



به نام خدا



دانشگاه تهران

پردیس دانشکده‌های فنی

دانشکده مهندسی برق و کامپیوتر

کنترل مدرن

فاز اول پروژه

استاد کبریایی

سیده دیبا روانشید شیرازی

۸۱۰۱۹۹۴۳۱

محمد جواد حبیبی

۸۱۰۱۹۹۴۰۱

## خواسته ها :

1. در ابتدا اعداد داخل جدول را در متلب وارد کردیم و با نوشتن معادلات حالت توانستیم ساده شده ی معادلات حالت را بدست بیاوریم.

1.1 معادلات حالت به صورت زیر در آمد :

```
function x_d = dynamicfun(~, x, u, m, r, b, K, l, J_w, J_b, g)

    A11 = (J_b / (r^2)) + m;
    A12 = (m * (r^2) + J_b) / r;
    A21 = A12;
    A22 = (m * x(1)^2 + J_w + J_b);

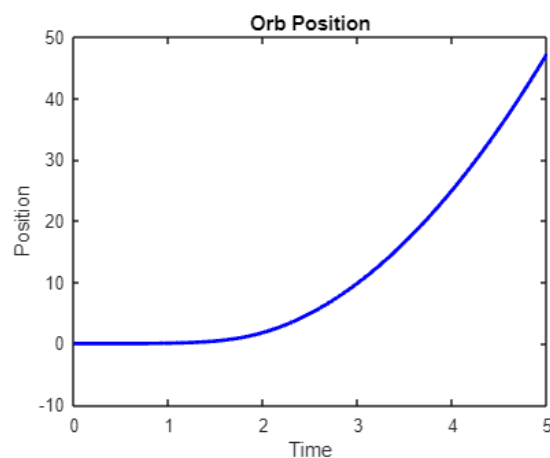
    B11 = (m * g * sin(x(3)));
    B12 = m * x(1) * (x(4)^2);
    B21 = l * cos(x(3)) * u;
