INGENIERÍA MECATRÓNICA



DIEGO CERVANTES RODRÍGUEZ

INGENIERÍA ASISTIDA POR COMPUTADORA

COMSOL MULTIPHYSICS 5.6

1: Estructura 2D

Contenido

OBJETIVOS:	2
INTRODUCCIÓN TEÓRICA:	2
DESCRIPCIÓN DEL PROBLEMA:	3
CREACIÓN DE LA PIEZA EN COMSOL:	3
ANÁLISIS MECÁNICO EN COMSOL:	
RESULTADO DEL ELEMENTO FINITO EN COMSOL:	18
CONCLUSIÓN:	37
ERROR:	37
BIBLIOGRAFÍA:	
ΜΕΤΟΝΟ ΔΝΑΙ ΙΤΙΚΟ:	38

OBJETIVOS:

Se examinará una armadura planteada en 2 dimensiones, obteniendo las reacciones y esfuerzos solicitados por medio del análisis analítico usando el método de secciones.

El resultado obtenido por medio del método analítico (cálculo a mano) será comparado con el resultado de la simulación en el programa de COMSOL Multiphysics 5.3a para comprobar su veracidad.

INTRODUCCIÓN TEÓRICA:

El análisis de equilibrio en las estructuras 2D se lleva a cabo primero encontrando las reacciones en los apoyos, se hace solamente tomando en cuenta a las cargas de la estructura (tanto a las cargas como a las reacciones en los apoyos se les considera como fuerzas externas). Ya que sé estos datos, puedo encontrar las fuerzas internas para posteriormente encontrar los esfuerzos en cada barra por medio de dos métodos:

- Método de nodos: Analiza cada unión de las barras para encontrar las fuerzas internas.
- Método de secciones: Parte imaginariamente a la estructura y hace el análisis de las fuerzas internas con la sección restante.

Para ambos métodos primero que nada se deben encontrar los elementos de fuerza cero (EFC), son aquellas fuerzas internas cuya magnitud es cero y sus condiciones son las siguientes:

- a) Si en un nodo existen solo 2 fuerzas internas y ninguna externa, ambas son EFC.
- b) Si en un nodo hay 3 elementos donde 2 son colineales y no existe ninguna fuerza externa, el tercer elemento no colineal es EFC.
- c) Si en un nodo existe una fuerza externa o más de 3 eslabones no colineales, ninguno es EFC.

Se sabe si la barra está en Tensión o Compresión viendo la dirección que tiene medida desde el nodo donde estoy haciendo el cálculo, las direcciones son propuestas y el signo del cálculo me indicará si la dirección fue la correcta o no.

Todo el análisis es isostático, por lo que se realiza el estudio haciendo uso de las ecuaciones de equilibrio que son las siguientes:

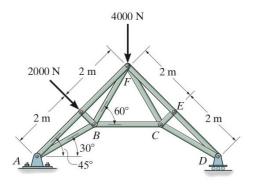
$$\sum Fx = 0$$

$$\sum Fy = 0$$

$$\sum Fz = 0$$

$$\sum T = 0 = x(Fy) - y(Fx)$$

DESCRIPCIÓN DEL PROBLEMA:



La armadura que analizaremos será la siguiente, en el punto A tiene un empotramiento de 2 reacciones RAX y Ray y en el nodo D existe una sola reacción en sentido horizontal RDy, el área de sección transversal de todas las barras es de 71.43 mm².

Además, se describirá con lujo de detalle el funcionamiento paso a paso del software COMSOL Multiphysics 5.3a que sirve para hacer todo tipo de análisis estructural en 2D.

CREACIÓN DE LA PIEZA EN COMSOL:

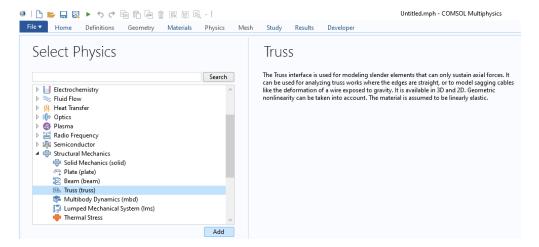
1) 1ero que nada debemos introducirnos al software COMSOL y meternos a Model Wizard.



