

LEY DE OHM

Ohm basado en sus experimentos, demostro la siguiente ecuacion:

$$V = i * R$$

Indicando que al aplicar una fuente de voltaje a un cable, este genera una oposicoín al paso de la corriente la cual llamo resistencia.

Si aplicamos un voltaje de 5 v a un cable de 5 kohm/m se tendra una corriente aproximada de 1 mA. Se dice aproximado porque se considera una tolerancia que puede variar dependiento de factores como la temperatura y la distancia.

Si deseamos limitar esa corriente en dicho cable, le agregamos un elemento o dispositivo llamado resistencia, la cual es fabricada de carbon prensado, acero, ceracima etc.

Basado el el tipo de material con que es construido el cable, este tendra ya definida su valor resistivo.

$$R = \rho \frac{\ell}{A}$$

Para escoger una resistencia se debe tener adicional a su valor resistivo, la potencia que soporta, para ello se debe utilizar la formula

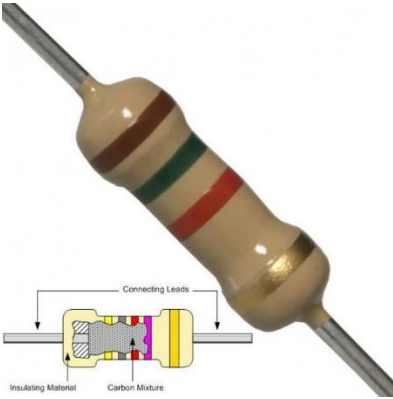
$$P=V*i = V*(V/R) = V^2/R$$

$$P=V*i = i*R*i = i^2/R$$

Los tipos de resistencias de un circuito electrónico son las siguientes:

- Resistencias eléctricas de película de carbón.
- Resistencias de carbón prensado.
- Resistencias de metal vidriado.
- Resistencias bobinadas.
- Resistencias SMD.
- Resistencias de película de óxido metálico.
- Resistencia de Cemento o resistor de potencia.
- Resistencias Variables o potenciómetros.
- Resistores dependientes de la temperatura, luz o tensión.
- Varistores.
- Resistencias bobinadas.

Resistencias eléctricas de película de carbón: es utilizada en potencias de hasta 2 watts.



Resistencias de carbón prensado: es una de las mas estables en cuanto a su valor en ohms, soportaban altas temperaturas y excelente tolerancia.



Resistencias de metal vidriado: resistente a sobrecargas, altas temperaturas, potencia de hasta 3 watios.



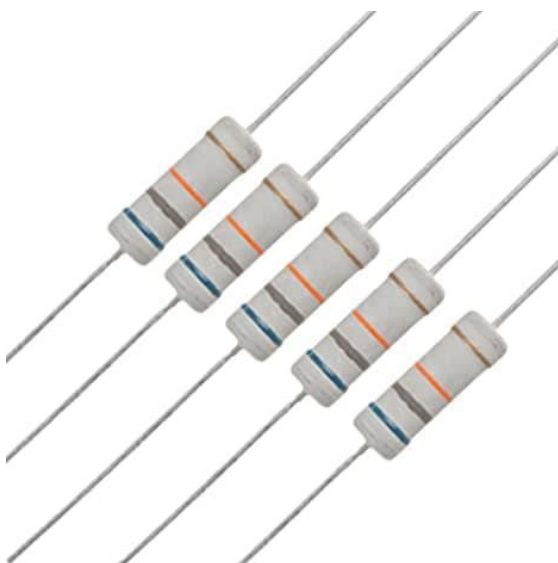
Resistencias de hilo o alambre bobinado: limita su uso a circuitos de baja frecuencia o corriente continua. pueden manejar corrientes desde 10 Watts, hasta valores elevados que sobrepasan el uso electrónico y son fabricadas en especial para el uso industrial.



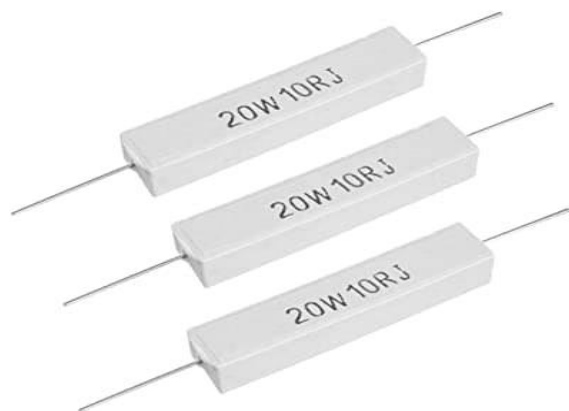
Resistencias SMD: utilizada en teléfonos celulares, tabletas, pantallas y casi todo tipo de aparato electrónico. Se debe tener en cuenta la potencia y temperatura de trabajo.



Resistencias de película de óxido metálico: aunque son semejantes a las de película de carbón, estas se caracterizan por su mayor durabilidad ante corrosión y humedad.



Resistencia de Cemento o resistor de potencia: excelente para altas temperaturas y resistente a casi todo tipo de daño, ideales para aparatos electrónicos con altos consumos de potencia como amplificadores de audio. su estructura de cemento las hace muy resistentes incluso a las llamas.

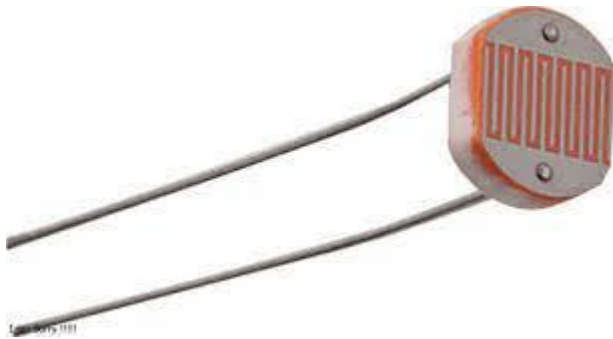


Resistencias Variables o potenciómetros:



Resistores dependientes de la temperatura, luz o tensión. Su valor resistivo “ohms”, varía de acuerdo a diferentes variables como tensión, temperatura ambiente o la luz solar. Se tienen las siguiente:

Fotoresistor o LDR: Siglas en inglés (Light Dependant Resistor) resistencia que varía con la luz, lo que quiere decir cuando no hay luz, la resistencia es baja, y permiten el paso de la corriente eléctrica, contrario a cuando hay luz natural, esta aumenta la resistencia y no permite el flujo de corriente eléctrica. Se aplica en la iluminación de las calles.



Termistores: son resistencias variables de acuerdo a la temperatura ambiente o artificial. entre estos encontramos 2 tipos

NTC (Negative Temperature Coefficient) su valor de resistencia disminuye con la temperatura.

PTC (Positive Temperature Coefficient) su valor de resistencia aumenta con la temperatura.



Varistores: son resistencias de protección, utilizadas en aparatos de alto voltaje normalmente para protegerlos contra sobrecargas eléctricas poseen una muy alta resistencia, cuando superan el voltaje determinado, se pone en corto circuito y explota, normalmente utilizados en aparatos de 220 volts.



TIPOS DE RESISTORES

Película de carbón

- 5%, 10%
- Barato
- Propósito general



Óxido metálico

- Mayor potencia



Película metálica

- Precisión 1%
- Alto desempeño



Alambre

- Alta potencia,
Alta corriente



SMD para circuitos impresos

Alta Potencia

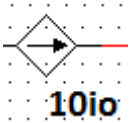


Nota: recuerde que las fuentes de voltaje tienen una resistencia interna que limitan la corriente que puede entregar dicha fuente.

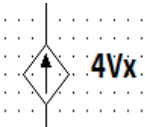
LEYES DE KIRCHOFF

Fuentes de energía: existen dos tipos: de voltaje y de corriente, las cuales al tiempo se subdividen en fuentes dependientes e independientes como se muestra a continuación junto a su simbología.

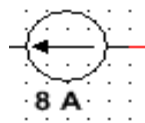
Fuentes de corriente



Fuente de corriente controlada o que depende de un valor de corriente llamado i_o .

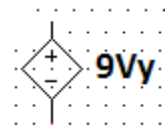


Fuente de corriente controlada o que depende de un valor de voltaje llamado V_x .

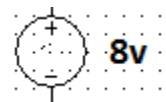


Fuente de corriente constante o independiente.

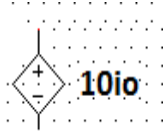
Fuentes de voltaje



Fuente de voltaje controlada o que depende de un valor de voltaje llamado V_y .



