

➤ Função Afim

Definição: Uma função $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ chama-se afim quando existem constantes $a, b \in \mathbb{R}$ tais que $f(x) = ax + b$ para todo $x \in \mathbb{R}$.

x : é *a variável independente*

$y = f(x)$: é *a variável dependente*

O coeficiente a é chamado de **taxa de variação**.

O coeficiente b é chamado de **valor inicial da função**, pois $b = f(0)$. Isso porque quando temos que:

$$x = 0 \rightarrow f(0) = a \cdot 0 + b \leftrightarrow f(0) = b.$$

➤ **Casos particulares da Função Afim**

1º Caso: Sendo f uma função afim com $a = 0$ e $b \neq 0$ temos $f(x) = 0 \cdot x + b$, ou seja $f(x) = b$. Isso significa que para qualquer x a imagem desta função sempre será b . Nesse caso, temos uma **função constante**.

2º Caso: Sendo f uma função afim com $a \neq 0$ e $b = 0$ temos $f(x) = ax + 0$, ou seja $f(x) = ax$. Neste caso a função é chamada de **função linear**.

Exemplos de funções:

$$f(x) = x \text{ (função identidade).}$$

$$f(x) = 100 \text{ (função constante).}$$

$$f(x) = 4x \text{ (função linear)}$$

$$f(x) = 5x + 10$$

$$f(x) = -5x - 10$$

➤ **O gráfico de uma Função Afim**

O gráfico de uma função afim é sempre uma reta.

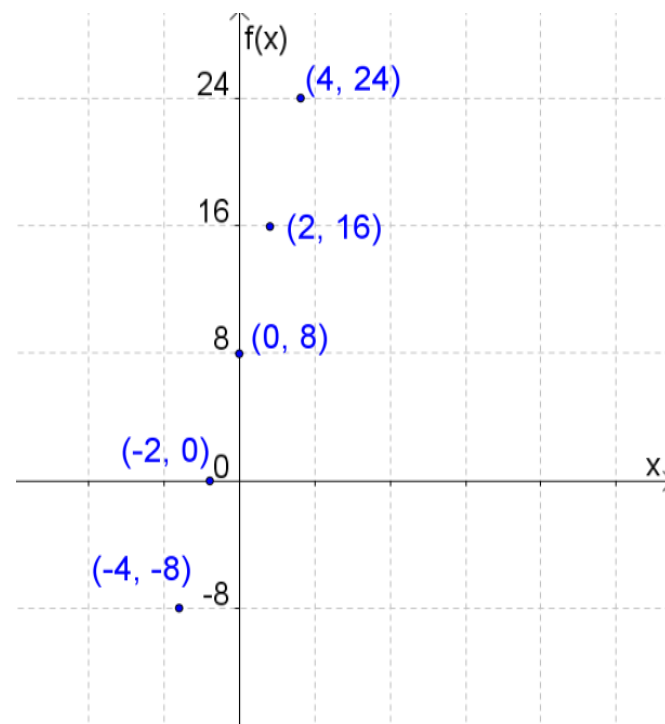
Montando uma tabela com os valores de x e de $f(x)$, conseguimos perceber que os pontos estão sempre alinhados.

Exemplo:

Vamos montar uma tabela para a função afim $f(x) = 4x + 8$.

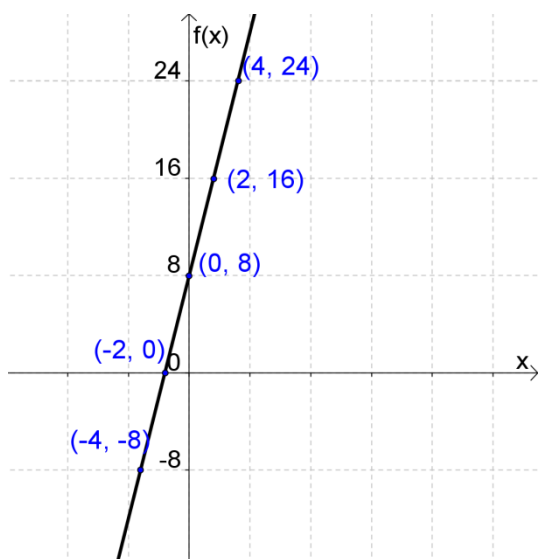
x	$f(x)$
-4	-8
-3	-4
-2	0
-1	4
0	8
1	12
2	16
3	20
4	24

Vamos repassar alguns pontos da tabela, acima, para um gráfico:



Observe que os pontos acima estão alinhados.