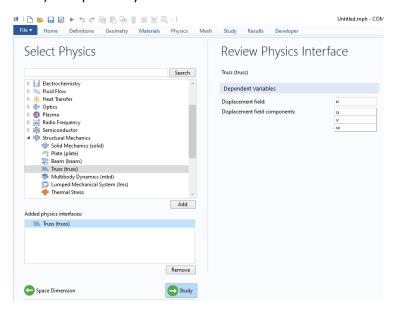
2) Aquí es donde seleccionaremos el tipo de estructura que estamos analizando, como en este caso estamos analizando una estructura 2D damos clic en esta opción.



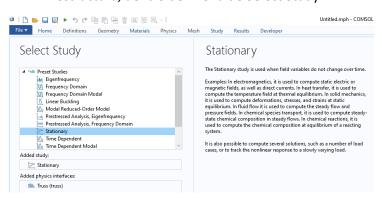
 Dentro de Structural Mechanics seleccionaremos la opción de Truss (truss) porque el elemento que vamos a analizar es una estructura mecánica, posteriormente daremos clic en el botón de Add.



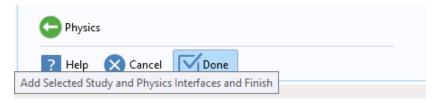
4) Ya que lo hayamos añadido daremos clic en el botón de Study.



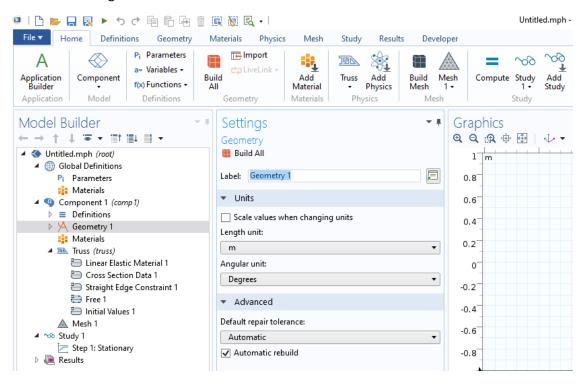
5) Posteriormente seleccionaremos Stationary en las opciones desplegadas para el estudio de la estructura, dentro del menú de Select Study.



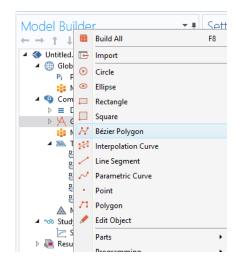
6) Finalmente daremos clic en el botón de Done para que aparezca el espacio de trabajo de mi estructura 2D.



7) Dentro de Geometry podré seleccionar la unidad que quiero manejar para la longitud en donde dice Length unit.

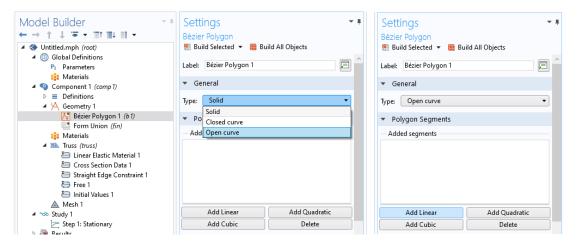


8) Para añadir los elementos de mi estructura debo dar clic derecho e introducirme en Bézier Polygon para añadir las barras o eslabones.



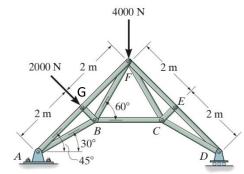


- 9) Dentro de Bézier Polygon debo seleccionar en Type el tipo de elemento que estoy analizando, si es una barra debo poner Open curve, si es una placa debo poner Closed curve o Solid.
- 10) Ya que haya seleccionado mi tipo de elemento debo dar clic en Add Linear.



- 11) Aquí lo que debo hacer es analizar cuáles son las barras de mi elemento que están una después de otra, esto porque para crear los elementos que no estén uno tras otro debo hacer uso de un Bézier Polygon nuevo.
- 12) Para facilitar este proceso se hace la tabla de conectividad que indica los puntos de cada elemento y como se conectan uno con otro, en las filas de color azul estarán los elementos que van uno tras otro y en los demás colores amarillo, verde, rojo, azul claro y morado estarán los elementos que NO van uno tras otro por lo que se deberán crear Bézier Polygons nuevos.