    B22 = m * g * x(1) * cos(x(3));
    B23 = K * (l^2) * x(3) * (-1);
    B24 = -(2 * m * x(1) * x(2) + b * (l^2)) * x(4);

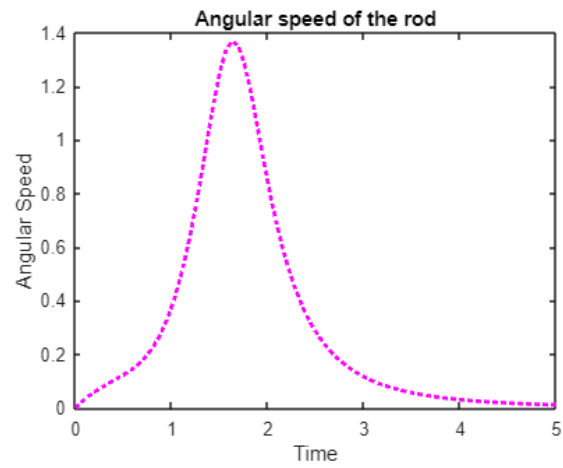
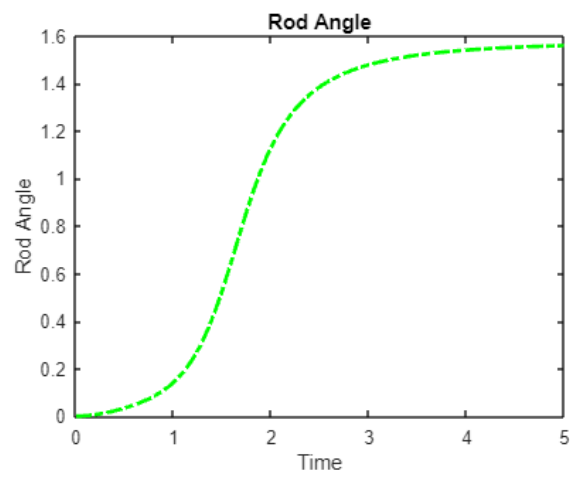
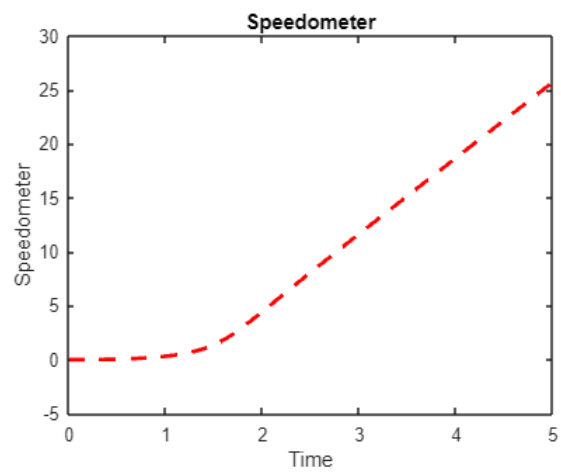
    C1 = B11 + B12;
    C2 = B21 + B22 + B23 + B24;

    detA = ((A11 * A22) - (A12 * A21));

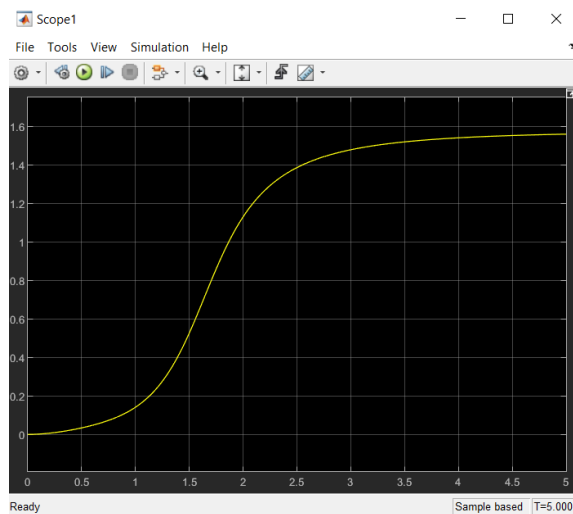
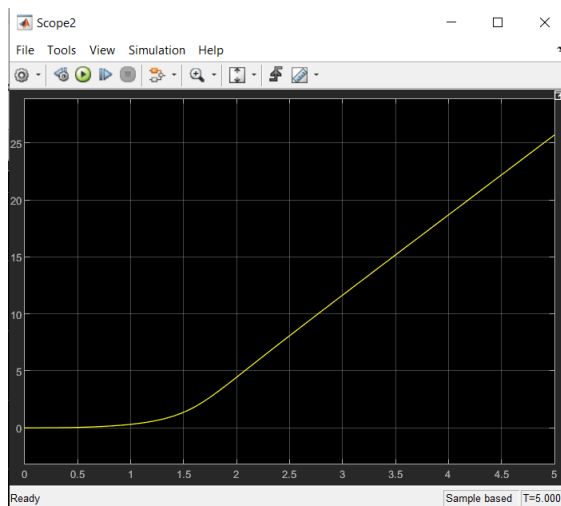
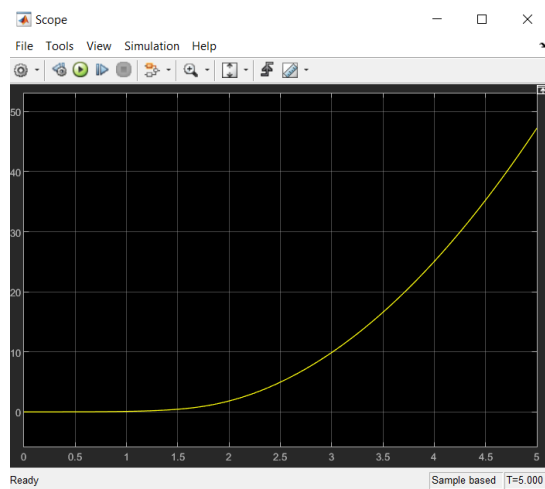
    x_d = zeros(4, 1);
    x_d(1) = x(2); % dx/dt
    x_d(2) = ((A22 * C1) - (A12 * C2)) / detA; % d^2x/dt^2
    x_d(3) = x(4); % dalpha/dt
    x_d(4) = ((-A21 * C1) + (A11 * C2)) / detA; % d^2alpha/dt^2
end
```

