

Definição: uma função $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ chama-se quadrática quando existem números reais a, b e c , com $a \neq 0$, tais que $f(x) = ax^2 + bx + c$ para todo $x \in \mathbb{R}$.

Exemplos:

$$f(x) = 3x^2 - 2x + 1$$

$$f(x) = 20x^2$$

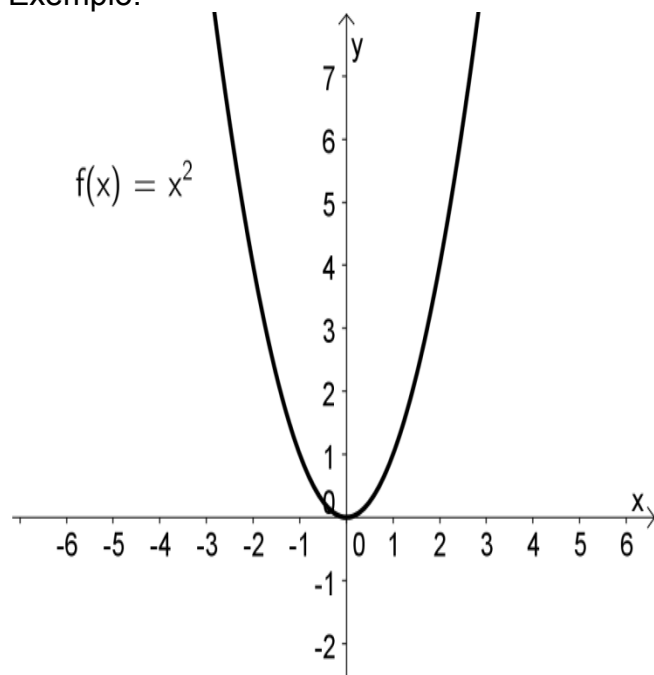
$$f(x) = -x^2 + 100x$$

$$f(x) = x^2 - 4$$

Gráfico

O gráfico de uma função quadrática descreve uma curva chamada de **parábola**.

Exemplo:



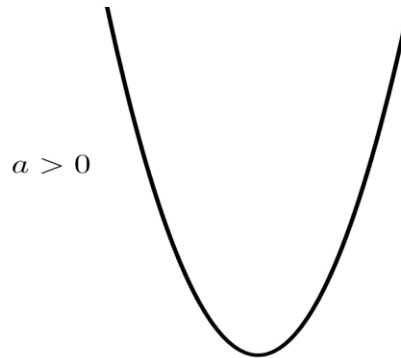
Análise Gráfica

1. Ponto onde o gráfico corta o eixo y:

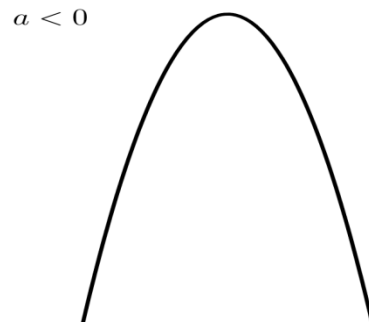
Considere $f(x) = ax^2 + bx + c$, quando $x = 0$, $f(0) = a \cdot 0^2 + b \cdot 0 + c$, ou seja $f(0) = c$. Logo o ponto onde a parábola corta o eixo y é indicado por c .

2. Concavidade da Parábola:

- Se $a > 0$ então a parábola tem concavidade voltada para cima.



- Se $a < 0$ então a parábola tem concavidade voltada para baixo.



3. Ponto onde o gráfico corta o eixo x:

A parábola pode tocar em dois pontos distintos do eixo x, pode tocar em um único ponto ou não tocarem nenhum ponto.

O ponto (ou os pontos) onde a parábola toca o eixo x é chamado de **raiz da função**.

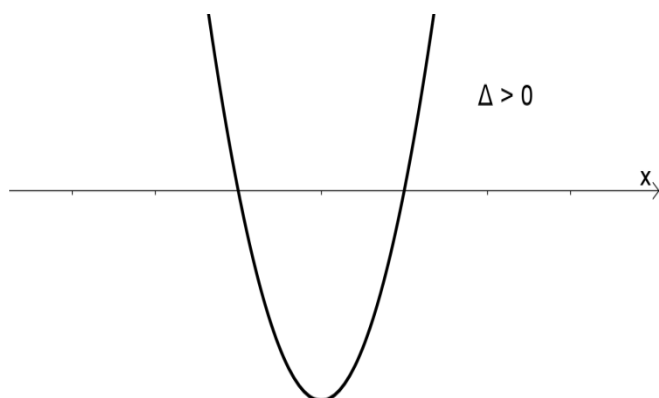
Esses pontos são indicados quando $f(x) = 0$.