Elemento	Nodo inicial	Nodo final	Longitud
AB	1	2	2.0705
BC	2	3	2.0705
CD	3	4	2.0705
DE	4	5	2
EF	5	6	2
FG	6	7	2
AG	1	7	2
BG	2	7	0.5358
BF	2	6	2.0705
CF	3	6	2.0705
CE	3	5	0.5358



Puedo ver que en mi estructura los elementos que van uno seguido de otro son las barras:

AB, BC, CD, DE, EF y FG.

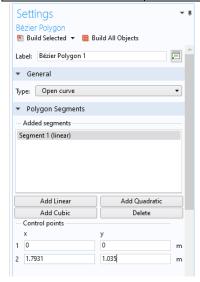
Y las barras que haré en elementos de línea aparte son:

AG (Aunque parezca que va uno tras otro, debo tomar en cuenta el nodo de inicio y nodo final declarados), **BG**, **BF**, **CF** y **CE**.

El área de sección transversal de todas las barras es de A = 71.43 mm²

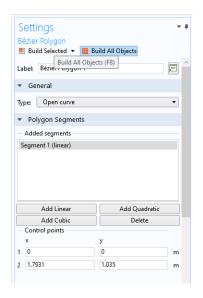
13) Se deben ponen las coordenadas de cada nodo para indicar el punto inicial y final de las barras dentro de cada Linear element.

Nodo	Punto	Х	Υ
1	Α	0	0
2	В	1.7931	1.035
3	С	3.8636	1.035
4	D	5.6567	0
5	Е	4.2424	1.4142
6	F	2.8284	2.8284
7	G	1.4142	1.4142



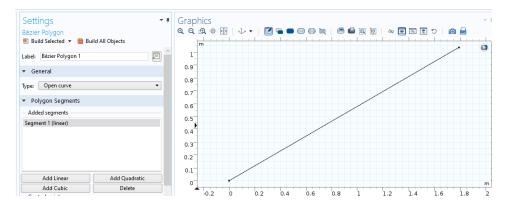
Los números 1 y 2 de COMSOL indican el nodo de inicio y de fin del elemento de línea.

14) Ya que haya puesto las coordenadas del nodo inicial y final de mi elemento de línea le puedo dar clic al botón de Build All Objects para que aparezcan en mi espacio de trabajo.

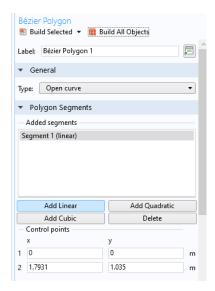




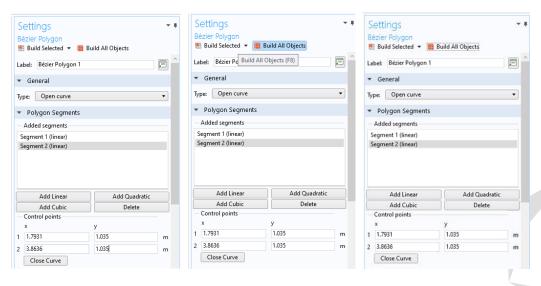
Esto lo puedo hacer cada que cree un nuevo elemento o ya que los haya creado todos.

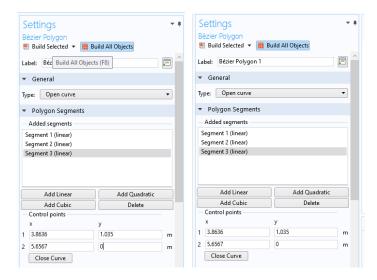


15) Para crear los demás elementos lo que debo hacer es volver dar clic a Add Linear y agregar los elementos uno a uno indicando su punto inicial y final.

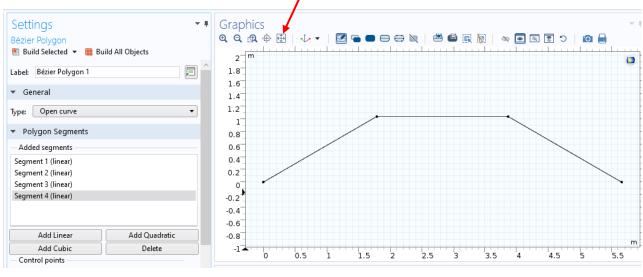


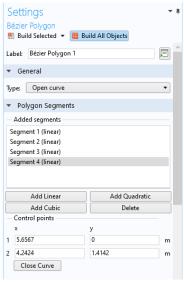
Recordemos que cada que cree un nuevo elemento puedo darle clic al botón de Build All Objects para ver cómo va la creación de mi elemento.