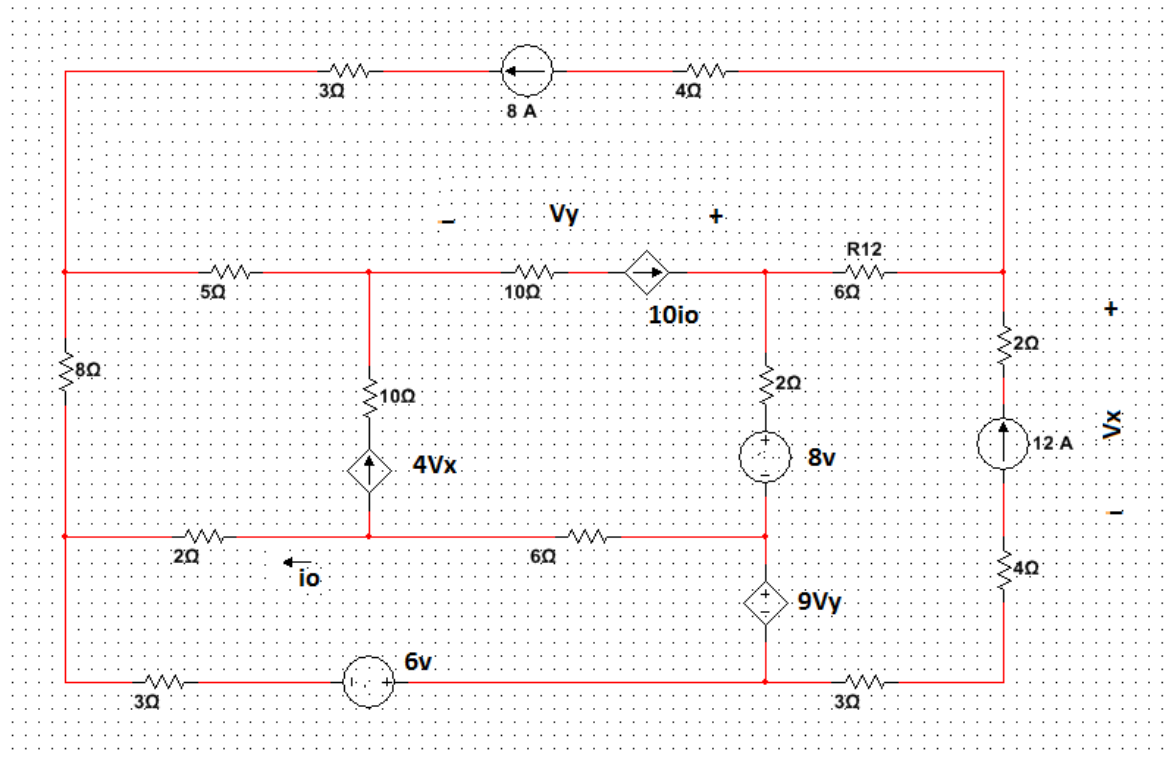
Fuente de voltaje constante o independiente.



Fuente de voltaje controlada o que depende de un valor de corriente llamado i_o .

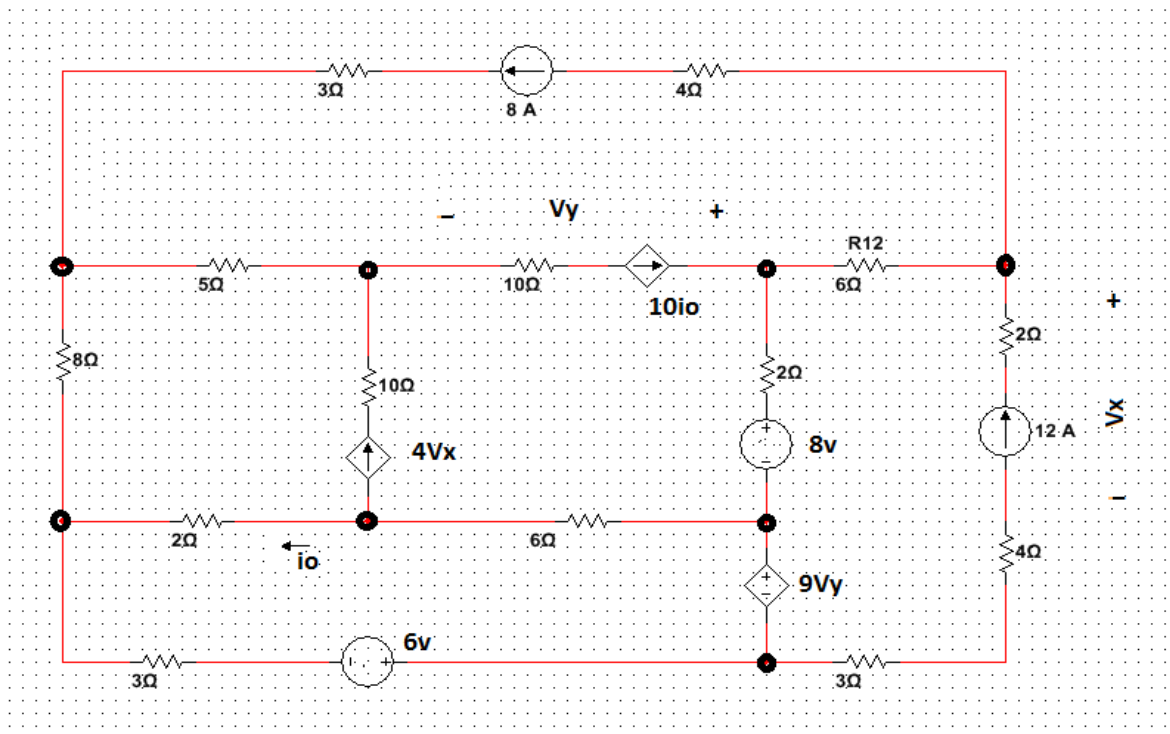
Las variables i_o , V_x , V_y se encuentran en el circuito y se deben extraer del mismo por el método que se encuentre aplicando y reemplazar en la ecuación obtenida del aplicar la ley de Kirchhoff utilizada-

SOLUCIÓN PASO A PASO DE UN CIRCUITO UTILIZANDO LEYES DE KIRCHKOFF

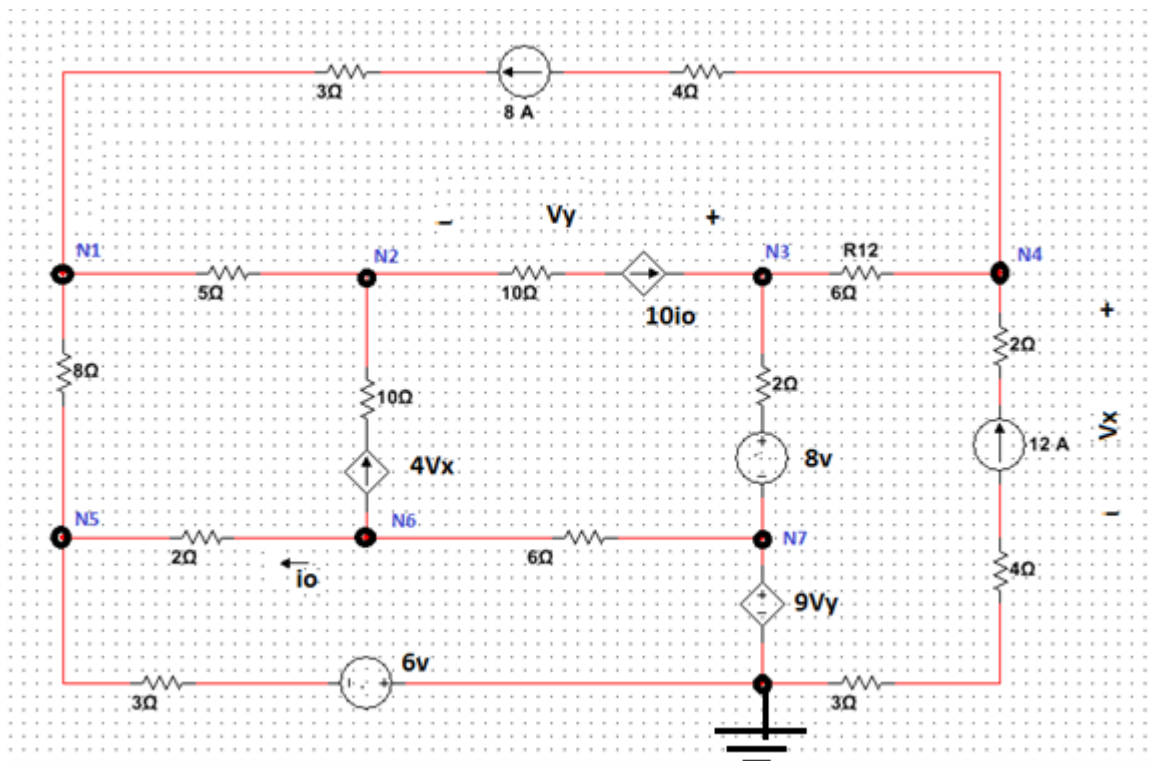


1. Se inicia con la identificación de los nodos: para este método se reconocerá como nodo aquel punto en el cual se interconectan mínimo tres elementos.