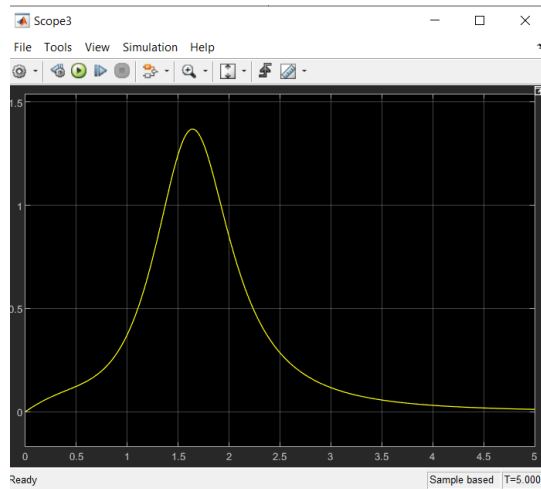
1.2. برای رسم متغیر های حالت در متلب در 5 ثانیه ورودی پله با دامنه 0.1 وارد کردیم. نتیجه به صورت زیر شد :





در فایل سیمولینک نیز با اضافه کردن بلوک scope به خروجی های سیستم نمودار آن ها به صورت زیر بود که میبینیم که به نمودار های بخش قبل شبیه بوده اند پس معادلات حالت را درست بدست آورده ایم.





2.

معادلات حالت خطی سازی شده به شکل زیر در می آیند.

A:

0	1.0000	0	0
-0.3780	0	7.0147	0.0343
0	0	0	1.0000
18.9001	0	-0.3797	-1.7133

B:

0
-0.0699
0
3.4965

C:

1	0	0	0
0	0	1	0

3.

مقادیر ویژه به صورت زیر در آمده اند که مشاهده میکنیم که یکی از آنها مقدار حقیقی مثبت دارد و ناپایدار است.

Eigenvalues of A:

Eigenvalue 1: 2.9896 + 0.0000j  
 Eigenvalue 2: -3.8454 + 0.0000j  
 Eigenvalue 3: -0.4288 + 3.3669j  
 Eigenvalue 4: -0.4288 - 3.3669j

4.

ماتریس کنترل پذیری و رویت پذیری را با کمک دو تابع آماده متلب بدست میاوریم و با کمک تابعی از متلب برای پیدا کردن رنک مشخص میکنیم، اگر رنک ماتریس کنترل پذیری کامل باشد، سیستم کنترل پذیر است.

و اگر رنک ماتریس رویت پذیر کامل باشد میگوییم سیستم رویت پذیر است.

Co :

0	-0.0699	0.1198	24.3479
-0.0699	0.1198	24.3479	-41.8051
0	3.4965	-5.9903	7.6137
3.4965	-5.9903	7.6137	-8.5053

Rank of controllability matrix: 4

System is : controllable.

Ob :

1.0000	0	0	0
0	0	1.0000	0
0	1.0000	0	0
0	0	0	1.0000
-0.3780	0	7.0147	0.0343
18.9001	0	-0.3797	-1.7133
0.6476	-0.3780	-0.0130	6.9560
-32.3809	18.9001	0.6506	2.5556

Rank of observability matrix: 4

System is : observable.

سیستم کنترل پذیر و رویت پذیر میباشد.

دترمینان ماتریس A ناصفر است پس سیستم مینیمال است.

تحقق مینیمال سیستم ( برای اینکه اعداد کوچکتر از  $e-4$  را حذف کنیم از دستور `4f %` استفاده شده است):

Transfer function coefficients:

Numerator b\_1:

0.0000 0.0000 -0.0699 -0.0000 24.5001

Numerator b\_2:

0.0000 0.0000 3.4965 0.0000 0.0000

Dominator a:

1.0000 1.7133 0.7577 -0.0000 -132.4358

```

system_q4 =

          -0.06993 s^2 + 24.5
          -----
s^4 + 1.713 s^3 + 0.7577 s^2 - 1.084e-13 s - 132.4

Continuous-time transfer function.
system_minimal =

          -0.06993 s^2 + 24.5
          -----
s^4 + 1.713 s^3 + 0.7577 s^2 - 1.457e-13 s - 132.4

Continuous-time transfer function.
system_q4_2 =

          3.496 s^2 + 1.372e-16
          -----
s^4 + 1.713 s^3 + 0.7577 s^2 - 1.084e-13 s - 132.4

Continuous-time transfer function.
system_minimal_2 =

          3.496 s^2 + 1.372e-16
          -----
s^4 + 1.713 s^3 + 0.7577 s^2 - 1.457e-13 s - 132.4

```

باز هم تابع تبدیل با تابع mineral متلب چک شده و حذف صفر و قطبی رخ نداده است پس سیستم مینیمال است.

5.

با استفاده از فرمول زیر :

$$\varphi = \text{invlapalce}((sI - A)^{-1})$$

ماتریس تبدیل حالت به شکل زیر میباشد ( ادامه دارد )

$$\text{phi} = \begin{pmatrix} \sigma_1 & \\ & \sigma_2 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} 0.82 e^{2.99t} - 0.807 e^{-3.85t} + e^{-0.429t} \cos(3.37t) (-0.00703 - 0.882i) + e^{-0.429t} \cos(3.37t) (-0.00703 + 0.882i) + e^{-0.429t} \sin(3.37t) (-0.00703 - 0.882i) & \\ 1.07 e^{2.99t} - 1.78 e^{-3.85t} + e^{-0.429t} \cos(3.37t) (0.352 + 1.36i) + e^{-0.429t} \cos(3.37t) (0.352 - 1.36i) + e^{-0.429t} \sin(3.37t) (1.36 & \end{pmatrix}$$

where

$$\sigma_1 = 0.274 e^{2.99t} + 0.21 e^{-3.85t} + e^{-0.429t} \cos(3.37t) (0.258 + 0.0308i) + e^{-0.429t} \cos(3.37t) (0.258 - 0.0308i) + e^{-0.429t} \sin(3.37t) (0.03$$

$$\sigma_2 = 0.359 e^{2.99t} + 0.462 e^{-3.85t} + e^{-0.429t} \cos(3.37t) (-0.411 + 0.0522i) + e^{-0.429t} \cos(3.37t) (-0.411 - 0.0522i) + e^{-0.429t} \sin(3.37t) ($$

6.

تابع تبدیل برای موقعیت گوی :

$$\text{system} = \frac{-0.06993 s^2 + 24.5}{s^4 + 1.713 s^3 + 0.7577 s^2 - 1.084e-13 s - 132.4}$$

صفر ها و قطب های سیستم :

$$\begin{aligned} z &= 2 \times 1 \\ &\quad 18.7178 \\ &\quad -18.7178 \\ p &= 4 \times 1 \text{ complex} \\ &\quad -3.8454 + 0.0000i \\ &\quad -0.4288 + 3.3669i \\ &\quad -0.4288 - 3.3669i \\ &\quad 2.9896 + 0.0000i \\ k &= -0.0699 \\ \text{system}_2 &= \end{aligned}$$



تابع تبدیل برای زاویه ی میله :

$$\text{system\_2} = \frac{3.496 s^2 + 1.372e-16}{s^4 + 1.713 s^3 + 0.7577 s^2 - 1.084e-13 s - 132.4}$$

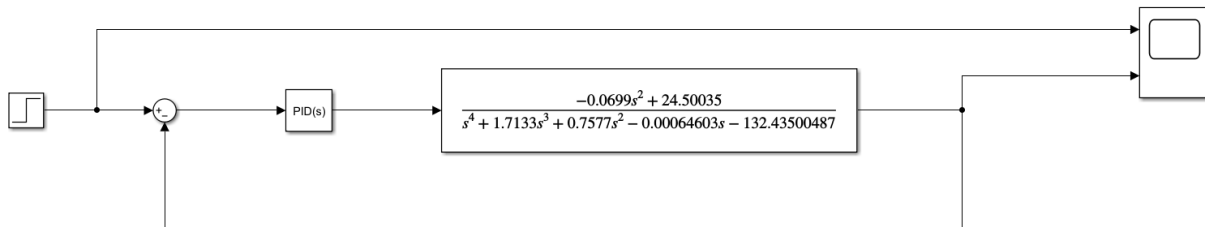
صفر ها و قطب های سیستم :

