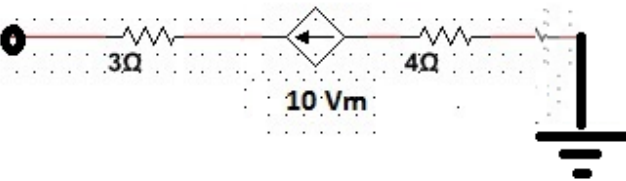

Los nodos en lkc los llamábamos $N1$, $N2$.. ahora los llamaremos $V1$, $V2$.. Vn .

Con este método se obtendrán variables de voltaje a diferencia del de mallas donde se obtienen variables de corriente. Con los voltajes obtenidos los cuales hacen alusión a los existentes en los nodos se calcularán las corrientes.

En el siguiente cuadro se muestra como se calcula la corriente entre dos nodos $V1$ y $V2$ utilizando en AN.

| | CORRIENTE QUE SALE DEL NODO V1 A V2 | CORRIENTE QUE SALE DEL NODO V2 A V1 |
|---|--|--|
|  | $\frac{V1 - V2}{3 + 4}$ | $\frac{V2 - V1}{3 + 4}$ |
|  | $\frac{V1 - V2 + 8}{3 + 4}$ | $\frac{V2 - V1 - 8}{3 + 4}$ |
|  | $\frac{V1 - V2 - 2Vx}{3}$ | $\frac{V2 - V1 + 2Vx}{3}$ |
|  | $\frac{V1 - V2 - 2Vx + 8}{3 + 4}$ | |
|  | $\frac{V1 - 0 - 2Vx}{3}$ | |
|  | $\frac{V1 - 0}{3 + 4}$ | |

En los siguientes casos se observará que la corriente ya está dada por la rama o el circuito

| | CORRIENTE QUE SALE DEL NODO V1 A V2 | CORRIENTE QUE SALE DEL NODO V2 A V1 |
|---|--|--|
|  | 7 | -7 |
|  | -10Vm | 10Vm |
|  | -10Vm | 10Vm |
|  | 7 | -7 |

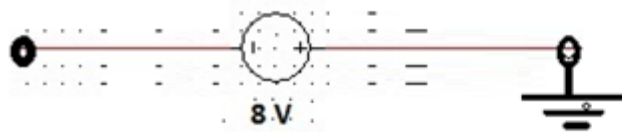
CASOS ESPECIALES

CASO 1

En el caso en que se escoja el nodo referencia entre dos nodos que solo tengan como elementos fuentes de voltaje, se podrá calcular directamente el valor de dicho nodo el cual puede ser una constante o una ecuación. Para este caso no se aplica análisis nodal, solo se aplica el caso 1.

Ejemplo. Si inicia con el nodo desconocido "V1" menos el nodo referencia y se regresa tomando los signos de las fuentes y el valor de la misma hasta el nodo donde inicio la suma.

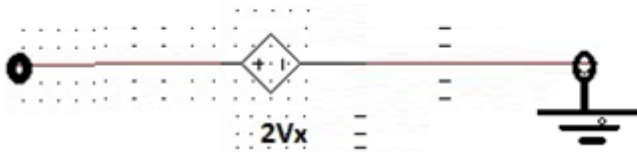
V1



**valor de voltaje
del nodo**

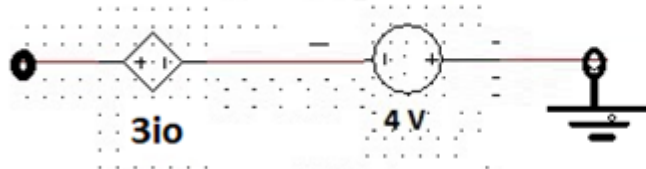
$$V1 - 0 + 8 = 0$$

$$V1 = -8$$



$$V1 - 0 - 2Vx = 0$$

$$V1 = 2Vx$$



$$V1 - 0 + 4 - 3i_o = 0$$

$$V1 = 3i_o - 4$$

Caso 2.

