

➤ O que é Estatística?

“É um conjunto de técnicas que permite, de forma sistemática, organizar, descrever, analisar e interpretar dados oriundos de estudos e experimentos, realizados em qualquer área do conhecimento.”

➤ Sobre a coleta de dados

Quando coletamos dados podemos encontrar dados numéricos e dados não numéricos.

Por exemplo:

Qual é a sua idade?

A variável idade é numérica.

Qual é o time que você torce?

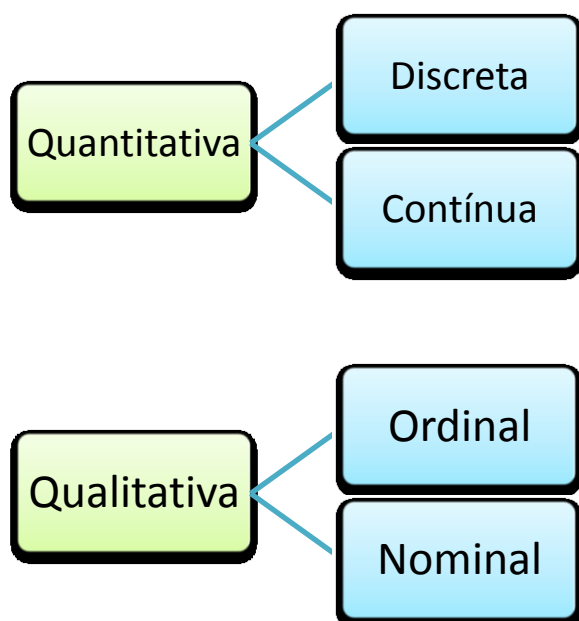
A variável time não é numérica.

Como esses dados podem variar, os dados são divididos em dois grupos:

Variáveis Quantitativas

Variáveis Qualitativas

Organizadas da seguinte maneira:



Tabelas de Frequência

A organização dos dados em tabelas possibilita uma leitura rápida e resumida dos resultados obtidos em uma pesquisa.

1º Exemplo:

Tabela de frequência para a variável idade dos alunos do 2º ____

Idade	Frequência Absoluta (n_i)	Frequência Relativa (F_i)	Frequência Acumulada (F_{ac})
14			
15			
16			
17			
18			
Total			

2º Exemplo:

Tabela de frequência para a variável total de acertos na prova de Matemática no ENEM 2015.

Total de Acertos	Frequência Absoluta (n_i)	Frequência Relativa (F_i)	Frequência Acumulada (F_{ac})
1 ---- 10			
10 ---- 20			
20 ---- 30			
30 ---- 40			
40 ---- 45			
Total			

3º Exemplo:

Tabela de frequência para a variável Time de Futebol preferido dos alunos do 2º ____

Time	Frequência Absoluta (n_i)	Frequência Relativa (Fr)	Frequência Acumulada (F_{ac})
São Paulo			
Corinthians			
Palmeiras			
Santos			
Outros			
Nenhum			
Total			

Gráficos

Os gráficos constituem uma forma clara e objetiva de apresentar dados estatísticos. A intenção é a de proporcionar aos leitores em geral a compreensão e a veracidade dos fatos.

➤ Tipos de Gráficos

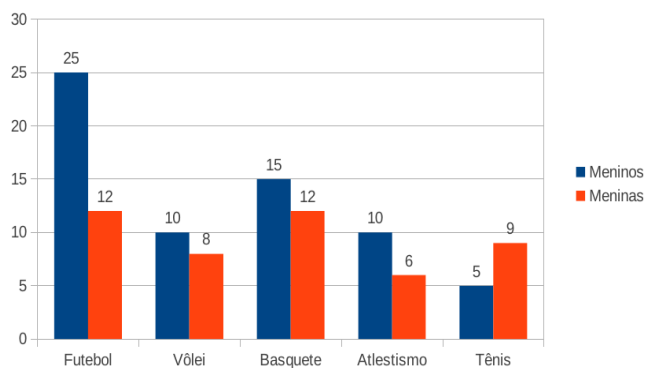
Gráfico de Setores (“Gráfico de Pizza”)

