**METODOS NUMERICOS**

APLICACIÓN – ECUACIONES DIFERENCIALES ORDINARIAS

**INTEGRANTES:**

JULIAN RODRIGO PERDOMO OLAYA

20201188872

**ENTREGADO A:**

ING.YAMIL ARMANDO CERQUERA ROJAS

**UNIVERSIDAD SURCOLOMBIANA**

FACULTAD DE INGENIERIA

NEIVA-HUILA

2022

**PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA**

Una empresa productora de Salsa de Tomate mezcla algunos de sus ingredientes en tanques especiales para su proceso. En uno de esos tanques contiene originalmente 1ab litros ($V_0$) de agua fresca. Se vierte dentro del tanque, agua que contiene 0.ba gramos de sal por litro (C1) a una velocidad de 3.a lit/min (Q1) y se permite que salga la mezcla con una rapidez 3.b lit/min (Q2). El ingeniero encargado de llevar el control sobre el tanque desea Encontrar la cantidad de sal en el tanque al final de los 20 min.

**DESARROLLO**

**Nota:**

a. Los valores a y b corresponden al último código de los dos integrantes (20201188872-20202192179), siendo a el mayor y b el menor, entonces se tendría que: a=9 y b=2.
b. El estudiante con el código 20202192179 no participo en la elaboración de este trabajo, se deja aclarado 😊.

Se tiene que:

$V = 192\ Lit$ $\qquad CA = 529g$

$C1 = 0.29\frac{g}{Lit}$

$Q1 = 3.9\frac{Lit}{min}$

$Q2 = 3.2\frac{Lit}{min}$

$$\frac{dC_2}{dt} + \frac{Q_2}{V_0 + (Q_1 - Q_2) * t} * C_2 = (Q_1 * C_1)$$

*Ecuación Diferencial asociada a las Mezclas*

Se calcula

$$\frac{dC_2}{dt} + \frac{3.2}{192 + (3.9 - 3.2) * t} * C_2 = (3.9 * 0.29)$$

$$\frac{dC_2}{dt} + \frac{3.2}{192 + 0.7t} * C_2 = 1.131$$

$$\frac{dC_2}{dt} = 1.131 - \frac{3.2}{192 + 0.7t} * C_2$$

Como se observa, no tiene una solución analítica nuestra ecuación diferencial, para esto se realizará una transformada por métodos para obtener su solución.

**Método de Euler**

$$\frac{dC_2}{dt} = 1.131 - \frac{3.2}{192 + 0.7t} * C_2$$

Se realizará el cálculo con 4 Pasos.

$$h = \frac{t_f - t_i}{n} = \frac{20 - 0}{4} = \mathbf{5}$$

**PASO N°1**

$$m_{n+1} = f(t_i, CA_i)$$

$$m_1 = 1.131 - \frac{3.2}{192 + 0.7 * 0} * 0.29 = \mathbf{1.1261}$$

$$CA_{n+1} = CA_i + m_{n+1} * h$$

$$CA_1 = 0.29 + 1.1261 * 5 = \mathbf{5.9205}$$

$$t_{n+1} = t_i + h$$

$$t_2 = 5 \qquad CA_2 = 5.9205$$

**PASO N°2**

$$m_2 = 1.131 - \frac{3.2}{192 + 0.7 * 5} * 5.9205 = \mathbf{1.03409}$$

$$CA_2 = 5.9205 + 1.03409 * 5 = \mathbf{11.0909}$$

$$t_3 = 10 \qquad CA_3 = 11.0909$$

**PASO N°3**

$$m_3 = 1.131 - \frac{3.2}{192 + 0.7 * 10} * 11.0909 = \mathbf{0.9526}$$

$$CA_3 = 11.0909 + 0.9526 * 5 = \mathbf{15.8539}$$

$$t_4 = 15 \qquad CA_4 = 15.8539$$

**PASO N°4**

$$m_4 = 1.131 - \frac{3.2}{192 + 0.7 * 15} * 15.8539 = \mathbf{0.8804}$$

$$CA_4 = 15.8539 + 0.8804 * 5 = \mathbf{20.2559}$$

$$t_5 = 20 \qquad CA_5 = 20.2559$$

Con el método de Euler se tiene que pasado los 20min, la concentración de sal en el tanque es de 20.2559g/lit