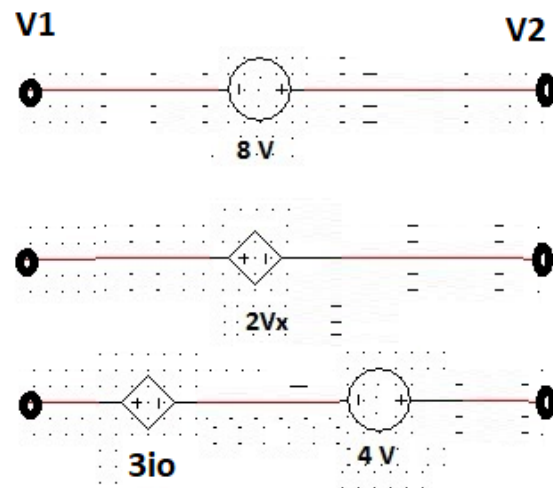
El caso dos es cuando la corriente entre dos nodos no está expresada en ninguno de los ejemplos anteriores a los casos, indicando que entre los dos nodos solo existe una o más fuentes de voltaje sea independiente o no. A estos casos se les llama supernodo, y se deberá apagar la (s) fuentes de voltaje existentes, lo que representaría un corto. Recuerden que una fuente de corriente apagada se representa como un circuito abierto y una de voltaje como un corto.

Al haber un corto nos indica que los nodos relacionados se unirán y quedara uno solo llamado supernodo el que se le aplicara el método de análisis nodal.

Una vez aplicado en análisis nodal al súper nodo, se obtendrá una ecuación.

Luego se deberá obtener otra ecuación de la relación existente entre los nodos y la fuente de voltaje apagada. A esta ecuación se le llama la ecuación del supernodo.

No olvide que cuando se tiene supernodo "caso 2" se obtienen dos ecuaciones, la del análisis nodal y la de ecs de supernodo.



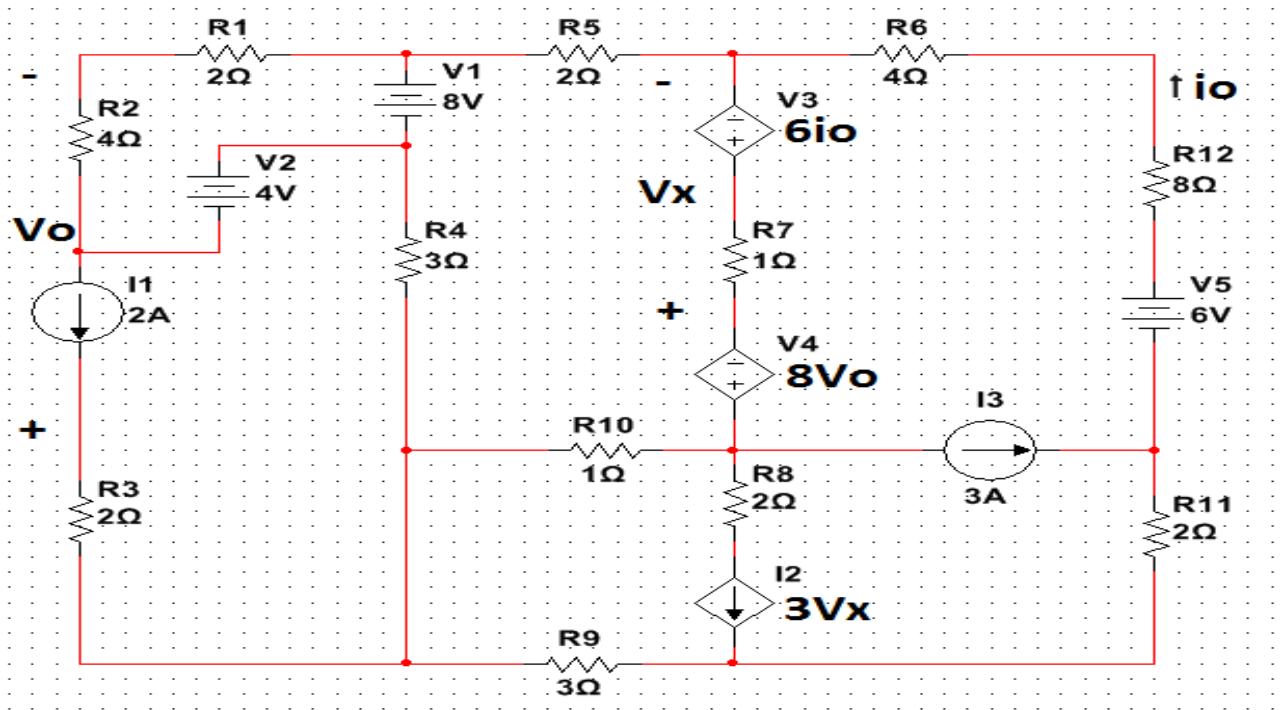
como se observa no se da la corriente ni tampoco existen resistencias entre los nodos para utilizar la fórmula de corriente V/R