Elementos: comprende las resistencias, fuentes dependientes e independientes.

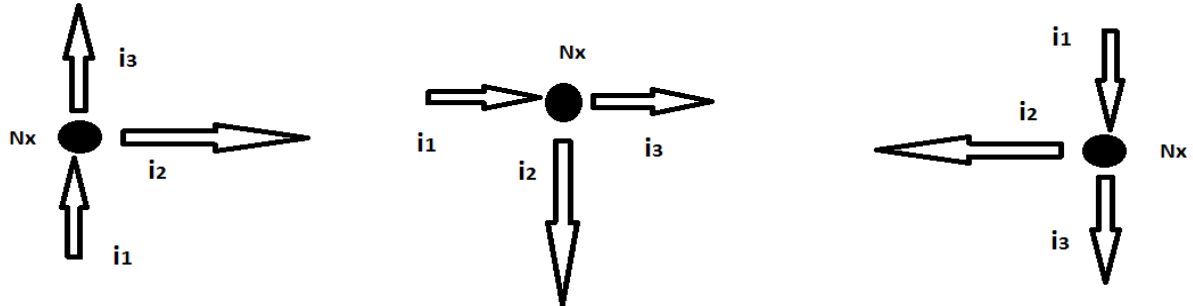


- Se le da nombre a cada nodo (N_x) identificado en el paso anterior, excepto uno de ellos el cual llamaremos nodo referencia o tierra. No necesariamente tiene que ser el que se escogió en este ejemplo.

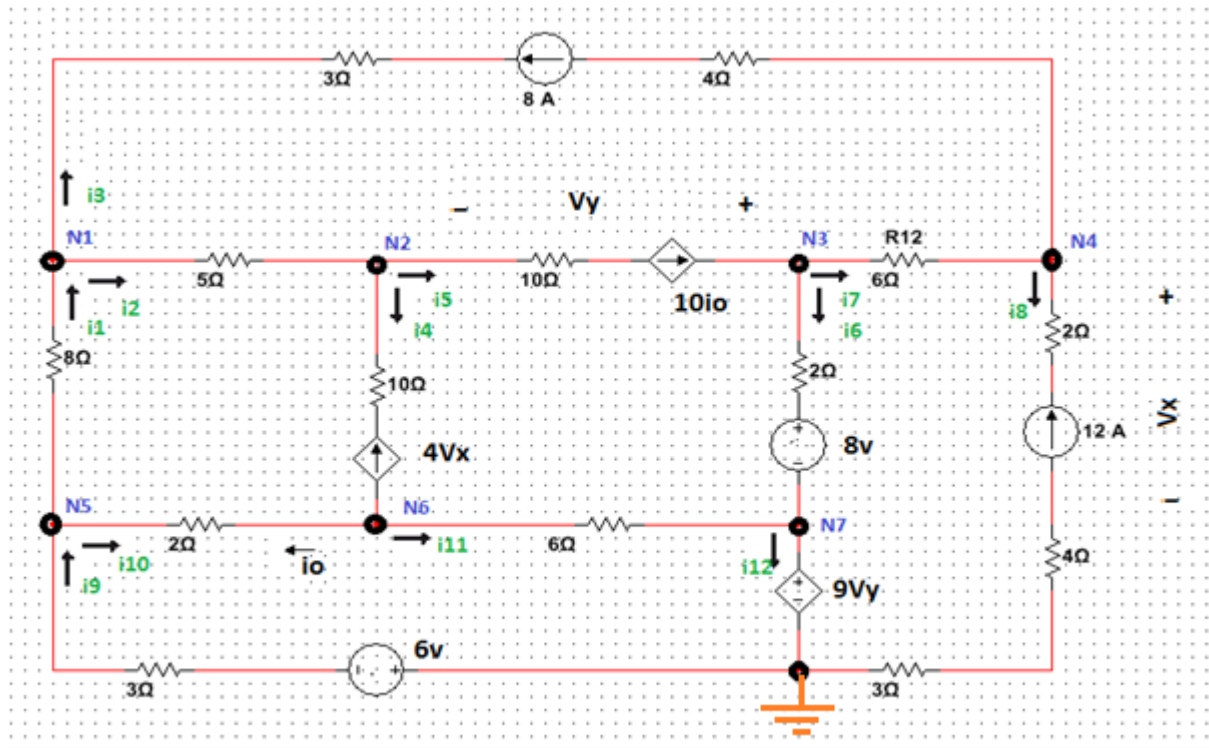


Según el circuito planteado se obtienen siete nodos identificados con nombre y uno sin identificar.

3. En cada nodo con nombre (N_x) del punto anterior, se identifican corrientes con nombre (i_x) que salen o entran desde el nodo en que se encuentra identificando dichas corrientes hacia los nodos vecinos con los que comparten sus elementos “resistencias, fuentes”.
- i_x normalmente se cambia la x por un número. Se utiliza el sentido de las manecillas del reloj para identificar la corriente como se muestra a continuación.



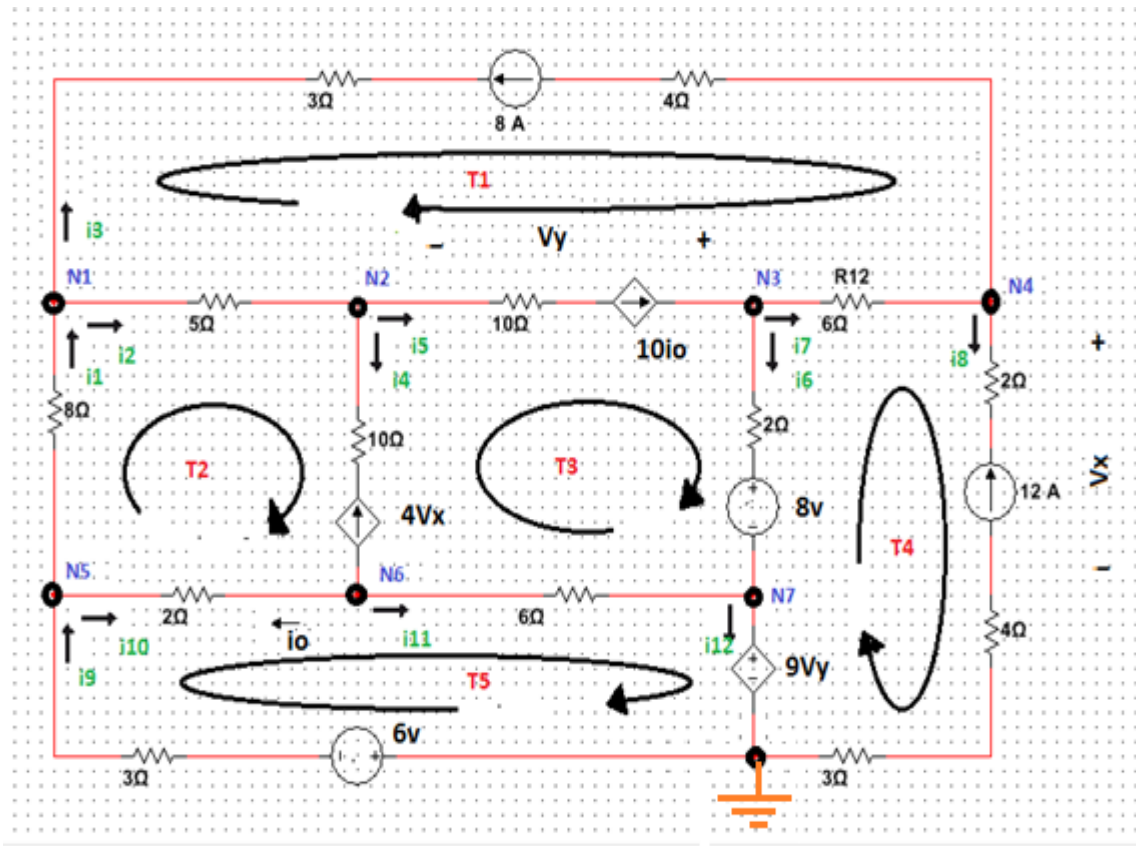
Note que siempre al menos una corriente debe entrar o salir al nodo ya que los nodos no almacenan energía.



Según el circuito, se obtuvieron siete nodos y una vez identificadas las corrientes que entran y salen de cada nodo, se encontraron doce variables de corriente, desde la i_1 hasta la i_{12} . Por el momento se consideran que las corrientes son desconocidas para nosotros y por tal razón se les llaman variables.

