

Função e Conjuntos

Uma função é uma relação entre dois conjuntos, os quais, um é considerado o conjunto de partida, conhecido, também, como o conjunto **domínio** da função; e o outro é o conjunto de chegada, conhecido, também, como conjunto **contradomínio** da função.

O conceito de função pode estar associado à **relação entre grandezas**.

➤ Exemplo:

O preço final que um passageiro de táxi paga pela sua viagem, depende, diretamente, da quilometragem rodada pelo táxi nessa viagem. Ou seja, nota-se que o preço da viagem está em função da quilometragem rodada.

➤ Definição matemática:

Dados os conjuntos X , Y , uma função $f: X \rightarrow Y$ (lê-se “uma função de X em Y ”) é uma regra (ou conjunto de instruções) que diz como associar a cada elemento $x \in X$ um elemento $y = f(x) \in Y$.

De um modo geral, dados dois conjuntos A e B , e uma relação entre eles, dizemos que essa relação é **uma função de A em B** se e somente se, para todo $x \in A$ existe **um único** $y \in B$ de modo que x se relacione com y .

Exemplo I:

Considere $f: \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{N}$, tal que $f(n) = n + 1$ para todo $n \in \mathbb{N}$. Assim, temos:

$$n = 1 \rightarrow f(1) = 1 + 1$$

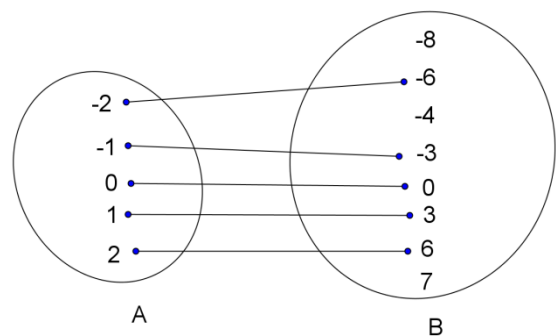
Ou seja $f(1) = 2$

Seguindo essa mesma regra, para outros valores, temos:

$f(2) = 3$; $f(3) = 4$; $f(4) = 5$; $f(5) = 6$ e assim por diante.

Exemplo II:

Considere os conjuntos A e B , representados pelos diagramas, abaixo:



Observe, acima, que todos os elementos do conjunto A estão associados a um único elemento do conjunto B , logo temos uma função dada por $f: A \rightarrow B$.

O conjunto **domínio** da função f é o **conjunto A** . O conjunto **contra-domínio** de f é o **conjunto B** . O conjunto $\{-6, -3, 0, 3, 6\}$ é chamado de conjunto **imagem de f** .

Observe que:

Valores do Conjunto A	Valores do Conjunto Imagem	Regra que estabelece a relação de A com B
-2	-6	$3 \cdot (-2)$
-1	-3	$3 \cdot (-1)$
0	0	$3 \cdot 0$
1	3	$3 \cdot 1$
2	6	$3 \cdot 2$
x	$f(x)$	$3 \cdot x$

Conclusão a regra que estabelece a relação entre o conjunto A e o conjunto B, nesse exemplo, é dada por $f(x) = 3x$, sendo $x \in A$.

Conclusão:

$$\text{Dom } f = \{-2, -1, 0, 1, 2\}$$

$$\text{CD } f = \{-8, -6, -4, -3, 0, 3, 6, 7\}$$

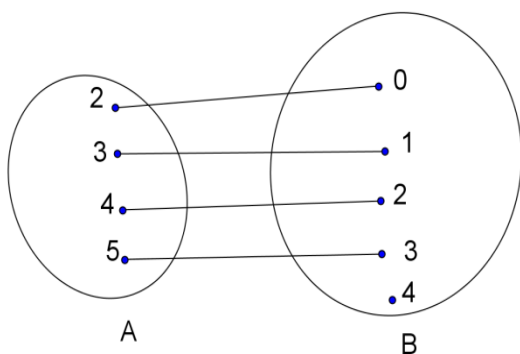
$$\text{Im } f = \{-6, -3, 0, 3, 6\}$$

$$f(x) = 3x, \text{ onde } x \in A.$$

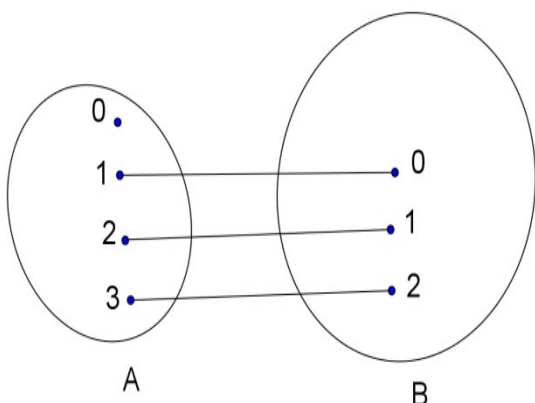
Exercícios

1. Quais dos seguintes diagramas representam uma função de A em B?

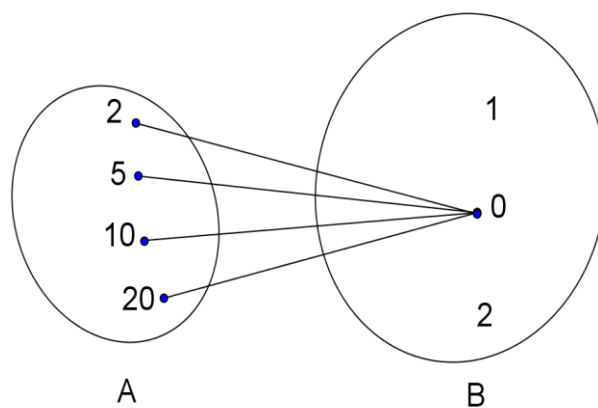
a)



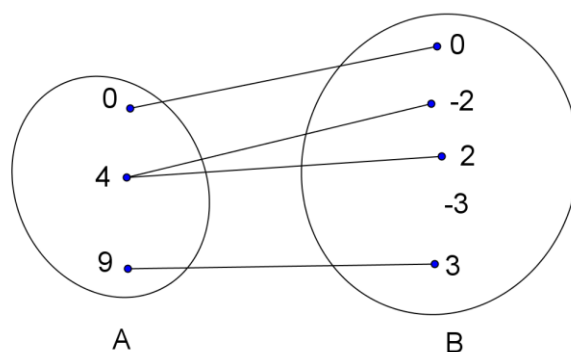
b)



c)



d)



2. Dados os conjuntos $A = \{-2, -1, 0, 1, 2\}$ e $B = \{-1, 0, 1, 3, 4\}$ e a correspondência entre A e B dada por $y = x^2$, com $x \in A$ e $y \in B$, faça um diagrama e diga se f é uma função de A em B.

3. Dados os conjuntos $A = \{0, 1, 2, 3\}$ e $B = \{-1, 0, 1\}$ e a correspondência entre A e B dada por $y = x - 2$, com $x \in A$ e $y \in B$, faça um diagrama e diga se f é uma função de A em B.

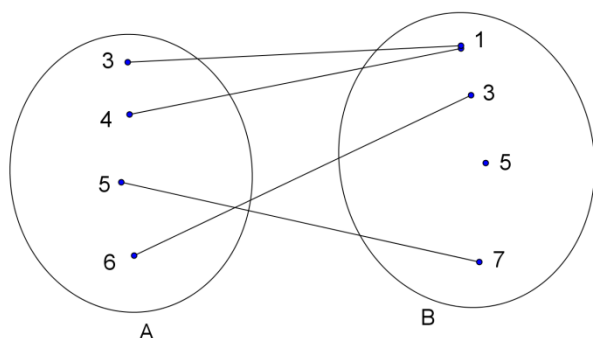
4. Observe a tabela abaixo:

x	0	1	4	9	16	25
y	0	1	2	3	4	5

a) Faça um diagrama e diga se f é uma função de A em B.

b) Se sim, escreva qual é a fórmula matemática dessa função. Se não, justifique.

5. Considere a função $f: A \rightarrow B$ dada pelo diagrama e determine:



- a) $\text{Dom}(f)$
- b) $\text{Im}(f)$
- c) $f(4)$.
- d) y , quando $x = 5$.
- e) x , quando $y = 3$.
- f) x , quando $f(x) = 1$.
- g) $f(x)$, quando $x = 6$.
- h) y , quando $x = 3$.
- i) x , quando $y = 7$.