Exemplo:



Gráfico de Barras

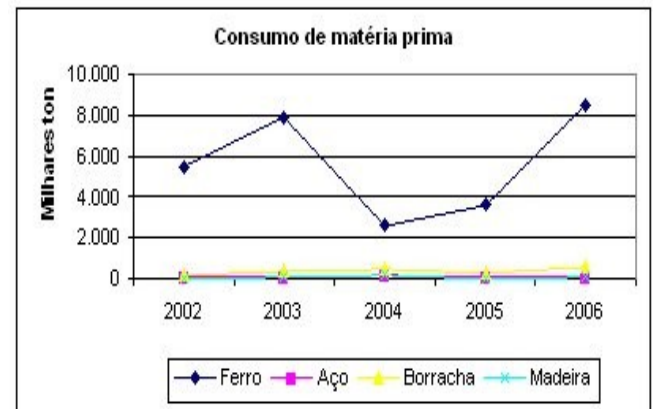
Exemplo:



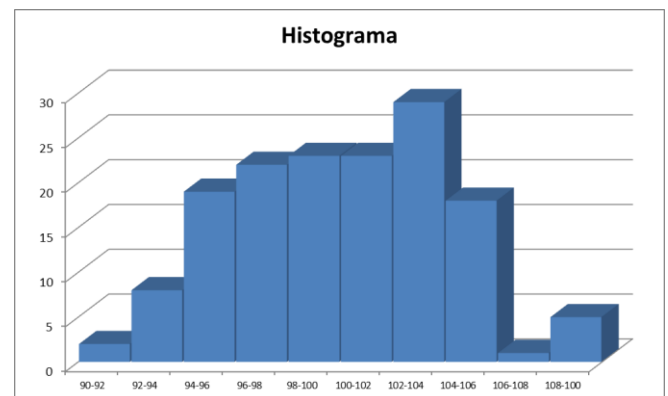
Neste tipo de gráfico, as variáveis sempre ficam na base de cada barra.



Gráfico de Linhas

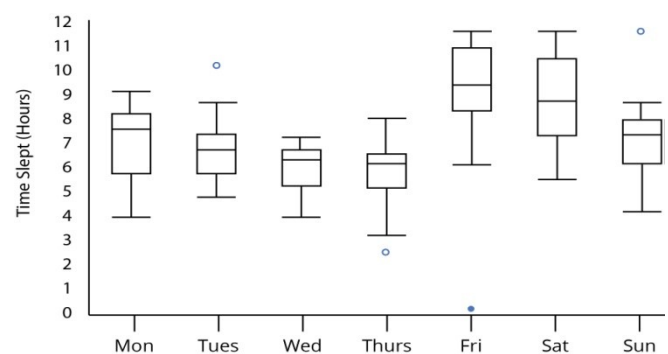


Histograma



Esse gráfico é ideal para variáveis quantitativas e contínuas.

Outros Tipos:



➤ Medidas Resumo

Média aritmética

$$\bar{x} = \frac{x_1 + x_2 + x_3 + \dots + x_n}{n}$$

Exemplo:

Considere que exista um professor de Matemática da rede estadual de ensino de São Paulo com apenas dez alunos por classe.

Segue, abaixo, a planilha com as notas dos alunos referente a 1º prova do 1º bimestre de 2016.

Nome	P1
Artur	6
Bernardo	7
Carla	10
Diego	5
Elis	8
Fábio	9
Gabriela	10
Haroldo	6
Igor	5
João	7

O professor ficou muito feliz com o resultado da turma, pois ninguém ficou com nota abaixo de 5. Porém, era necessário encontrar um único valor que representa-se o rendimento desta turma, afim de que o professor pudesse comparar o rendimento desta turma com as demais.

$$\bar{x} = \frac{6 + 7 + 10 + 5 + 8 + 9 + 10 + 6 + 5 + 7}{10}$$

$$\bar{x} = \frac{73}{10} = 7,3$$

Média Ponderada

$$\bar{x} = \frac{n_1 \cdot x_1 + n_2 \cdot x_2 + n_3 \cdot x_3 + \dots + n_n \cdot x_n}{n_1 + n_2 + n_3 + \dots + n_n}$$

Exemplo:

Um professor muito legal, pensando na evolução do seu aluno ao longo do 4º bimestre, estipulou uma média bimestral da seguinte maneira.

