

INGENIERÍA MECATRÓNICA



DI_CERO

DIEGO CERVANTES RODRÍGUEZ

INGENIERÍA ASISTIDA POR COMPUTADORA

COMSOL MULTIPHYSICS 5.6

18: Transferencia
Estacionaria de Calor

Contenido

INTRODUCCIÓN TEÓRICA:.....	2
DESCRIPCIÓN DEL PROBLEMA:	3
CÁLCULO CON EL MÉTODO ANALÍTICO:	4
CREACIÓN DE LA PIEZA EN COMSOL:.....	6
ANÁLISIS DE TEMPERATURA EN COMSOL:	12
RESULTADO DEL ELEMENTO FINITO EN COMSOL:	20



INTRODUCCIÓN TEÓRICA:

Transferencia estacionaria de calor

Condiciones iniciales: A continuación, se estudia la transmisión de calor a través de dos capas de diferentes materiales. Si bien es cierto que se presentan dos mecanismos combinados de transferencia de calor, convección y conducción, se hace especial énfasis en la transferencia conductiva para así poder disponer de solución analítica con la que podremos contrastar los resultados obtenidos mediante el programa COMSOL Multiphysics.

El punto de partida es la ley de Fourier para la conducción de calor que nos permite expresar el **flujo de calor, q** , en función de la conductividad térmica, k , y del gradiente de temperaturas, dT/dx .

$$q = -k \frac{dT}{dx}$$

En el caso de una placa plana de espesor e con flujo de calor constante, el flujo de calor se expresa en términos de la **potencia calorífica \dot{Q}** y la superficie de la placa (área que cruza el flujo de calor), A , como:

$$q = \frac{\dot{Q}}{A}$$

Lo cual permite escribir:

$$\begin{aligned}\frac{\dot{Q}}{A} &= -k \frac{dT}{dx} \\ \dot{Q} dx &= -k A dT \\ \int_0^e \dot{Q} dx &= -k A \int_{T_1}^{T_2} dT \\ \dot{Q} e &= -k A (T_2 - T_1)\end{aligned}$$

Donde T_1 es la temperatura inicial (zona caliente) y T_2 la temperatura final (zona fría)

De manera que disponemos de expresiones para la potencia calorífica transmitida y para el flujo de calor dadas, respectivamente, por

$$\dot{Q} = k A \frac{(T_1 - T_2)}{e}$$

Las unidades serán $W = J / s$ (watts = Joles / segundo).

$$q = k \frac{(T_1 - T_2)}{e}$$

Las unidades serán W / m^2 (watts / metro cuadrado).

A partir de aquí se trabaja con el coeficiente global de conducción del calor por unidad de superficie, definido por:



$$U_T = \frac{k}{e}$$

Con la resistencia térmica asociada que es

$$R_T = \frac{1}{U_T} = \frac{e}{k}$$

Con las ecuaciones de potencia y flujo, tendremos

$$\dot{Q} = (U_T e) A \frac{(T_1 - T_2)}{e} = U_T A (T_1 - T_2)$$

$$q = (U_T e) \frac{(T_1 - T_2)}{e} = U_T (T_1 - T_2)$$

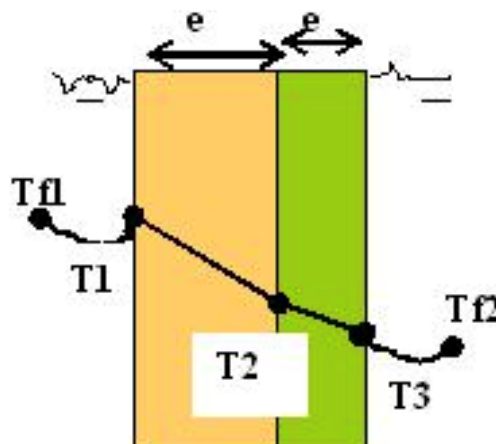
Tomando la convección de calor entre el aire circundante a la placa y la pared, modelaremos con un coeficiente de convección, h , es decir, con una resistencia térmica relacionada, $1/h$.

Finalmente, la resistencia térmica total de un material compuesto formado por distintas capas planas superpuestas (de espesores e) se puede estudiar a partir de la analogía de resistencias en serie:

$$R_T = \frac{1}{h_i} + \frac{e_1}{k_1} + \frac{e_2}{k_2} + \dots + \frac{e_n}{k_n} + \frac{1}{h_e}$$

DESCRIPCIÓN DEL PROBLEMA:

Se propone estudiar la conducción del calor a través de un cuerpo plano constituido por placas planas, formado por dos capas superpuestas de espesores iguales de 10 cm. Se estudia un área de superficie de 1 m^2 . El primer material tiene una conductividad térmica $k_1 = 5 \text{ W/(m K)}$ y el segundo material tiene una conductividad térmica $k_2 = 0.4 \text{ W/(m K)}$. El coeficiente de conductividad con el entorno h es de $10 \text{ W/(m}^2 \text{ K)}$ y la temperatura de la zona izquierda del cuerpo plano es de 20°C . La zona derecha del cuerpo se encuentra a 0°C . Determinar la distribución de temperatura en las paredes y la unión, además de la potencia calorífica \dot{Q} y el flujo de calor q .



CÁLCULO CON EL MÉTODO ANALÍTICO:

Datos:

$$T_1 = T_{\text{zona caliente}} = 20 + 273.15 = 293.15 \text{ K}$$

$$T_2 = T_{\text{zona fría}} = 0 + 273.15 = 273.15 \text{ K}$$

$$h = 10 \text{ W/(m}^2 \text{ K)}$$

$$k_1 = 5 \text{ W/(m K)}$$

$$k_2 = 0.4 \text{ W/(m K)}$$

$$A_1 = A_2 = 1 \text{ m}^2$$

$$e_1 = e_2 = 10 \text{ cm}$$

Calculemos primero la resistencia térmica para una configuración de capas planas paralelas:

$$R_T = \frac{1}{h_i} + \frac{e_1}{k_1} + \frac{e_2}{k_2} + \frac{1}{h_e} = \frac{1}{10} + \frac{0.1}{5} + \frac{0.1}{0.4} + \frac{1}{10} = 0.47 \frac{\text{m}^2 \text{K}}{\text{W}}$$

La conductividad global es:

$$U_T = \frac{1}{R_T} = \frac{1}{0.47 \frac{\text{m}^2 \text{K}}{\text{W}}} = 2.1276 \frac{\text{W}}{\text{m}^2 \text{K}}$$

La cual nos permite obtener **el flujo de calor a través de las capas:**

$$q = U_T (T_1 - T_2) = U_T (T_{zi} - T_{zd}) = \left(2.1276 \frac{\text{W}}{\text{m}^2 \text{K}} \right) (293.15 - 273.15) \text{K} = 42.56 \frac{\text{W}}{\text{m}^2}$$

Y la **potencia calorífica** es:

$$\dot{Q} = U_T A (T_{zi} - T_{zd}) = q A = \left(42.56 \frac{\text{W}}{\text{m}^2} \right) (1 \text{ m}^2) = 42.56 \text{ W}$$

Para las temperaturas, en las paredes interna, unión y externa será:

Pared izquierda:

$$R_T = \frac{1}{h_i}$$

$$U_T = \frac{1}{R_T} = h_i$$

$$\dot{Q} = h_i A (T_{zi} - T_i)$$

$$42.56 \text{ W} = \left(10 \frac{\text{W}}{\text{m}^2 \text{K}} \right) (1 \text{ m}^2) (293.15 - T_i)$$



$$(293.15 - T_i) = \frac{42.56 \text{ W}}{\left(10 \frac{\text{W}}{\text{m}^2 \text{K}}\right) (1 \text{ m}^2)} = 4.256 \text{ K}$$

$$T_i = 293.15 \text{ K} - 4.256 \text{ K} = 288.894 \text{ K}$$

En la unión:

$$R_T = \frac{e_1}{k_1}$$

$$U_T = \frac{1}{R_T} = \frac{k_1}{e_1}$$

$$\dot{Q} = \left(\frac{k_1}{e_1}\right) A (T_i - T_u)$$

$$42.56 \text{ W} = \left(\frac{5}{0.1}\right) \frac{\text{W}}{\text{m}^2 \text{K}} (1 \text{ m}^2) (288.894 - T_u)$$

$$(288.894 - T_u) = \frac{42.56 \text{ W}}{\left(50 \frac{\text{W}}{\text{m}^2 \text{K}}\right) (1 \text{ m}^2)} = 0.8516 \text{ K}$$

$$T_u = 288.894 \text{ K} - 0.8516 \text{ K} = 288.0424 \text{ K}$$

Pared derecha:

$$R_T = \frac{e_2}{k_2}$$

$$U_T = \frac{1}{R_T} = \frac{k_2}{e_2}$$

$$\dot{Q} = \left(\frac{k_2}{e_2}\right) A (T_u - T_e)$$

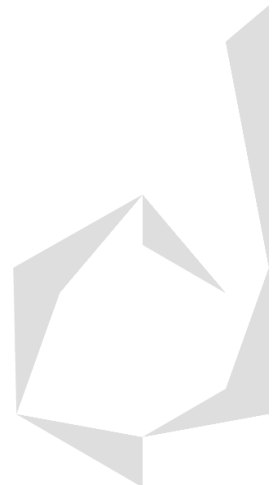
$$42.56 \text{ W} = \left(\frac{0.4}{0.1}\right) \frac{\text{W}}{\text{m}^2 \text{K}} (1 \text{ m}^2) (288.0424 - T_e)$$

$$(288.0424 - T_e) = \frac{42.56 \text{ W}}{\left(4 \frac{\text{W}}{\text{m}^2 \text{K}}\right) (1 \text{ m}^2)} = 10.64 \text{ K}$$

$$T_e = 288.0424 \text{ K} - 10.64 \text{ K} = 277.4024 \text{ K}$$

Zona derecha:

$$R_T = \frac{1}{h_e}$$



$$U_T = \frac{1}{R_T} = h_e$$

$$\dot{Q} = h_e A (T_e - T_{zd})$$

$$42.56 \text{ W} = \left(10 \frac{\text{W}}{\text{m}^2 \text{K}}\right) (1 \text{ m}^2) (277.4024 - T_{zd})$$

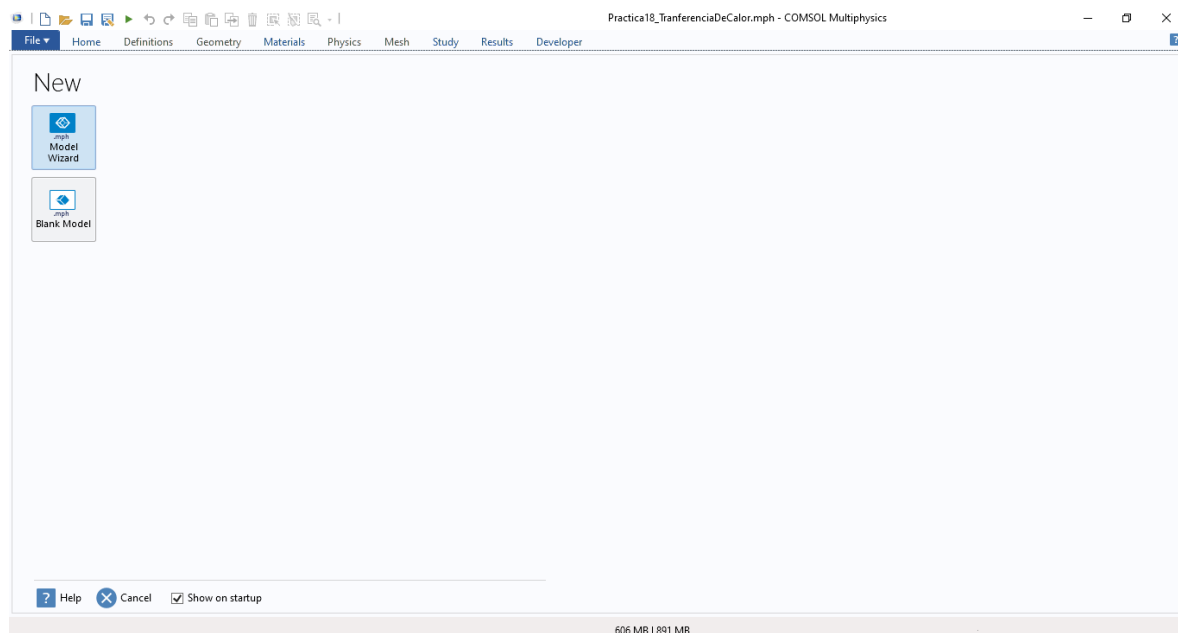
$$(277.4024 - T_{zd}) = \frac{42.56 \text{ W}}{\left(10 \frac{\text{W}}{\text{m}^2 \text{K}}\right) (1 \text{ m}^2)} = 4.256 \text{ K}$$

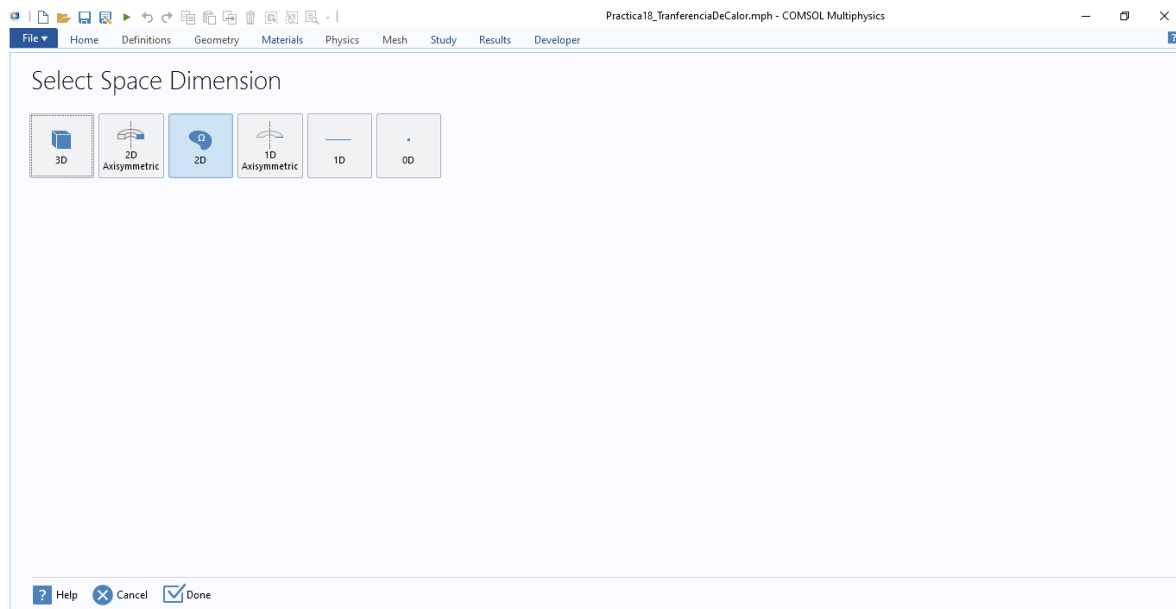
$$T_i = 277.4024 \text{ K} - 4.256 \text{ K} = 273.1464 \text{ K}$$

En conclusión:

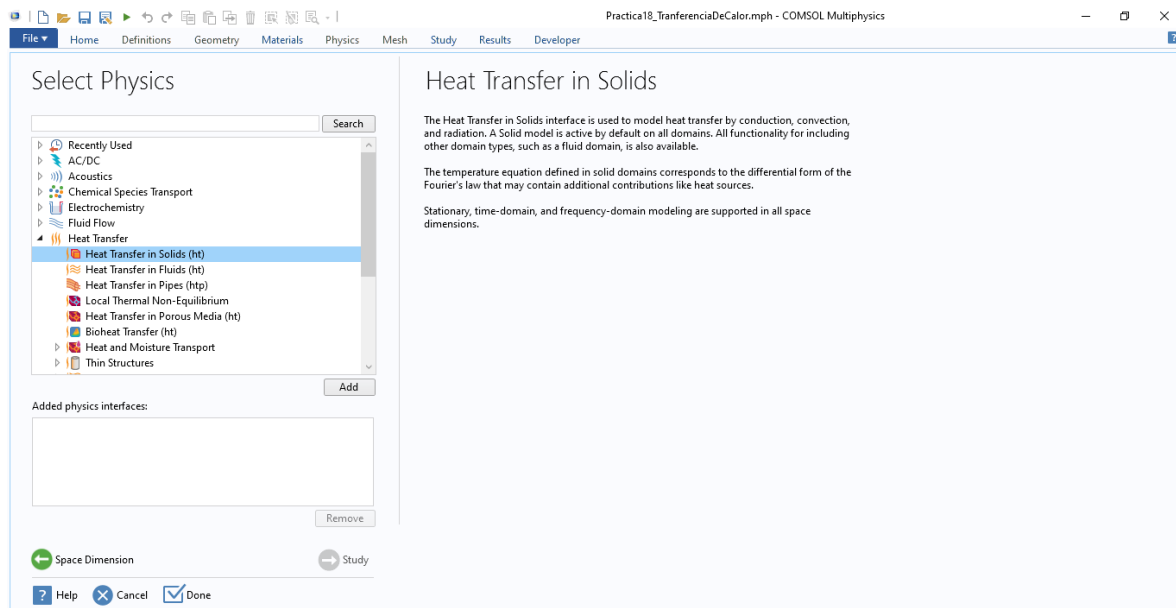
Lugar	Temperatura [K]
Zona izquierda	293.15
Pared izquierda	288.894
Unión	288.0424
Pared derecha	277.4024
Zona derecha	273.1464

CREACIÓN DE LA PIEZA EN COMSOL:

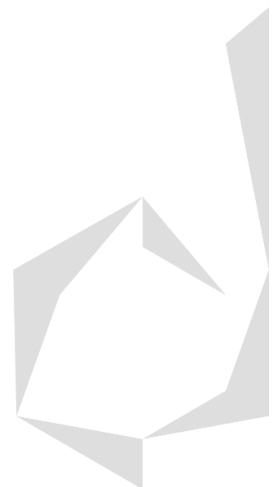


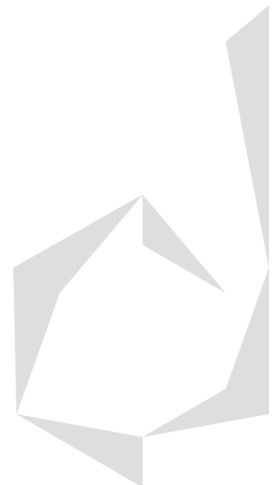
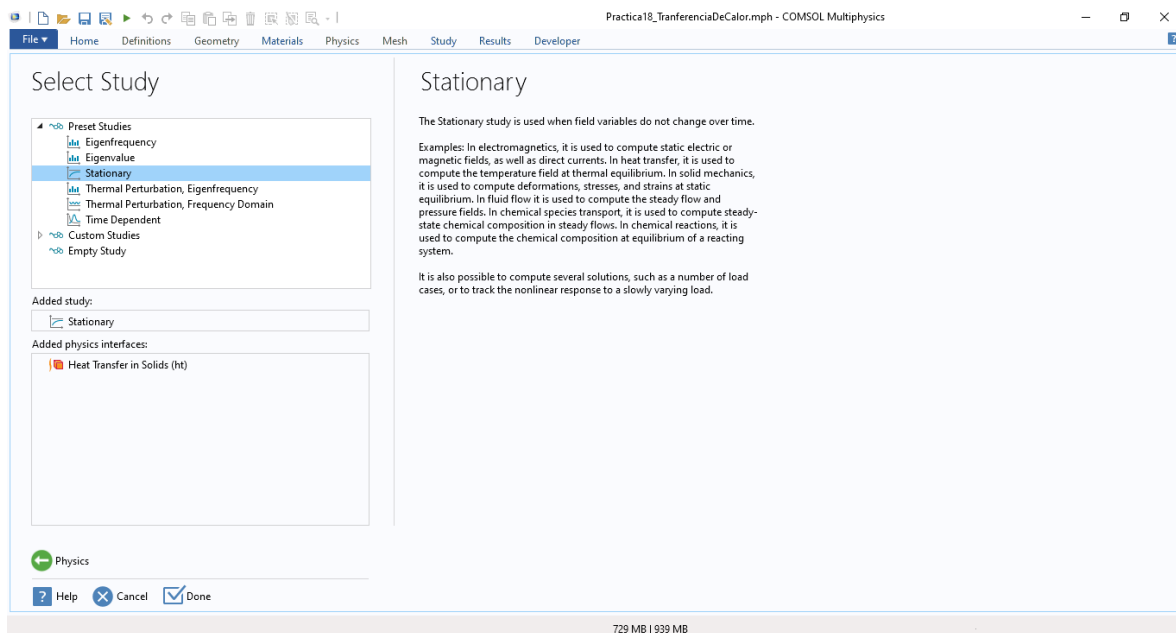
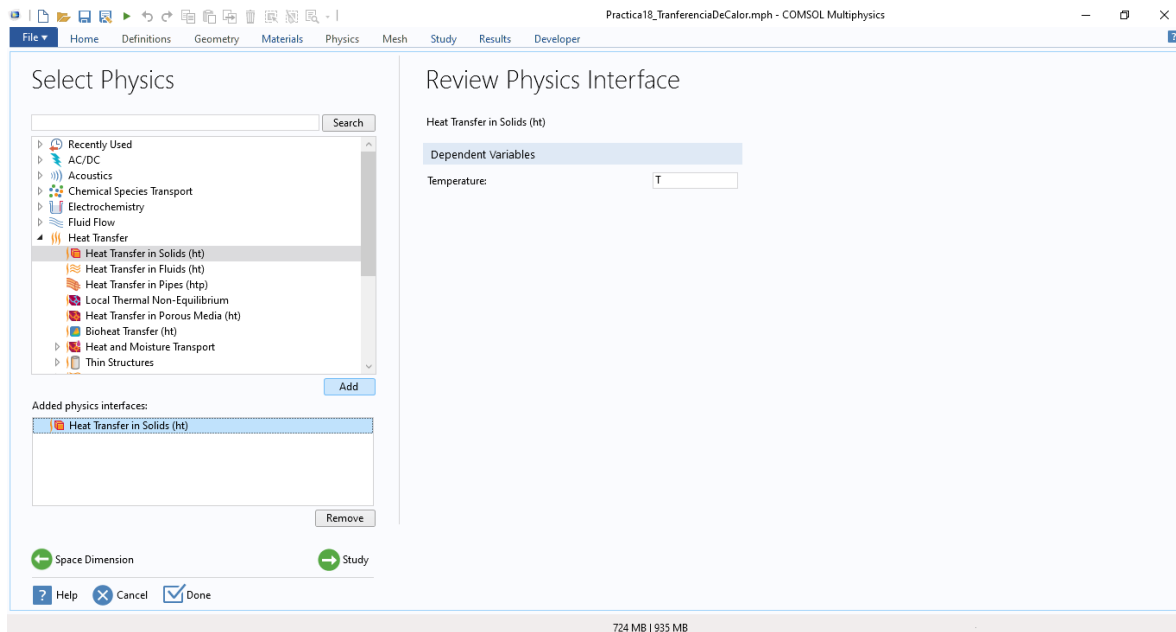


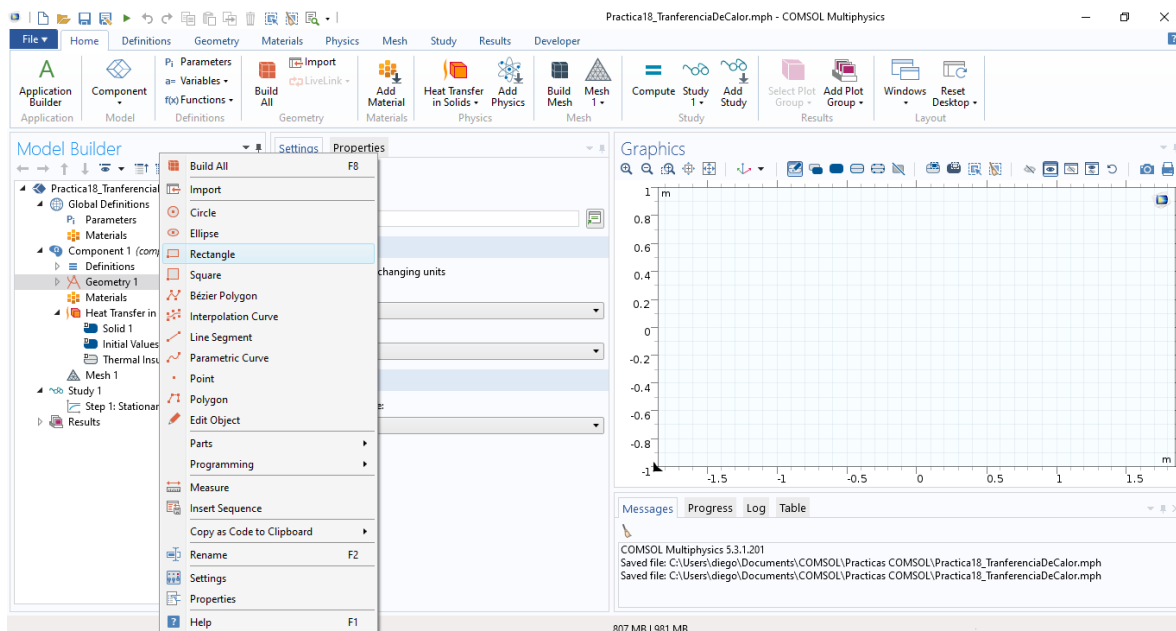
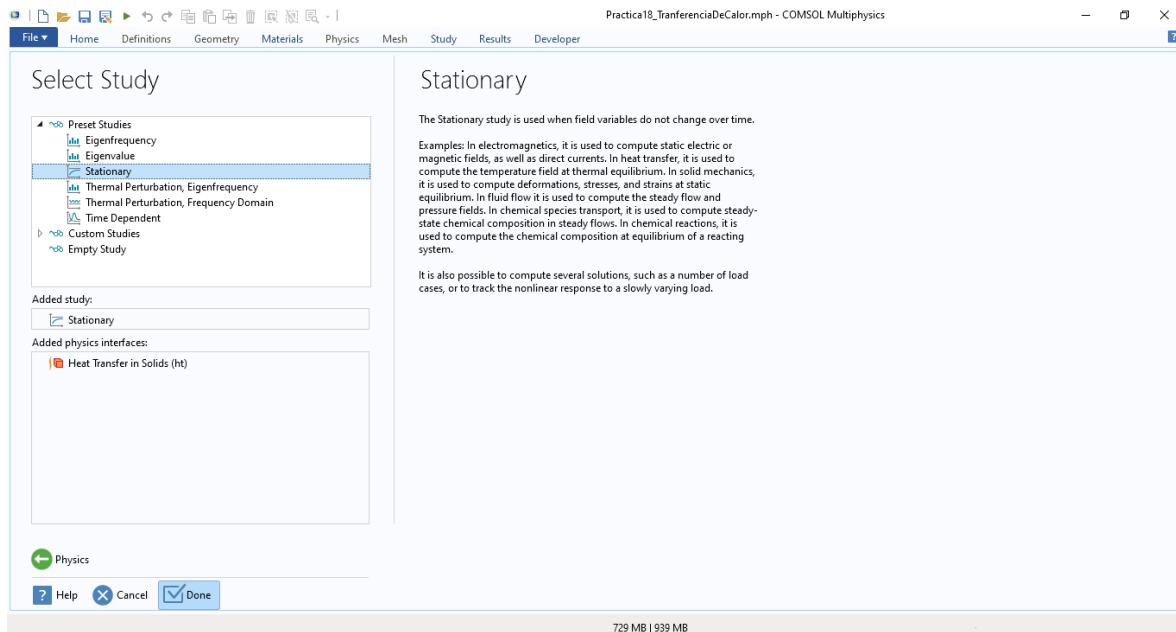
614 MB | 891 MB

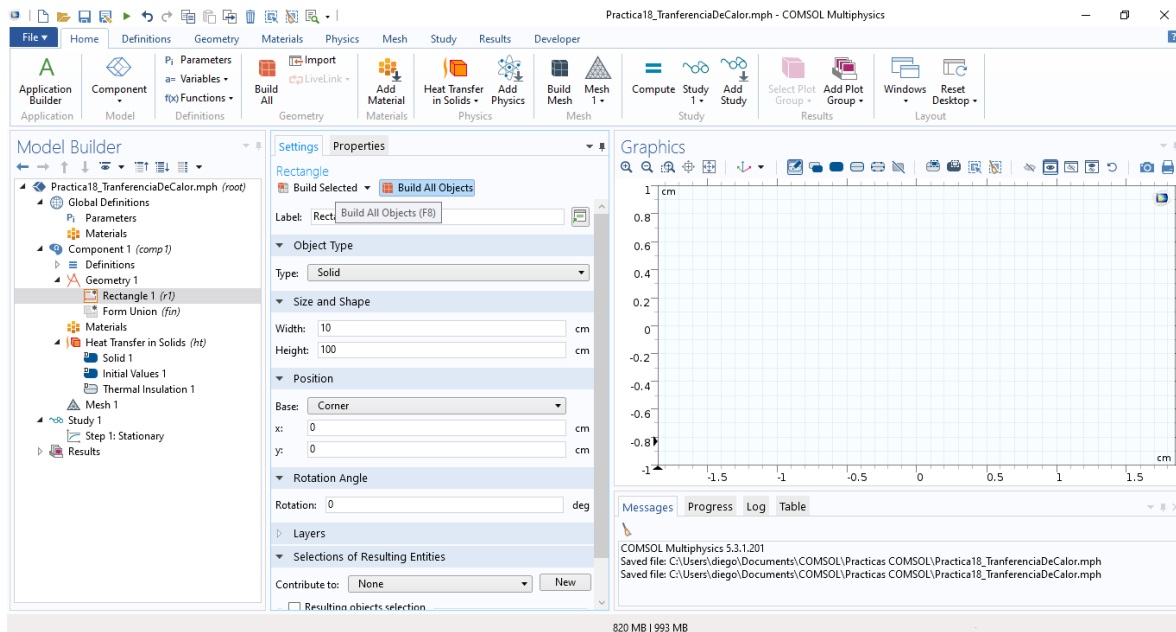


670 MB | 880 MB

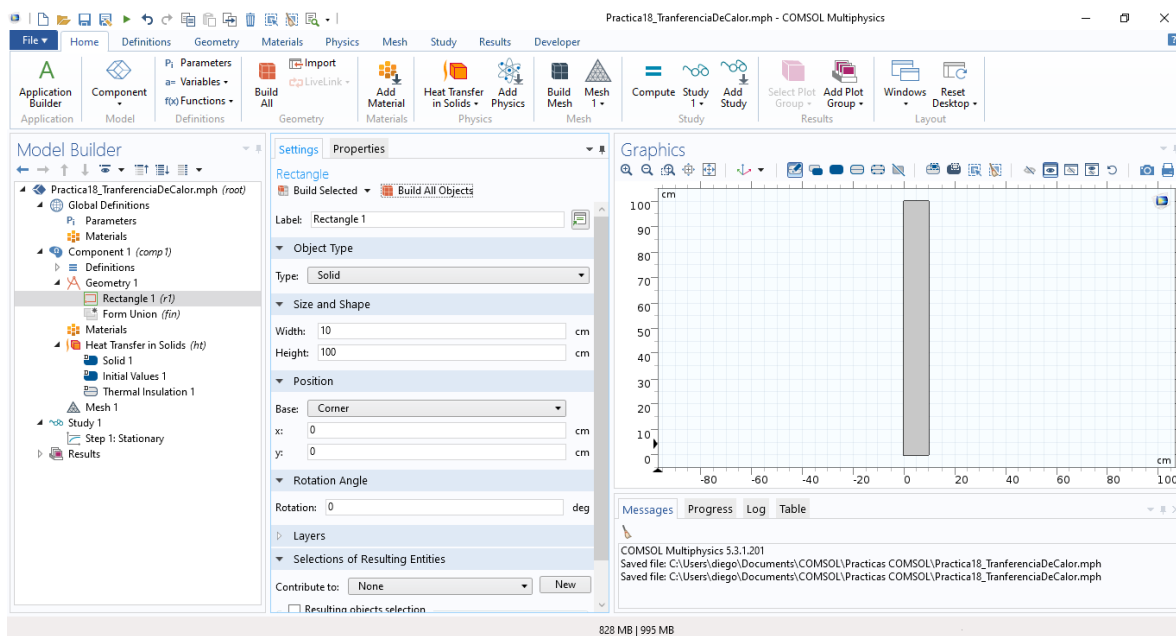


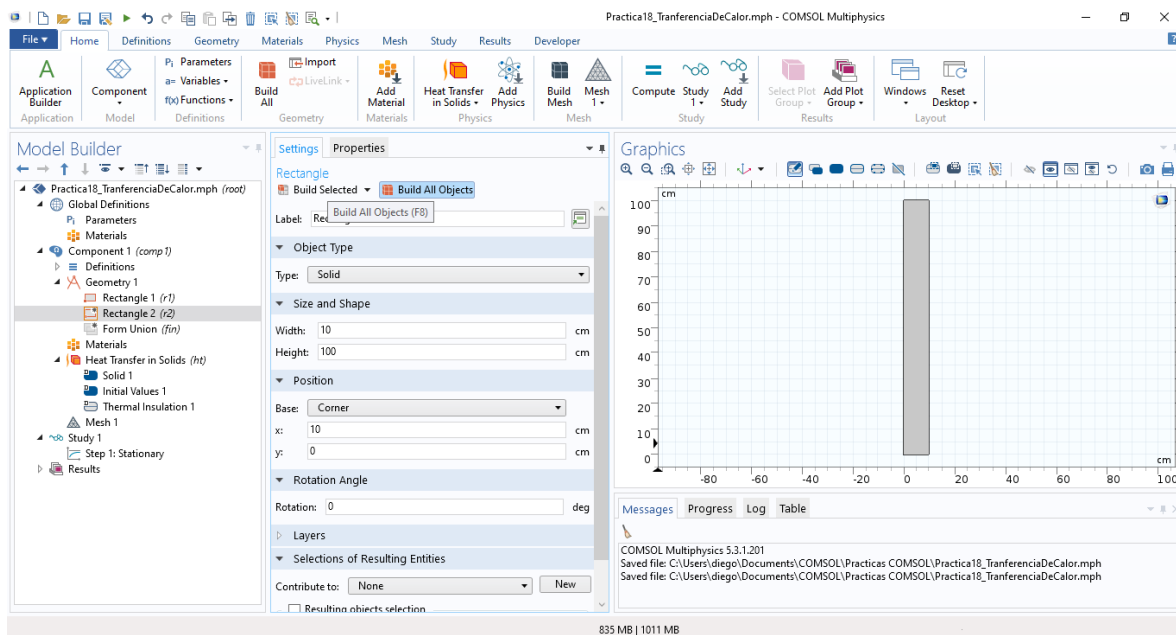
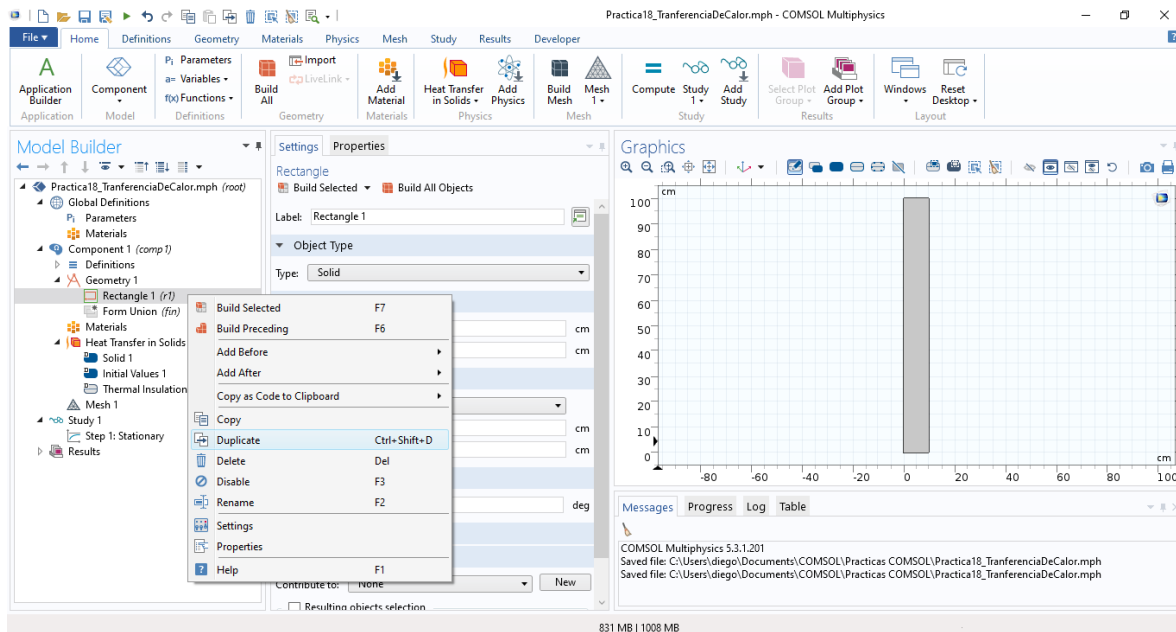




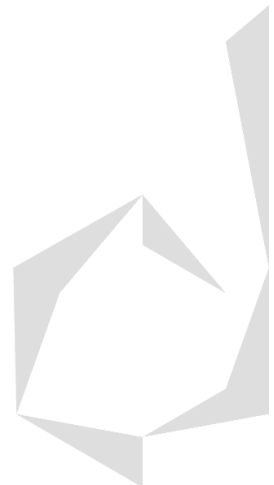


La placa tiene un espesor de 10 cm, una altura de 1 metro, osea 100 cm y una base de 1 metro igual, por lo que tendrá un área de 1 m².