Observação: os valores chamados de x pertencem ao conjunto de partida, os valores em y são aqueles que estão em função de x , assim indicamos que $y=f(x)$.

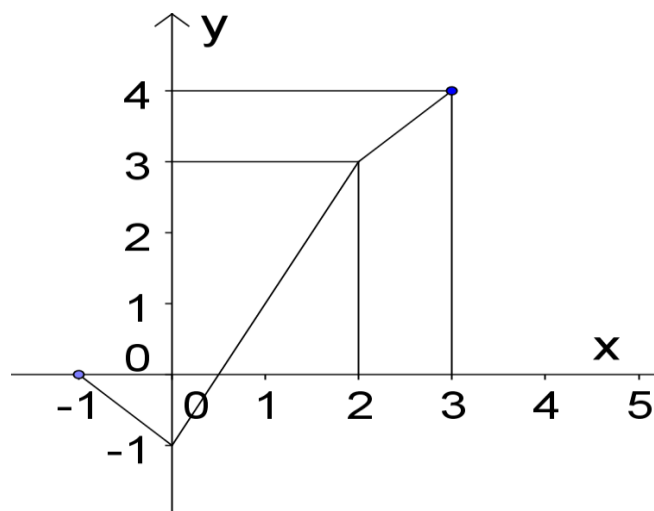
6. Sendo $f(x) = 2^x + x^2 + 2x$, calcule:

- a) $f(0)$
- b) $f(1)$
- c) $f(2)$
- d) $f(3)$
- e) $f(-1)$

7. É dado que $p(1) = 1$ e, para todo natural n , maior que 1, $p(n) = n \cdot p(n - 1)$.

Calcule $p(2) + p(3)$.

8. Na figura, temos o esboço do gráfico da função f .



- a) Dê o domínio de f .
- b) Dê o conjunto imagem de f .
- c) Complete a tabela:

x	-1	0	2	3
$y = f(x)$				

9. Dada a função $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ definida por $f(x) = x^2 - 5x + 6$, calcule:

- a) $f(2)$, $f(3)$ e $f(0)$;
- b) o valor de x cuja imagem vale 2.

10. Escreva a fórmula matemática que expresse a lei de cada uma das funções abaixo:

a) Uma firma que conserta televisores cobra uma taxa fixa de R\$ 40,00 de visita mais R\$ 20,00 por hora de mão-de-obra. Então o preço y que se deve pagar pelo conserto de um televisor é dado em função do número x de horas de trabalho (mão-de-obra).

b) Um fabricante produz objetos a um custo de R\$12,00 a unidade, vendendo-os por R\$20,00 a unidade. Portanto, o lucro y do fabricante é dado em função do número x de unidades produzidas.

11. O lucro L (em reais) de um estabelecimento comercial pode ser estimado pela lei $L(x) = -x^2 + 75x + q$, sendo x o número de unidades vendidas e q uma constante real. Sabendo que o lucro se anula quando são vendidas 15 peças, determine:

- o valor de q ;
- o lucro obtido na venda de 20 peças.

12. O tempo t (em minutos) de desembarque de passageiros de um navio usado para cruzeiros marítimos é dado pela lei:

$$t(n) = 70 + \frac{n}{15}$$

Sendo n o número de passageiros.

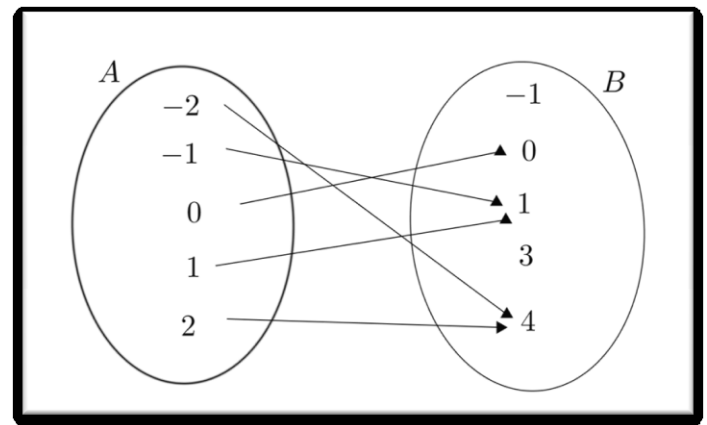
Classifique como verdadeira (V) ou falsa (F) cada uma das afirmações seguintes:

- Em 2 horas desembarcam 750 passageiros.
- O tempo necessário para o desembarque de 600 passageiros é o dobro do tempo gasto por 300 passageiros.
- Um acréscimo de 90 passageiros aumenta em mais de 5 minutos o tempo de desembarque.

Gabarito

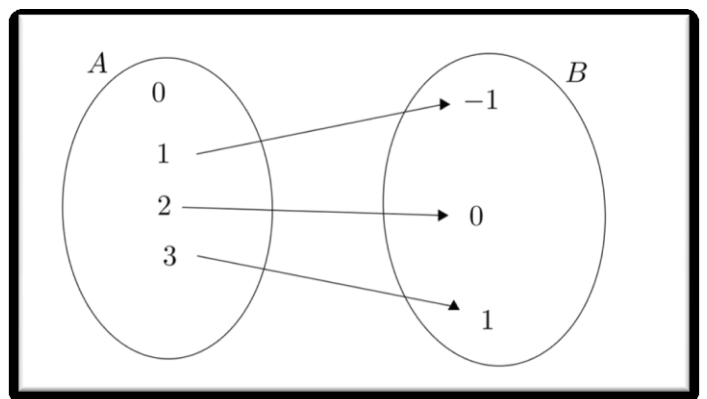
- é função;
 - não é função;
 - é função;
 - não é função;

2.



Sim, é uma função de A em B .

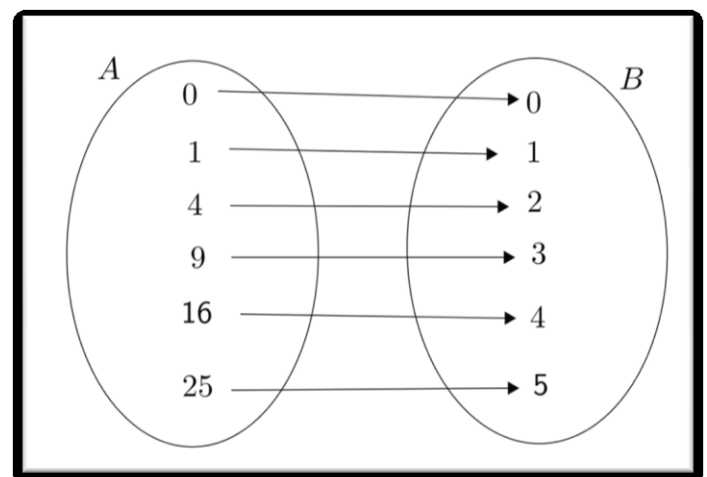
3.



Não é uma função de A em B .

4.

a)



b)

$$y = \sqrt{x}$$

5.

a) $Dom(f) = \{3,4,5,6\}$

b) $Im(f) = \{1,3,7\}$

c) $f(4) = 1$

d) $x = 5 \leftrightarrow y = 7$

e) $y = 3 \leftrightarrow x = 6$

f) $x = 3$ ou $x = 4$

g) $f(6) = 3$

h) $x = 3 \leftrightarrow y = 1$

i) $y = 7 \leftrightarrow x = 5$

6.

a) $f(0) = 1$

b) $f(1) = 5$

c) $f(2) = 12$

d) $f(3) = 23$

e) $f(-1) = -\frac{1}{2}$

7.

$p(2) + p(3) = 8$

8.

a) $Dom(f) = [-1, 3]$

b) $Im(f) = [-1, 4]$

c)

x	-1	0	2	3
y = f(x)	0	-1	3	4

9.

a) $f(2) = 0, f(3) = 0$ e $f(0) = 6$

b) $x = 4$ ou $x = 1$

10.

a) $y = 20x + 40$

b) $y = 8x$

11.

a) $q = -900$

b) R\$ 200,00

12.

a) V

b) F

c) V