Veja, abaixo, o gráfico da função $f(x) = 4x + 8$:



1º Postulado de Euclides: Por dois pontos conseguimos traçar uma única reta.

Assim, não precisamos montar uma tabela “imensa” para representarmos todos os pontos da Função Afim; basta encontrarmos dois pontos pertencentes a função, pois a reta que passa por esses dois pontos é única. Considere então a função $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ onde $f(x) = ax + b$.

$$x = 0 \rightarrow f(0) = a \cdot 0 + b = b$$

$$f(x) = 0 \rightarrow ax + b = 0 \leftrightarrow x = \frac{-b}{a}$$

Acabamos de determinar dois pontos:

$$(0, b) \text{ e } \left(\frac{-b}{a}, 0\right)$$

$(0, b)$ é o ponto onde a reta do gráfico da função afim corta o eixo y.

$\left(\frac{-b}{a}, 0\right)$ é o ponto onde o gráfico da função afim corta o eixo x.

$x = \frac{-b}{a}$ é chamado de raiz da função.

Observações:

$a > 0 \rightarrow$ a função afim é crescente.

$a < 0 \rightarrow$ a função afim é decrescente.

Função crescente é aquela em que, aumentando o valor de x, o valor de y aumenta.

Função decrescente é aquela em que, aumentando o valor de x, o valor de y diminui.

Exercícios

1. Dada a função $f(x) = \frac{3}{2}x + \frac{6}{7}$

Responda:

a) Qual é o valor da taxa de variação de f?

b) Qual é o valor inicial de f?

2. Construa uma tabela de valores que represente a função $f(x) = 6x - 10$.

3. Construa um gráfico da função $f(x) = 6x - 10$, a partir da tabela que você fez no exercício anterior.

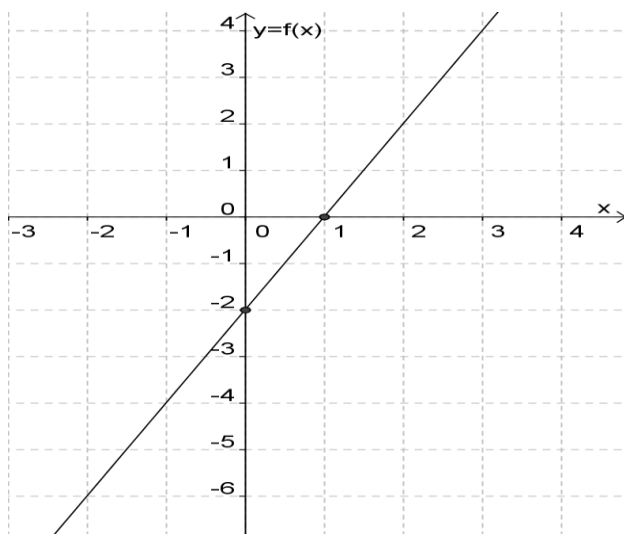
4. Qual é o valor da raiz da função $f(x) = 6x - 10$?

5. Determine o gráfico da função $f(x) = 3x + 6$, determinando o ponto onde o gráfico corta o eixo x e o ponto onde a reta corta o eixo y.