Como se observa en algunos nodos no se identifican las corrientes en uno de sus lados debido a que en el nodo vecino ya se ha identificado. Un caso de estos sucede en N_7 donde solo se identifica i_{12} , y entre N_7 y N_3 ya antes en N_3 se había identificado en ese camino una corriente llamada i_6 . Igual sucede entre N_7 y N_6 donde en N_6 ya se había identificado dicha corriente.

4. Identifico trayectorias cerradas. decimos que una trayectoria es cerrada si comienza y termina en el mismo punto. Comúnmente llamamos a dichas trayectorias lazos cerrados o bucles cerrados. A cada trayectoria le damos un nombre. Siempre la trayectoria se identifica en el sentido de las manecillas del reloj.



Como se observa, se encontraron cinco trayectorias cerradas.

5. **Aplicación LKC “Ley de Kirchhoff de la Corriente”.** A cada nodo que se le dio nombre “Nx”, aplico LKC, la cual la definimos de la siguiente manera:

$$\sum i_{\text{entrantes}} = \sum i_{\text{salientes}}$$

En un extremo de la ecuación “corrientes entrantes”, se escriben las variables i_x definidas en el punto 3 cuya dirección de la flecha apunta hacia el nodo en el cual se aplica la ley, y en el otro extremo de la ecuación “salientes” se escriben las variables i_x cuya dirección de la flecha apunta hacia el nodo vecino.

Recuerde que se debe aplicar la LKC en los siete nodos identificados.

5.1 Ley de Kirchhoff de corriente en el nodo 1 "LKC N1"

$$i_1 = i_2 + i_3$$

Una vez aplicada la LKC en cada nodo, se debe analizar en dicho nodo si el circuito tiene fuentes de corriente independiente o dependiente entre sus nodos vecinos. De existir, se debe reemplazar dicho valor de la fuente de corriente que entrega el circuito por la variable que se le dio en el punto 3 tal como sucede con i_3 .

Al analizar N1 con N5, la corriente i_1 la cual viene del nodo N5, no se encuentra fuente de corriente alguna dada por el circuito por lo que i_1 sigue siendo desconocida o siendo variable.

Lo mismo sucede entre N1 y N2.

Al analizar N1 y N4, el circuito presenta una fuente de corriente independiente cuyo valor es de 8 A. lo que nos indica que i_3 tiene un valor de 8 A en la ecuación obtenida por aplica la LKC en el nodo 1.

Como el sentido de i_3 "la flecha" no coincide con el sentido de la flecha de la fuente de corriente que entrega el circuito, se considera que i_3 tiene signo negativo. **$i_3 = -8 \text{ A}$**

Remplazando en la ecuación quedara: $i_1 = i_2 - 8$

Como se observa no se colocan las unidades en la ecuación, solo el valor numérico lo cual, al solucionar las ecuaciones, la unidad en que se expresan las variables deben ser en amperios.

Organizando la ecuación en la cual se dejan las variables de corriente aún sin conocer su valor en un extremo y en el otro los números, la ecuación quedara así:

$$i_1 - i_2 = -8 \quad (1)$$

5.2 LKC N2

$$i_2 = i_4 + i_5$$

Se repite lo mismo que se hizo en el ítem 5.1, analizamos en esta ecuación, cada uno de los caminos en busca de fuente de corriente independiente o dependiente ya definida por el circuito.

En este nodo se observa que entre N2 y N6 hay una fuente de corriente dependiente o controlada, lo cual nos indica que la corriente **$i_4 = -4V_x$** ; el signo negativo ya se explicó anteriormente.

Lo mismo sucede entre N2 y N3 **$i_5 = 10i_o$**

Como en esta ecuación se encuentran dependencias " i_o " y V_x ", estas se deben obtener del circuito y reemplazar en dicha ecuación.

Para i_o , buscando en el circuito, dicha corriente sale del nodo N6 hace N5. A esa corriente en el punto 3 se le llamo i_{10} e i_{10} se encuentra en sentido contrario a la corriente i_o . **$i_o = -i_{10}$**

entonces $i_5 = 10i_o = 10*(-i_{10}) = -10*i_{10}$ "esto significa que donde se encuentre i_5 en una ecuación, lo sustituyo por $-10*i_{10}$ "

Para obtener V_x de i_4 , se utiliza la ley de Kirchhoff de los voltajes "LKV" que se basa en la sumatoria de voltajes alrededor de una trayectoria. Para afianzar un poco más esta ley, se invita a que revise la ley de Kirchhoff de los voltajes.

Para tal caso si deseo conocer el voltaje en una resistencia se calcula como el valor de la corriente que la cruza dicha resistencia por el valor de su resistividad. $V_R = i \cdot R$

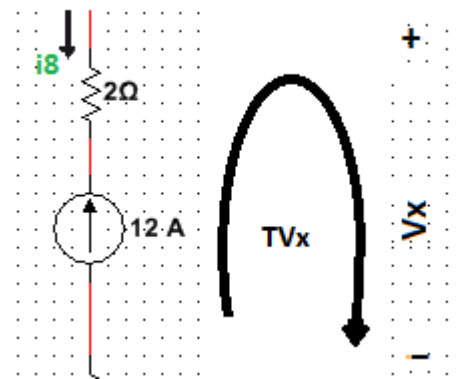
Para el caso de conocer el voltaje en una fuente de voltaje independiente o no, este será el valor numérico que tenga está al lado.

Para el caso de conocer el voltaje en una fuente de corriente sea independiente o dependiente, se debe de dejar en términos de variable de voltaje junto al valor de la fuente de dicha corriente. Ejemplo V_{FC2A} , V_{FC4V} ; V_{FC2I} , V_{FC12A} . No se puede confundir entre corriente y voltaje, muchos colocan el valor de la fuente de corriente en una sumatoria de voltajes.

Obtener V_x : primero se identifica la trayectoria y luego se realiza una sumatoria de los voltajes en cada elemento que se encuentran alrededor de la dependencia V_x en el sentido de las manecillas del reloj.

$$+V_x + V_{FC12A} + (-2 \cdot i_8) = 0$$

Se inicia con el signo de la dependencia, luego el voltaje en la fuente de corriente. Al no conocer el voltaje en la fuente de corriente, ya que se muestra es el valor de corriente; se expresa dicho voltaje en forma de variable V_{FC12A} . En este caso como la fuente de corriente no tienen signos se realiza la siguiente consideración:



Si al comparar el sentido de la trayectoria con el de la flecha interna de la simbología de la corriente, el signo será positivo. De lo contrario será negativo

Seguido a la fuente de corriente en la ecuación de la LKV, encontramos el voltaje en la resistencia de 2 ohmios; como no tiene signo para colocar en la ecuación, se realiza la siguiente consideración:

Si al comparar el sentido de la trayectoria con el de la flecha de la corriente en términos de variable colocada en el punto 3, el signo será positivo. De lo contrario será negativo

Despejando v_x de la LKV se tendrá:

$$V_x = 2 \cdot i_8 - V_{FC12A}$$

Como se encontró que $i_4 = -4 \cdot V_x$

$$i_4 = -4 \cdot (2 \cdot i_8 - V_{FC12A})$$

$i_4 = -8 \cdot i_8 + 4V_{FC12A}$; esto significa que donde encuentre i_4 lo reemplazo por este valor.

Reemplazando en la ecuación obtenida de la LKC se tiene:

$$i_2 = i_5 + i_4$$

$$i_2 = (-10 \cdot i_{10}) + (-8 \cdot i_8 + 4V_{FC12A})$$

$$i_2 = -10 \cdot i_{10} - 8 \cdot i_8 + 4V_{FC12A}$$

$$i_2 + 8 \cdot i_8 + 10 \cdot i_{10} - 4V_{FC12A} = 0 \quad (2)$$

5.3 LKC N3

$$i_5 = i_6 + i_7$$

Ya se había definido $i_5 = -10 \cdot i_{10}$.

Entre N3 y N7 no hay fuentes de corriente al igual que entre N3 y N4.

La ecuación quedaría:

$$i_6 + i_7 + 10 \cdot i_{10} = 0 \quad (3)$$

5.4 LKC N4

$$i_7 + i_3 = i_8$$

En este nodo se observa que el circuito tiene una fuente de corriente con valor fijo entre N4 y el nodo referencia. $i_8 = -12 \text{ A}$; al igual ya se había obtenido $i_3 = -8 \text{ A}$. Finalmente se obtiene:

$$i_7 + i_3 = i_8$$

$$i_7 - 8 = -12$$

$$i_7 = -12 + 8$$

$$i_7 = -4 \text{ A}$$

En este nodo se obtiene el valor de la variable i_7 , la cual se debe reemplazar en las ecuaciones obtenida y a obtener.