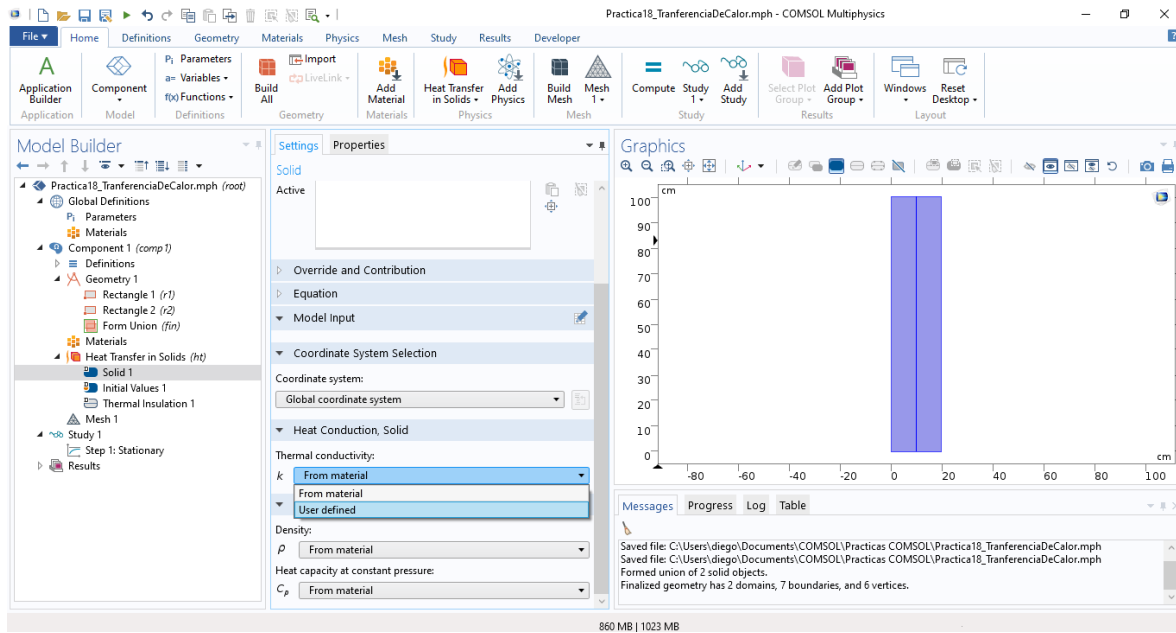




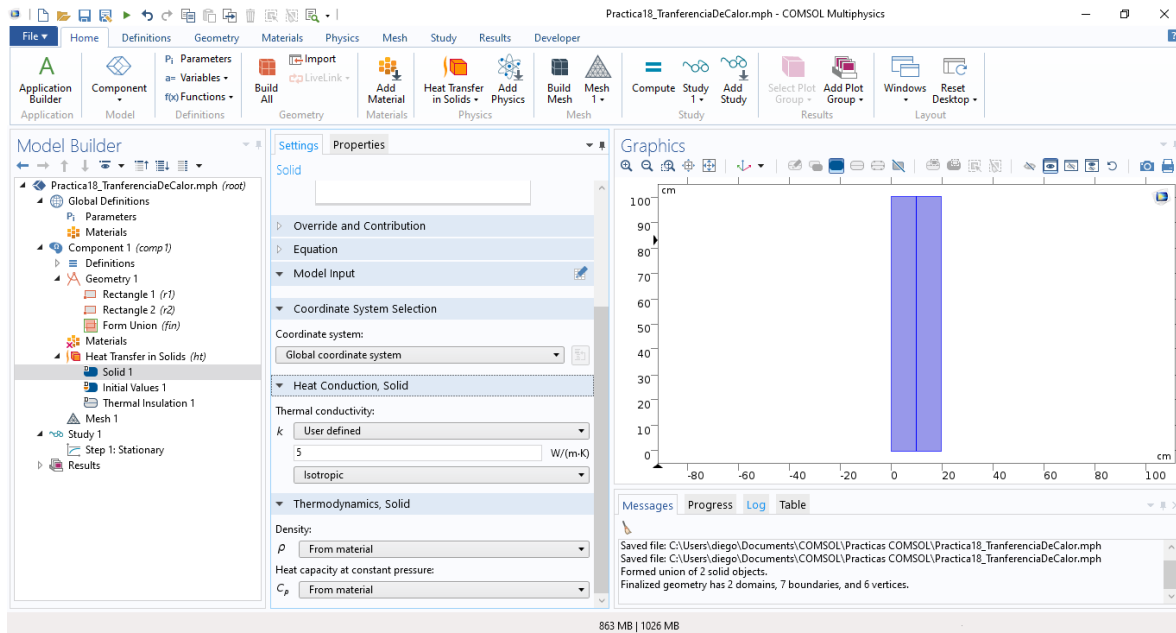
Y pongo otra placa de las mismas dimensiones, pero va a tener material diferente cada una.

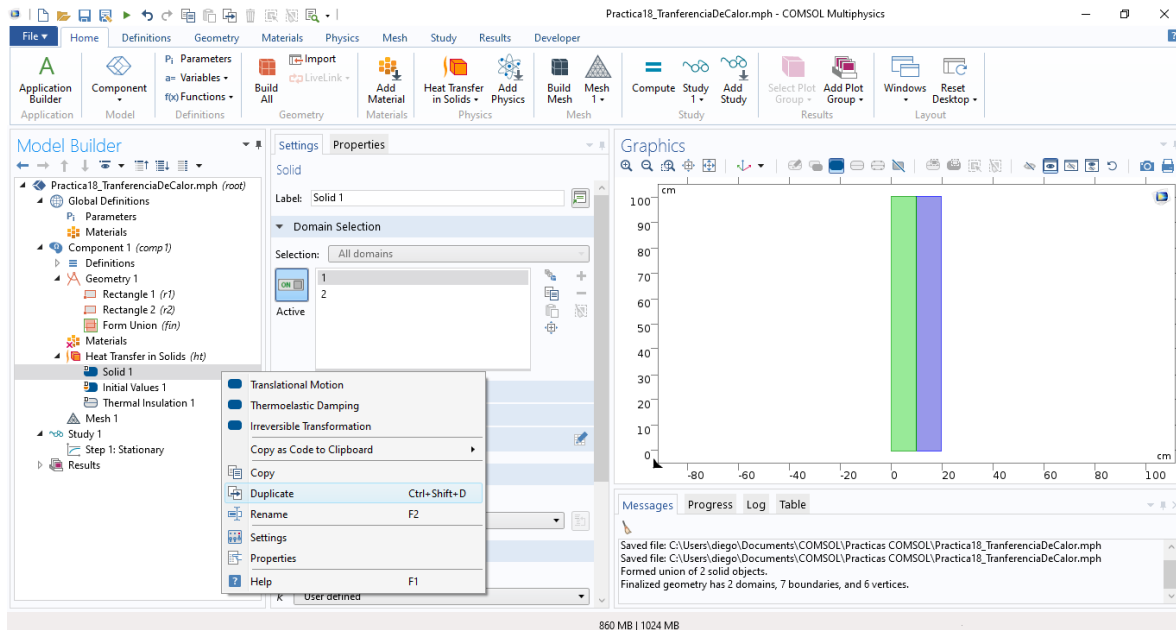


ANÁLISIS DE TEMPERATURA EN COMSOL:

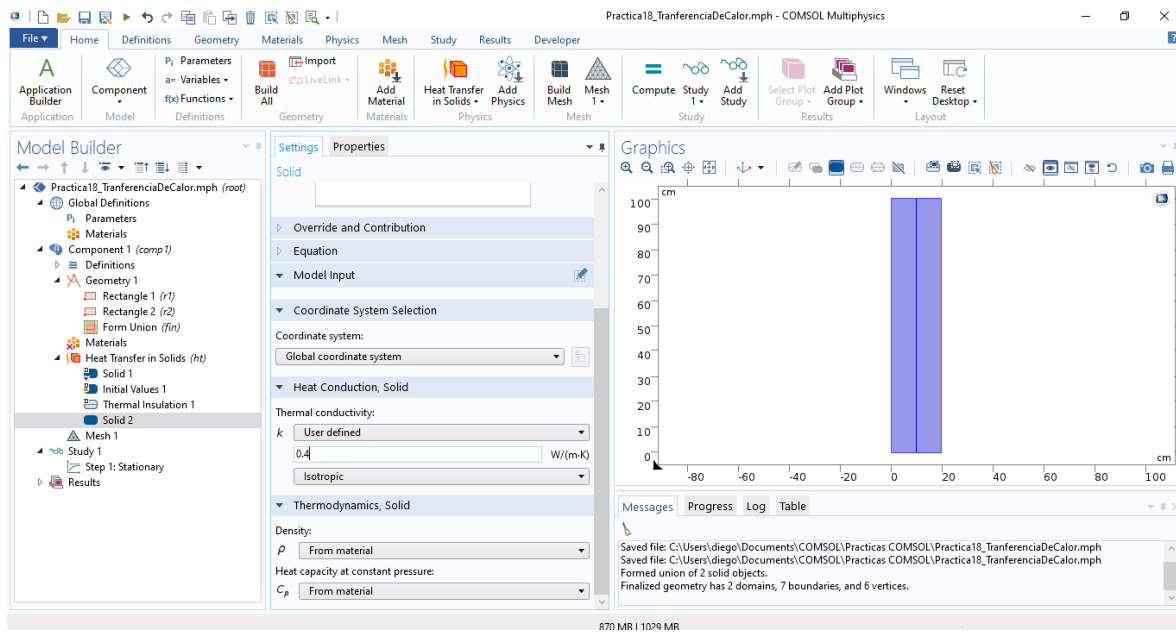


En la primera placa la conductividad es de $k = 5$.

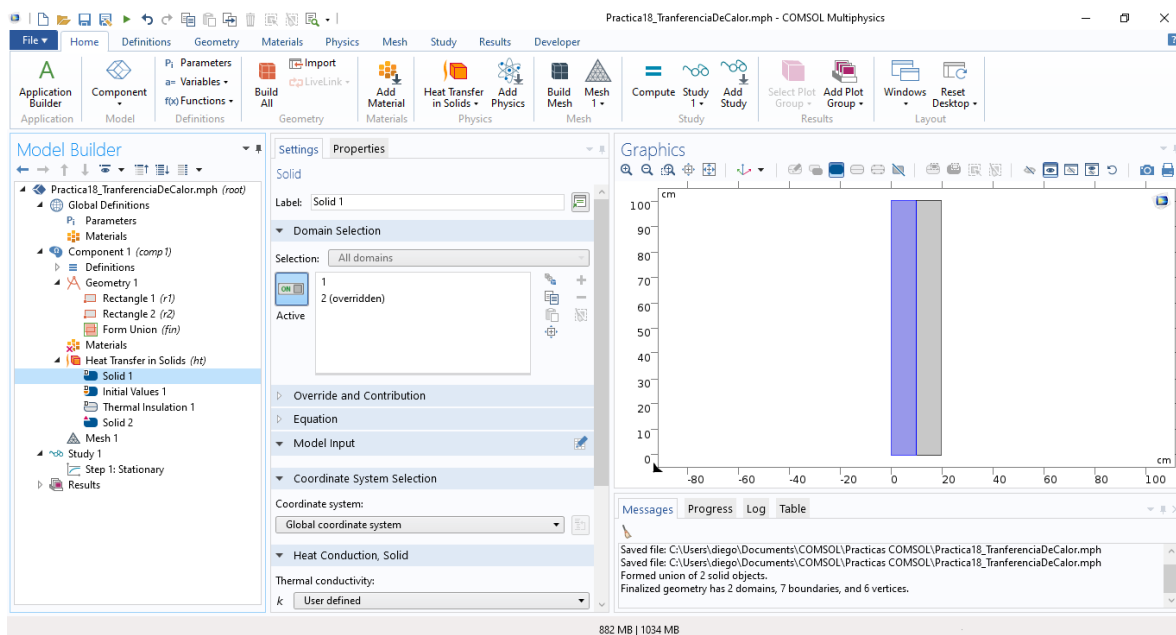
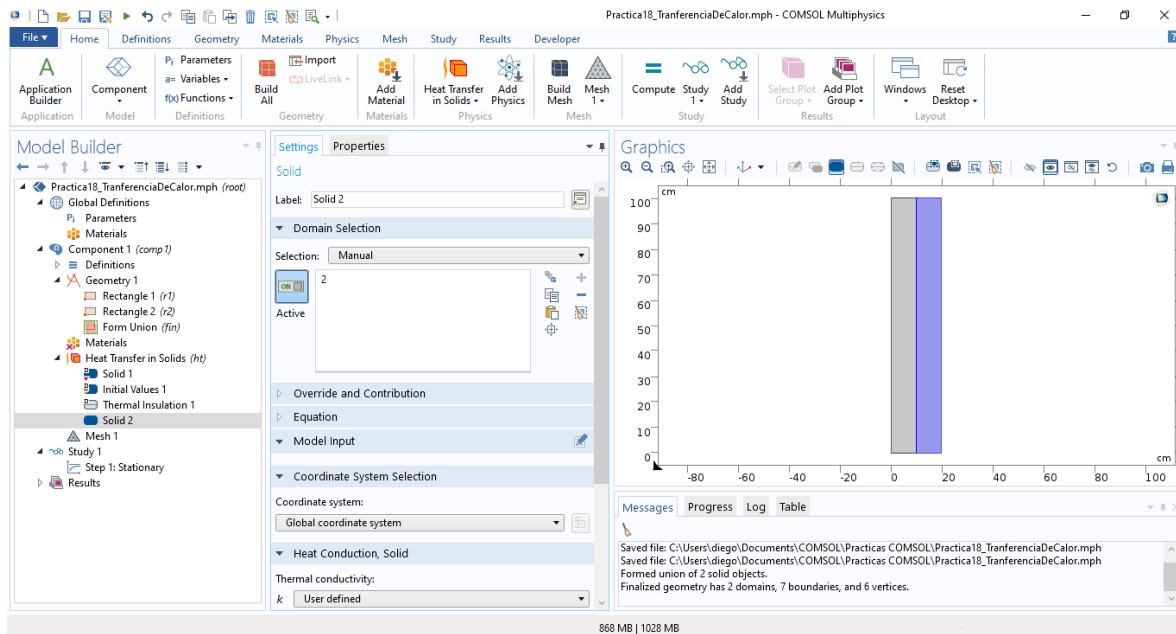




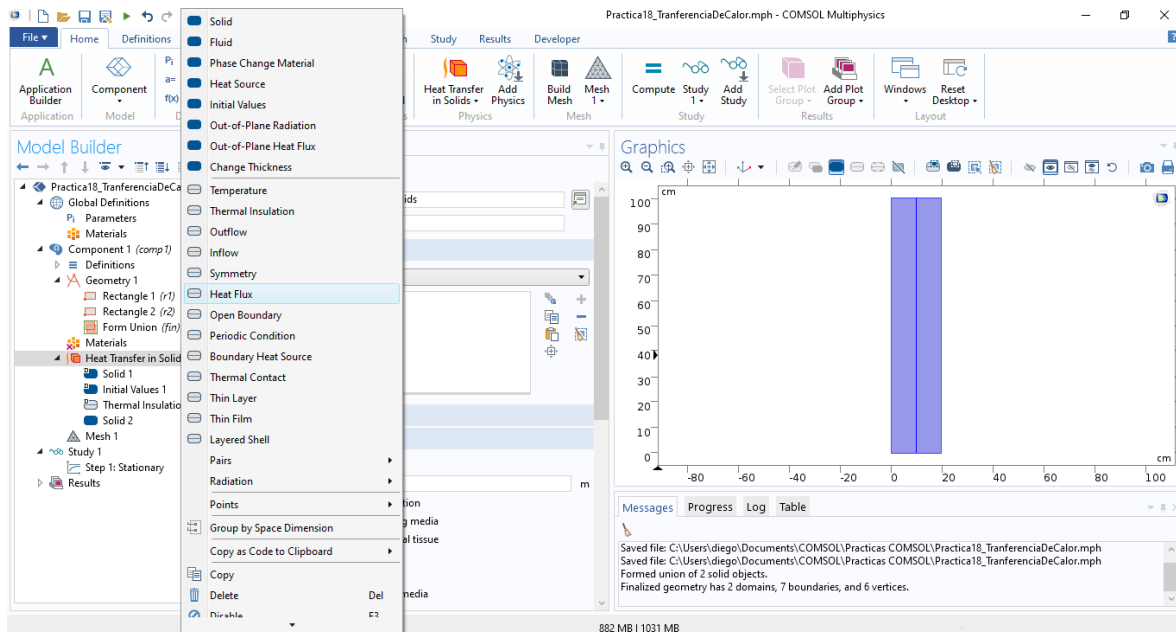
El solid 1 está por default, pero debo hacer otro para sobre escribir la k de la placa 2 que es de $k=0.4$.