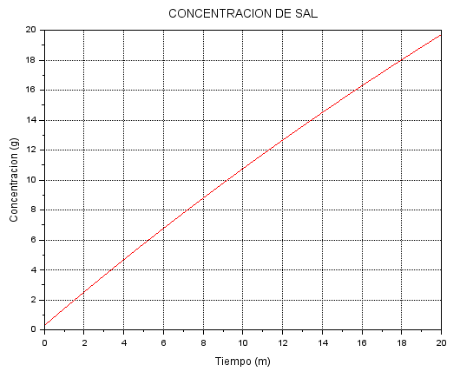


*Ilustración N°1. Representación del Método de Euler al aplicarsen 20 pasos*

**Método de Euler Mejorado**

$$\frac{dC_2}{dt} = 1.131 - \frac{3.2}{192 + 0.7t} * C_2$$

Se realizará el cálculo con 2 Pasos.

$$h = \frac{t_f - t_i}{n} = \frac{20 - 0}{2} = \mathbf{10}$$

**PASO N°1**

$$m_{n+1} = f(t_i, CA_i)$$

$$m_1 = 1.131 - \frac{3.2}{192 + 0.7 * 0} * 0.29 = \mathbf{1.1261}$$

$$CA_{Tn+1} = CA_i + m_{n+1} * h$$

$$CA_{T1} = 0.29 + 1.1261 * 10 = \mathbf{10.551}$$

$$t_{n+1} = t_i + h$$

$$t_{T1} = 10 \qquad CA_{T1} = 10.551$$

VIGILADA MINEDUCACIÓN

$$m_2 = 1.131 - \frac{3.2}{192 + 0.7 * 10} * 10.551 = \mathbf{0.9613}$$

$$m_{me} = \frac{m_1 + m_2}{n} = \frac{1.1261 + 0.9613}{2} = \mathbf{1.0437}$$

$$CA_2 = 0.29 + 1.0437 * 10 = \mathbf{10.727}$$

$$t_2 = 10 \qquad CA_2 = 10.727$$

**PASO N°2**

$$m_1 = 1.131 - \frac{3.2}{192 + 0.7 * 10} * 10.727 = \mathbf{0.9585}$$

$$CA_{T2} = 10.727 + 0.9585 * 10 = \mathbf{20.312}$$

$$t_{T2} = 20 \qquad CA_{T2} = 20.312$$

$$m_2 = 1.131 - \frac{3.2}{192 + 0.7 * 20} * 20.312 = \mathbf{0.8154}$$

$$m_{me} = \frac{m_1 + m_2}{n} = \frac{0.9585 + 0.8154}{2} = \mathbf{0.88695}$$

$$CA_2 = 10.727 + 0.88695 * 10 = \mathbf{19.596}$$

$$t_2 = 20 \qquad CA_2 = 19.596$$

Con el método de Euler Mejorado se tiene que pasado los 20min, la concentración de sal en el tanque es de 19.596 g/lit

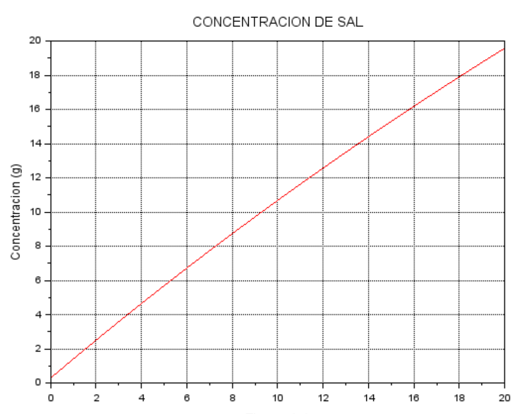


*Ilustración N°2. Representación del Método de Euler Mejorado al aplicarsen 20 pasos*