5.5 LKC N5

$$i_9 = i_{10} + i_1$$

Analizamos en esta ecuación, cada uno de los caminos en busca de fuente de corriente independiente o dependiente ya definida por el circuito. No se encuentran.

$$i_1 - i_9 + i_{10} = 0 \quad (4)$$

5.6 LKC N6

$$i_{10} + i_4 = i_{11}$$

Analizamos en esta ecuación, cada uno de los caminos en busca de fuente de corriente independiente o dependiente ya definida por el circuito. Se conoció i_4 e i_8 en un nodo anterior $i_4 = -8 \cdot i_8 + 4V_{FC12A}$

$$i_{10} + i_4 = i_{11}$$

$$i_{10} + (-8 \cdot i_8 + 4V_{FC12A}) - i_{11} = 0 \quad \text{Como } i_8 = -12$$

$$-8 \cdot (-12) + i_{10} - i_{11} + 4V_{FC12A} = 0$$

$$i_{10} - i_{11} + 4V_{FC12A} = -96 \quad (5)$$

5.7 LKC N7

$$i_{11} + i_6 = i_{12}$$

Analizamos en esta ecuación, cada uno de los caminos en busca de fuente de corriente independiente o dependiente ya definida por el circuito. No se encuentran.

$$i_6 + i_{11} - i_{12} = 0 \quad (6)$$

Como se puede observar, ya se aplicó la LKC a todos los nodos con excepto de referencia y se obtuvieron las siguientes ecuaciones:

$$i_1 - i_2 = -8 \quad (1)$$

$$i_2 + 8*i_8 + 10*i_{10} - 4V_{FC12A} = 0 \quad (2)$$

$$i_6 + i_7 + 10*i_{10} = 0 \quad (3)$$

$$i_1 - i_9 + i_{10} = 0 \quad (4)$$

$$i_{10} - i_{11} + 4V_{FC12A} = -96 \quad (5)$$

$$i_6 + i_{11} - i_{12} = 0 \quad (6)$$

Las variables encontradas fueron $i_3 = -8$; $i_7 = -4$ A ; $i_8 = -12$ A.

$$i_5 = -10*i_{10}; \quad i_4 = 4V_{FC12A} + 96$$

Reemplazando las variables encontradas en las ecuaciones obtenidas por la LKC y se tendrá:

$$i_1 - i_2 = -8 \quad (1)$$

$$i_2 + 10*i_{10} - 4V_{FC12A} = 96 \quad (2)$$

$$i_6 + 10*i_{10} = 4 \quad (3)$$

$$i_1 - i_9 + i_{10} = 0 \quad (4)$$

$$i_{10} - i_{11} + 4V_{FC12A} = -96 \quad (5)$$

$$i_6 + i_{11} - i_{12} = 0 \quad (6)$$

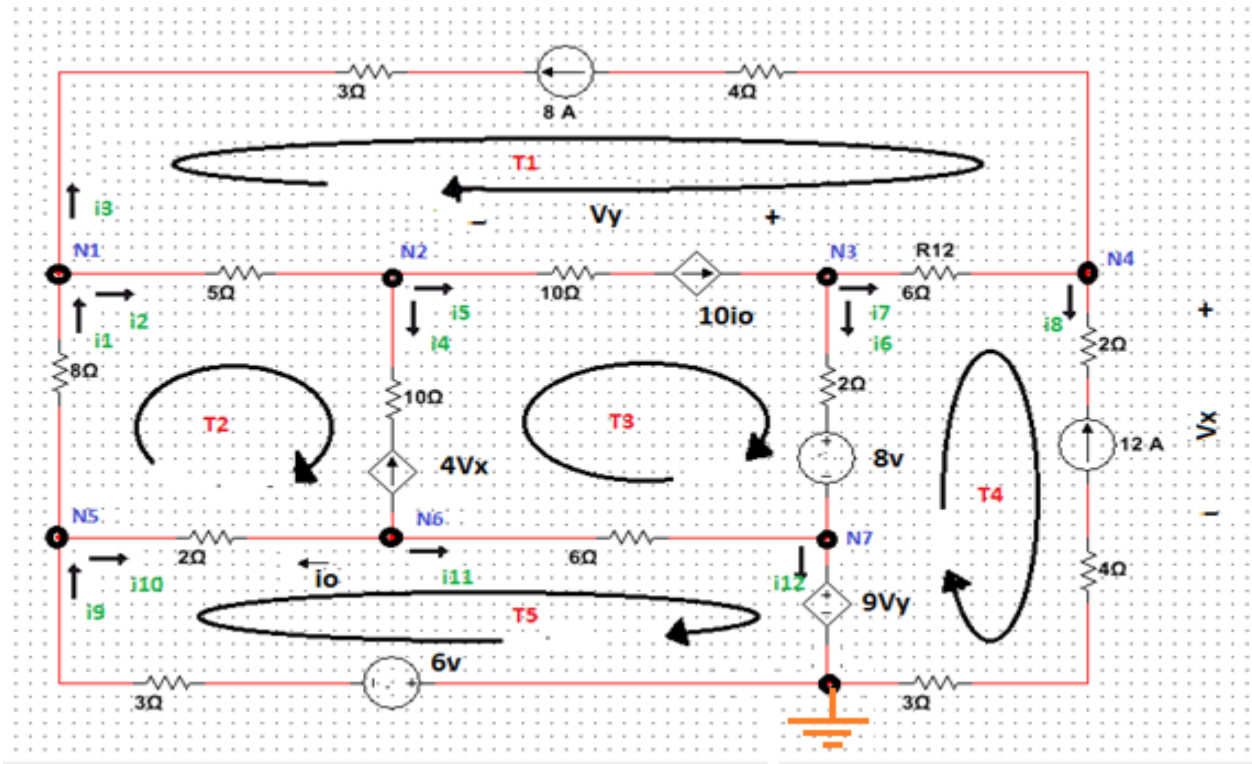
Una vez finalizada la aplicación de la LKC se procede a realizar la aplicación de la LKV.

LA LEY DE KIRCHHOFF DE LOS VOLTAJES (LKV).

La LKV se basa en la suma de los voltajes de cada elemento en una trayectoria cerrada la cual debe ser igual a cero.

$$\sum_{k=1}^n V_k = 0$$

$$V_1 + V_2 + V_3 \dots + V_n = 0$$



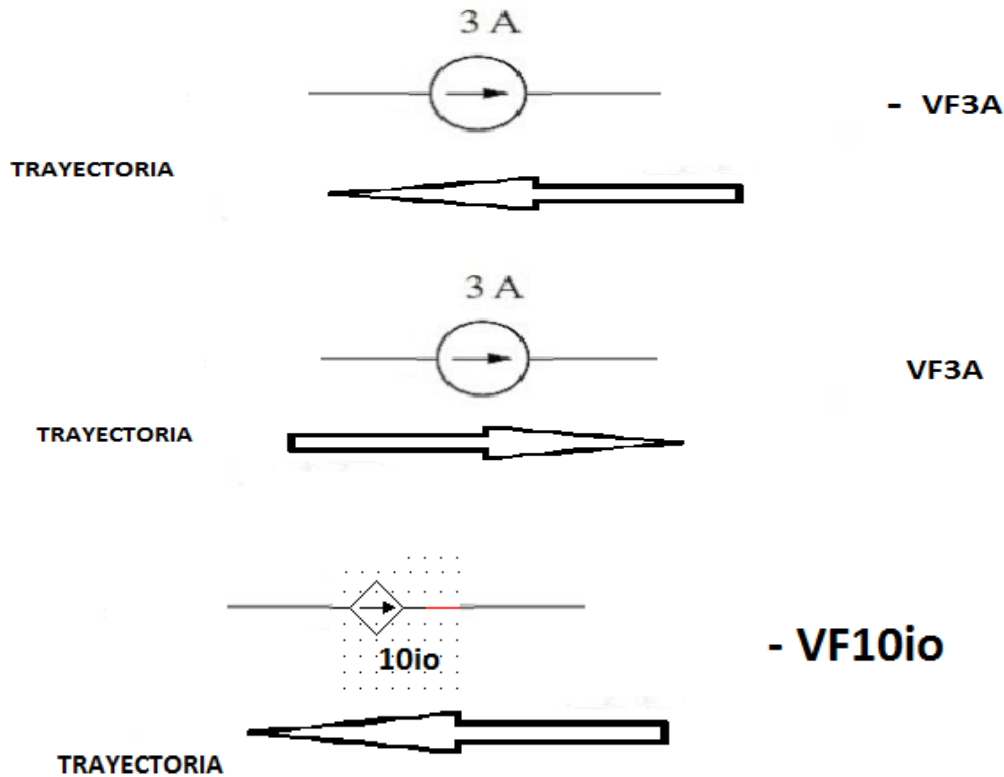
Al dibujar las trayectorias en el circuito, encontramos cinco trayectorias, a las cuales se les debe aplicar la LKV a cada una. No se tiene orden de escogencia. La sumatoria lo puede iniciar en el elemento que usted desee.

a) Ley de Kirchhoff de los voltajes en la trayectoria 1 (LKVT1)

$$3 \cdot i_3 - V_{C8A} + 4 \cdot i_3 - 6 \cdot i_7 - V_{C10io} - 10 \cdot i_5 - 5 \cdot i_2 = 0$$

Debido a que en los elementos Resistencia y Fuente de corriente no poseen signos de polarización, se realiza la siguiente consideración:

Fuente de corriente: Si al comparar el sentido de la trayectoria con la flecha del símbolo de la fuente de corriente y resultasen de igual sentido, el signo en la ecuación será positivo. De lo contrario será negativo. Como no se conoce el valor en voltios de la fuente de corriente, se debe expresar dicho valor en términos de la variable V_{F3A} .