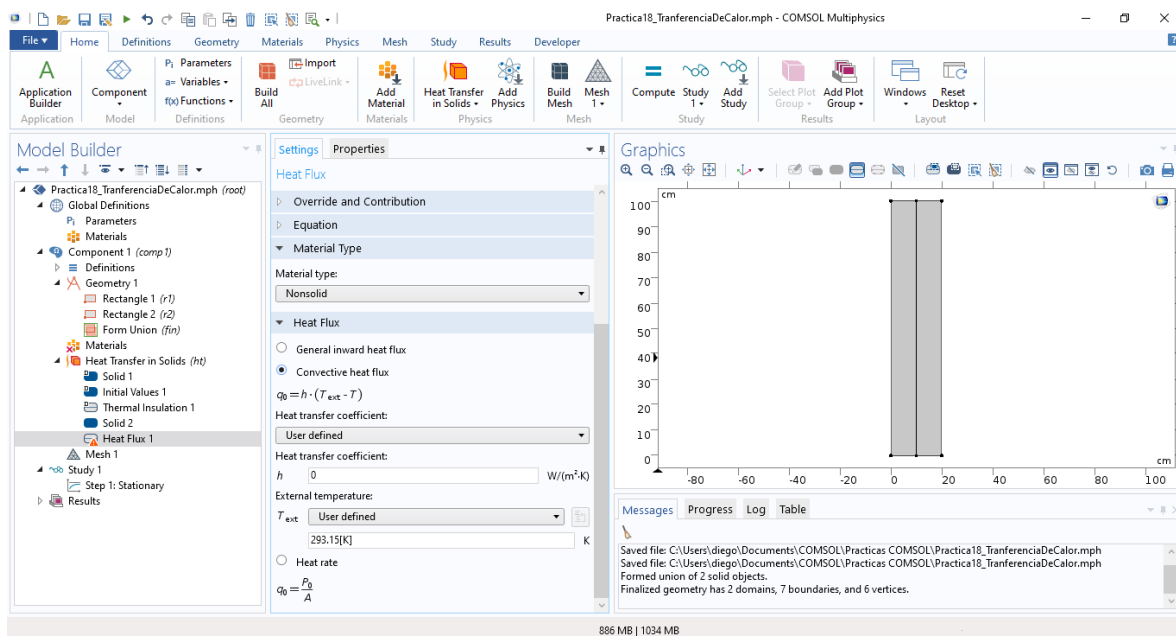
Y deseleccionamos el numero 1 para que esto solo se lo asigne a la placa 2.



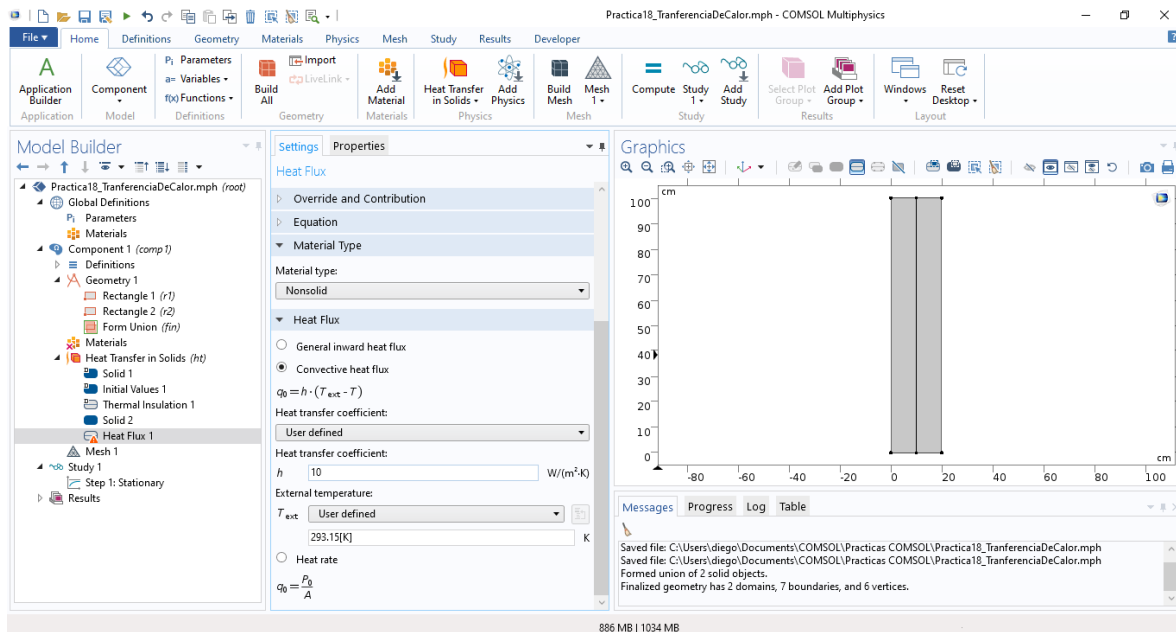
Ya que haga esto sale overridden en el 2 porque ese tiene la propiedad del solid 2.



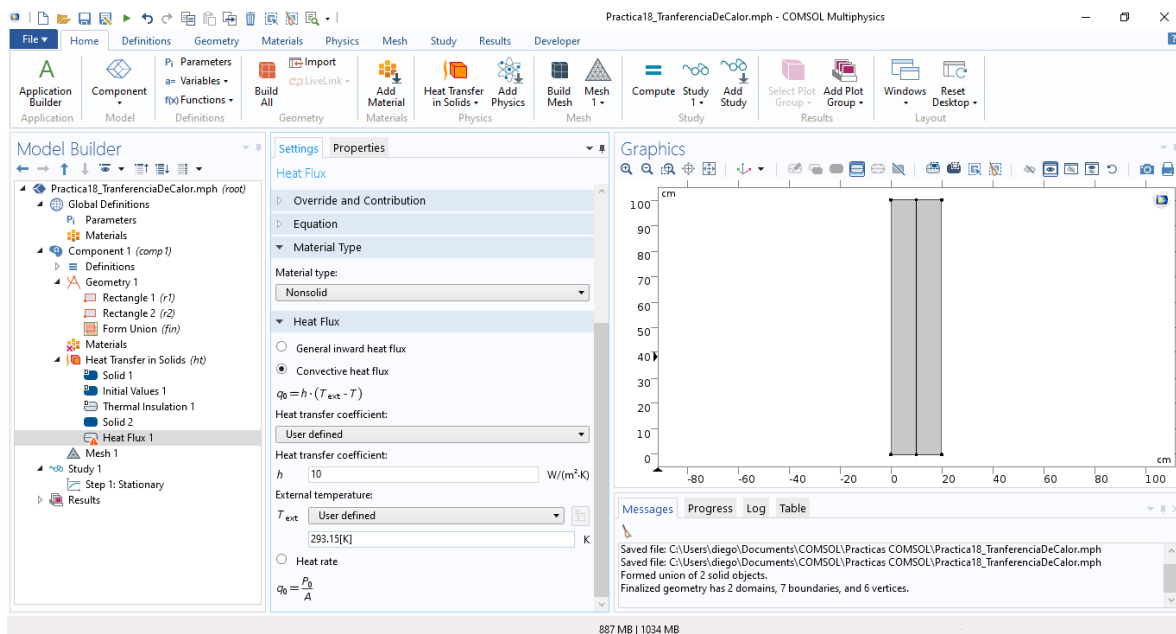
Luego elegimos que el flujo es de tipo convectivo.



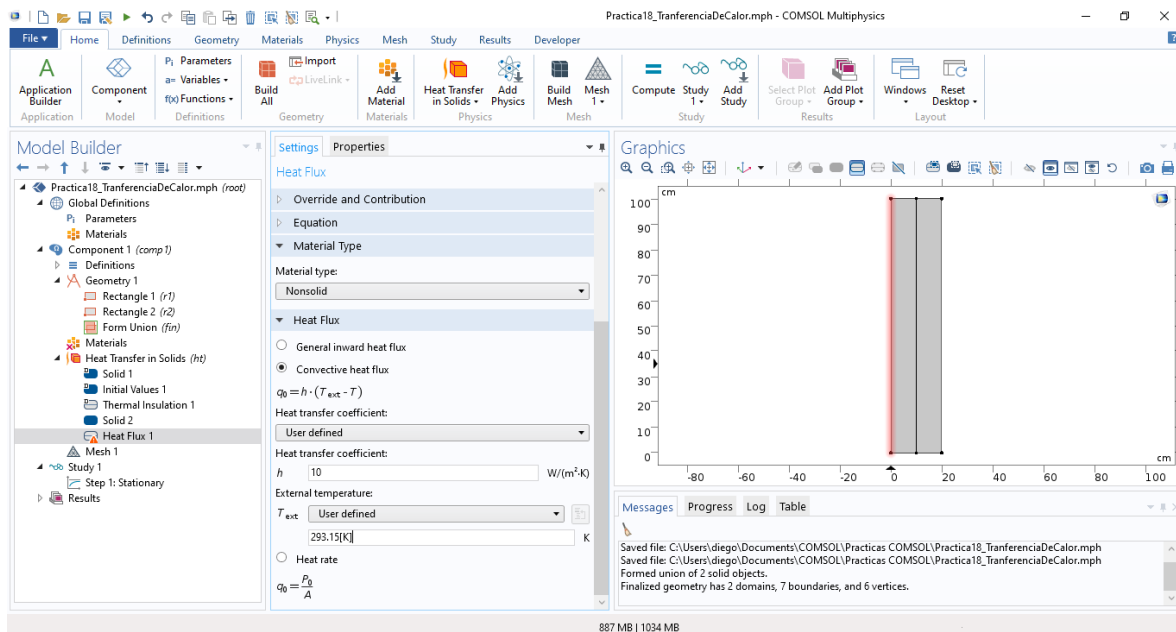
Esto es para indicar el aire alrededor de las placas.



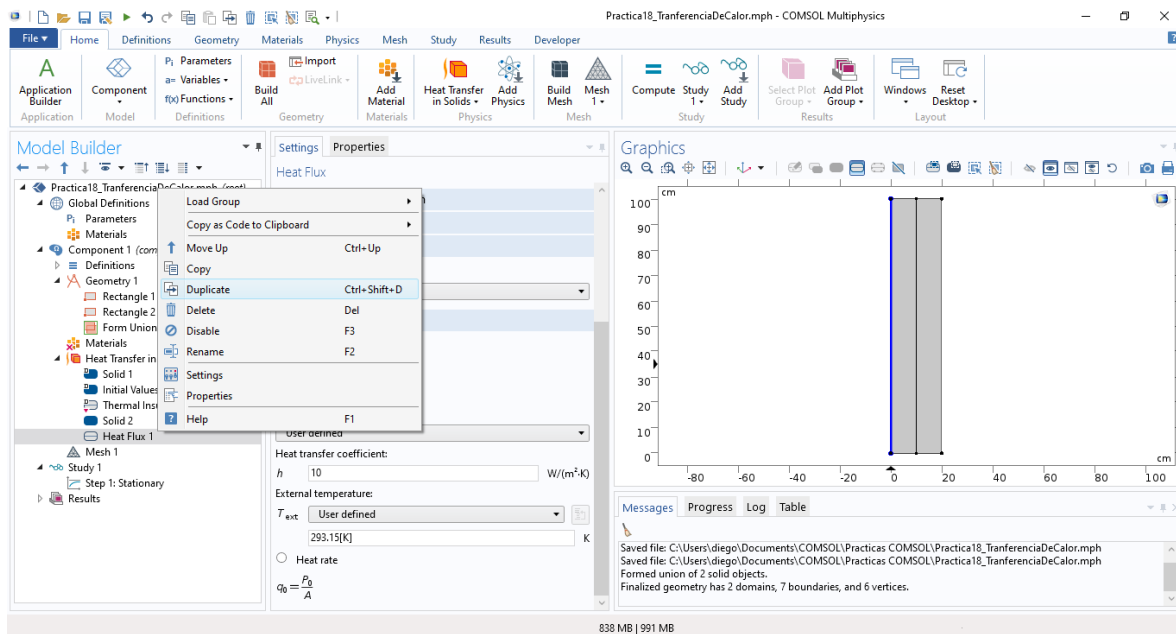
Y después ponemos la temperatura en Kelvin.

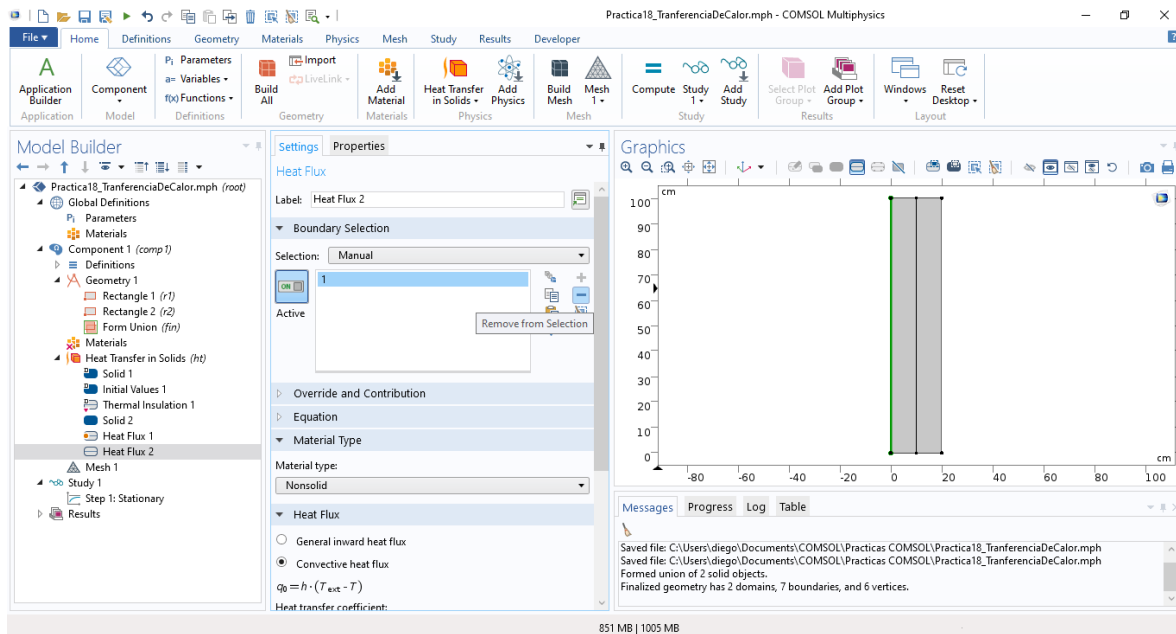


Luego indicamos donde está en contacto el flujo convectivo, osea el aire.

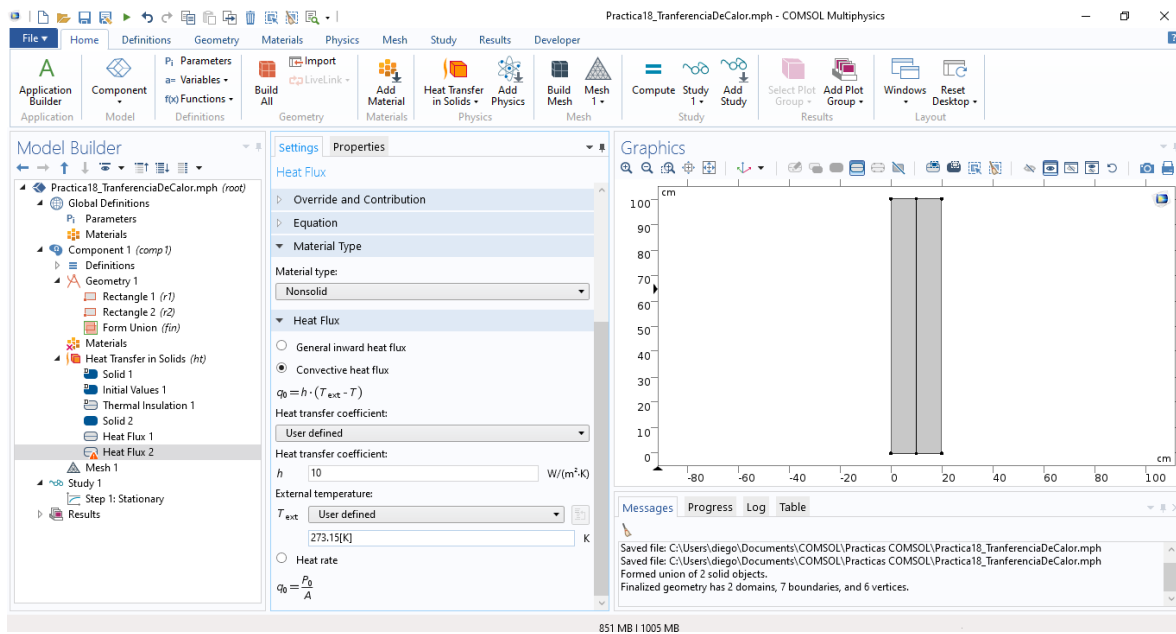


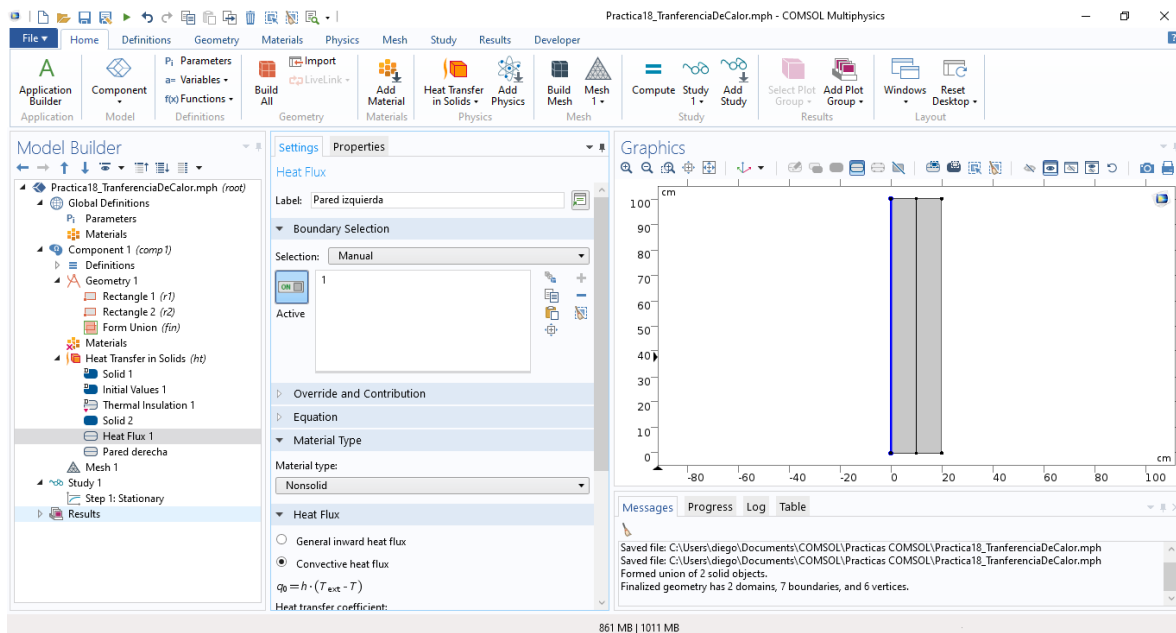
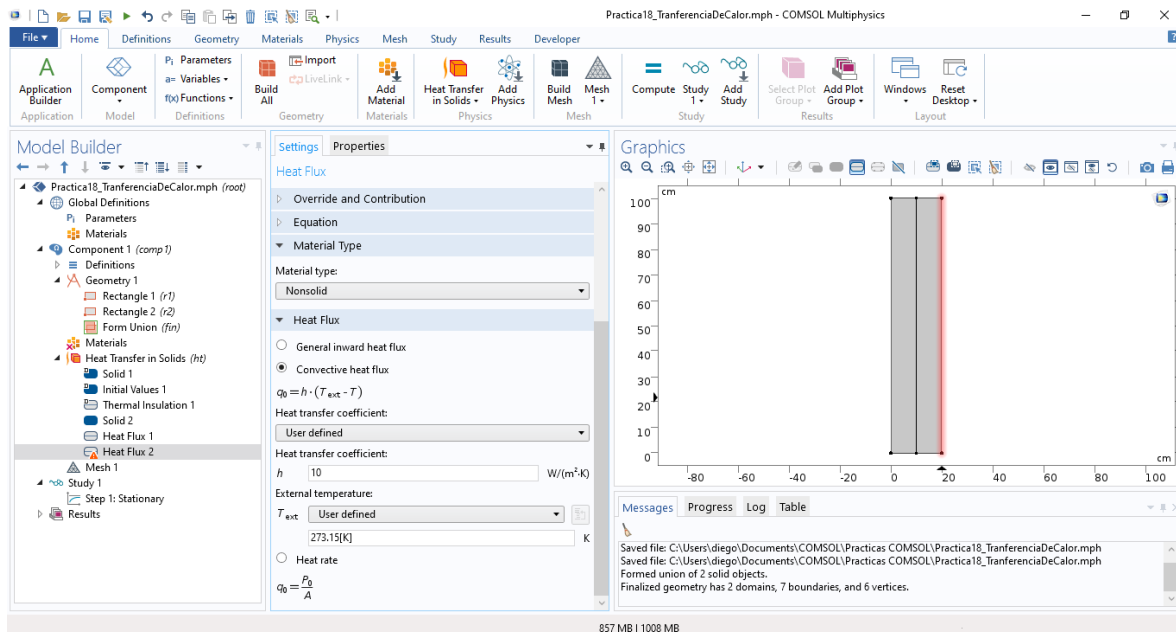
Debo ahora poner otro heat flux, pero en la otra pared de las placas.