**Método de Runge Kutta**

$$\frac{dC_2}{dt} = 1.131 - \frac{3.2}{192 + 0.7t} * C_2$$

Se realizará el cálculo con 1 Paso.

$$h = \frac{t_f - t_i}{n} = \frac{20 - 0}{1} = \mathbf{20}$$

**PASO N°1**

$$m_{n+1} = f(t_i, CA_i)$$

$$m_1 = 1.131 - \frac{3.2}{192 + 0.7 * 0} * 0.29 = \mathbf{1.1261}$$

$$m_2 = f(t_i + \frac{h}{2}, CA_i + \frac{h}{2} * m_1)$$

$$m_2 = f\left(0 + \frac{20}{2}, 0.29 + \frac{20}{2} * 1.1261\right) = f(10, 11.551)$$

$$m_2 = 1.131 - \frac{3.2}{192 + 0.7 * 10} * 11.551 = \mathbf{0.9452}$$

$$m_3 = f(t_i + \frac{h}{2}, CA_i + \frac{h}{2} * m_2)$$

$$m_3 = f\left(0 + \frac{20}{2}, 0.29 + \frac{20}{2} * 0.9452\right) = f(10, 9.742)$$

$$m_3 = 1.131 - \frac{3.2}{192 + 0.7 * 10} * 9.742 = \mathbf{0.9743}$$

$$m_4 = f(t_i + h, CA_i + h * m_3)$$

$$m_4 = f(0 + 20, 0.29 + 20 * 0.9743) = f(20, 19.776)$$

$$m_4 = 1.131 - \frac{3.2}{192 + 0.7 * 20} * 19.776 = \mathbf{0.8238}$$

$$m_{prom} = \frac{m_1 + 2m_2 + 2m_3 + m_4}{6}$$

$$m_{prom} = \frac{1.1261 + 2 * 0.9452 + 2 * 0.9743 + 0.8238}{6} = 0.9648$$

Coordenadas finales:

$$t_f = t_i + h$$

$$t_2 = 0 + 20 = 20$$

$$CA_2 = CA_i + m_{prom} * h$$

$$CA_2 = 0.29 + 0.9648 * 20 = 19.586$$

$$t_2 = 20 \qquad CA_2 = 19.586$$

Con el método de Runge Kutta se tiene que pasado los 20min, la concentración de sal en el tanque es de 19.586 g/lit

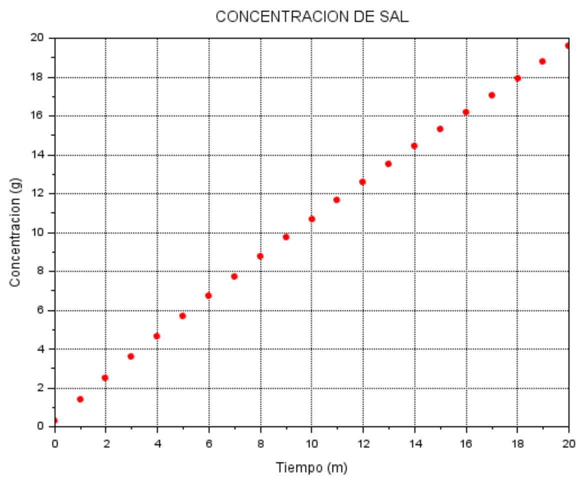


*Ilustración N°3. Representación del Método de Runge Kutta al aplicarsen 20 pasos*

**ANALISIS Y CONCLUSIONES**

Una vez obtenidos los resultados utilizando los 3 métodos, se demuestra que todos los 3 sirven para obtener la solución a esa ecuación diferencial, la cual no pudo ser resuelta de forma analítica y toco solucionarla con estos métodos.

De los 3 métodos, el método de Runge Kutta es el mas exacto, ya que tan solo con un paso, el resultado dado, fue super próximo al esperado, pero al usar un código en Scilab, se logra observar que es correcto, que con tan solo 4 o 5 pasos, el resultado ya es preciso.

Observando las 3 graficas, se evidencia, que al aumentar el número de pasos todos van cogiendo la misma curva característica de la función, demostrando que si se puede plantear esta ecuación diferencial.