Professor: Miguel Albuquerque Ortiz
Tema: Conjuntos
Assunto: Operações entre Conjuntos e Conjuntos Numéricos.
Disciplina: Matemática Aplicada
FIT - FACULDADE IMPACTA DE TECNOLOGIA

Conjuntos.

Conjunto – é definido como uma coleção de elementos.

- Dados um conjunto **A** e um objeto qualquer **a** (que pode até mesmo ser outro conjunto), temos que se **a** é um elemento de **A** então **a**∈**A** (lê-se que o elemento **a** pertence ao conjunto **A**); se **a não é um elemento de A** então **a**∉**A** (lê-se que o elemento **a não pertence** ao conjunto **A**).

- O conjunto que não possui nenhum elemento é chamado de **conjunto vazio**. E é indicado com o símbolo ∅.

Exemplo:

Seja A o conjunto que consiste nos números 1, 2 e 3. Podemos representar o conjunto A da seguinte forma:

A = {1, 2, 3}   #A = 3

O número de elementos desse conjunto é representado por **#A**.

- Os conjuntos substituem as "propriedades" e as "condições". Assim, em vez de dizermos que "o objeto **x possui uma propriedade P**" ou o "objeto y satisfaz uma condição C", podemos escrever **x** ∈ **A** e y ∈ B, onde **A é o conjunto dos objetos que possuem a propriedade P** e B é o conjunto dos objetos que satisfazem a condição C.

Exemplos:

A = {números pares}

2 ∈ A porque possui a propriedade de ser um número par ;

3 ∉ A porque é um número impar.

Principais Conjuntos Numéricos

$$\mathbb{N}: \boldsymbol{conjunto\ dos\ n\acute{u}meros\ naturais.}$$

$$\mathbb{N} = \{0,1,2,3,4,5,6,7,8,9,10 \ldots\}$$

$$\mathbb{Z}: \boldsymbol{conjunto\ dos\ n\acute{u}meros\ inteiros.}$$

$$\mathbb{Z} = \{\ldots, \boldsymbol{-3}, \boldsymbol{-2}, \boldsymbol{-1}, \boldsymbol{0}, \boldsymbol{1}, \boldsymbol{2}, \boldsymbol{3}, \ldots\}$$

Observe que o conjunto dos números inteiros é a união do conjunto dos números naturais com o conjunto dos números "naturais negativos".

$$\mathbb{Q}: \boldsymbol{conjunto\ dos\ n\acute{u}meros\ racionais.}$$

$$\mathbb{Q} = \left\{\frac{\boldsymbol{a}}{\boldsymbol{b}}; \boldsymbol{a} \in \mathbb{Z}\ \boldsymbol{e}\ \boldsymbol{b} \in \mathbb{Z} \setminus \{\boldsymbol{0}\}\right\}$$

-Se conseguirmos escrever um número em forma de fração então esse número é racional.

$$\mathbb{I}: \boldsymbol{conjunto\ dos\ n\acute{u}meros\ irracionais.}$$

$$\mathbb{I} = \mathbb{Q}^{c}$$

Observe que se um número não é racional então ele é um número irracional.

- Todo número cuja escrita decimal é infinita e não periódico é um número irracional. Exemplos:

$$\sqrt{2} = 1,4142135623731 \ldots$$

$$\pi = 3,1415926535898 \ldots$$

$$\mathbb{R}: \boldsymbol{conjunto\ dos\ n\acute{u}meros\ reais.}$$

$$\mathbb{R} = \mathbb{Q} \cup \mathbb{I}$$

A união do conjunto dos números reais com o conjunto dos números irracionais forma o conjunto dos números reais.

Operações com conjuntos

- Relação de inclusão

Se todo elemento de um conjunto A é também elemento de um conjunto B, diremos que A é um subconjunto de B e escreveremos simbolicamente A ⊂ B (lê-se: A está contido em B).