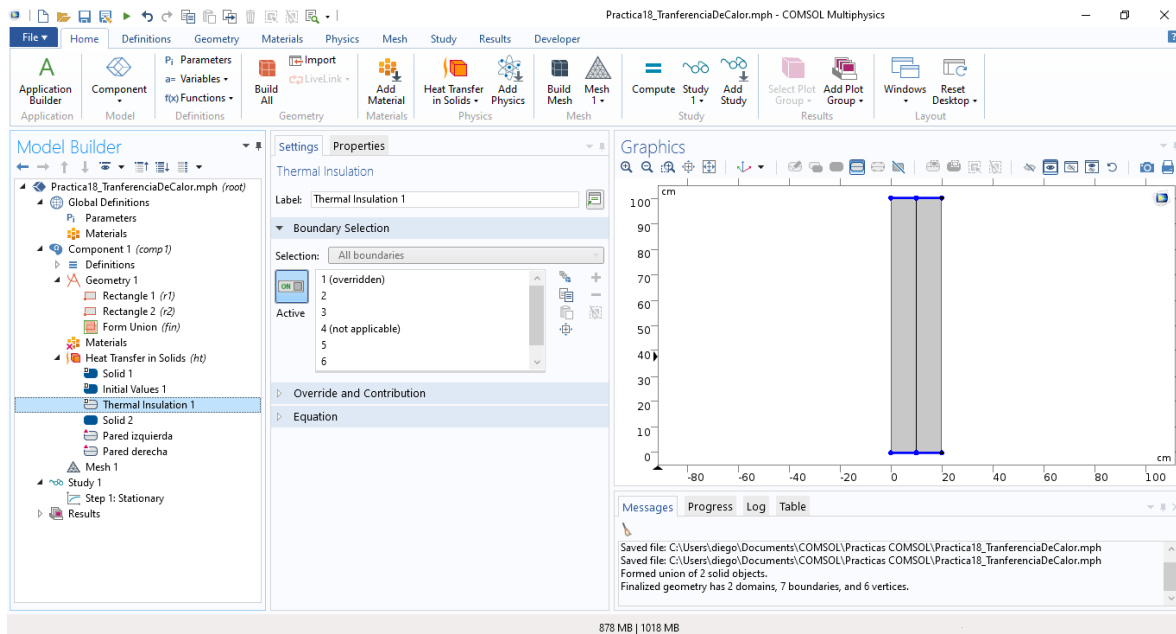


Lo que cambia en este lado es la temperatura.



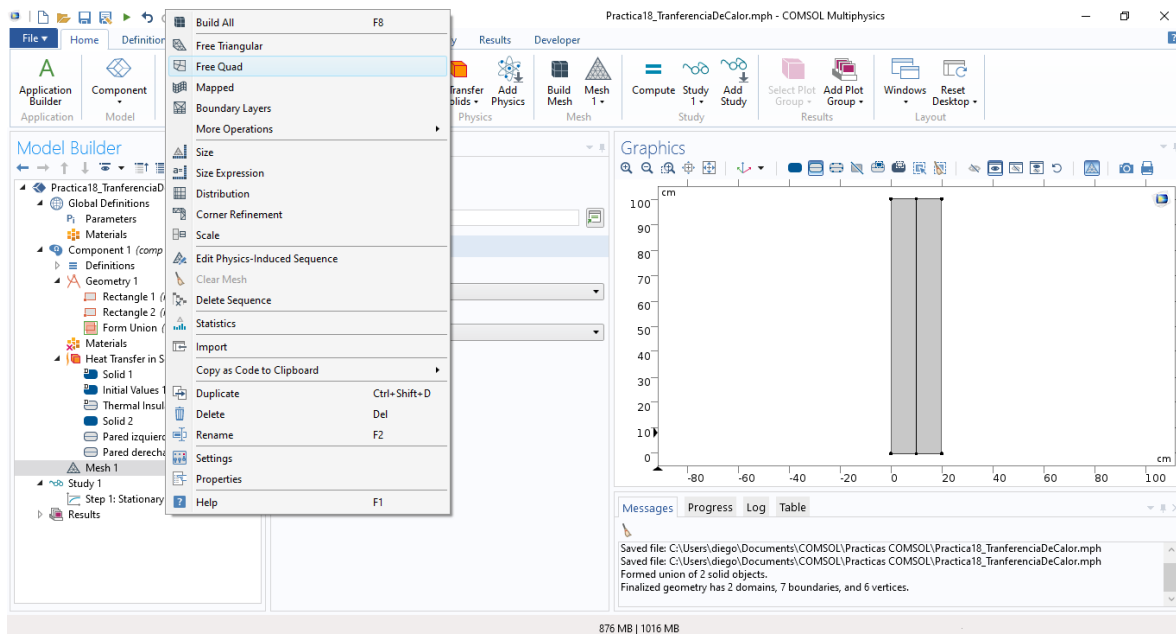


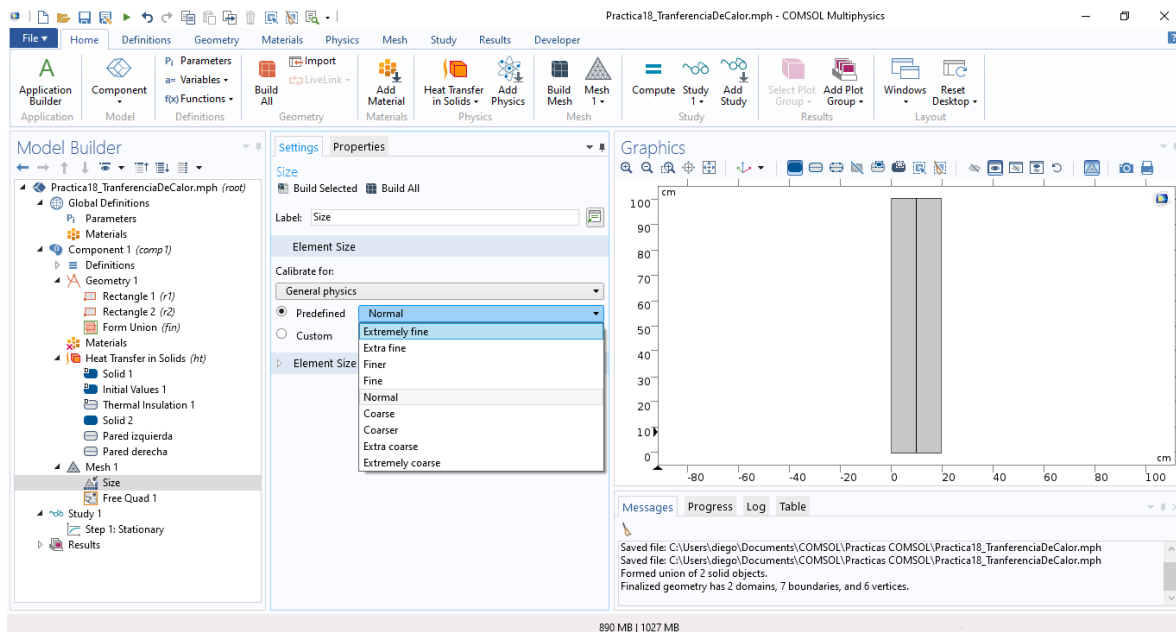
Esto coloca por default asilamiento en la pared de arriba y abajo porque en esa parte no ocurrirá transferencia de calor, esto lo hace por default el programa cuando en esas paredes no lo indiqué ningún heat flux.



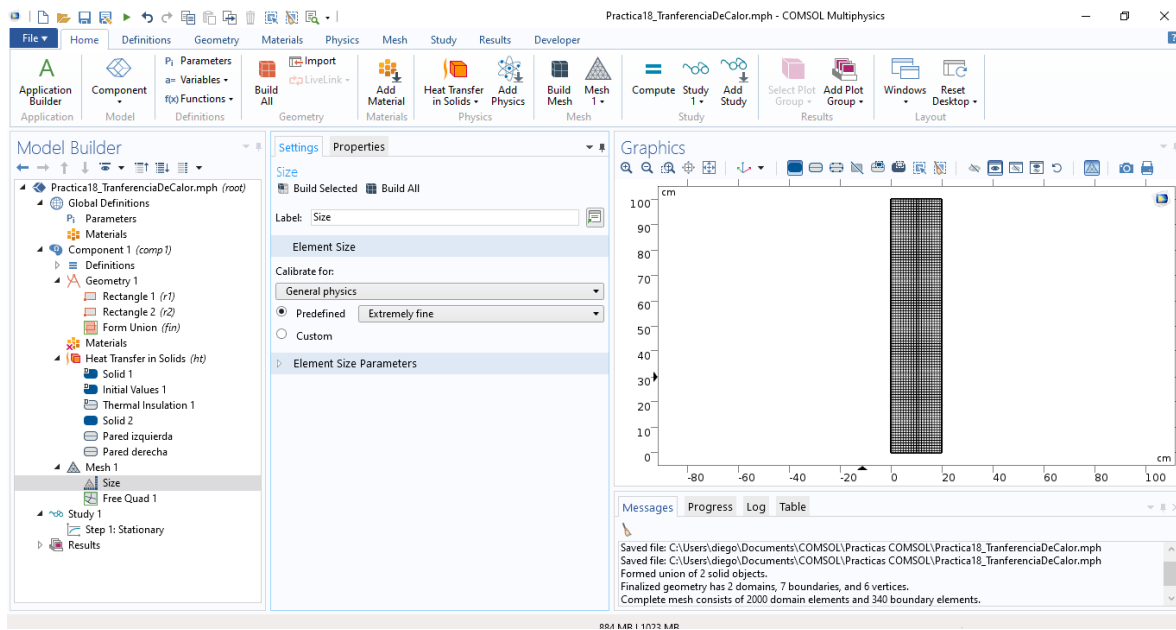
RESULTADO DEL ELEMENTO FINITO EN COMSOL:

En este caso elijo Free Quad porque como es un elemento rectangular este tipo de malla lo maneja mejor.

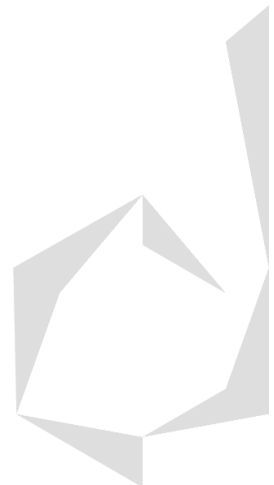
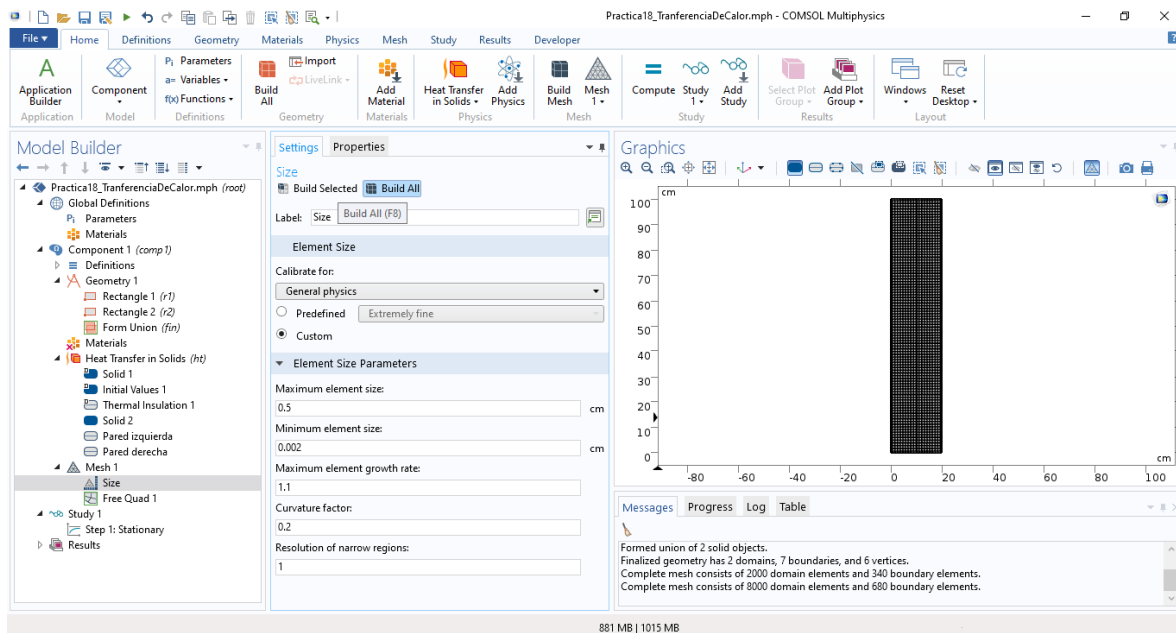
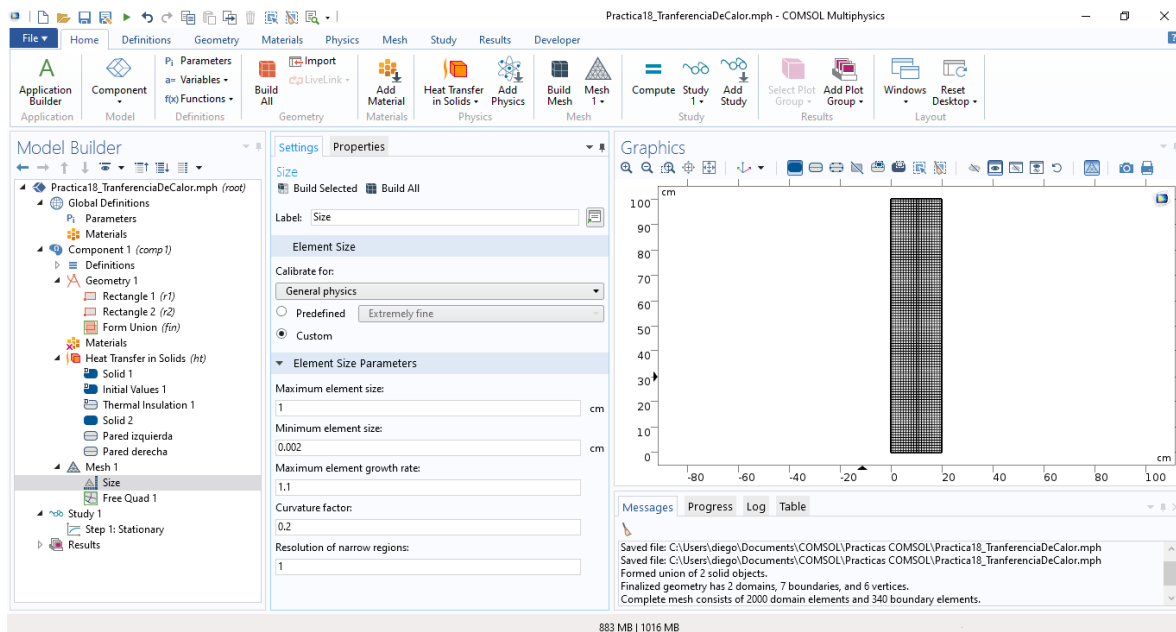