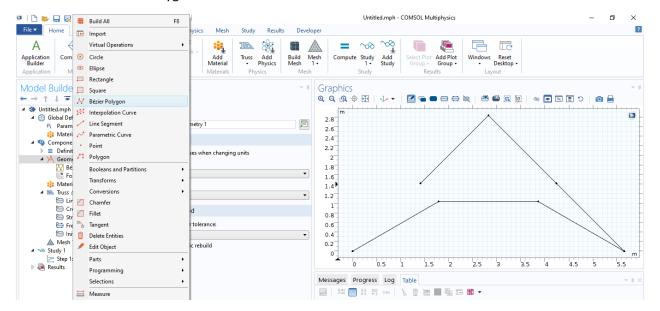
Si mis elementos ya no se ven en el espacio de trabajo puedo dar clic en el ícono del cuadro con flechas para visualizarlos.



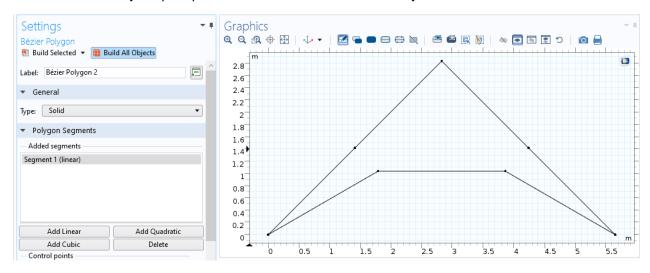




16) Ya que haya hecho todos los elementos que van uno tras otro, lo que debo hacer es agregar un nuevo Béizier Polygon.

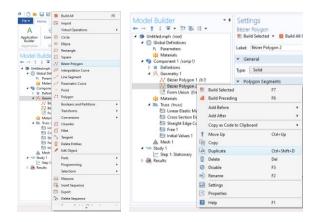


17) Este aparecerá en el menú de Geometry y de igual manera debo indicar sus puntos y dar clic en Build All Objects para poder visualizarlo en el área de trabajo.

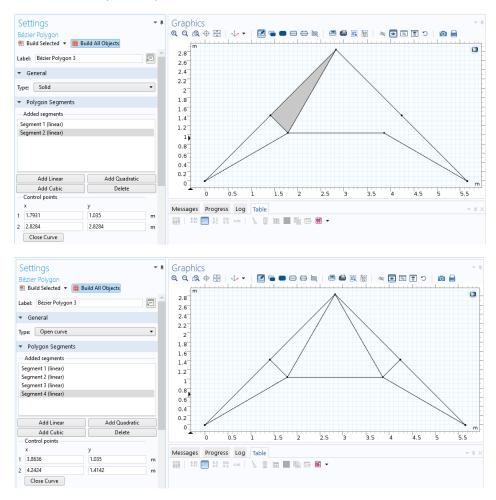


Esto se debe poner así porque si no el programa me borra el elemento anterior (si el nuevo elemento no va uno tras otro).

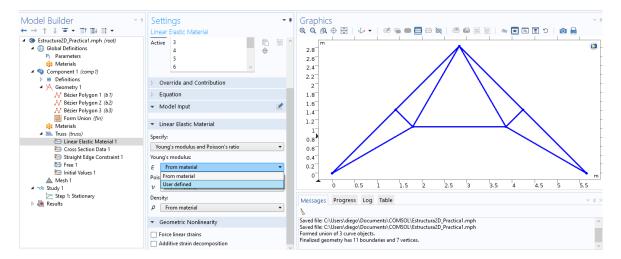
18) Ya que tenga algunos elementos lineales sueltos construidos, para crear los demás elementos puedo hacer nuevos Béizier Polygon o simplemente duplicar los ya creados.



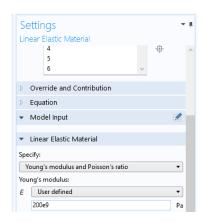
Nota: Si alguno de los elementos me crea un área es posiblemente porque en Type le dejé la opción de Solid en vez de poner Open curve.



