Professor: Miguel Albuquerque Ortiz
Tema: Funções
Assunto: Função Polinomial de 2° grau (Parte II).
Disciplina: Matemática Aplicada
FIT - FACULDADE IMPACTA DE TECNOLOGIA

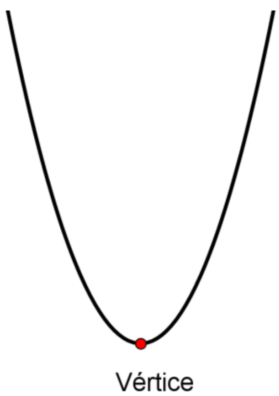
Funções Quadráticas – Parte II

Lembretes:

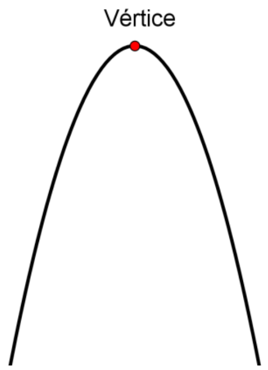
- Uma função $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ chama-se quadrática quando existem números reais a, b e c, com $a \neq 0$, tais que $\boldsymbol{f(x) = ax^2 + bx + c}$ para todo $x \in \mathbb{R}$.
- O gráfico de uma função quadrática descreve uma curva chamada de **parábola**.
- O ponto onde a parábola corta o eixo y é indicado por $\boldsymbol{c}$.
- Se $a > 0$ então a parábola tem concavidade voltada para cima.
- Se $a < 0$ então a parábola tem concavidade voltada para baixo.
- Para descobrirmos se a parábola toca o eixo x, basta descobrirmos as raízes reais da equação $ax^2 + bx + c = 0$.

O vértice da parábola

O vértice é o **ponto mínimo** da parábola se a parábola tem concavidade voltada para cima.



O vértice é o **ponto máximo** da parábola se a parábola tem concavidade voltada para baixo.

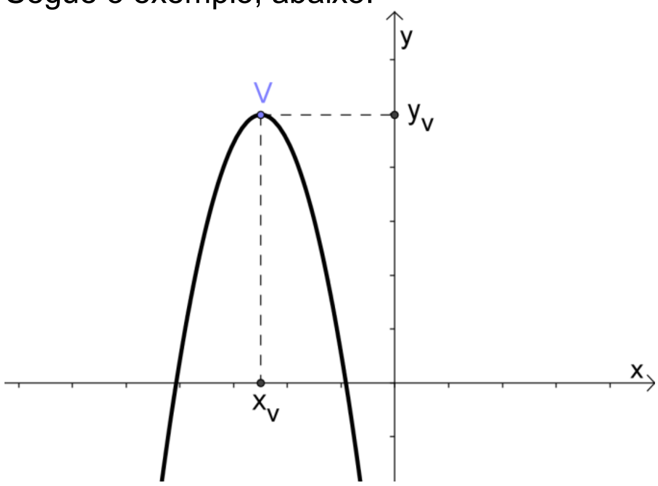


O ponto que possui as coordenadas do vértice da parábola é indicado por:

$$\boldsymbol{(x_v\, , y_v)}$$

$\boldsymbol{x_v}$**:** x do vértice.
$\boldsymbol{y_v}$: y do vértice.

Segue o exemplo, abaixo:



Sendo $\boldsymbol{f(x) = ax^2 + bx + c}$, para calcular as coordenadas do vértice, podemos utilizar as seguintes fórmulas:

$$\boldsymbol{x_v = \frac{-b}{2a}}$$

Observação: o x do vértice é encontrado a partir da média aritmética das raízes da função f.

$$\boldsymbol{y_v} = \frac{-\Delta}{\boldsymbol{4a}}$$

Lembrando que:

$$\Delta = \boldsymbol{b^2 - 4ac}$$

Exemplo:

- Sendo $f(x) = x^2 - 12x + 30$, determine a coordenada do vértice.

$$a = 1 \quad b = -12 \quad c = 30$$

$$x_v = \frac{-b}{2a} \leftrightarrow x_v = \frac{-(-12)}{2.1} \leftrightarrow x_v = 6$$

$$y_v = \frac{-\Delta}{4a} \leftrightarrow y_v = \frac{-[(-12)^2 - 4.1.30]}{4.1}$$

$$y_v = -6$$

O vértice está localizado no ponto $(6, -6)$.