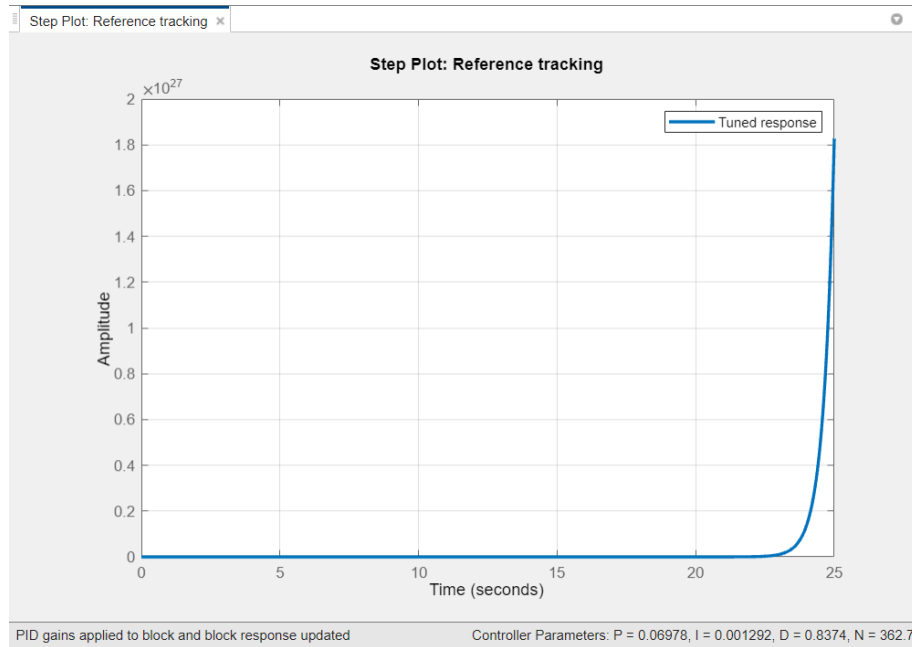
```
z_2 = 2×1 complex  
10-8 ×  
0.0000 + 0.6265i  
0.0000 - 0.6265i  
  
p_2 = 4×1 complex  
-3.8454 + 0.0000i  
-0.4288 + 3.3669i  
-0.4288 - 3.3669i  
2.9896 + 0.0000i  
  
k_2 = 3.4965
```

که در صورت تابع تبدیل به دلیل حذف عدد کوچک، دو صفر در نقطه ی صفر داریم .

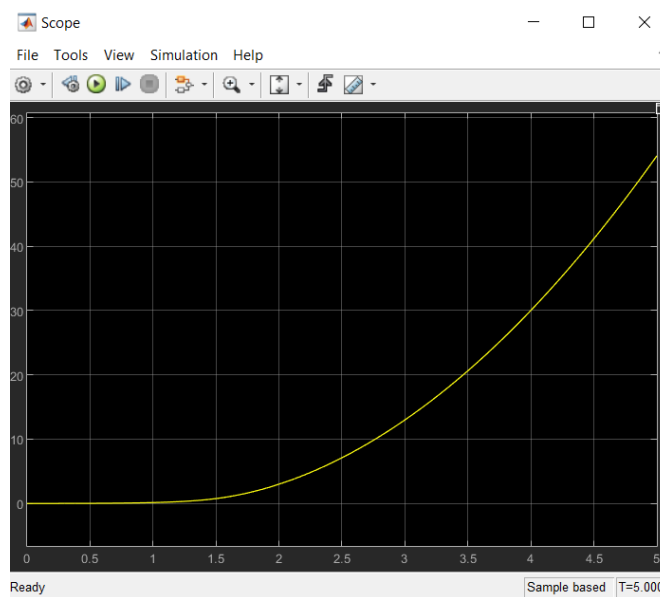
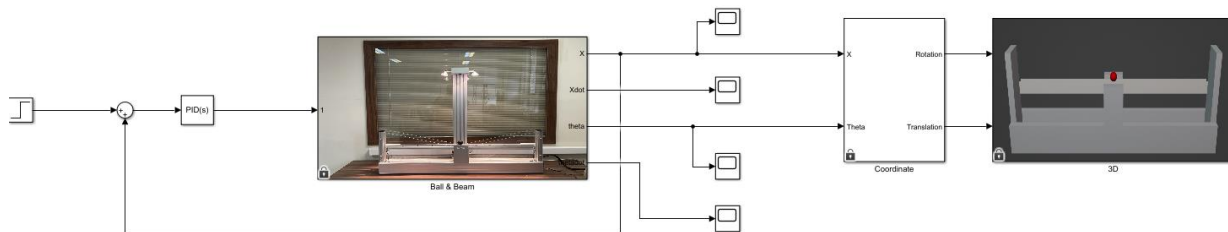
7.