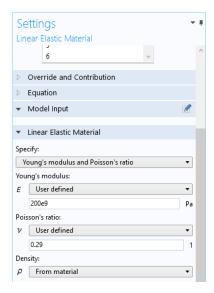
19) Cuando haya terminado de dibujar mi estructura lo que debo hacer para poder obtener el estudio de las reacciones, esfuerzos y desplazamientos de mi figura al aplicarle las cargas, es indicarle el coeficiente de elasticidad E [GPa] del material y el coeficiente de Poisson v que normalmente vale 0.29 [adimensional]. Esto lo hago metiéndome al submenú de Truss (truss) llamado Linear Elastic Material y seleccionando la opción de User defined dentro de cada propiedad del material.



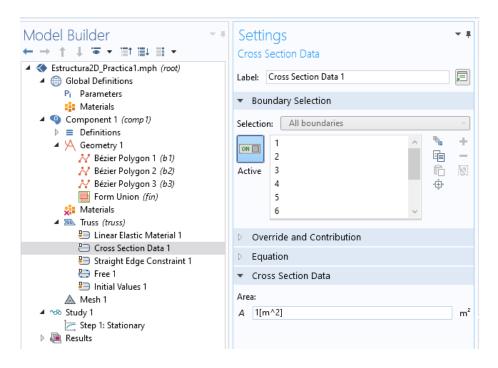
Por ejemplo, para este ejercicio el coeficiente de elasticidad del material es de E=200[GPa]



Luego debo hacer lo mismo con el coeficiente de Poisson dándole el valor de 0.29.

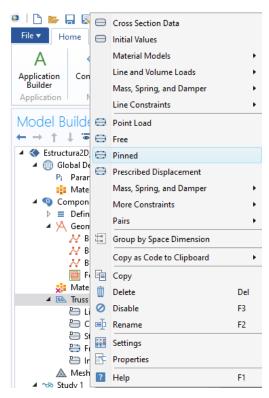


20) Finalmente, para indicar el área de sección transversal del elemento me debo introducir en Cross Section Data que se encuentra dentro de Truss (truss) y meter el dato en Area junto con sus unidades, que en principio se encuentra en metros².

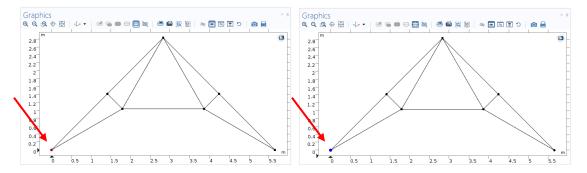


ANÁLISIS MECÁNICO EN COMSOL:

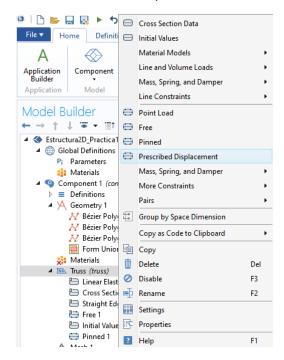
21) Después debo añadir los elementos que me restringirán el movimiento de mi estructura, ósea los apoyos. Esto lo haré dando clic derecho a Truss (truss) y seleccionando la opción de Pinned.



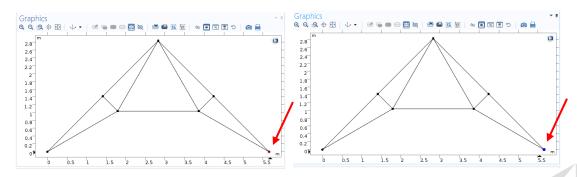
Esta opción me permitirá seleccionar algún nodo de mi estructura dentro del área de trabajo para poner ahí el apoyo.



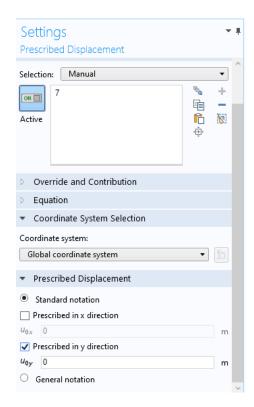
22) Pinned me restringirá el movimiento en "x" y "y", pero si quiero un apoyo que solo me restrinja el movimiento en una de las direcciones lo que debo hacer es dar clic derecho en Truss (truss) y seleccionar la opción de Prescribed Displacement.