La ecuación será:

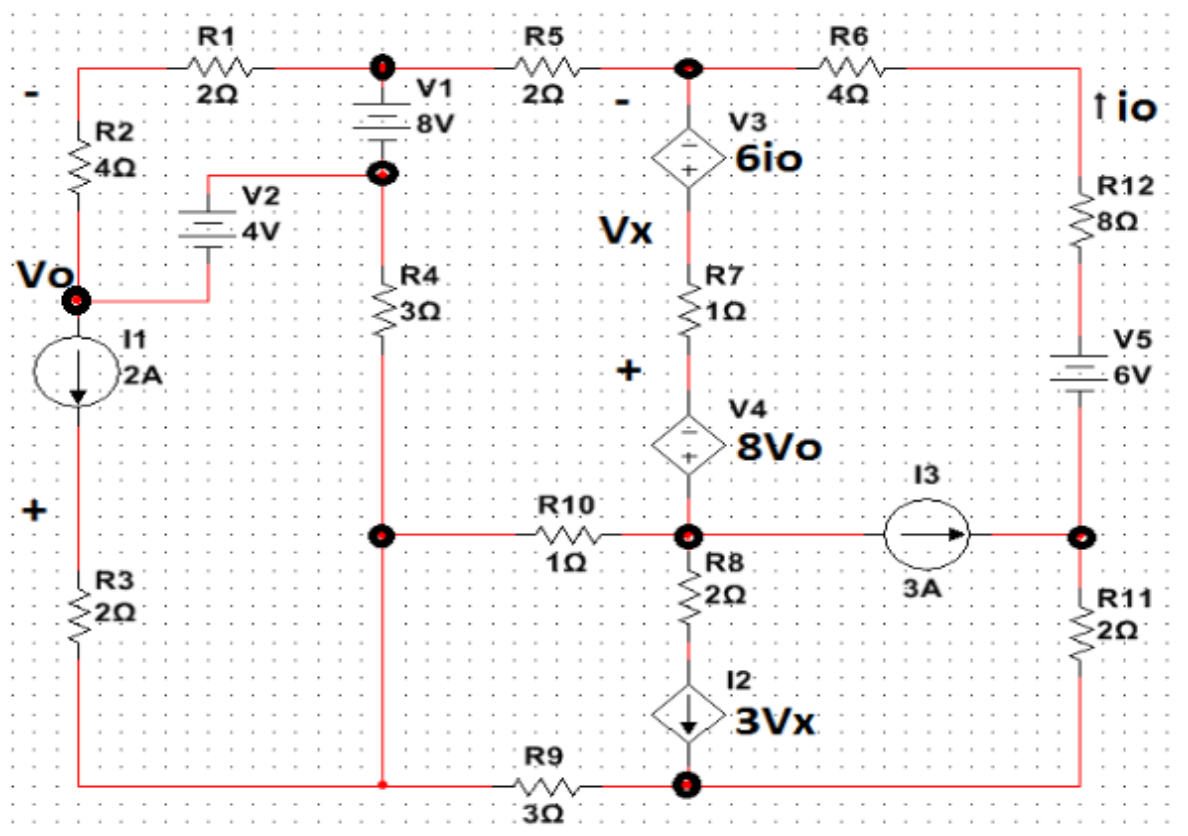
$$V1 - v2 + 8 = 0$$

$$V1 - v2 - 2vx = 0$$

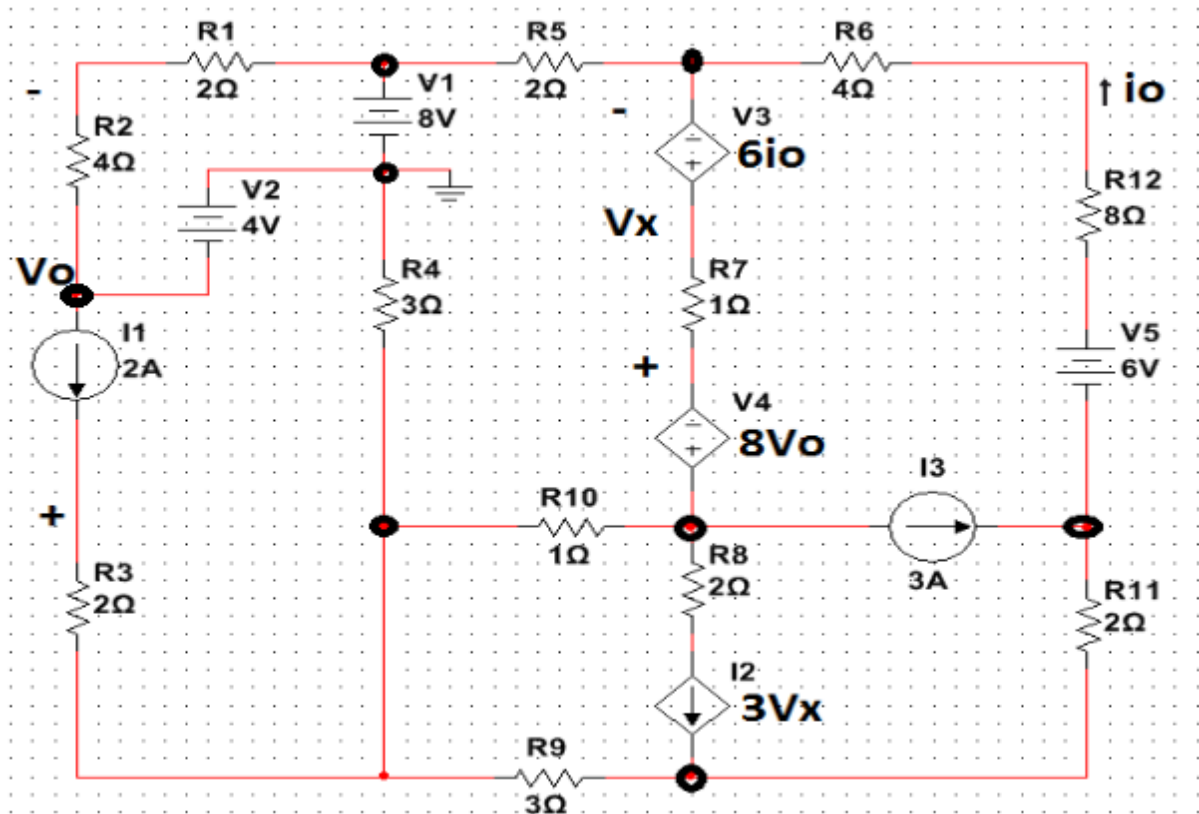
EJEMPLO DE ANALISIS NODAL



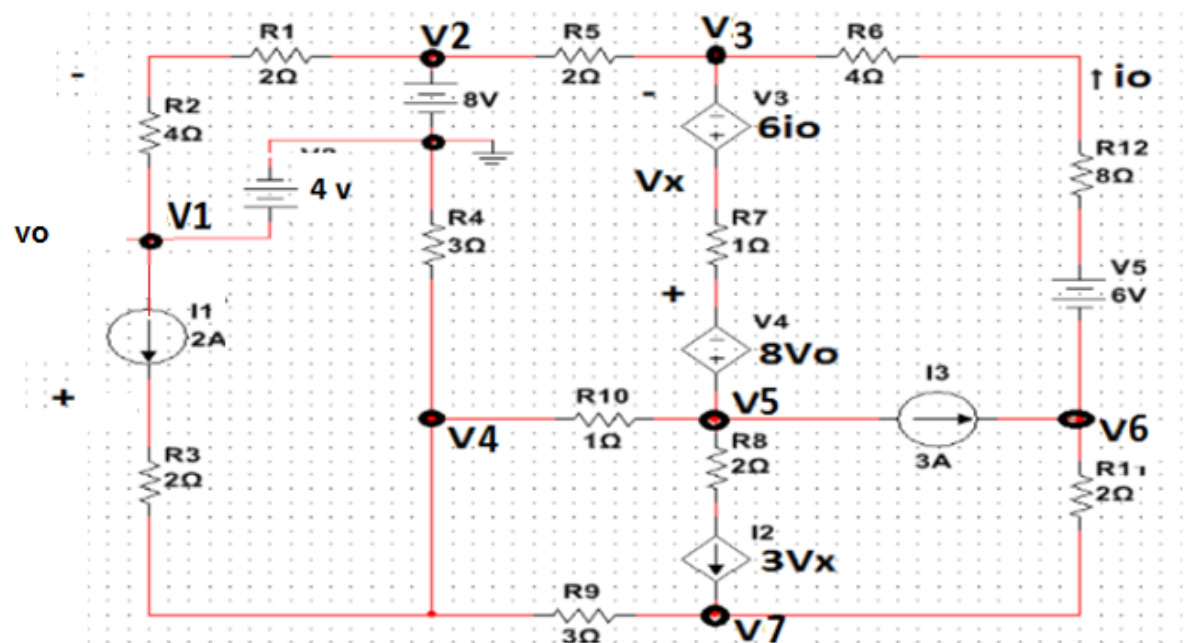
1. identificamos los Nodos presentes en el circuito.



2. identificamos el nodo tierra.



3. Damos nombre a los nodos restantes con la variable V_n , menos a el nodo de tierra.



4. Aplico LKC a todos los nodos nombrados" $V1$, $V2$, $V3$, $V4$ $V5$ y $V6$ " menos al nodo tierra o referencia.

AN $V1$