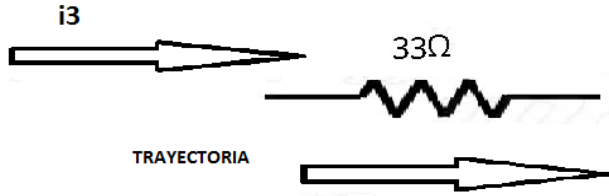


Resistencia: si al comparar el sentido de la trayectoria con el de la flecha de la variable de corriente que pasa por la resistencia, y resulten de igual sentido, el signo en la ecuación será positivo. De lo contrario será negativo.

Ejemplo:



signo positivo +



$$VR_{33} = 33 \cdot i_3$$

Continuando con la LKV T1 se tiene:

$$3 \cdot i_3 - V_{FC8A} + 4 \cdot i_3 - 6 \cdot i_7 - V_{FC10io} - 10 \cdot i_5 - 5 \cdot i_2 = 0 \quad \text{Como } i_3 = -8, i_7 = -4, i_5 = -10 \cdot i_{10}$$

$$3 \cdot (-8) - V_{FC8A} + 4 \cdot (-8) - 6 \cdot (-4) - V_{FC10io} - 10 \cdot (-10 \cdot i_{10}) - 5 \cdot i_2 = 0$$

$$-5 \cdot i_2 + 100 \cdot i_{10} - V_{FC8A} - V_{FC10io} = 32 \quad (7)$$

b) LKV T2

$$8 \cdot i_1 + 5 \cdot i_2 + 10 \cdot i_4 - V_{FC4Vx} - 2 \cdot i_{10} = 0 \quad \text{Como } i_4 = 96 + 4V_{FC12A}$$

$$8 \cdot i_1 + 5 \cdot i_2 + 10 \cdot (96 + 4V_{FC12A}) - V_{FC4Vx} - 2 \cdot i_{10} = 0$$

$$8 \cdot i_1 + 5 \cdot i_2 - 2 \cdot i_{10} + 40V_{FC12A} - V_{FC4Vx} = 960 \quad (8)$$

c) LKV T3

$$10 \cdot i_5 + V_{FC10io} + 2 \cdot i_6 + 8 - 6 \cdot i_{11} + V_{FC4Vx} - 10 \cdot i_4 = 0 \quad \text{Como } i_4 = 96 + 4V_{FC12A} \text{ e } i_5 = -10 \cdot i_{10}$$

$$10 \cdot (-10 \cdot i_{10}) + V_{FC10io} + 2 \cdot i_6 + 8 - 6 \cdot i_{11} + V_{FC4Vx} - 10 \cdot (96 + 4V_{FC12A})$$

$$2 \cdot i_6 - 100 \cdot i_{10} - 6 \cdot i_{11} + V_{FC10io} + V_{FC4Vx} - 40V_{FC12A} = 952 \quad (9)$$

d) LKV T4

$$6 \cdot i_7 + 2 \cdot i_8 - V_{FC12A} + 4 \cdot i_8 + 3 \cdot i_8 - 9V_y - 8 - 2 \cdot i_6 = 0 \quad \text{Como } i_8 = -12$$

$$6 \cdot (-4) + 2 \cdot (-12) - V_{FC12A} + 4 \cdot (-12) + 3 \cdot (-12) - 9V_y - 8 - 2 \cdot i_6 = 0$$

$$-V_{FC12A} - 9V_y - 2 \cdot i_6 = 140 \quad \text{Como } V \text{ y es una fuente de voltaje dependiente, se debe buscar el valor dicha dependencia y reemplazarla en la ecuación.}$$

Aplicando LKV "9V_y", se tiene.

$$-V_y - V_{FC10io} - 10 \cdot i_5 = 0 \quad \text{Como } i_5 = -10 \cdot i_{10}$$

$$V_y = -V_{FC10io} - 10 \cdot (-10 \cdot i_{10})$$

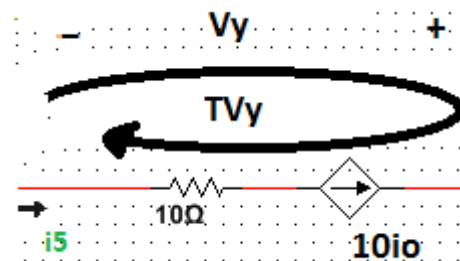
$$V_y = -V_{FC10io} + 100 \cdot i_{10}$$

Remplazando en la LKV se tendrá:

$$-V_{FC12A} - 9 \cdot (-V_{FC10io} - 100 \cdot i_{10}) - 2 \cdot i_6 = 140$$

$$-V_{FC12A} + 9 \cdot V_{FC10io} + 900 \cdot i_{10} - 2 \cdot i_6 = 140$$

$$-2 \cdot i_6 - 900 \cdot i_{10} - V_{FC12A} + 9 \cdot V_{FC10io} = 140 \quad (10)$$



e) LKV T5

$$2 \cdot i_{10} + 6 \cdot i_{11} + 9V_y + 6 + 3 \cdot i_9 = 0$$

$$2 \cdot i_{10} + 6 \cdot i_{11} + 9(-V_{FC10io} - 100 \cdot i_{10}) + 6 + 3 \cdot i_9 = 0$$

$$3 \cdot i_9 + 902 \cdot i_{10} + 6 \cdot i_{11} - 9 \cdot V_{FC10io} = -6 \quad (11)$$

Una vez finalizada la aplicación de la ley de Kirchhoff de los voltajes a todas las trayectorias establecidas en el circuito se obtienen las siguientes ecuaciones:

$$-5 \cdot i_2 + 100 \cdot i_{10} - V_{FC8A} - V_{FC10io} = 32 \quad (7)$$

$$8 \cdot i_1 + 5 \cdot i_2 - 2 \cdot i_{10} + 40V_{FC12A} - V_{FC4Vx} = 960 \quad (8)$$

$$2 \cdot i_6 - 100 \cdot i_{10} - 6 \cdot i_{11} + V_{FC10io} + V_{FC4Vx} - 40V_{FC12A} = 952 \quad (9)$$

$$-2 \cdot i_6 - 900 \cdot i_{10} - V_{FC12A} + 9 \cdot V_{FC10io} = 140 \quad (10)$$

$$3 \cdot i_9 + 902 \cdot i_{10} + 6 \cdot i_{11} - 9 \cdot V_{FC10io} = -6 \quad (11)$$

Finalizada la aplicación de las dos leyes de Kirchhoff se traen todas las ecuaciones obtenidas en cada una.

$$i_1 - i_2 = -8 \quad (1)$$

$$i_2 + 10 \cdot i_{10} - 4V_{FC12A} = 96 \quad (2)$$

$$i_6 + 10 \cdot i_{10} = 4 \quad (3)$$

$$i_1 - i_9 + i_{10} = 0 \quad (4)$$

$$i_{10} - i_{11} + 4V_{FC12A} = -96 \quad (5)$$

$$i_6 + i_{11} - i_{12} = 0 \quad (6)$$

$$-5 \cdot i_2 + 100 \cdot i_{10} - V_{FC8A} - V_{FC10io} = 32 \quad (7)$$

$$8 \cdot i_1 + 5 \cdot i_2 - 2 \cdot i_{10} + 40V_{FC12A} - V_{FC4Vx} = 960 \quad (8)$$

$$2 \cdot i_6 - 100 \cdot i_{10} - 6 \cdot i_{11} + V_{FC10io} + V_{FC4Vx} - 40V_{FC12A} = 952 \quad (9)$$

$$-2 \cdot i_6 - 900 \cdot i_{10} - V_{FC12A} + 9 \cdot V_{FC10io} = 140 \quad (10)$$

$$3 \cdot i_9 + 902 \cdot i_{10} + 6 \cdot i_{11} - 9 \cdot V_{FC10io} = -6 \quad (11)$$

Como se observa las variables de corriente desconocidas son i_1 , i_2 , i_6 , i_9 , i_{10} , i_{11} e i_{12} y en total suman 7, lo que nos indica que necesitamos la misma cantidad de ecuaciones (7) en el que solo estén estas variables.