Serão três provas no bimestre, sendo que a primeira tem peso 1, a segunda tem peso 2 e a terceira tem peso 3. Desta forma, a média ponderada será:

$$\bar{x} = \frac{1 \cdot P_1 + 2 \cdot P_2 + 3 \cdot P_3}{1 + 2 + 3}$$

Repare que multiplicamos cada peso pela sua respectiva variável e no denominador da fração somamos os pesos.

Se um aluno chamado Miguel tirar 2 na primeira prova, 3 na segunda prova, qual será a nota mínima que ele deverá obter na terceira prova para alcançar menção R no bimestre ?

➤ Resolução na aula!

Outro exemplo:

Idade	Frequência Absoluta (Fa)
14	
15	
16	
17	
18	
Total	

➤ Resolução na aula!

Mediana

Definição: sejam $x_1 \leq x_2 \leq \dots \leq x_n$ os n valores ordenados assumidos por uma variável X , em um conjunto de dados.

$$Me = \begin{cases} x_{(\frac{n+1}{2})}, & \text{se } n \text{ for ímpar} \\ x_{(\frac{n}{2})} + x_{(\frac{n}{2}+1)}, & \text{se } n \text{ for par} \end{cases}$$

Exemplo:

O controle de qualidade de uma indústria forneceu o seguinte número de peças defeituosas (por lote de 100 unidades):

6 – 4 – 9 – 6 – 3 – 8 – 1 – 4 – 5

Para determinarmos a mediana deste conjunto de dados, colocamos os dados em ordem crescente.

1 – 3 – 4 – 4 – 5 – 6 – 6 – 8 – 9

Há nove dados logo a mediana será o termo central; $Me = x_5 = 5$

Outro exemplo:

Aproveitando o exemplo anterior, considere que abrimos mais um lote e encontramos 6 peças defeituosas. Temos, agora, os seguintes dados:

6 – 4 – 9 – 6 – 3 – 8 – 1 – 4 – 5 – 6

Em ordem crescente:

1 – 3 – 4 – 4 – 5 – 6 – 6 – 6 – 8 – 9

Há dez dados, assim a mediana será:

$$Me = \frac{x_5 + x_6}{2} = \frac{5 + 6}{2} = 5,5$$

Moda

Indica-se por M_o é o valor que tem maior frequência absoluta no conjunto de dados.

Exemplo:

1 – 3 – 4 – 4 – 5 – 6 – 6 – 6 – 6 – 8 – 9

$$M_o = 6$$

> Exercícios

1. Ao se inscreverem em certo cursinho pré-vestibular, os estudantes responderam a um questionário do qual constavam, entre outras, as seguintes perguntas:

1. Qual é a área de carreira universitária pretendida?
2. Você cursou o ensino médio em escola particular, municipal ou estadual?
3. Qual é a renda mensal familiar?
4. Quantos irmãos você tem?
5. Qual é sua disciplina favorita?
6. Quantas vezes você fez cursinho?
7. Você é usuário da internet?
8. Qual é, aproximadamente, a distância de sua casa ao cursinho?

Cada uma das questões anteriores define uma variável.

a) Quantas questões definem variáveis qualitativas?

b) Em relação aos itens 1, 5 e 6, dê exemplos de possíveis valores assumidos pela variável em questão.