Note que $f(x) = 0 \rightarrow ax^2 + bx + c = 0$

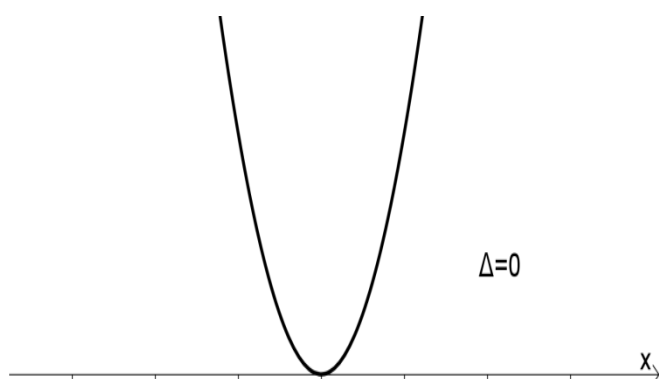
Ou seja, para descobrirmos se a parábola toca o eixo x, basta descobrirmos as raízes reais da equação $ax^2 + bx + c = 0$.

Conclusões:

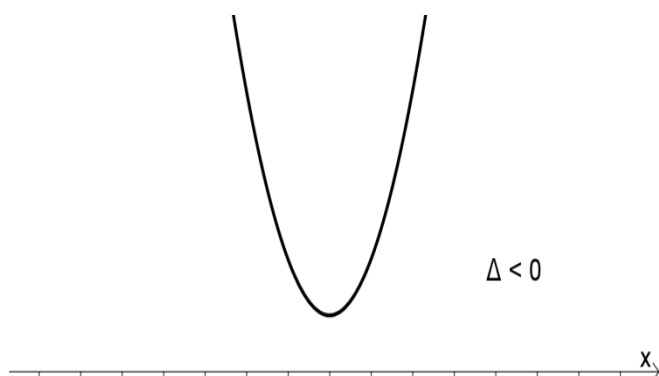
Se a equação que representa $f(x)=0$ possuir duas raízes reais ($\Delta > 0$), isso indica que a parábola toca o eixo x em dois pontos distintos.



Se a equação que representa $f(x) = 0$ possuir apenas uma única raiz ($\Delta = 0$), isso indica que a parábola toca o eixo x em um único ponto.



Se a equação que representa $f(x) = 0$ não possuir raiz real ($\Delta < 0$), isso indica que a parábola não toca o eixo x .



> Exercícios

1. Em cada uma das afirmações, abaixo, assinale **V** para as afirmações verdadeiras e **F** para as afirmações falsas:

(___) O gráfico da função $f(x) = -2x^2$ é uma parábola que têm concavidade voltada para baixo.

(___) O gráfico da função $f(x) = 3x^2 - 4 + 5$ é uma parábola e intersecta o eixo y no ponto $(0, 5)$.

(___) O gráfico da função $f(x) = 4x + 4$ é uma parábola decrescente.

(___) O gráfico da função $f(x) = x^2 - 4x$ é uma parábola com concavidade voltada para baixo.

(___) A função $f(x) = x^2 - 5x + 6$ intersecta o eixo x em dois pontos distintos.

(___) A função $f(x) = -3x^2 + x - 6$ possui uma única raiz real.

2. (PUC-RJ) Dada a função

$$f(x) = (x + 1) \cdot (x^2 - x + 1)$$

determine:

a) $f(1)$ e $f(0)$;