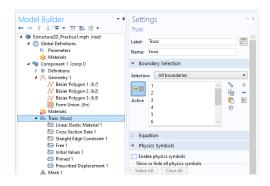
Y de igual manera debo seleccionar el nodo donde quiero mi apoyo.



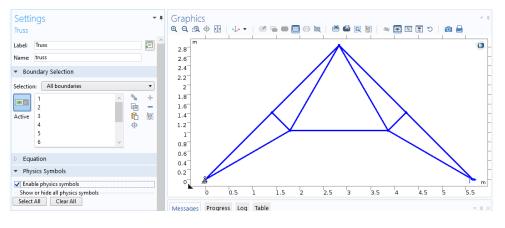
- 23) Dentro de Prescribed Displacement debo marcar cualquiera de las 2 checkbox existentes para indicar el movimiento que quiero restringir en mi apoyo, ya sea:
 - ✓ Prescribed in x direction: Para restringir el movimiento en x.
 - ✓ Prescribed in y direction: Para restringir el movimiento en y.



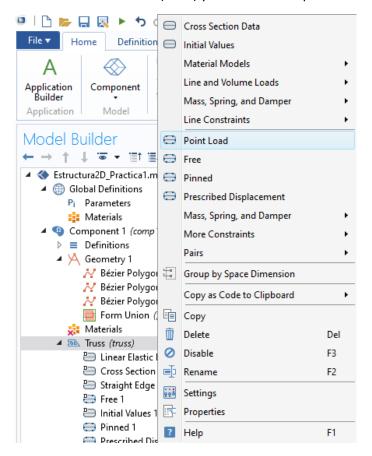
24) Para que se puedan ver tanto mis apoyos como mis cargas (fuerzas externas), lo que debo hacer es meterme en Truss (truss) y activar la checkbox que dice Enable physics symbols.



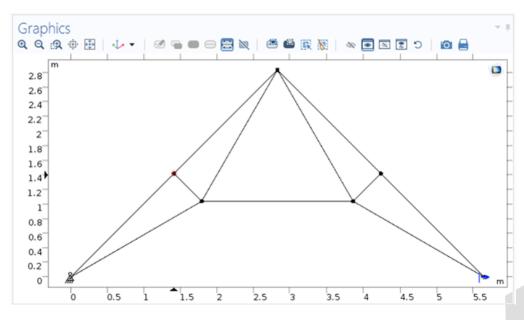
Y ya se podrán ver los apoyos con sus símbolos, el apoyo en una sola dirección se verá como un par de flechas.



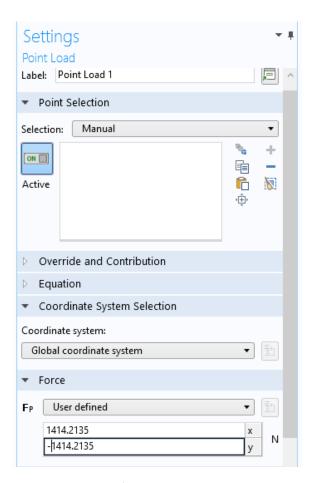
25) Posteriormente para agregar las cargas (fuerzas externas) lo que se debe hacer es dar clic derecho a Truss (truss) y seleccionar la opción de Point Load.



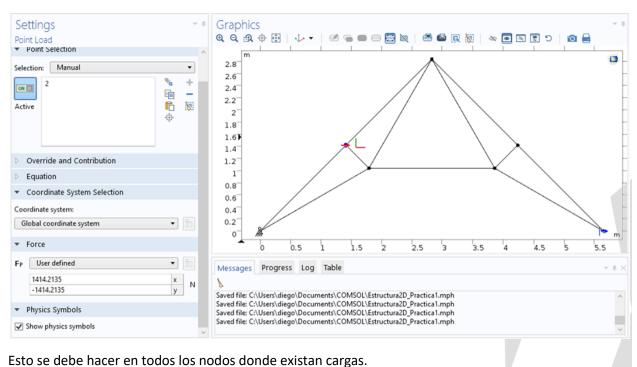
Y señalar el nodo en el que quiero poner mi carga puntual.