Al analizar el nodo encontramos que en una de sus ramas aplica el caso 1.

$$V1 - 0 - 4 = 0;$$

$$V1 = 4V$$

AN V2

También aplica caso 1

$$V2 - 0 - 8 = 0$$

$$V2 = 8V$$

Si no existe caso 1 ni 2 se aplica el análisis nodal tal cual como sucede en V3

AN V3:

NO CASO 1

NO CASO 2

APLICO LKC EN V3

$$\frac{V3-V2}{2} + \frac{V3-V6-6}{12} + \frac{V3-V5+8Vo+6io}{1} = 0 \text{ para eliminar las fracciones multiplico por 12}$$

$$19V3 - 48 - V6 - 6 - 12V5 + 96Vo + 72io = 0$$

Debemos encontrar las dependencias Vo e io

io es la corriente que sale de V6 a V3 y se calcula así:

$$io = \frac{V6-V3+6}{12}$$

Vo está entre los nodos v2 y v4

$$V2 - V4 - 4 + Vo - VR2 = 0$$

el menos en las resistencias del voltaje en R2 es porque la corriente ya está dada "2A" y tiene sentido contrario a la trayectoria en que se viene haciendo la suma de voltajes. Para la R2 entre los nodos V2 y V1, la corriente escogida sale de v2 a V1 lo que indica que va en sentido contrario a la sumatoria. Si usted escoge el signo positivo debe fijarse que la corriente de la resistencia sale de V1.