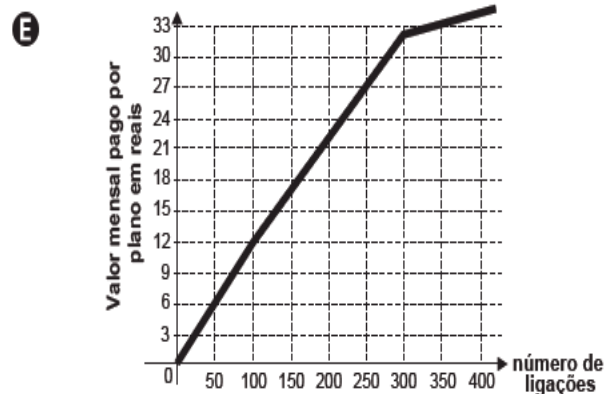
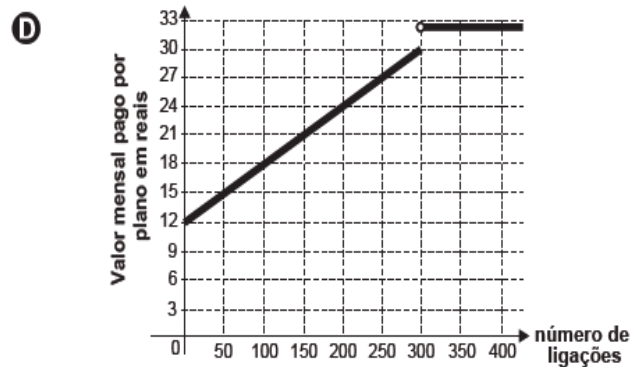
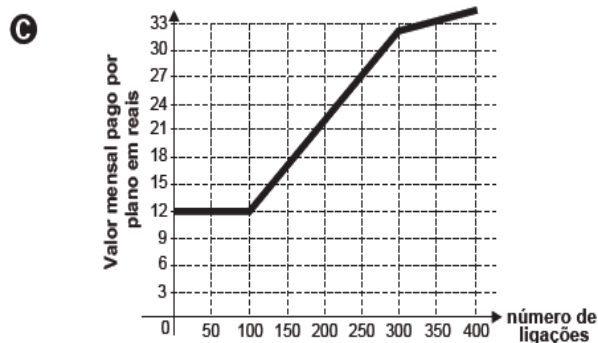
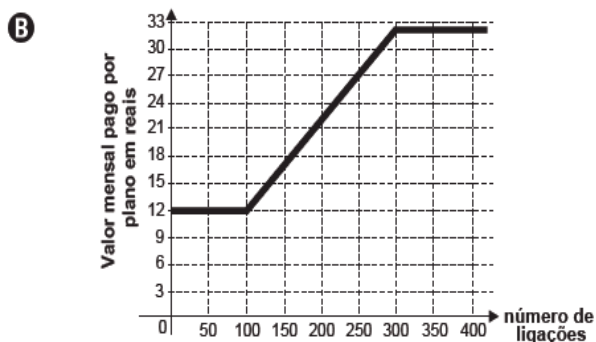
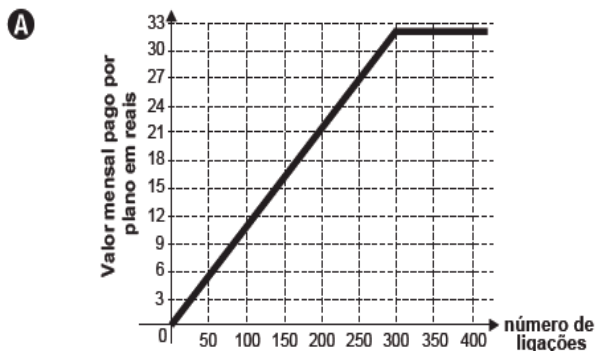
c) Determine o tipo de variável de cada item.

2. A tabela seguinte refere-se aos resultados de uma pesquisa, realizada com 400 adolescentes, a respeito do seu lazer preferido.