Como se observa solo nos sirven las ecuaciones 1, 3, 4 y 6. Con las restantes debo de obtener las 3 ecuaciones faltantes.

Se procede a eliminar las variables de las fuentes de corriente expresadas en términos de voltaje “VFC” que se encuentren en las ecuaciones e ir verificando que se tengan la cantidad de ecuaciones limpias “con solo variables de corriente” necesarias para iniciar la obtención de las corrientes desconocidas.

Recuerde que, de requerir los valores de voltaje en una fuente de corriente, debemos despejar de las ecuaciones obtenidas de la ley de Kirchhoff la variable VFC a encontrar.

Procedo a eliminar el voltaje en la fuente de corriente de 12 A, “VFC12A” de las ecuaciones obtenidas.

Sumo la ecuación 2 donde se encuentra VFC12A con la 5, 8, 9 y 10 que también contienen esta variable con el propósito de eliminarla.

Sumo la ecuación 2 con la 5

$$\begin{array}{rcl} i_2 + 10*i_{10} - 4V_{FC12A} & = & 96 \quad (2) \\ i_{10} - i_{11} + 4V_{FC12A} & = & -96 \quad (5) \\ \hline i_2 + 11*i_{10} - i_{11} & = & 0 \end{array}$$

Sumo la ecuación 2 con la 8

$$\begin{array}{rcl} i_2 + 10*i_{10} - 4V_{FC12A} & = & 96 \quad (2) \text{ Multiplico por 10 toda la ecs.} \\ 8*i_1 + 5*i_2 - 2*i_{10} + 40V_{FC12A} - V_{FC4Vx} & = & 960 \quad (8) \\ \hline 8*i_1 + 15*i_2 + 98*i_{10} - V_{FC4Vx} & = & 1920 \end{array}$$

Sumo la ecuación 2 con la 9

$$\begin{array}{rcl} i_2 + 10*i_{10} - 4V_{FC12A} & = & 96 \quad (2) \text{ Multiplico por 10} \\ 2*i_6 - 100*i_{10} - 6*i_{11} + V_{FC10io} + V_{FC4Vx} - 40V_{FC12A} & = & 952 \quad (9) \\ \hline 10*i_2 + 2*i_6 - 6*i_{11} + V_{FC10io} + V_{FC4Vx} & = & 1912 \end{array}$$

Sumo la ecuación 2 con la 10

$$\begin{array}{rcl} i_2 + 10*i_{10} - 4V_{FC12A} & = & 96 \quad (2) \\ -2*i_6 - 900*i_{10} - V_{FC12A} + 9*V_{FC10io} & = & 140 \quad (10) \text{ Multiplico por } (-4) \\ \hline i_2 + 8*i_6 + 3610*i_{10} - 36*V_{FC10io} & = & -464 \end{array}$$

Llamo las ecuaciones que no se utilizaron en la eliminación y las nuevas que se obtuvieron al sumarse, se tienen:

$$\begin{array}{rcl} i_1 - i_2 & = & -8 \quad (1) \\ i_6 + 10*i_{10} & = & 4 \quad (2) \\ i_1 - i_9 + i_{10} & = & 0 \quad (3) \\ i_6 + i_{11} - i_{12} & = & 0 \quad (4) \\ -5*i_2 + 100*i_{10} - V_{FC8A} - V_{FC10io} & = & 32 \quad (5) \\ 3*i_9 + 902*i_{10} + 6*i_{11} - 9*V_{FC10io} & = & -6 \quad (6) \\ i_2 + 11*i_{10} - i_{11} & = & 0 \quad (7) \\ 8*i_1 + 15*i_2 + 98*i_{10} - V_{FC4Vx} & = & 1920 \quad (8) \\ 10*i_2 + 2*i_6 - 6*i_{11} + V_{FC10io} + V_{FC4Vx} & = & 1912 \quad (9) \\ i_2 + 8*i_6 + 3610*i_{10} - 36*V_{FC10io} & = & -464 \quad (10) \end{array}$$

Haciendo conteo observamos que nos faltan dos ecuaciones limpias para obtener las siete que necesito.

Procedemos a eliminar VFC10io.

Sumo la ecuación 5 con la 6, 9 y 10 para eliminar VFC10io

Sumo la ecuación 5 con la 6

$$-5*i_2 + 100*i_{10} - VFC8A - VFC10io = 32$$

(5) Multiplico por (-9)

$$3*i_9 + 902*i_{10} + 6*i_{11} - 9*VFC10io = -6$$

(6)

$$45*i_2 + 3*i_9 + 2*i_{10} + 6*i_{11} + 9*VFC8A = -294$$

Sumo la ecuación 5 con la 7

$$-5*i_2 + 100*i_{10} - VFC8A - VFC10io = 32$$

(5)

$$10*i_2 + 2*i_6 - 6*i_{11} + VFC10io + VFC4Vx = 1912$$

(9)

$$5*i_2 + 2*i_6 + 100*i_{10} - 6*i_{11} - VFC8A + VFC4Vx = 1944$$

Sumo la ecuación 5 con la 10

$$-5*i_2 + 100*i_{10} - VFC8A - VFC10io = 32$$

(5) Multiplico por (-36)

$$i_2 + 8*i_6 + 3610*i_{10} - 36*VFC10io = -464$$

(10)

$$181*i_2 + 8*i_6 + 10*i_{10} + 36*VFC8A = -1616$$

Llamo las ecuaciones que no se utilizaron y las nuevas que se obtuvieron al sumarse.

$$i_1 - i_2 = -8$$

(1)

$$i_6 + 10*i_{10} = 4$$

(2)

$$i_1 - i_9 + i_{10} = 0$$

(3)

$$i_6 + i_{11} - i_{12} = 0$$

(4)

$$i_2 + 11*i_{10} - i_{11} = 0$$

(5)

$$8*i_1 + 15*i_2 + 98*i_{10} - VFC4Vx = 1920$$

(6)

$$45*i_2 + 3*i_9 + 2*i_{10} + 6*i_{11} + 9*VFC8A = -294$$

(7)

$$5*i_2 + 2*i_6 + 100*i_{10} - 6*i_{11} - VFC8A + VFC4Vx = 1944$$

(8)

$$181*i_2 + 8*i_6 + 10*i_{10} + 36*VFC8A = -1616$$

(9)

Como se observa no se obtuvieron nuevas ecuaciones limpias.

Procedemos a eliminar VFC4Vx.

Sumo la ecuación 6 con la 8 para eliminar VFC4Vx

$$8*i1 + 15*i2 + 98*i10 - VFC4Vx = 1920 \quad (6)$$

$$5*i2 + 2*i6 + 100*i10 - 6*i11 - VFC8A + VFC4Vx = 1944 \quad (8)$$

$$8*i1 + 20*i2 + 2*i6 + 198*i10 - 6*i11 - VFC8A = 3864$$

Llamo las ecuaciones que no se utilizaron y las nuevas que se obtuvieron al sumar.

$$i1 - i2 = -8 \quad (1)$$

$$i6 + 10*i10 = 4 \quad (2)$$

$$i1 - i9 + i10 = 0 \quad (3)$$

$$i6 + i11 - i12 = 0 \quad (4)$$

$$i2 + 11*i10 - i11 = 0 \quad (5)$$

$$45*i2 + 3*i9 + 2*i10 + 6*i11 + 9*VFC8A = -294 \quad (6)$$

$$181*i2 + 8*i6 + 10*i10 + 36*VFC8A = -1616 \quad (7)$$

$$8*i1 + 20*i2 + 2*i6 + 198*i10 - 6*i11 - VFC8A = 3864 \quad (8)$$

Como se observa no se obtuvieron nuevas ecuaciones limpias.

Procedemos a eliminar VFC4Vx.

Sumo la ecuación 6 con la 7 y 8 para eliminar VFC8A

Sumo la ecuación 6 con la 7

$$45*i2 + 3*i9 + 2*i10 + 6*i11 + 9*VFC8A = -294 \quad (6) \text{ Multiplico por } (-4)$$

$$181*i2 + 8*i6 + 10*i10 + 36*VFC8A = -1616 \quad (7)$$

$$i2 + 8*i6 - 12*i9 + 2*i10 - 24*i11 = -440$$

Sumo la ecuación 6 con la 8

$$45*i2 + 3*i9 + 2*i10 + 6*i11 + 9*VFC8A = -294 \quad (6)$$

$$8*i1 + 20*i2 + 2*i6 + 198*i10 - 6*i11 - VFC8A = 3864 \quad (8) \text{ Multiplico por } (9)$$

$$72*i1 + 225*i2 + 18*i6 + 3*i9 + 1784*i10 - 48*i11 = 34482$$

Llamo las ecuaciones que no se utilizaron y las nuevas que se obtuvieron al sumar, la que se utilizó como suma de las otras, desaparece.

$$i1 - i2 = -8 \quad (1)$$

$$i6 + 10*i10 = 4 \quad (2)$$

$$i1 - i9 + i10 = 0 \quad (3)$$

$$i6 + i11 - i12 = 0 \quad (4)$$

$$i2 + 11*i10 - i11 = 0 \quad (5)$$

$$i2 + 8*i6 - 12*i9 + 2*i10 - 24*i11 = -440 \quad (6)$$

$$72*i1 + 225*i2 + 18*i6 + 3*i9 + 1784*i10 - 48*i11 = 34482 \quad (7)$$

Como se observa se ha reducido a siete ecuaciones con siete incógnitas.