$$Vo = - V2 + V4 + 4 + VR2 \quad VR2 = i \cdot R; \text{ la corriente que sale de v2 a v1 es } (V2-V1)/6$$

$$Vo = - V2 + V4 + 4 + 2 \cdot i$$

$$Vo = - V2 + V4 + 4 + 2 \cdot (V2-V1)/6$$

$$Vo = - 6V2 + 6V4 + 24 + 2 \cdot (V2-V1) / 6$$

$$Vo = (-2V1 - 4V2 + 6V4 + 24) / 6$$

Obtenidas las dos dependencias procedo a reemplazarlas en la ecuación obtenida del análisis nodal

$$19V3 - 48 - V6 - 6 - 12V5 + 96V_o + 72i_o = 0$$

$$19V3 - 48 - V6 - 6 - 12V5 + 96 * ((-2V1 - 4V2 + 6V4 + 24) / 6) + 72 * \frac{V6 - V3 + 6}{12} = 0$$

Multiplico por 12 para eliminar fracciones

$$228V3 - 576 - 12V6 - 72 - 144V5 + 192 * (-2V1 - 4V2 + 6V4 + 24) + 72 * (V6 - V3 + 6) = 0$$

$$\mathbf{-384V1 - 768V2 + 216V3 + 1152V4 - 144V5 + 60V6 = 4392}$$

Como ya conocí $v1$ y $v2$ los reemplazo en la ecuación:

$$-384 * 4 - 768 * 8 + 216V3 + 1152V4 - 144V5 + 60V6 = 4392$$

$$\mathbf{216V3 + 1152V4 - 144V5 + 60V6 = 12072 \quad \text{Ecs (1)}}$$

AN V4:

NO HAY CASO 1

NO HAY CASO 2

APLICO LKC EN V4

$$(V4 - 0)/3 + (V4 - V5)/1 + (V4 - V7)/3 - 12 = 0 \text{ mult x 3}$$

$$V4 + 3V4 - 3V5 + V4 - V7 - 36 = 0$$

$$\mathbf{5V4 - 3V5 - V7 = 36 \quad \text{ECS (2)}}$$

AN V5

NO HAY CASO 1

NO HAY CASO 2

LKC N5

$$(V5 - V4)/1 + (V5 - V3 - 6i_o - 8V_o)/1 + 3V_x + 3 = 0 \text{ MULX1}$$

$$2V5 - V3 - V4 + V5 - 6 * \left(\frac{V6 - V3 + 6}{12} \right) - 8 * ((-2V1 - 4V2 + 6V4 + 24) / 6) + 3V_x + 3 = 0 \text{ MULT X12}$$

$$24V5 - 12V3 - 12V4 + 12V5 - 6V6 + 6V3 - 36 + 32V1 - 64V2 - 96V4 - 384 + 36V_x + 36 = 0$$

$$32V1 - 64V2 - 6V3 - 108V4 + 36V5 - 6V6 + 36V_x = 384$$

Obtengo V_x

$$V3 - V5 + 8V_o + V_x = 0$$

Si inicio de $v5$ sería $V5 - V3 - V_x - 8V_o = 0$ es la misma ecuación, pero invertida

$$V_x = V5 - V3 - 8V_o$$

$$V_x = V5 - V3 - 8 * ((-2V1 - 4V2 + 6V4 + 24) / 6) \text{ el común es 6}$$

$$V_x = 6v5 - 6v3 - 8 * (-2v1 - 4v2 + 6v4 + 24) / 6$$

$$V_x = (16v1 + 32v2 - 6v3 - 48v4 + 6v5 - 192) / 6$$

Sustituyo en la ecuación de la lkc

$$32V1 - 64V2 - 6V3 - 108V4 + 36V5 - 6V6 + 36[(16v1 + 32v2 - 6v3 - 48v4 + 6v5 - 192) / 6] = 384 \text{ dividido 36 en 6 y queda 6 multiplicado por todo el corchete.}$$

$$32V1 - 64V2 - 6V3 - 108V4 + 36V5 - 6V6 + 36[(16v1 + 32v2 - 6v3 - 48v4 + 6v5 - 192) / 6] = 384$$

$$192V1 - 64V2 - 6V3 - 108V4 + 36V5 - 6V6 + 96v1 + 192v2 - 36v3 - 288v4 + 36v5 - 1152 = 384$$