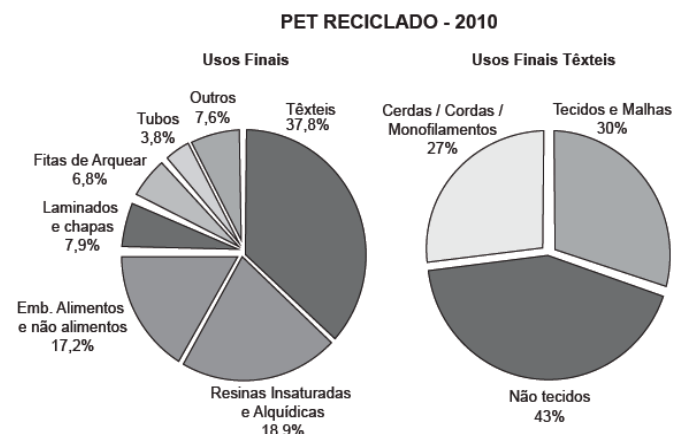
Lazer	Frequência Absoluta (Fa)	Frequência Relativa (Fr)	Porcentagem (%)
Instrumento musical	a	0,06	b
internet	92	c	d
esporte	e	f	9
sair à noite	180	g	h
Outros	i	j	k
Total	400	1	100

3. (ENEM – 2015) Após realizar uma pesquisa de mercado, uma operadora de telefonia celular ofereceu aos clientes que utilizavam até 500 ligações ao mês o seguinte plano mensal: um valor fixo de R\$12,00 para os clientes que fazem até 100 ligações ao mês. Caso o cliente faça mais de 100 ligações, será cobrado um valor adicional de R\$0,10 por ligação, a partir da 101ª até a 300ª, e caso realize entre 300 e 500 ligações, será cobrado um valor fixo mensal de R\$32,00.

Com base nos elementos apresentados, o gráfico que melhor representa a relação entre o valor mensal pago nesse plano e o número de ligações feitas é:



4. (ENEM – 2015) O polímero de PET (Politereftalato de Etileno) é um dos plásticos mais reciclados em todo o mundo devido à sua extensa gama de aplicações, entre elas, fibras têxteis, tapetes, embalagens, filmes e cordas. Os gráficos mostram o destino do PET reciclado no Brasil, sendo que, no ano de 2010, o total de PET reciclado foi de 282 kton (quilotoneladas).



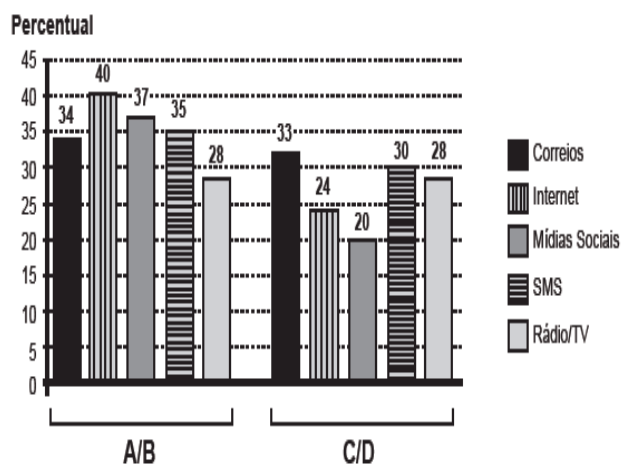
Disponível em: www.abipet.org.br. Acesso em: 12 jul. 2012 (adaptado).

De acordo com os gráficos, a quantidade de embalagens PET recicladas destinadas à produção de tecidos e malhas, kton, é mais aproximada de

- a) 16,0 b) 22,9 c) 32,0
d) 84,6 e) 106,6

5. (ENEM – 2015) Uma pesquisa de mercado foi realizada entre os consumidores das classes sociais A, B, C e D que costumam participar de promoções tipo sorteio ou concurso. Os dados comparativos, expressos no gráfico, revelam a participação desses consumidores em cinco categorias: via Correios (juntando embalagens ou recortando códigos de barra), via internet (cadastrando-se no site da empresa/marca promotora), via mídias sociais (redes sociais), via SMS (mensagem por celular) ou via rádio/TV.