کل سیستم را میبندیم و از بخش موقعیت گوی فیدبک میگیریم و پشت سیستم هم یک pid کنترلر میبندیم و دکمه ی tune را میزنیم تا سیستم را پایدار کند. که با توجه به پاسخ پله ی آن سیستم پایدار نمیشود :

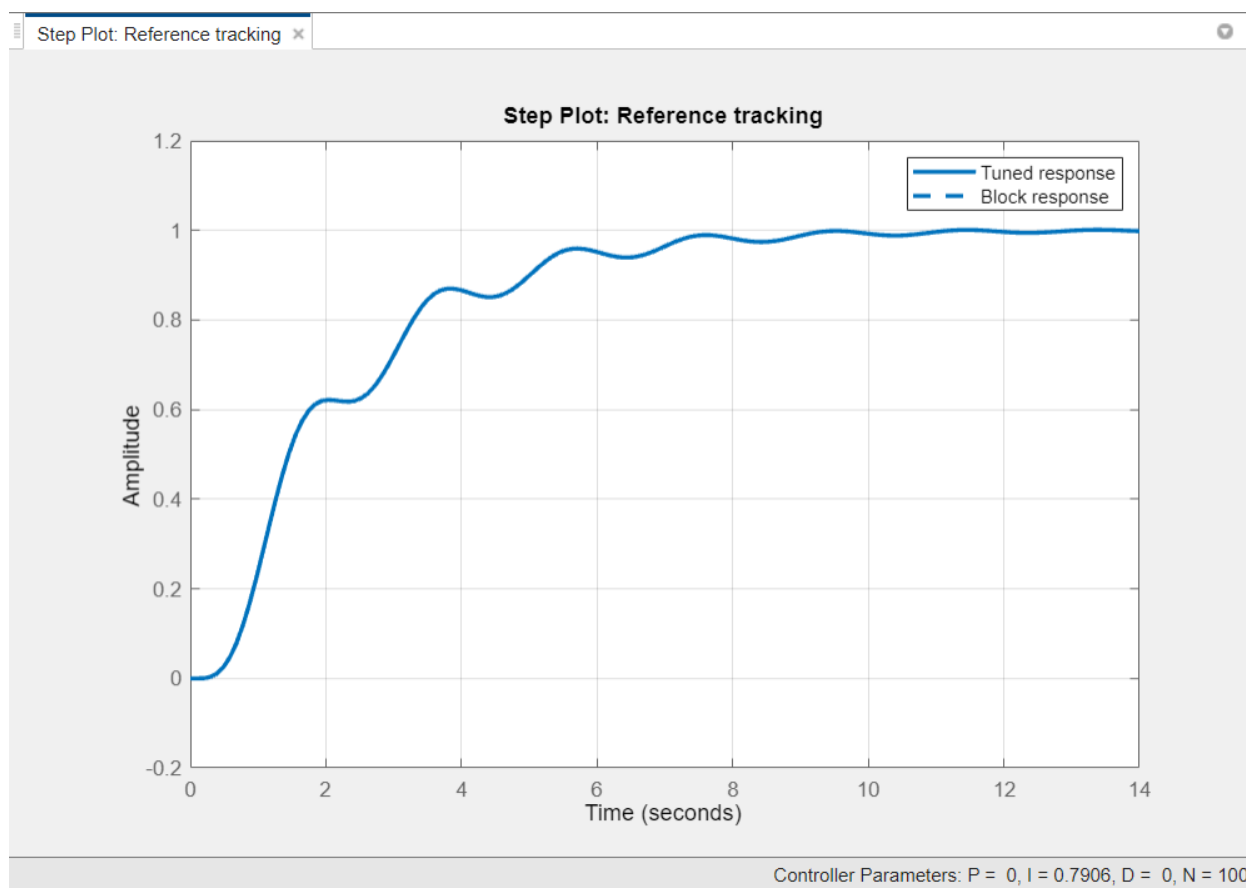
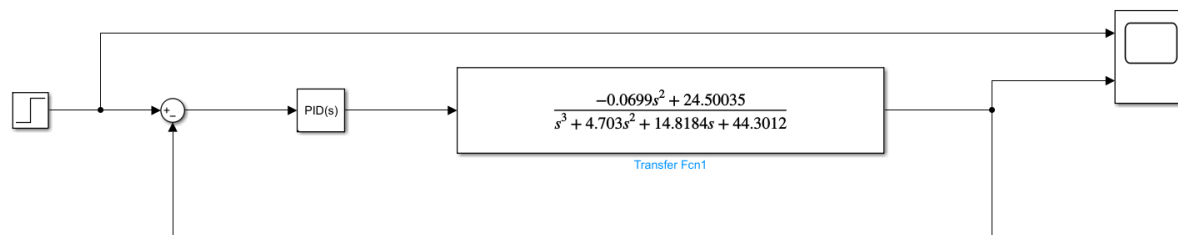