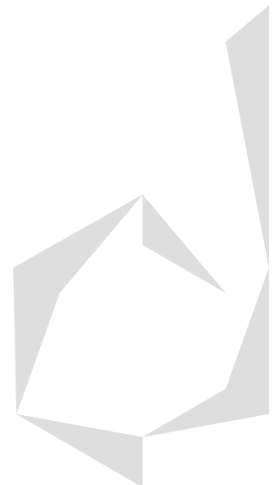
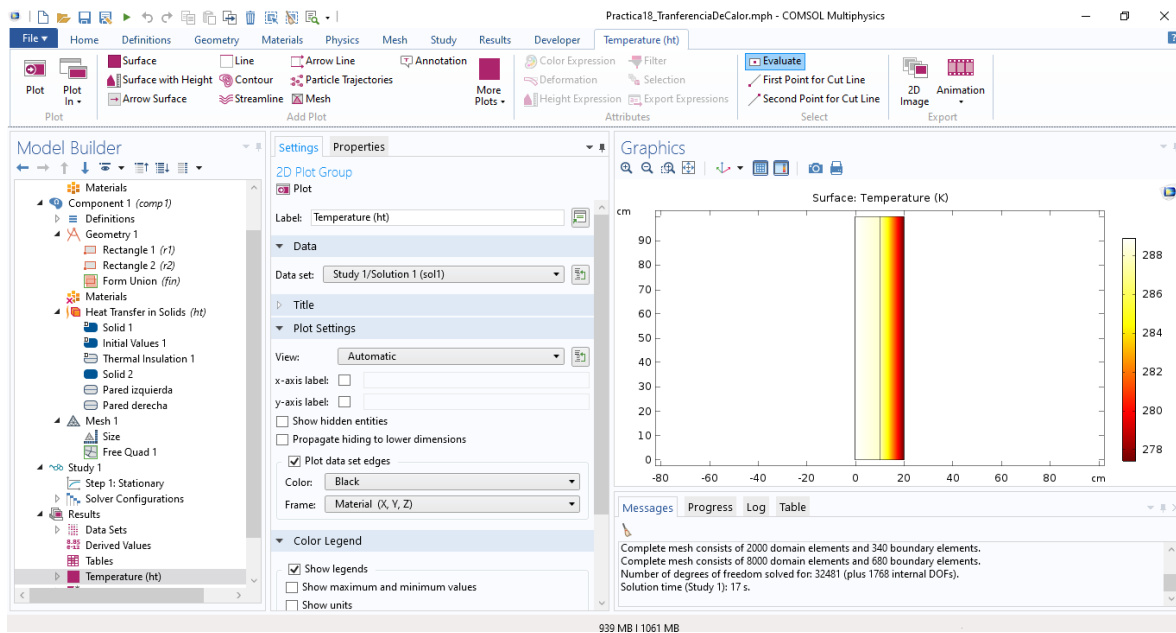
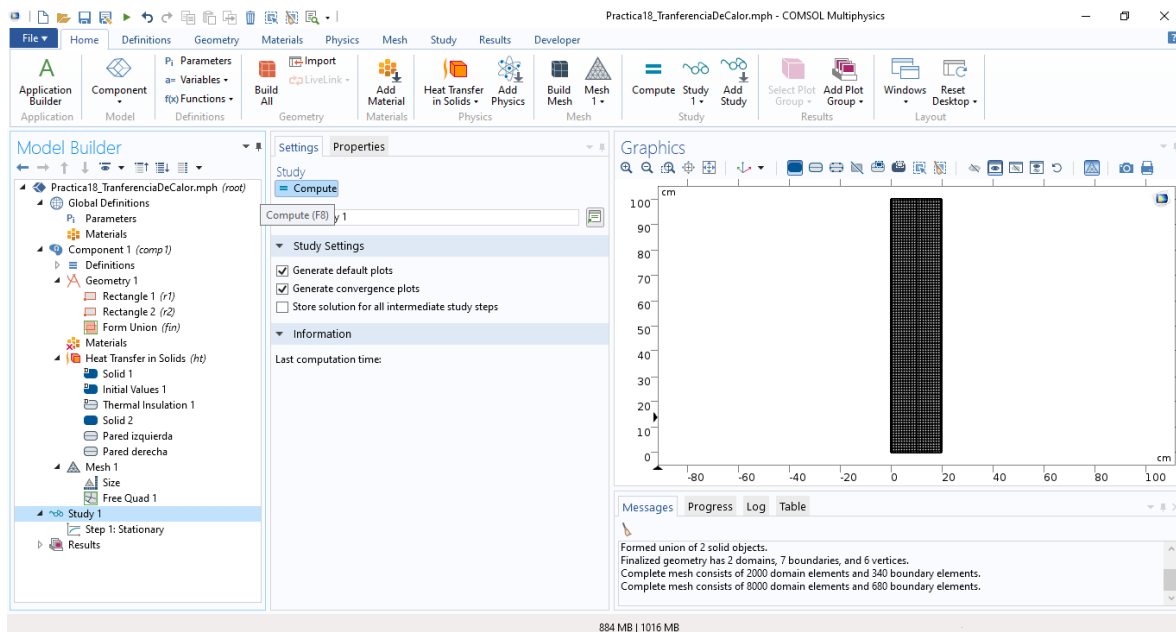


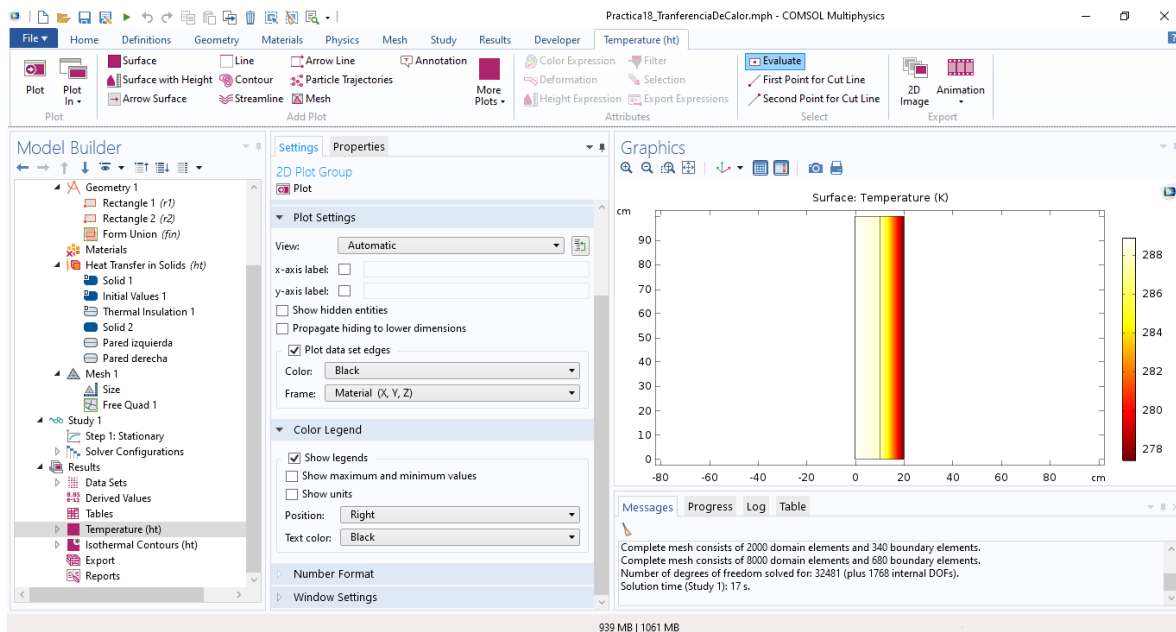
No importa que malla le demos porque este tipo de problemas no va a tardar mucho en resolverlos.



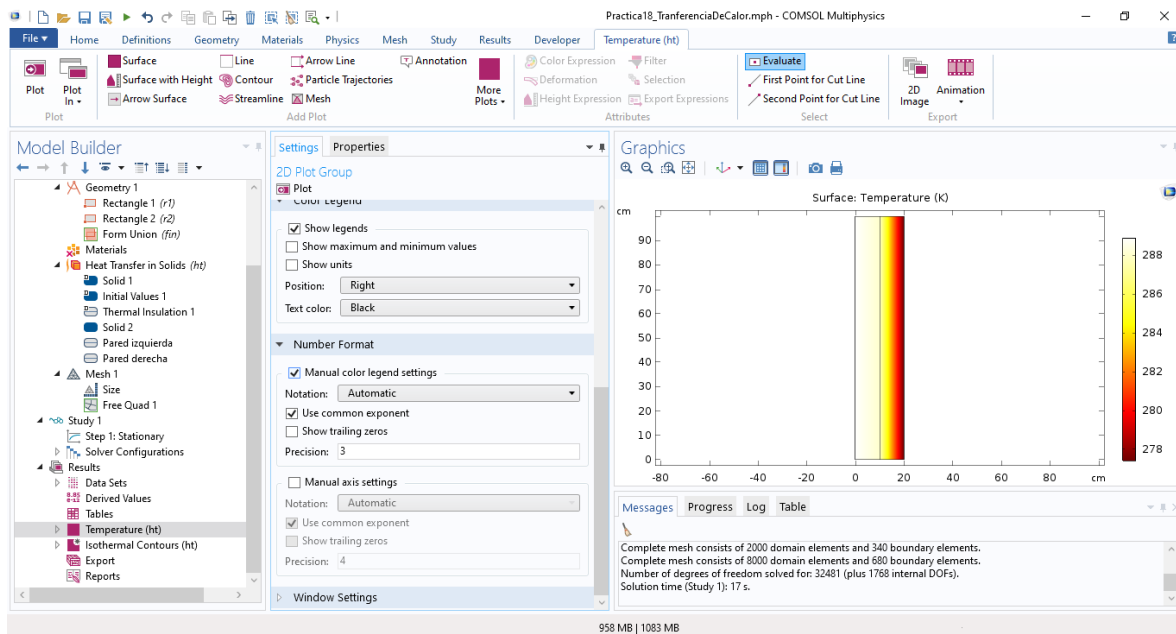
En custom le puedo poner la malla más fina.



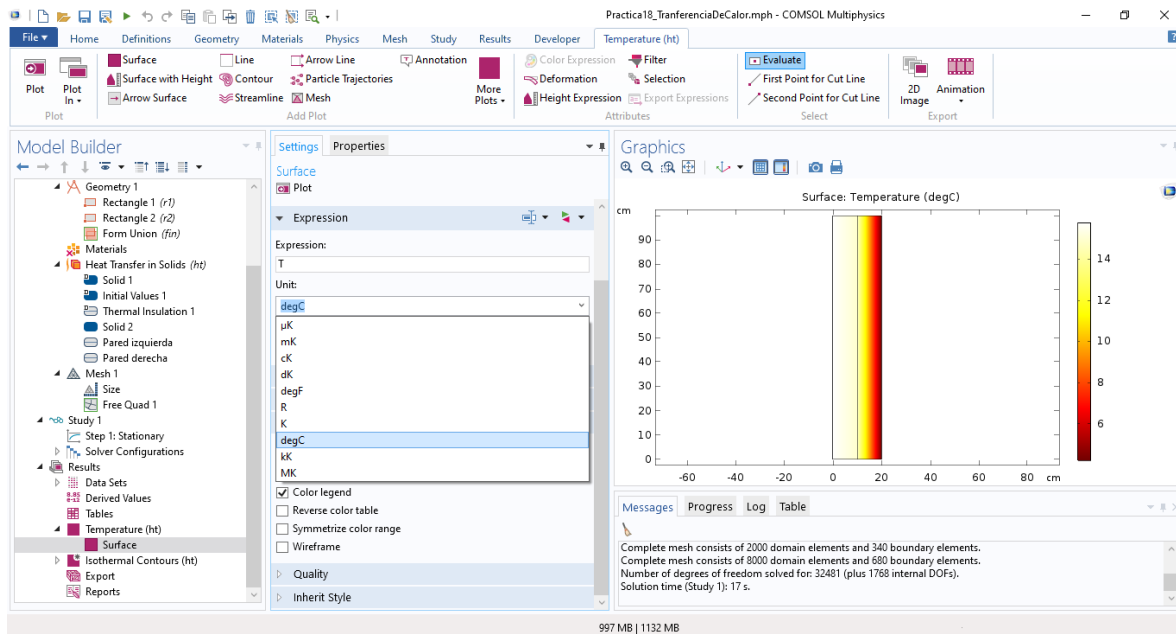




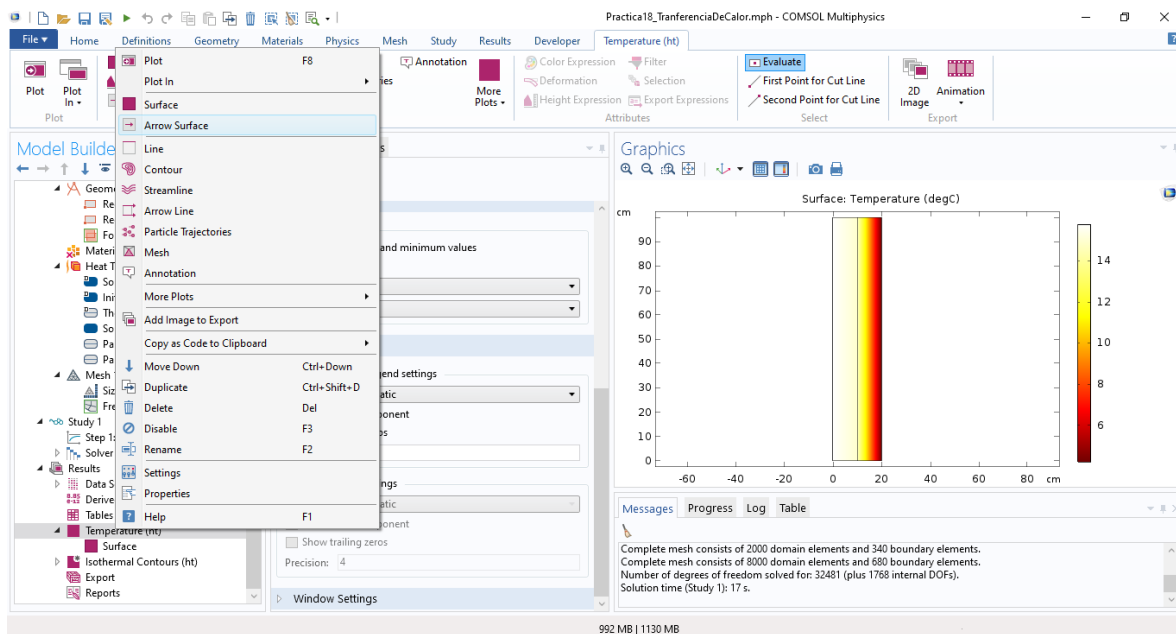
Aquí puedo hacer que el programa ponga más decimales en el resultado.



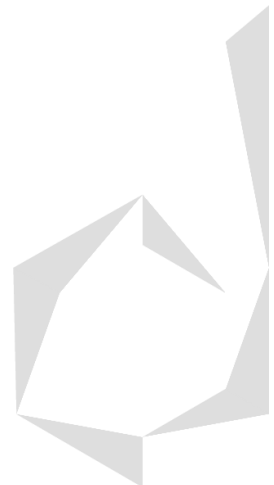
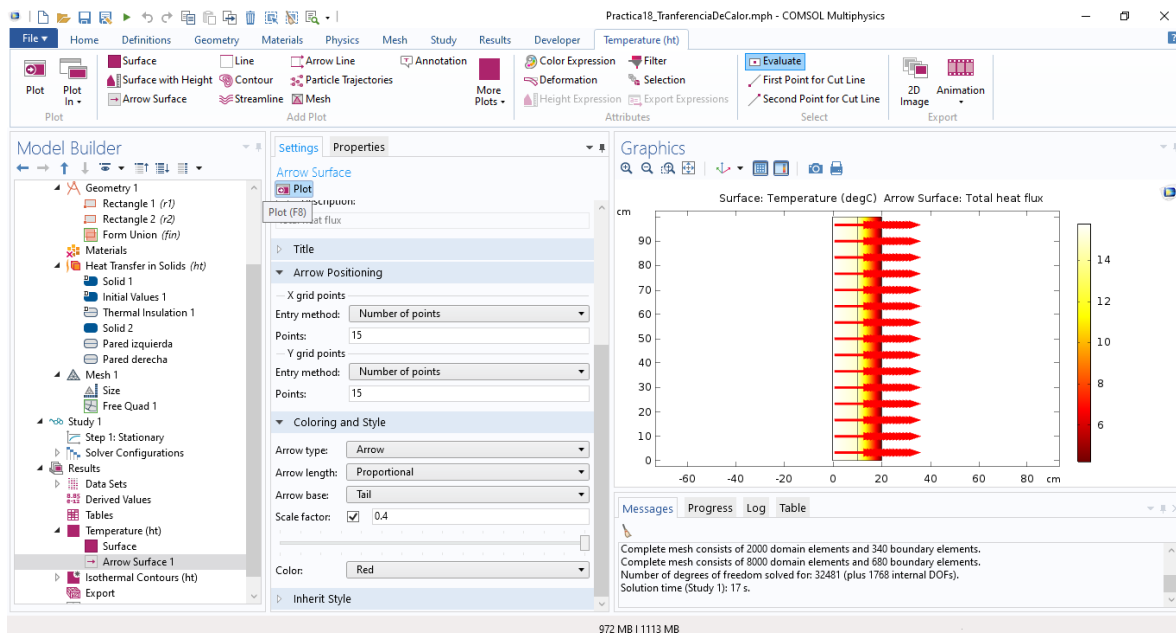
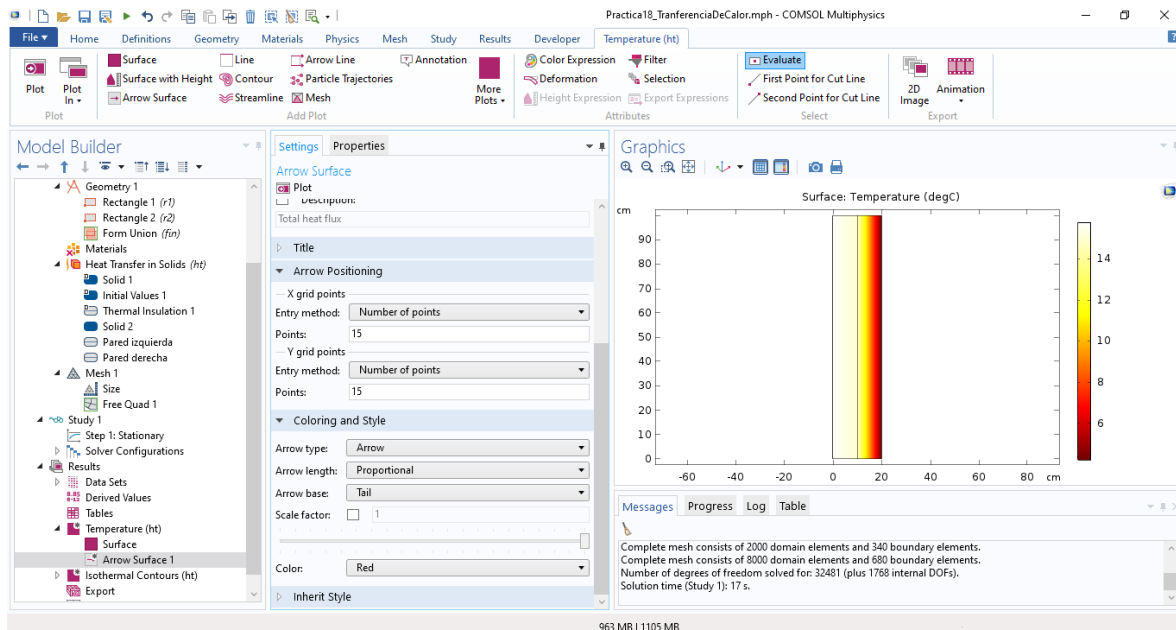
Igual lo puedo ver en grados centígrados.