Participação em promoções do tipo sorteio ou concurso em uma região



Uma empresa vai lançar uma promoção utilizando apenas uma categoria nas classes A e B (A/B) e uma categoria nas classes C e D (C/D).

De acordo com o resultado da pesquisa, para atingir o maior número de consumidores das classes A/B e C/D, a empresa deve realizar a promoção, respectivamente, via

- Correios e SMS
- Internet e Correios
- Internet e Internet
- Internet e Mídias Sociais
- Rádio/TV e Rádio/TV

6. Em cada caso, calcule a média aritmética dos valores:

- $23 - 20 - 22 - 21 - 28 - 20$
- $7 - 9 - 9 - 9 - 7 - 8 - 8 - 9 - 9 - 9$
- $4 - 4,5 - 4,5 - 5 - 5 - 5,5 - 6,5 - 5$
- $4 - 4,5 - 4,5 - 5 - 5 - 5,5 - 6,5 - 5$
- $3 - 3 - 3 - 3 - 3 - 3 - 3 - 3$

7. Em um edifício residencial com 54 apartamentos, 36 condôminos pagam taxa de condomínio de R\$180,00; para os demais, essa taxa é de R\$240,00. Qual é o valor da taxa média de condomínio nesse edifício?

8. A média dos salários de quinze funcionários de uma loja de autopeças é R\$ 680,00. Se forem contratados mais dois funcionários, com salários de R\$ 650,00 e R\$ 880,00, que será a nova média salarial da loja?

9. A média aritmética entre a , 8, $2a$, 9 e $a+1$ é 6,8. Qual é o valor de a ?

10. A tabela seguinte informa a quantidade de cartões amarelos distribuídos, por um árbitro, em uma partida de futebol nos jogos por ele apitados durante uma temporada:

Número de cartões	0	1	2	3	4
Frequência absoluta	30	18	7	3	2

- Quantos jogos o árbitro apitou na temporada?
- Qual é o número médio de cartões amarelos distribuídos por partida?

11. (ENEM - 2015) Um concurso é composto por cinco etapas. Cada etapa vale 100 pontos. A pontuação final de cada candidato é a média de suas notas nas cinco etapas. A classificação obedece à ordem decrescente das pontuações finais. O critério de desempate baseia-se na maior pontuação na quinta etapa.

Candidato	Média nas quatro primeiras etapas	Pontuação na quinta etapa
A	90	60
B	85	85
C	80	95
D	60	90
E	60	100

A ordem de classificação final desse concurso é

- A** A, B, C, E, D.
- B** B, A, C, E, D.
- C** C, B, E, A, D.
- D** C, B, E, D, A.
- E** E, C, D, B, A.

12. (ENEM – 2015) Em uma seletiva para a final dos 100 metros livres de natação, numa olimpíada, os atletas, em suas respectivas raias, obtiveram os seguintes tempos:

Raia	1	2	3	4	5	6	7	8
Tempo (segundo)	20,90	20,90	20,50	20,80	20,60	20,60	20,90	20,96

A mediana dos tempos apresentados no quadro é

- a) 20,70 b) 20,77 c) 20,80
- d) 20,85 e) 20,90

13. Calcule a média (\bar{x}), a mediana (Me) e a moda (Mo) para cada conjunto de valores:

- a) 2 – 2 – 3 – 3 – 3 – 4 – 4 – 4 – 4
- b) 16 – 18 – 18 – 17 – 19 – 18
- c) 1 – 5 – 3 – 2 – 4
- d) 11 – 8 – 15 – 19 – 6 – 15 – 13 – 21
- e) 44 – 43 – 42 – 43 – 45 – 44 – 40 – 41 – 49 – 46

14. Os dados ordenados abaixo referem-se ao tempo de espera (em minutos) de 10 pessoas que foram atendidas em um posto de saúde durante uma manhã:

$$1 - 5 - 8 - 9 - x - 16 - 18 - y - 23 - 26$$

Sabendo que o tempo médio de espera foi de 14 minutos e o tempo mediano foi de 15 minutos, determine os valores de x e de y.