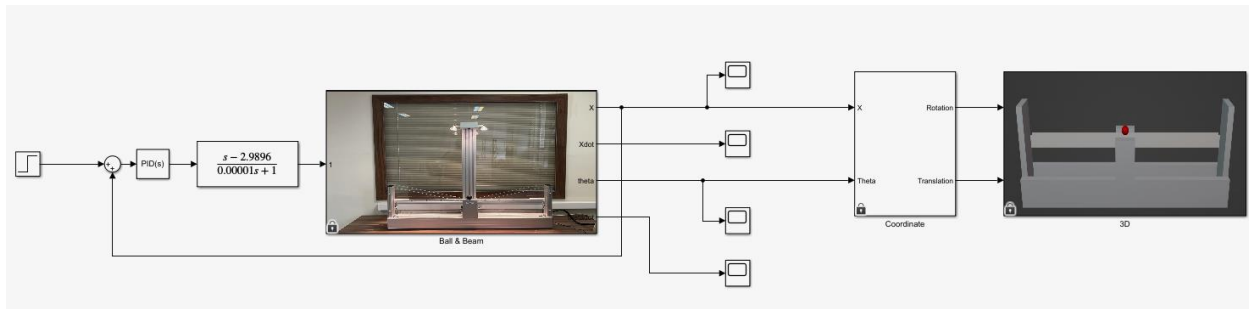
سپس همان کنترلر را در سیمولینک موجود پشت سیستم به شکل زیر اضافه میکنیم و مشاهده میکنیم که سیستم غیر خطی نیز پایدار نمیشود.



در این بخش به صورت دستی قطب ناپایدار را حذف میکنیم و دوباره معادلات حالت را بدست می آوریم و سیستم را میبندیم و کنترلر را اضافه میکنیم و مشاهده میکنیم که سیستم پایدار میشود .



همین کنترلر را پشت سیستم غیر خطی جبران شده به صورت زیر اضافه میکنیم اما سیستم پایدار نمیشود.



$A = 3 \times 3$

-4.7030	-14.8184	-44.3012
1.0000	0	0
0	1.0000	0

$B = 3 \times 1$

1
0
0

$C = 1 \times 3$

-0.0699	0	24.5000
---------	---	---------

$D = 0$

Co :

1.0000	-4.7030	7.2998
0	1.0000	-4.7030
0	0	1.0000

Rank of controllability matrix: 3

System is : controllable.

Ob :

-0.0699	0	24.5000
0.3287	25.5358	3.0967
23.9897	-1.7747	-14.5636

Rank of observability matrix: 3

System is : observable.