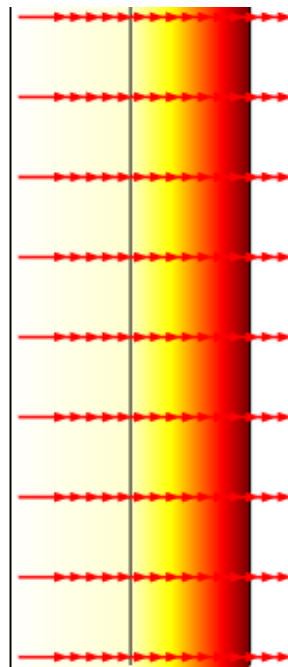
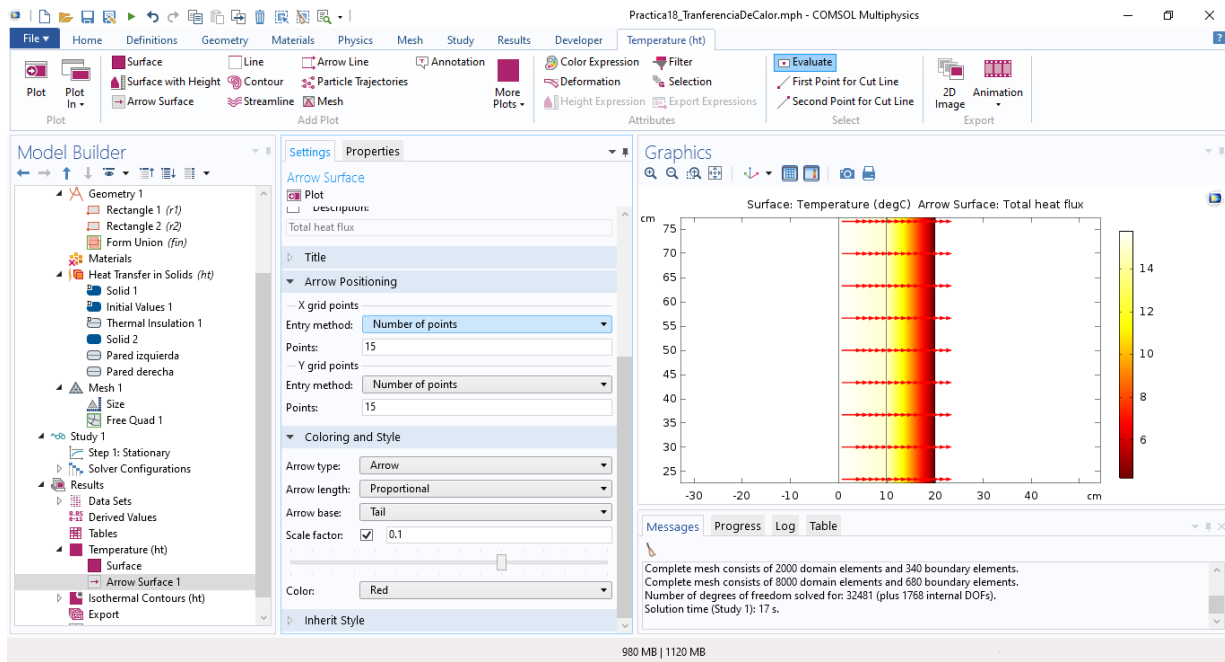


Si queremos ver el flujo de calor con flechitas hacemos lo siguiente:

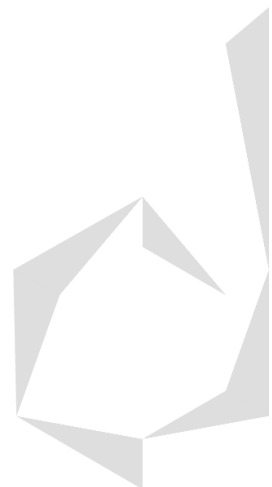
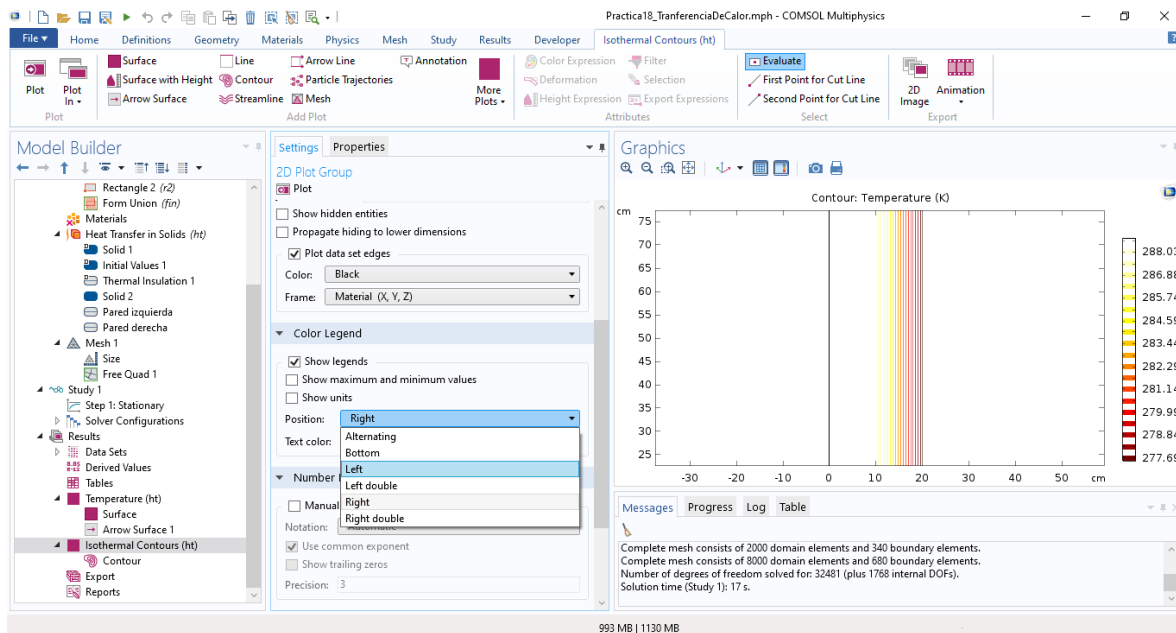
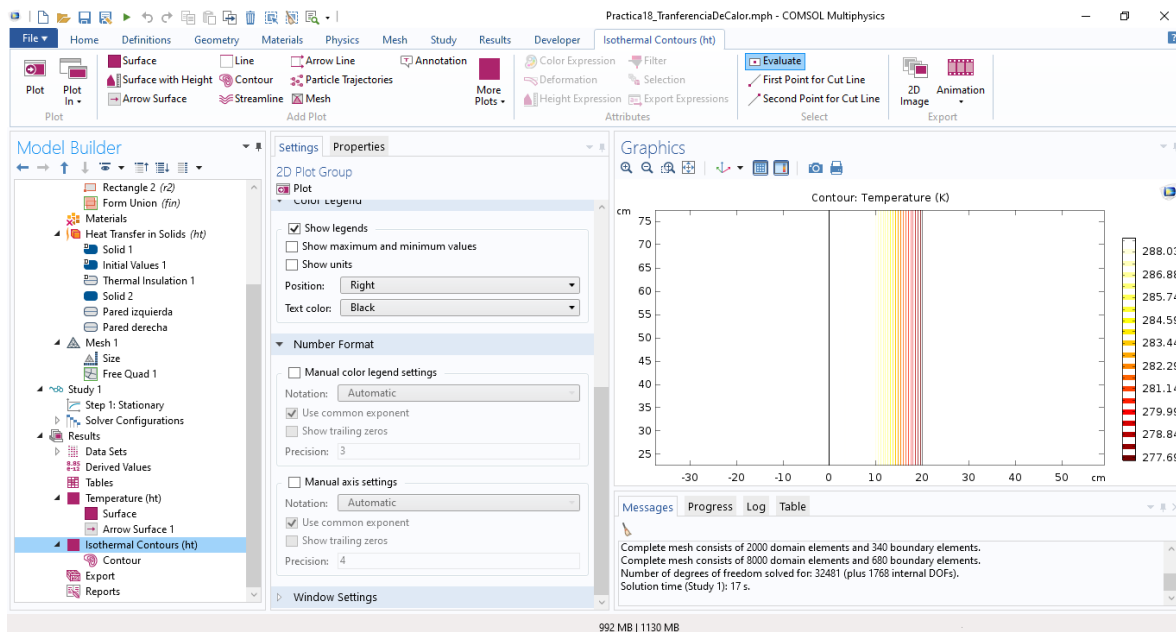


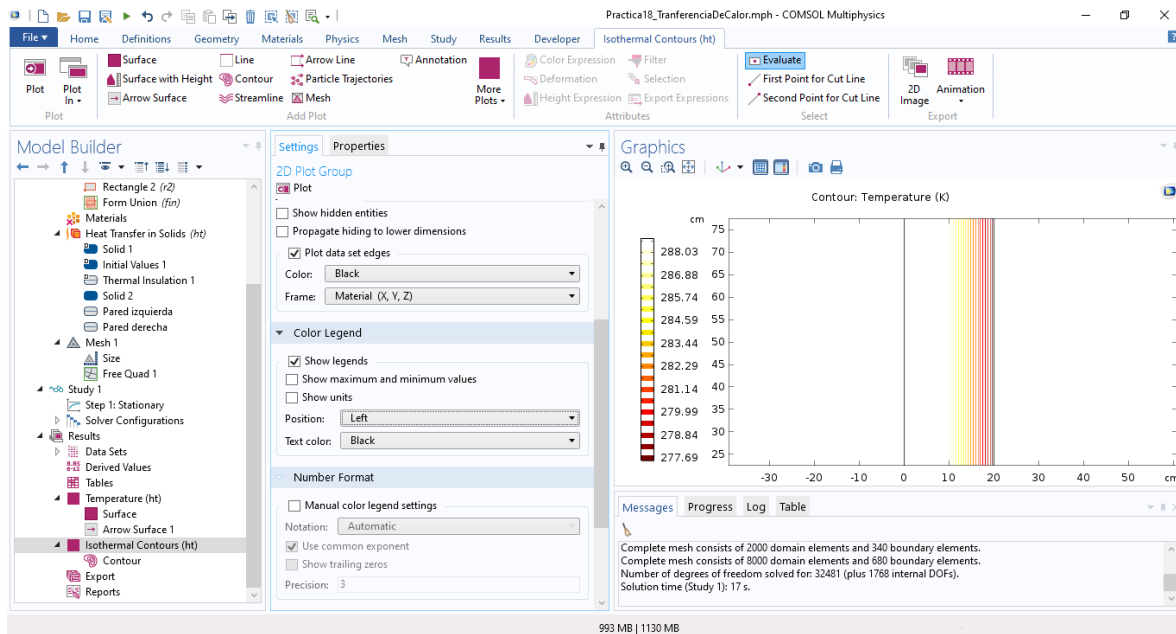
Puedo cambiar el scale factor para que haya más flechitas:





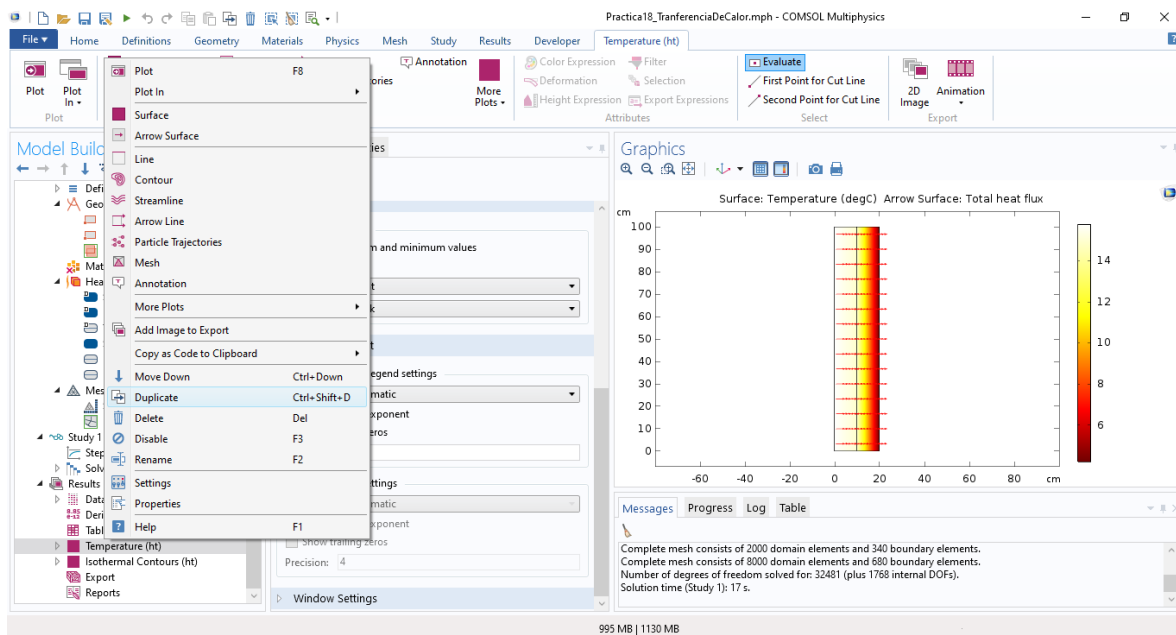
En isothermal contour igual veremos líneas que indican el cambio de temperatura:

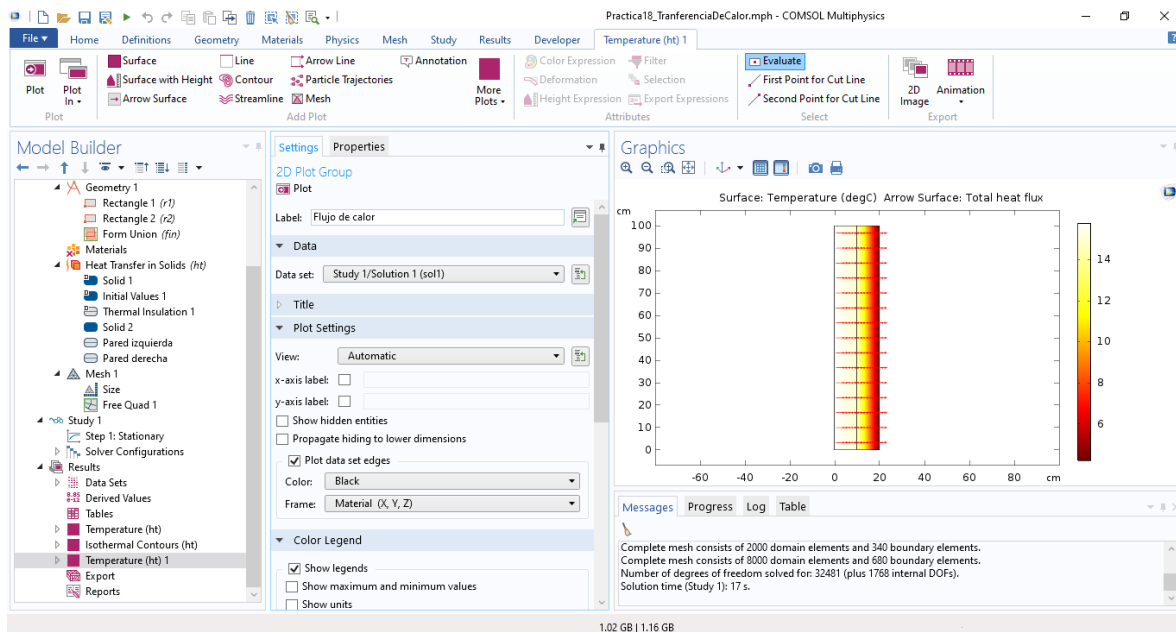




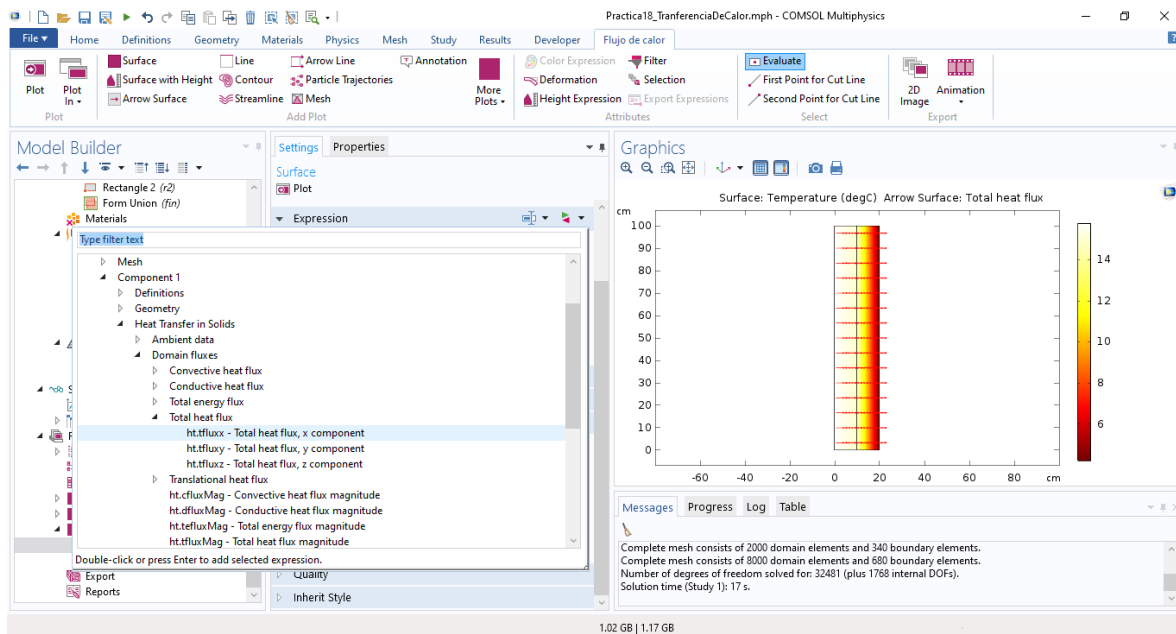
Esas se llaman isotermas y son líneas de temperatura constante.