15. (ENEM – 2014) Uma loja que vende sapatos recebeu diversas reclamações de seus clientes relacionadas à venda de sapatos de cor branca ou preta. Os donos da loja anotaram as numerações dos sapatos com defeito e fizeram um estudo estatístico com o intuito de reclamar com o fabricante. A tabela contém a média, a mediana e a moda desses dados anotados pelos donos.

Estatísticas sobre as numerações dos sapatos com defeito			
	Média	Mediana	Moda
Numerações dos sapatos com defeito	36	37	38

Para quantificar os sapatos pela cor, os donos representaram a cor branca pelo número 0 e a cor preta pelo número 1. Sabe-se que a média da distribuição desses zeros e uns é igual a 0,45.

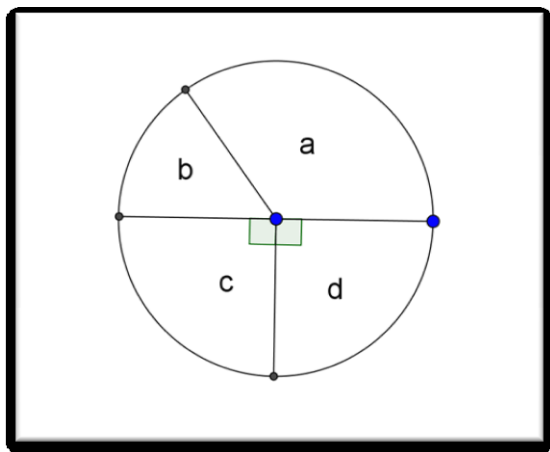
Os donos da loja decidiram que a numeração dos sapatos com maior número de reclamações e a cor com maior número de reclamações não serão mais vendidas.

A loja encaminhou um ofício ao fornecedor dos sapatos, explicando que não serão mais encomendados os sapatos de cor

- a) branca e os de número 38
- b) branca e os de número 37
- c) branca e os de número 36
- d) preta e os de número 38
- e) preta e os de número 37

16. (FUVEST) O número de gols marcados nos 6 jogos da primeira rodada de um campeonato de futebol foi 5, 3, 1, 4, 0 e 2. Na segunda rodada serão realizados 5 jogos. Qual deve ser o número total de gols marcados nessa rodada para que a média de gols, nas duas rodadas, seja 20% superior à média obtida na primeira rodada?

17. (UFRGS-RS) Os resultados de uma pesquisa foram divulgados utilizando o gráfico de setores circulares, representado na figura abaixo. Ao setor a estão associadas 35% das respostas, ao setor b, 270 respostas e, aos setores c e d um mesmo número de respostas. Esse número é:



a) 45 b) 90 c) 180 d) 450 e) 900

18.(UFRN) Uma prova foi aplicada em duas turmas distintas. Na primeira, com 30 alunos, a média aritmética das notas foi 6,40. Na segunda, com 50 alunos, foi 5,20. A média aritmética das notas dos 80 alunos foi:

a) 5,65 b) 5,70 c) 5,75
d) 5,80 e) n.d.a

19. (UNIFESP) Para ser aprovado num curso, um estudante precisa submeter-se a três provas parciais durante o período letivo e a uma prova final, com pesos 1, 1, 2 e 3, respectivamente, e obter média no mínimo igual a 7. Se um estudante obteve nas provas parciais as notas 5, 7 e 5, respectivamente, a nota mínima que necessita obter na prova final para ser aprovado é

a) 9 b) 8 c) 7 d) 6 e) 5

20. (UFC-CE) A média aritmética das notas dos alunos de uma turma formada por 25 meninas e 5 meninos é igual a 7. Se a média aritmética das notas dos meninos é igual a 6, a média aritmética das notas das meninas é igual a:

a) 6,5 b) 7,2 c) 7,4 d) 7,8 e) 8,0

21.(ENEM – 2014) Uma empresa de alimentos oferece três valores diferentes de remuneração a seus funcionários, de acordo com o grau de instrução necessário para cada cargo. No ano de 2013, a empresa teve uma receita de 10 milhões de reais por mês e um gasto mensal com a folha salarial de R\$400.000,00, distribuídos de acordo com o Gráfico 1. No ano seguinte, a empresa ampliará o número de funcionários, mantendo o mesmo valor salarial para cada categoria. Os demais custos da empresa permanecerão constantes de 2013 para 2014. O número de funcionários em 2013 e 2014, por grau de instrução, está no Gráfico 2.

Distribuição da folha salarial

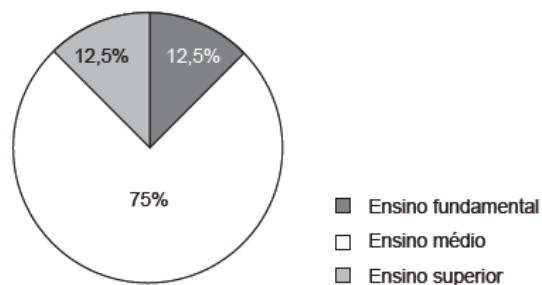


Gráfico 1

Número de funcionários por grau de instrução

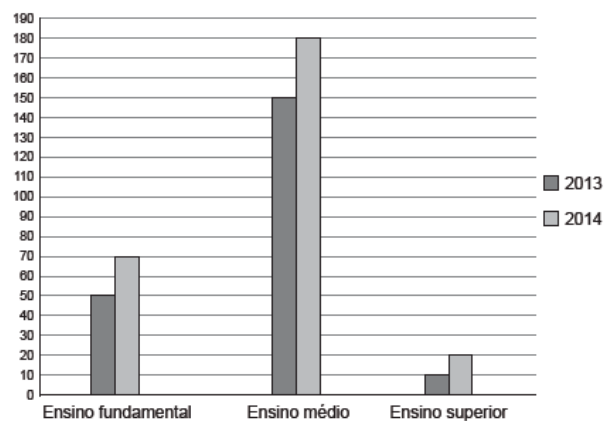


Gráfico 2

Qual deve ser o aumento na receita da empresa para que o lucro mensal em 2014 seja o mesmo de 2013?

Gabarito

1.

a) 4

b)

1. Exatas, Biológicas e Humanas.

5. Matemática, Português, Física, Biologia e etc...

6. 0, 1, 2, 3...

c)

1. Qualitativa Nominal

2. Qualitativa Nominal

3. Quantitativa Contínua

4. Quantitativa Discreta

5. Qualitativa Nominal

6. Quantitativa Discreta

7. Qualitativa Nominal

8. Quantitativa Contínua

2.

Lazer	Frequência Absoluta (Fa)	Frequência Relativa (Fr)	Porcentagem (%)
Instrumento musical	24	0,06	6
internet	92	0,23	23
esporte	36	0,09	9
sair à noite	180	0,45	45
Outros	68	0,17	17
Total	400	1	100

3. b

4. c

5. b

6.

a) 22,3 b) 8,4 c) 0,13 d) 5 e) 3

7. R\$200,00

8. R\$690,00

9. 4

10.

a) 60 b) Aproximadamente 0,82

11. b

12. d

13.

a) $\bar{x} = 3,2$ $Me = 3$ $Mo = 4$

b) $\bar{x} = 17,6$ $Me = 18$ $Mo = 18$

c) $\bar{x} = 3$ $Me = 3$ $Mo = \cancel{3}$

d) $\bar{x} = 13,5$ $Me = 14$ $Mo = 15$

e) $\bar{x} = 43,7$ $Me = 43,5$

$Mo = 43$ ou $Mo = 44$

14.

$x = 14$ e $y = 20$

15. a

16. 18 gols

17. d

18. a

19. a

20. b

21. R\$130.000,00