<u>Exercícios</u>

1. Obtenha o vértice de cada uma das parábolas representativas das funções quadráticas:

a) $y = x^2 - 6x + 4$

b) $y = -2x^2 - x + 3$

c) $y = x^2 - 9$

2. Qual é o valor mínimo (ou máximo) assumido por cada uma das funções quadráticas dadas pelas leis abaixo?

a) $y = -2x^2 + 60x$

b) $y = x^2 - 4x + 8$

c) $y = -x^2 + 2x - 5$

d) $y = 3x^2 + 2$

3. Sendo $f(x) = -2x^2 + 40x$, com $x \in \mathbb{R}$, obtenha:

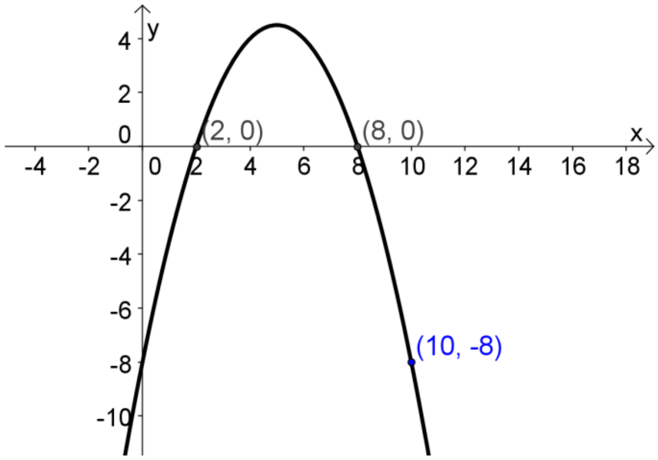
a) um esboço do gráfico de f;

b) o valor de x para o qual $f(x)$ é máximo;

c) o valor máximo de $f(x)$.

4. O gráfico de f é a parábola que passa pelos pontos (2, 0), (8, 0) e (10, -8).

Obtenha f(x).



5. O lucro mensal (ou prejuízo) L, obtido com a venda de *x* camisetas, era dado por $L(x) = -0{,}005x^2 + 13x - 1250$. Use os conhecimentos adquiridos até aqui para encontrar o número de camisetas que devem ser vendidas para que o lucro obtido seja máximo.

6. Considere todos os retângulos de base x, perímetro 25 – x e área f(x).

a) Obtenha o domínio da função f.

b) O valor de x para o qual f(x) é máximo.

c) O valor máximo de f(x).

7. (PUC – SP) Se x e y são números reais tais que 2x + y = 8, o valor máximo do produto **x.y** é:

a) 24 b) 20 c) 16 d) 12 e) 8

8. (FGV - SP) O lucro mensal de uma empresa é dado por $L = -x^2 + 30x - 5$, em que x é a quantidade mensal vendida.

a) Qual o lucro mensal máximo possível?

b) Entre que valores deve variar x para que o lucro mensal seja no mínimo igual a 195?

9. (UNESP) Um ônibus de 40 lugares transporta diariamente turistas de um determinado hotel para um passeio ecológico pela cidade. Se todos os lugares estão ocupados, o preço de cada passagem é R$20,00. Caso contrário, para cada lugar vago será acrescida a importância de R$ 1,00 ao preço de cada passagem. Assim, o faturamento da empresa de ônibus, em cada viagem, é dado pela função $\boldsymbol{f(x) = (40 - x)(20 + x)}$, em que $\mathbf{x}$ indica o número de lugares vagos (0 ≤ x ≤ 40). Determine:

a) quantos devem ser os lugares vagos no ônibus, em cada viagem, para que a empresa obtenha faturamento máximo?

b) qual é o faturamento máximo em cada viagem?

10. (FUVEST) Os pontos (0, 0) e (2, 1) estão no gráfico de uma função quadrática f. O mínimo de f é assumido no ponto de abscissa x = $\boldsymbol{\frac{-1}{4}}$**.** Logo, o valor de f(1) é:

a) 1/10
b) 2/10
c) 3/10
d) 4/10
e) 5/10