$$\mathbf{288v1 + 128v2 - 42v3 - 396v4 + 72v5 - 6v6 = 1536}$$

$$288 \cdot 4 + 128 \cdot 8 - 42v_3 - 396v_4 + 72v_5 - 6v_6 = 1536$$

$$-42v_3 - 396v_4 + 72v_5 - 6v_6 = -640 \text{ ecs 3}$$

AN V6

Caso 1 no

Caso 2 no

LKC V6

$$-3 + (v_6 - v_7)/2 + (v_6 - v_3 + 6)/12 = 0 \text{ mult } 12$$

$$-36 + 6v_6 - 6v_7 + v_6 - v_3 + 6 = 0$$

$$-v_3 + 6v_6 - 6v_7 = 30 \text{ ecs 4}$$

AN V7

Caso 1 no

Caso 2 no

$$(V_7 - V_4)/3 - 3V_x + (V_7 - V_6)/2 = 0 \text{ MULT } 6$$

$$2V_7 - 2V_4 - 18V_x + 3V_7 - 3V_6 = 0$$

reemplazo vx

$$2v_7 - 2v_4 - 18[(16v_1 + 32v_2 - 6v_3 - 48v_4 + 6v_5 - 192) / 6] + 3v_7 - 3v_6 = 0 \text{ mult } x6 \text{ para eliminar corchetes}$$

$$12v_7 - 12v_4 - 48v_1 - 96v_2 + 18v_3 - 144v_4 - 18v_5 + 576 + 18v_7 - 18v_6 = 0$$

$$-48v_1 - 96v_2 + 18v_3 - 156v_4 - 18v_5 - 18v_6 + 30v_7 = -576$$

$$18v_3 - 156v_4 - 18v_5 - 18v_6 + 30v_7 = 384 \text{ ecs 5}$$

Ecuaciones obtenidas

$$216v_3 + 1152v_4 - 144v_5 + 60v_6 = 12072 \quad \text{ecs (1)}$$

$$5v_4 - 3v_5 - v_7 = 36 \quad \text{ecs (2)}$$

$$-42v_3 - 396v_4 + 72v_5 - 6v_6 = -640 \quad \text{ecs 3}$$

$$-v_3 + 6v_6 - 6v_7 = 30 \quad \text{ecs 4}$$

$$18v_3 - 156v_4 - 18v_5 - 18v_6 + 30v_7 = 384 \quad \text{ecs 5}$$

Como se observa se han encontrado dos variables v_1 y v_2 , restan v_3, v_4, v_5, v_6 y v_7
Cinco variables cinco ecuaciones.

Matriz en CRAMMER:

Voltajes.

$$V_1 = 8V$$

$$V_2 = 4V$$

$$V_3 = 5.62V$$

$$V_4 = 3.81V$$

$$V_5 = -22V$$

$$V_6 = 54.97V$$

$$V_7 = 49V$$

Potencias en las fuentes

$$P_{f8v} = v \cdot i = 8 \cdot i$$

Si aplico lkc en v2 se tendrá

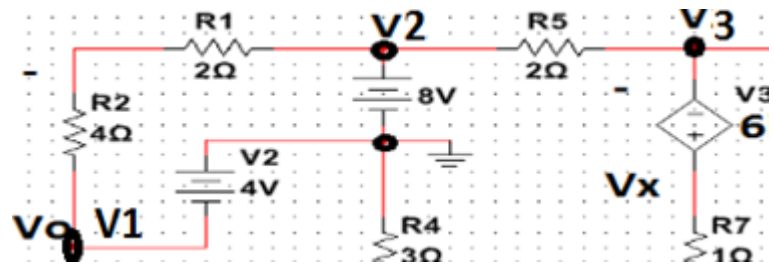
$$(V1 - v2)/6 = (v2 - v3)/2 + i$$

$$i = -(V1 - v2)/6 - (v2 - v3)/2$$

$$i = -(4 - 8)/6 - (8 - 5.62)/2$$

$$i = 0.66 - 1.2 = -0.54 \text{ A}$$

$$P_{f8v} = 8 \cdot (-0.54) = -4.32 \text{ W}$$



$P_{f4v} = v \cdot i = -4 \cdot i$ negativo porque la corriente se calcula ingresando por el polo negativo de la fuente