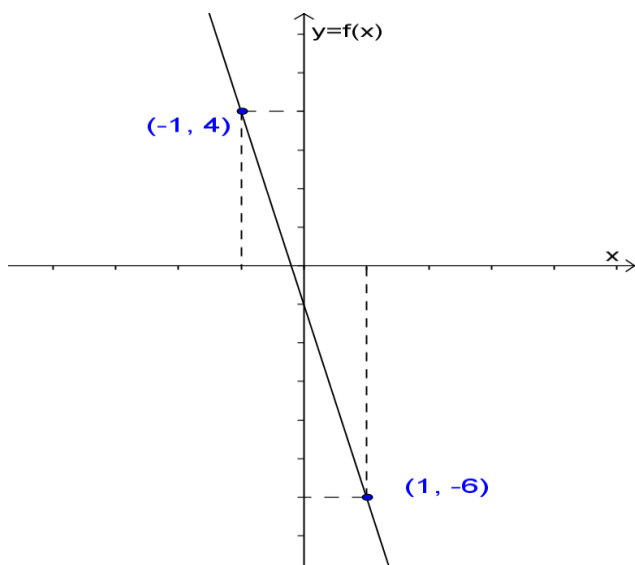
6. Determine o gráfico da função $f(x) = -3x + 3$

7. Em cada um dos gráficos, abaixo, determine a função:

a)



b)



8. Determine a função afim f cujo gráfico passa por $A = (-2, 10)$ e $B = (1, 4)$.

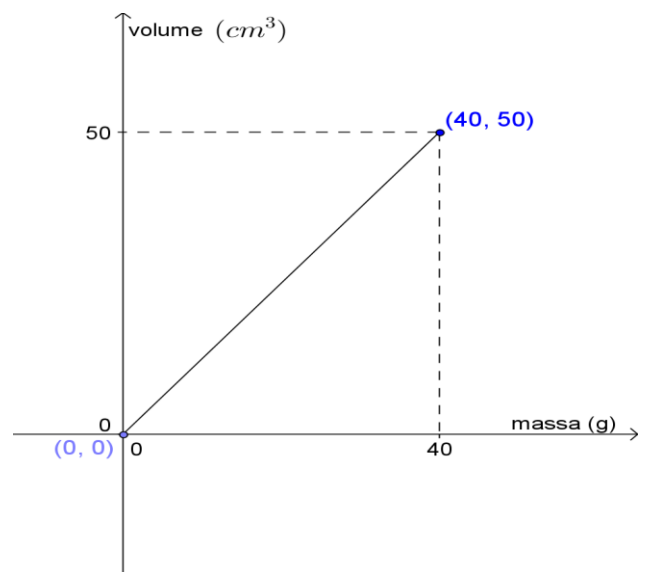
9. Uma função f é dada por $f(x) = ax + b$, em que a e b são números reais. Se $f(-1) = 3$ e $f(1) = -1$, determine o valor de $f(3)$.

10. (FGV - SP) Num determinado país, o gasto governamental com instrução por aluno em escola pública foi de 3000 dólares no ano de 1985, e de 3600 dólares em 1993. Admitindo que o gráfico do gasto por aluno em função do tempo seja constituído de pontos de uma reta:

a) Obtenha a expressão do gasto por aluno (y) em função do tempo (x), considerando $x = 0$ a representação do ano de 1985, $x = 1$ a do ano de 1986, $x = 2$ a do ano de 1987 e assim por diante.

b) Em que ano o gasto por aluno será o dobro de que era em 1985?

11. (UNESP) Apresentamos a seguir o gráfico do volume do álcool em função de sua massa, a uma temperatura fixa de 0°C .



Baseado nos dados do gráfico anterior, determine:

a) A lei da função apresentada no gráfico.

b) Qual é a massa (em gramas) de 30 cm^3 de álcool.

12. (UNESP) Duas pequenas fábricas de calçados **A** e **B** têm fabricado, respectivamente, 3000 e 1100 pares de sapatos por mês. Se, a partir de janeiro, a fábrica **A** aumentar sucessivamente a produção de 70 pares por mês e a fábrica **B** aumentar sucessivamente a produção de 290 pares por mês, a produção da fábrica **B** superará a produção de **A** a partir de:

a) março

d) setembro

b) maio

e) novembro

c) julho

13. (UEMA) Um fabricante de jarros vende por R\$ 0,80 a unidade. O custo total de produção consiste de uma taxa fixa de R\$ 40,00 mais o custo de produção de R\$ 0,30 por unidade. O número mínimo de jarros fabricados e vendidos, para que o fabricante obtenha lucro, é:

- a) 125
- b) 80
- c) 79
- d) 81
- e) 119