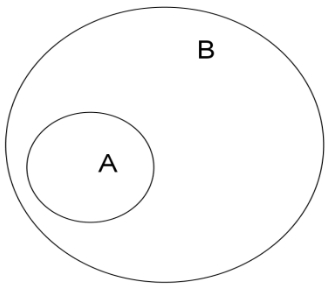
$$A \subset B : x \in A \rightarrow x \in B$$

(lê-se, na sentença acima: o elemento x pertence ao conjunto A **implica** que o elemento x pertence ao conjunto B).

Exemplo:

A: conjunto das pessoas que residem na cidade de São Paulo.

B: conjunto das pessoas que residem no Brasil.



$$x \in A \rightarrow x \in B$$

Tradução: "Se uma pessoa reside em São Paulo implica que essa pessoa, também, reside no Brasil".

Logo$A \subset B$.

Tradução: "Logo todas as pessoas que residem em São Paulo, também residem no Brasil".

- O complementar de um conjunto

Consideremos U o conjunto universo.

Sendo A um subconjunto de U. Ou seja:

$$A \subset U$$

Chamamos de complementar o conjunto A^c.

Os elementos que pertencem ao conjuntoA^csão todos os elementos que pertencem ao conjunto U; mas não pertencem ao conjunto A.

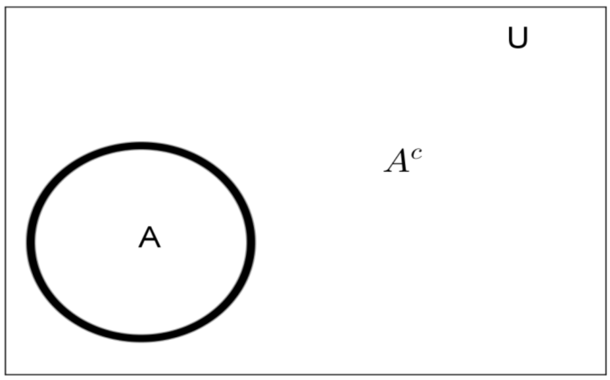
Exemplo:

U: conjunto que representa todos os times de futebol existentes.

A: conjunto que representa todos os times brasileiros.

Observe A ⊂ U e que $U = A \cup A^c$.

A^c:conjunto dos times que não são brasileiros.



-Reunião de Conjuntos

Dados os conjuntos A e B, a reunião $A \cup B$ é o conjunto formado pelos elementos de A mais os elementos de B.

$x \in A \cup B$ *significa* "x∈A **ou** x∈B".

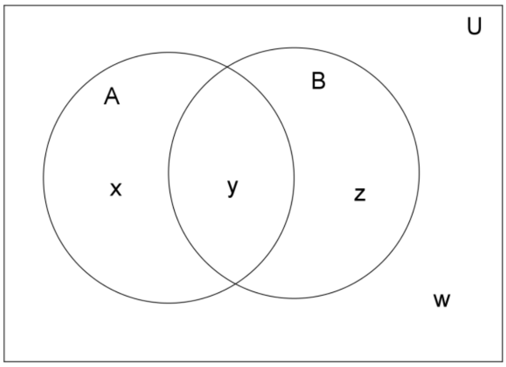
-Interseção de Conjuntos

A interseção$A \cap B$ é o conjunto dos objetos que são ao mesmo tempo elementos de A e de B.

$x \in A \cap B$ *significa* "$x \in A$ ***e*** $x \in B$"

Exemplo I:

Observe o diagrama, abaixo:



$$A \cup B = \{ x, y, z\}$$

$$A \cap B = \{ y \}$$

$(AUB)^C$ = {w}

Exemplo II:

Considere os conjuntos A = {0, 2, 4, 6} B = {1, 2, 3, 4, 5, 6, 7}.

$$A \cup B = \{ 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}$$

$$A \cap B = \{ 2, 4, 6\}$$

Exemplo III:

A: o conjunto das cores da bandeira do Japão.

B: o conjunto das cores dabandeira do Brasil.