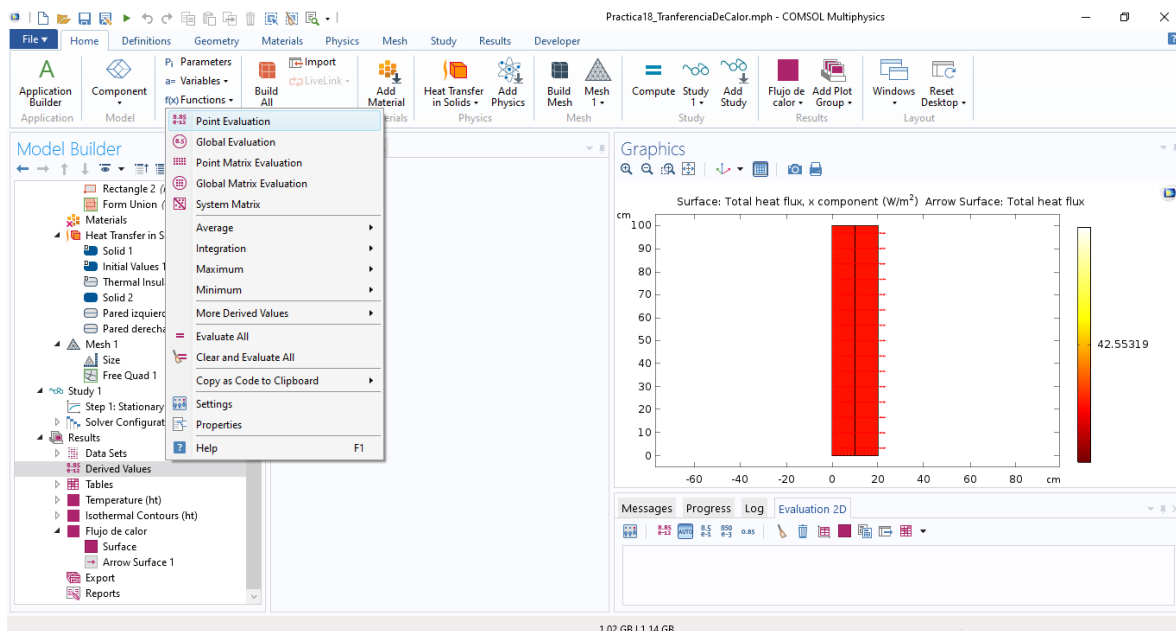
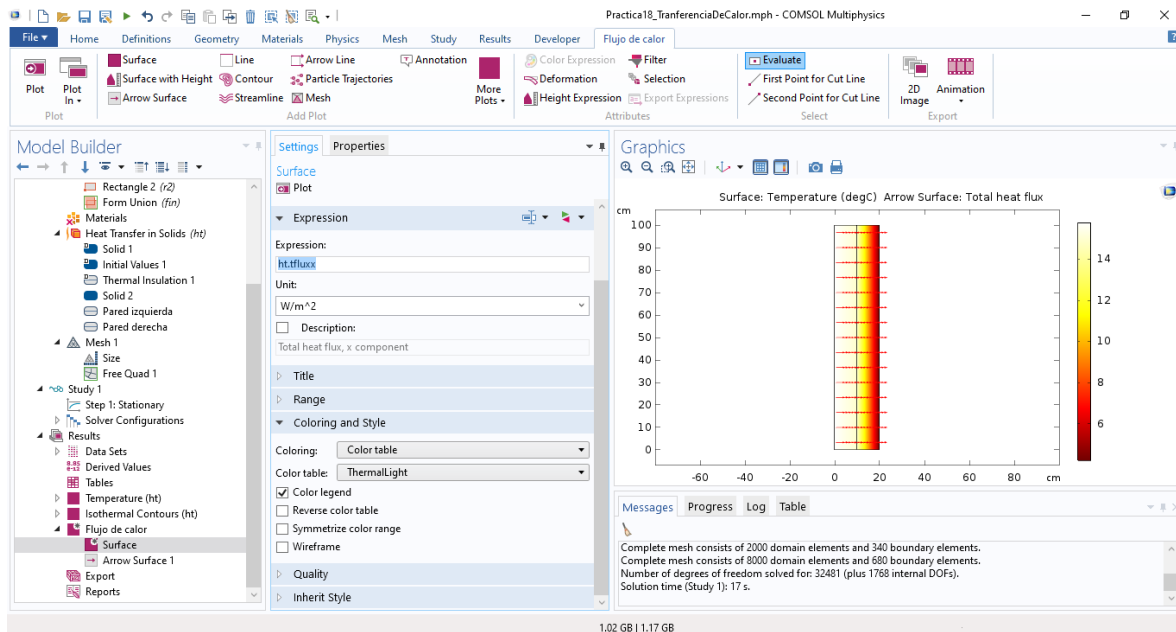
Si quiero ahora saber el flujo o la potencia de calor transmitida hago lo siguiente:



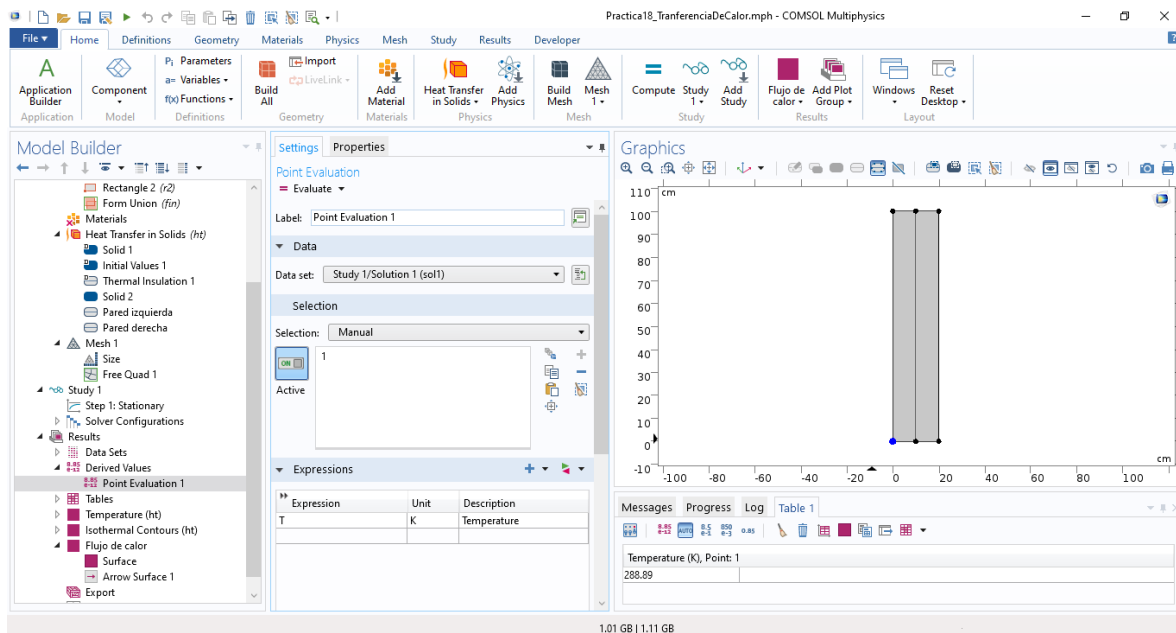
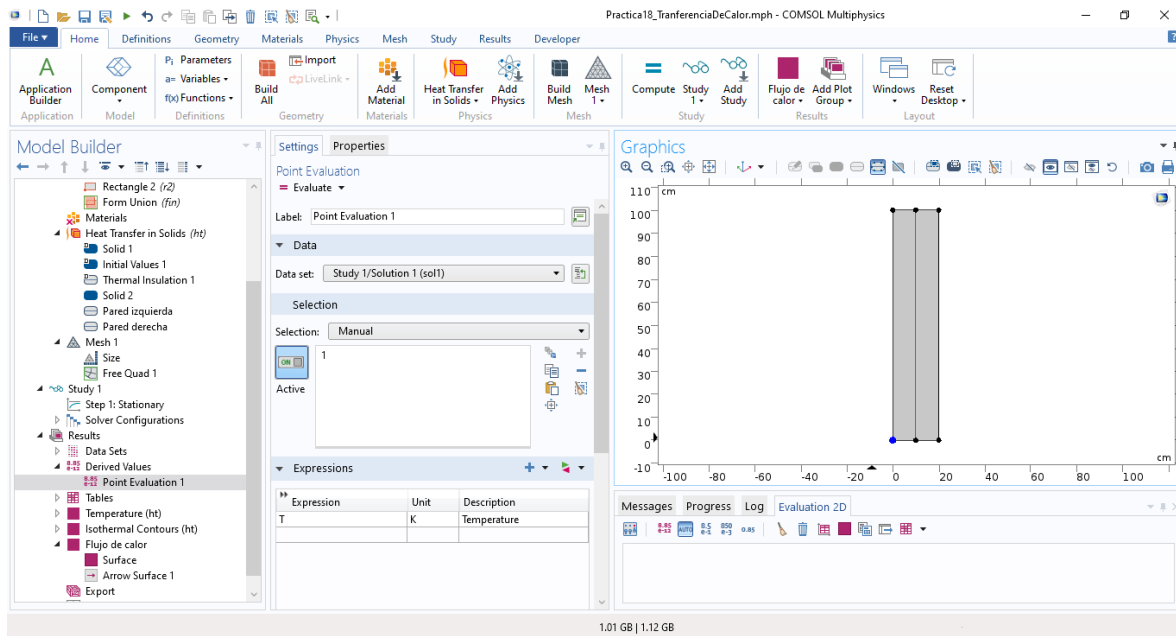


La expresión para calcular el flujo de calor es: ***ht.tfluxx***



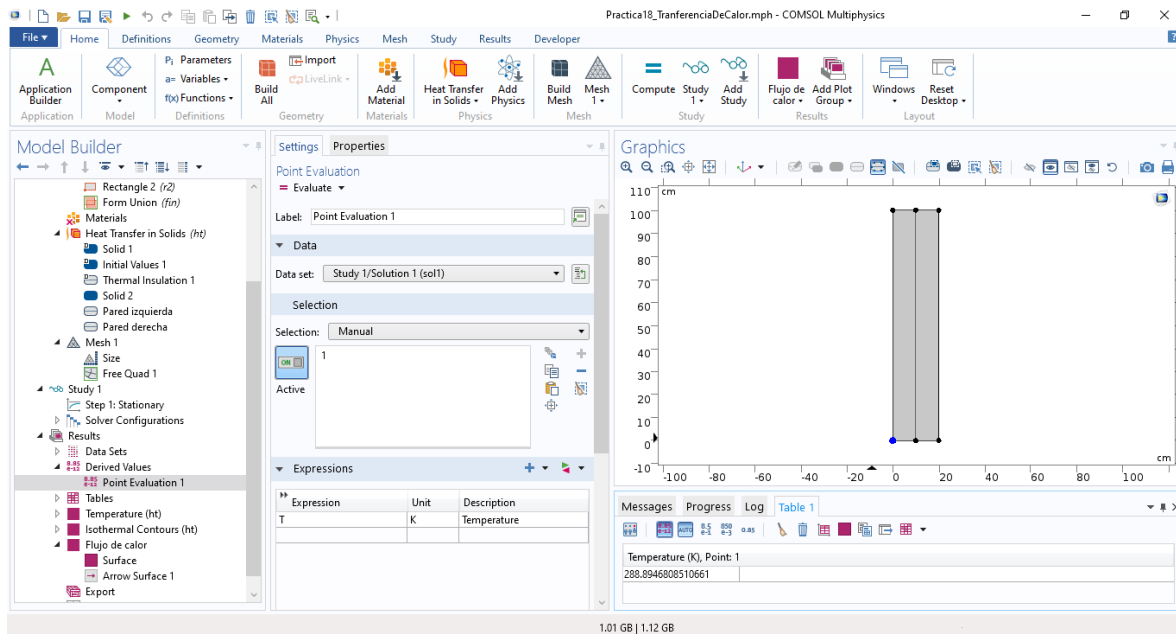


Ahora puedo ver la temperatura en las paredes de las placas.

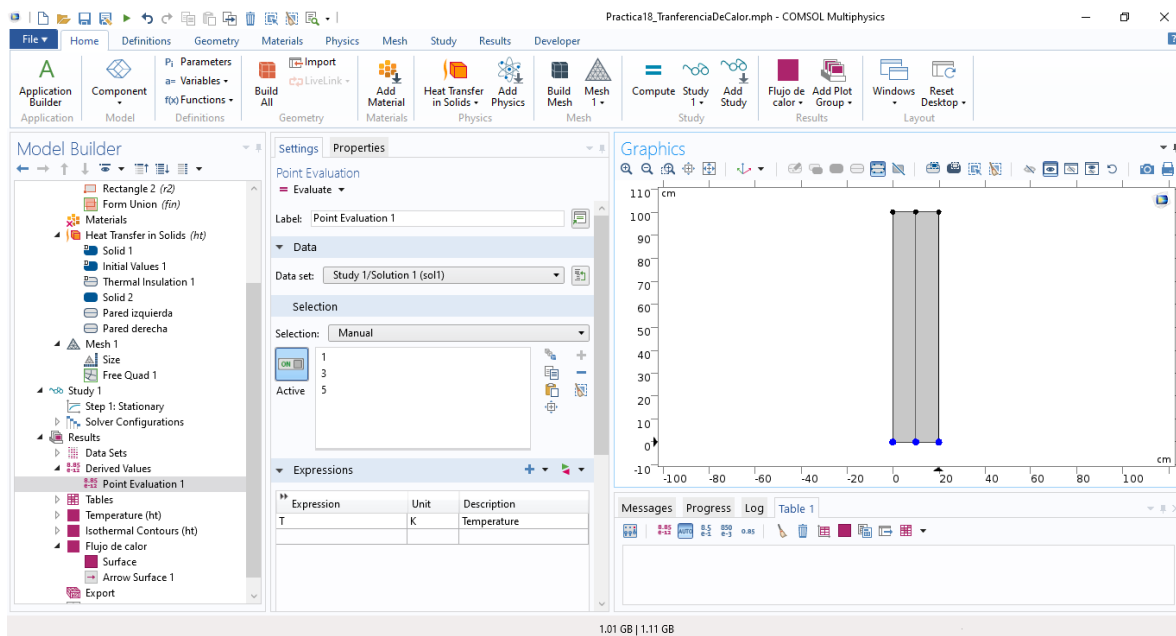


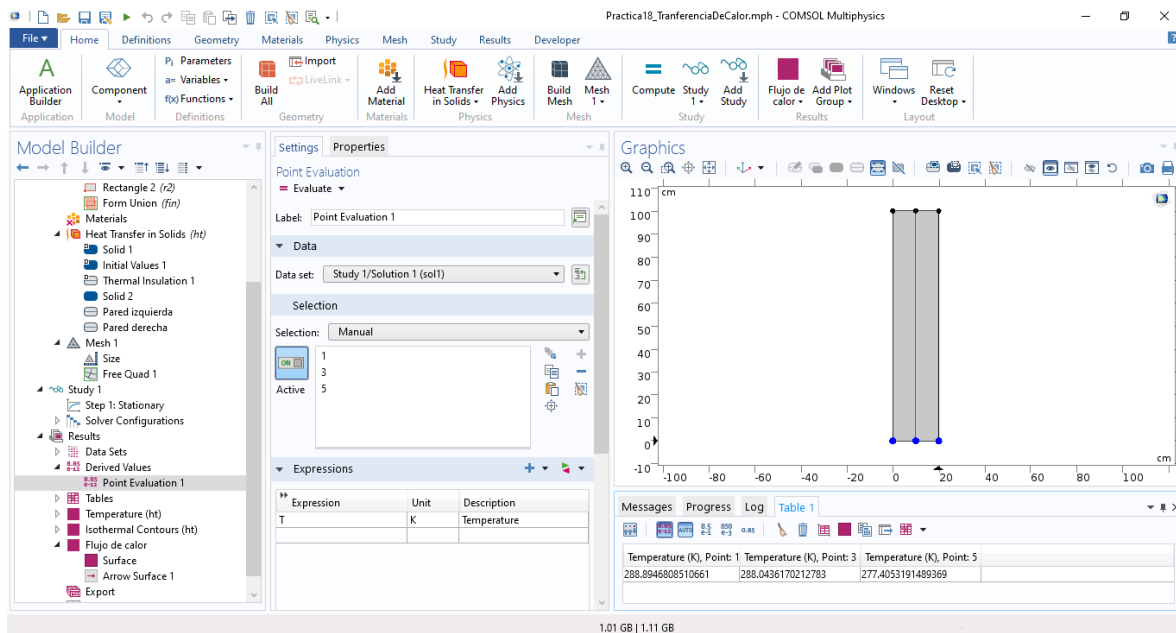
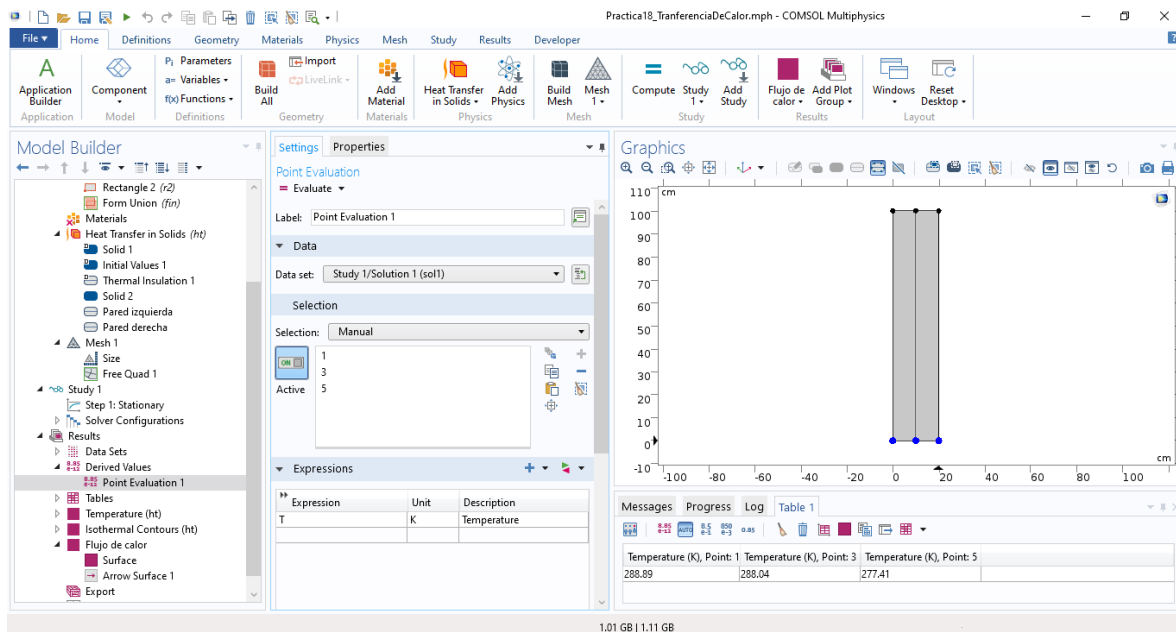
Me da un resultado donde $T_i = 288.89$.

Con Full precision puedo poner más decimales.



Puedo hacerlo punto a punto o todo de jalón.





BIBLIOGRAFÍA:

INGENIERÍA MECÁNICA ESTÁTICA (12VA EDICIÓN) – RUSSELL C. HIBBELER.