Aplico lkc en v1 $-12 = i + (v1 - v2)/6$

$$i = -(v1 - v2)/6 - 12$$

$$i = -(4 - 8)/6 - 12$$

$$i = 0.66 - 12 = -11.34 \text{ A}$$

$$P_{f4v} = -4 \cdot i = -4 \cdot (-11.34) = 45.36 \text{ W}$$

$$P_{f2a} = v \cdot i = V_{f2a} \cdot i$$

$$\text{Calculo } v_{f2a} \quad v1 - v4 - 2.2 - v_{f2a} = 0$$

$$V_{f2a} = v1 - v4 - 4 = 4 - 3.81 - 4 = -3.81 \text{ V}$$

$$P_{f2a} = V_{f2a} \cdot i = -3.81 \cdot 2 = -7.62 \text{ W}$$

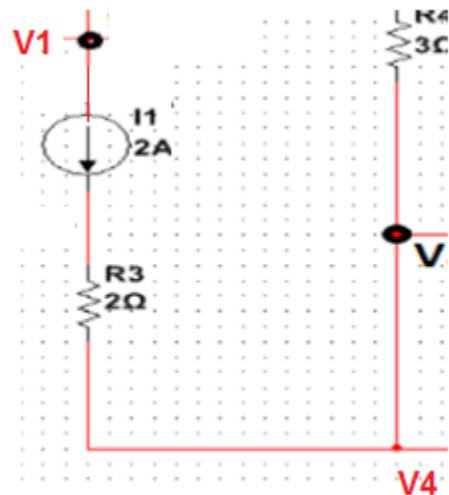
$$P_{f6io} = v \cdot i = 6io \cdot i = 6 \cdot \frac{V6 - V3 + 6 \cdot i}{12} \cdot i$$

$$P_{f6io} = 6 \cdot (54.97 - 5.62 + 6)/12 \cdot i = 27.67 \cdot i$$

$$= 27.67 \cdot (v5 - v3 - 6io - 8vo)/1$$

$$= 27.67 \cdot (-22 - 5.62 - 6 \cdot 4.61 - 8vo)/1$$

$$= 27.67 \cdot (-55.3 - 8vo)$$



$$V_o = (-2V1 - 4V2 + 6V4 + 24) / 6 = (-2 \cdot 4 - 4 \cdot 8 + 6 \cdot 3.81 + 24) / 6$$

$$V_o = -1.14 \text{ V}$$

$$P_{f6io} = 27.67 \cdot (-55.3 - 8 \cdot (-1.14)) = -1277 \text{ W}$$

$$P_{f8vo} = 8vo \cdot i = 8 \cdot (-1.14) \cdot (-43.78) = -400 \text{ W}$$

$$P_{f3vx} = v \cdot i = V_{f3vx} \cdot i_{3vx}$$

calculo v_{f3vx}

$$v5 - v7 - v_{f3vx} - 2 \cdot i_{3vx} = 0$$

$$V_{f3vx} = v5 - v7 - 2 \cdot i_{3vx}$$

$$V_x = (16v1 + 32v2 - 6v3 - 48v4 + 6v5 - 192) / 6$$

$$V_x = (16 \cdot 4 + 32 \cdot 8 - 6 \cdot 5.62 - 48 \cdot 3.81 + 6 \cdot -22 - 192) / 6$$

$$V_x = -36.7 \text{ V}$$

$$V_{f3vx} = v5 - v7 - 2 \cdot i_{3vx}$$

$$V_{f3vx} = -22 - 49 - 2 \cdot 3 \cdot (36.7)$$

$$V_{f3vx} = 291.6$$

$$P_{f3vx} = v \cdot i = V_{f3vx} \cdot 3vx$$

$$P_{f3vx} = 291.6 \cdot 3 \cdot (-36.7) = -32105 \text{ w}$$