A = {branco, vermelho}

B = {verde, amarelo, azul, branco}

AUB = {branco, vermelho, verde, amarelo, azul}.

A ⋂ B = {branco}

Exercícios

1. Classifique cada sentença em verdadeira (V) ou falsa (F):

a) (   ) Todo número natural é um número inteiro.

b) (   ) Todo número inteiro é um número natural.

c) (   ) Todo número racional é número real.

d) (   ) Todo número real é irracional.

e) (   ) O número zero é racional.

f) (   ) A dízima periódica 0,3333333… é um número irracional.

g) (   ) Todo número racional é um número inteiro.

h) (   ) Todo número inteiro é um número racional.

2. Em uma classe, há 20 alunos que praticam futebol, mas não praticam vôlei, e há 8 alunos que praticam vôlei, mas não praticam futebol. O total dos alunos que praticam vôlei é 15. Ao todo, existem 17 alunos que não praticam futebol. O número de alunos na classe é:

a) 30   b) 35   c) 37   d) 42   e) 44

3. Uma pesquisa de audiência relativa aos programas A, B e C de uma emissora de rádio constatou, num universo de 248 ouvintes pesquisados, que:

- 57 ouvem tanto o programa A como o B

- O programa A é ouvido por um total de 68 dos pesquisados

- 93 dos pesquisados ouvem apenas o programa C

- 28 dos pesquisados não ouvem nenhum dos 3 programas

Então, dos 248 pesquisados, o número de ouvintes do programa B é:

a) 61 b) 132 c) 116 d) 59 e)87

4. Em uma certa cidade existem apenas 3 jornais: A, B e C. Foi realizada uma pesquisa com a população desta cidade sobre a preferência de leitura dos mesmos. Foi constatado que:

- 150 leem o jornal A

- 170 leem o jornal B

- 210 leem o jornal C

- 90 não leem nenhum jornal

- 10 leem os 3 jornais

- 40 leem os jornais A e B

- 30 leem os jornais A e C

- 50 leem os jornais B e C

O número de pessoas entrevistadas foi:

a) 510 b) 320 c) 420 d) 400 e) 500

5. As afirmações seguintes são resultados de uma pesquisa feita entre os funcionários de certa empresa.

- Todo indivíduo que fuma tem bronquite.

- Todo indivíduo que tem bronquite costuma faltar ao trabalho.

Relativamente a esses resultados, é correto concluir que:

a) existem funcionários fumantes que não faltam ao trabalho.

b) todo funcionário que tem bronquite é fumante.

c) todo funcionário fumante costuma faltar ao trabalho.

d) é possível que exista algum funcionário que tenha bronquite e não falte habitualmente ao trabalho.

e) é possível que tenha algum funcionário que seja fumante e não tenha bronquite.

6. Um funcionário digitou três relatórios – R1, R2 e R3 – os quais precisam ser reproduzidos através de fotocópias. Como os relatórios possuem algumas páginas em comum, visando diminuir os gastos com os originais para a reprodução das cópias, esses relatórios foram comparados, verificando-se que:

- R1, R2 e R3 têm, respectivamente, 40, 35 e 30 páginas;

- R1 e R2 têm 10 páginas em comum;

- R1 e R3 têm 8 páginas em comum;

- R2 e R3 têm 6 páginas em comum, das quais 4 também fazem parte de R1.

Nessas condições, o total de originais para a reprodução das cópias será:

a) 97 b) 85 c) 77 d) 81 e) 75

7. 35 estudantes estrangeiros vieram ao Brasil: 16 visitaram Manaus, 16 visitaram São Paulo e 11 visitaram Salvador. Desses estudantes, 5 visitaram Manaus e Salvador e, desses 5, 3 visitaram também São Paulo. O número de estudantes que visitaram Manaus ou São Paulo foi:

a) 29

b) 24

c) 11

d) 8

e) 5

Gabarito

1.

a) V

b) F

c) V

d) F

e) V

f) F

g) F

h) V

2.e

3. c

4.a

5. c

6. b

7.a