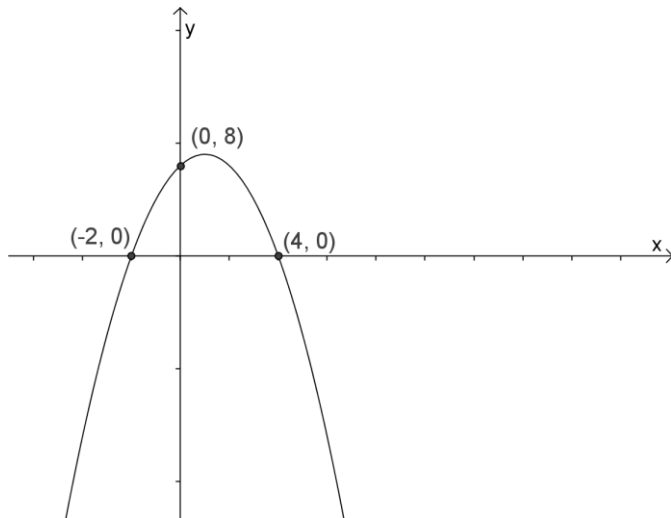
b) em \mathbb{R} , as soluções da equação $f(x) = 0$.

3. (Vunesp-sp) O gráfico da função quadrática definida por $y = x^2 - mx + (m - 1)$, em que $m \in \mathbb{R}$, tem um único ponto em comum com o eixo das abscissas. Determine y associado ao valor de $x = 2$.

4. (UFPE) Planeja-se construir duas estradas em uma região plana. Colocando coordenadas cartesianas na região, as estradas ficam representadas pelas partes dos gráficos da parábola $y = -x^2 + 10x$ e da reta $y = 4x + 5$, com $2 \leq x \leq 8$. Qual a soma das coordenadas do ponto representando a interseção das estradas?

5. Obtenha $f(x)$, sabendo que o gráfico de f é a parábola que passa pelos pontos $(0, -2)$, $(-1, 0)$ e $(1, -2)$.

6. O gráfico, abaixo



é representado pela função:

- a) $f(x) = x + 9$
- b) $f(x) = x^2 + 8$
- c) $f(x) = -x^2 + 2x + 8$
- d) $f(x) = x^2 - 2x - 8$
- e) $f(x) = -x^2 - 2x - 8$

7. (UEMA) O gráfico da função $f(x) = mx^2 - (m^2 - 3)x + m^3$ intercepta o eixo x em apenas um ponto e tem concavidade voltada para baixo. O valor de m é:

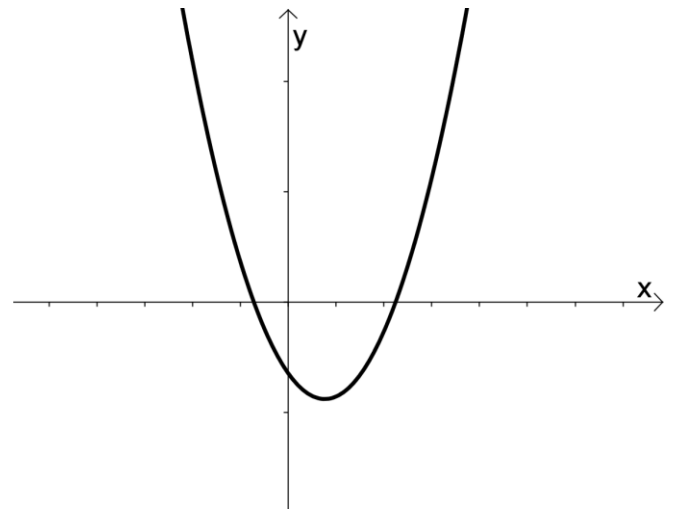
- a) -3 b) -4 c) -2 d) 2 e) -1

8. (UNIFESP) O gráfico da função $f(x) = ax^2 + bx + c$ (a, b, c números reais) contém os pontos $(-1, -1)$, $(0, -3)$ e $(1, -1)$.

O valor de b é:

- a) -2 b) -1 c) 0 d) 1 e) 2

9. (UFMG) Observe a figura, que representa o gráfico de $y = ax^2 + bx + c$.



Assinale a única afirmativa **FALSA** em relação a esse gráfico.

- a) ac é negativo.
- b) $b^2 - 4ac$ é positivo.
- c) b é positivo.
- d) c é negativo.
- e) é gráfico de uma função quadrática.

10. (U.E. Feira de Santana – BA) O gráfico da função real $f(x) = x^2 + 2$:

- a) intercepta o eixo x no ponto $(0, 1)$
- b) intercepta o eixo x no ponto $(0, -2)$
- c) intercepta o eixo x no ponto $(1, 0)$
- d) intercepta o eixo x no ponto $(2, 0)$
- e) não intercepta o eixo x .