El estudiante debe utilizar el método aprendido en el colegio que mejor domine para encontrar el valor de las variables.

Se procede a utilizar el método matricial que se encuentra en el siguiente enlace:

<https://matrixcalc.org/es/slu.html>

La matriz a ingresar seria la siguiente:

i1	i2	i6	i9	i10	i11	i12	#
1	-1	0	0	0	0	0	-8
0	0	1	0	10	0	0	4
1	0	0	-1	1	0	0	0
0	0	1	0	0	1	-1	0
0	1	0	0	11	-1	0	0
0	1	8	-12	2	-24	0	-440
72	225	18	3	1784	-48	0	34448

Como se observa, cada ecuación se coloca en fila y se relaciona con la columna donde se encuentre la variable.

Al dar solución por regla de cramer en dicho enlace se obtendrán las corrientes:

$I_1 = 221 \text{ A}$ $I_2 = 229 \text{ A}$ $I_6 = 214.37 \text{ A}$ $I_9 = 200 \text{ A}$ $I_{10} = -21 \text{ A}$ $I_{11} = -2.4 \text{ A}$
 $I_{12} = 212 \text{ A}$

Recuerde que ya se obtuvieron en el análisis $I_3 = -8 \text{ A}$, $i_7 = -4 \text{ A}$ $i_8 = -12 \text{ A}$

Como $i_5 = -10 \cdot i_{10}$, reemplazando i_{10} se obtiene i_5

$$I_5 = -10 \cdot (-21) = 210 \text{ A}$$

$$\text{Como } i_4 = 4V_{FC12A} + 96$$

Buscamos la variable V_{FC12A} en las ecuaciones finales obtenidas del circuito al aplicar la LK.

Utilizamos la ecs 2.

$$i_2 + 10 \cdot i_{10} - 4V_{FC12A} = 96 \quad (2)$$

$$229 + 10 \cdot (-21) - 4V_{FC12A} = 96$$

$$V_{FC12A} = -19.25 \text{ v}$$

$$i_4 = 4V_{FC12A} + 96$$

$$i_4 = 4 \cdot (-19.25) + 96$$

$$i_4 = 19 \text{ A}$$

Unificando se tiene:

$I_1 = 221 \text{ A}$	$I_2 = 229 \text{ A}$	$I_3 = -8 \text{ A}$	$I_4 = 19 \text{ A}$
$I_5 = 210 \text{ A}$	$I_6 = 214.37 \text{ A}$	$I_7 = -4 \text{ A}$	$I_8 = -12 \text{ A}$
$I_9 = 200 \text{ A}$	$I_{10} = -21 \text{ A}$	$I_{11} = -2.4 \text{ A}$	$I_{12} = 212 \text{ A}$

CALCULO DE VOLTAJE Y POTENCIA

Obtenidas las Corrientes procedemos a calcular los voltajes en los elementos que no se conocen como lo son las resistencias y las fuentes de corriente.

En una resistencia el voltaje se calcula como el valor de corriente que pasa por ella multiplicada por el valor resistivo de esta. $V_R = I * R$

Al igual la potencia se calcula como el resultado de multiplicar el voltaje con la corriente así:

$$P = V * I$$

Como por ley de ohm $V = I * R$ al reemplazar se tendrá:

$$P = I * R * I = I^2 * R$$

También se puede expresar si de la ley de ohm despejamos I ; $I = V/R$

$$P = V * V/R = V^2/R$$

En conclusión, en un elemento resistivo la potencia se puede calcular de tres formas:

$$P_R = V * i = I^2 * R = V^2/R$$

Ej: del circuito calcularemos el voltaje en la resistencia que se encuentra entre el nodo N5 y N6

$$V_{R2} = I * R = i_{10} * 2 = (-21) * 2 = -42 \text{ V}$$

$$P = V * I = (-42) * (-21) = 882 \text{ W}$$

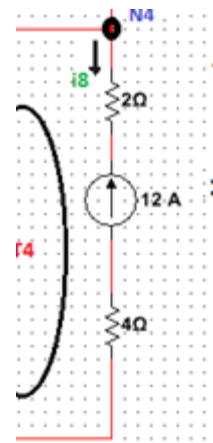
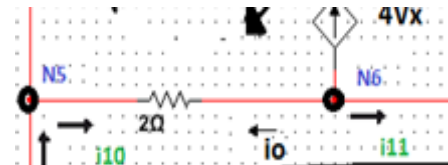
$$P = I^2 * R = (-21)^2 * 2 = 882 \text{ W}$$

$$P = V^2/R = (-42)^2/2 = 882 \text{ W}$$

$$V_{R4} = i_8 * 4 = (-12) * 4 = -48 \text{ v}$$

$$P = (-12) * (-48) = 576 \text{ W}$$

$$P = I^2 * R = (-12)^2 * 4 = 576 \text{ W}$$



VOLTAJE EN LAS FUENTES DE CORRIENTE

En las fuentes de corriente lo único que se conoce es su valor en corriente, por lo que se debe calcular la variable de voltaje y de potencia.

Para calcular el voltaje de las fuentes de corriente nos valemos de las ecuaciones que se obtuvieron con las leyes de Kirchhoff y observamos en cual se encuentra la variable VFC, reemplazamos las variables conocidas y despejamos VFC. Ej Para hallar el VFC12A

$$\begin{aligned} i_2 + 10*i_{10} - 4V_{FC12A} &= 96 \\ 229 + 10*(-21) - 4V_{FC12A} &= 96 \\ V_{FC12A} &= -19.25 \text{ V} \end{aligned} \quad (2)$$

Para hallar el VFC10io me baso en la ecuación 10 obtenida de las LK

$$\begin{aligned} -2*i_6 - 900*i_{10} - V_{FC12A} + 9*V_{FC10io} &= 140 \\ -2*214.37 - 900*(-21) - (-19.25) + 9*V_{FC10io} &= 140 \\ V_{FC10io} &= -2039 \text{ v} \end{aligned} \quad (10)$$

POTENCIAS EN LAS FUENTES DE CORRIENTE

Se calcula multiplicando la corriente por el valor del voltaje de la misma aprendida a calcular en el punto anterior.

$$P = v*i = V_{FC}*i$$

$$P_{FC12A} = v*i = V_{FC12A}*12 = (-19.25)*12 = -231 \text{ W}$$

$$\begin{aligned} P_{FC10io} &= v*i = V_{FC10io}*10*i_0 = \quad \text{Como } i_0 = -i_{10} \\ &= V_{FC10io}*10*(-i_{10}) \\ &= V_{FC10io}*(-10*i_{10}) \\ &= (-2039)*(-10*(-21)) \\ &= -428.19 \text{ kW} \end{aligned}$$

CALCULO DE POTENCIAS EN LAS FUENTES DE VOLTAJE

La potencia en una fuente de voltaje se expresa así: $P_F = V \cdot I$

La corriente entre dos nodos es la misma y para este calcula se debe buscar en el circuito que corriente circula por la fuente de voltaje a evaluar.

Conocida la corriente se debe verificar por donde ingresa está a la fuente.

Si ingresa por su polaridad positiva, su potencia se calcula así:

$$P_FV = V \cdot I$$

Si ingresa por su polaridad negativa, su potencia se calcula así:

$$P_FV = -V \cdot I$$

Ejemplo:

$$P_{FV8v} = V \cdot I$$

$$\begin{aligned} &= 8 \cdot i_6 \quad \text{sin signo debido a que } i_6 \text{ ingresa por el positivo a la fuente de } V \\ &= 8 \cdot 214.37 = 1715 \text{ W} \end{aligned}$$

$$P_{FV9Vy} = V \cdot I$$

$$= 9V_y \cdot i_{12}$$

$$\text{Como } V_y = -V_{FC10i_o} + 100 \cdot i_{10}$$

$$V_y = -(-2039) + 100 \cdot (-21)$$

$$V_y = -61 \text{ v}$$

$$P_{FV9Vy} = 9 \cdot (-61) \cdot 212$$

$$= -116.38 \text{ KW}$$