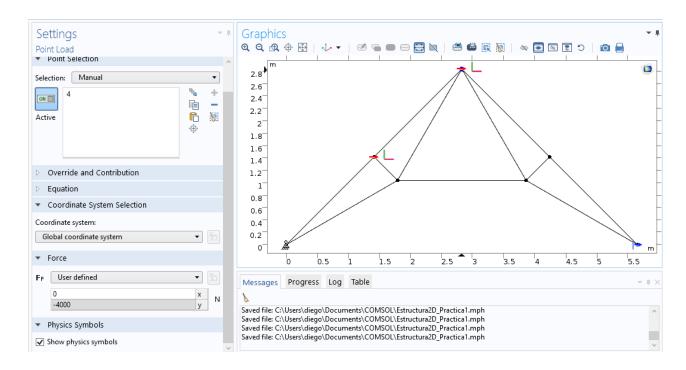


26) Luego debo indicar las componentes horizontales y verticales de mi carga en donde dice Force: "x" y "y", considerando el signo para indicar su dirección.



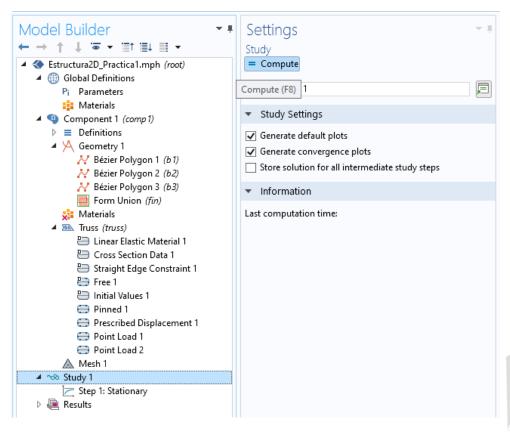
Ya que seleccioné el nodo de mi carga, en este aparecerá un símbolo con flechas rojas y verdes indicando la dirección de la carga dicha.



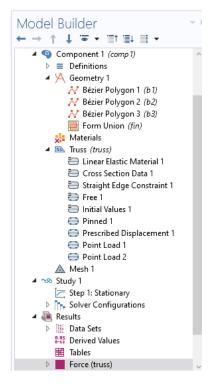


RESULTADO DEL ELEMENTO FINITO EN COMSOL:

27) Ya que esté modelada la estructura, los apoyos y las cargas; podré obtener todos los cálculos y datos de mi elemento mecánico. Para hacer el análisis lo que debo hacer es meterme a Study y posteriormente dar clic al botón que dice Compute.

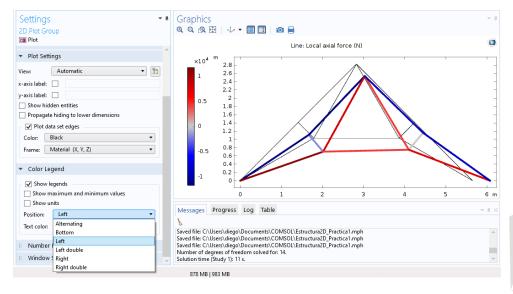


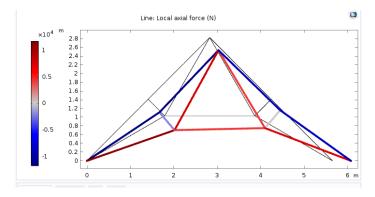
28) Ya que le haya dado clic al botón de Compute, aparecerá un submenú emergente llamado Results que sirve para visualizar todos los cálculos que se hayan hecho de la estructura.



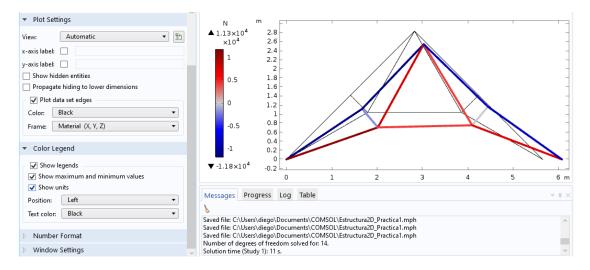
Por default en un principio se hacen solos los cálculos de las fuerzas internas (Force) y los esfuerzos (Stress).

29) Al introducirme en cada uno de los cálculos podré visualizar como se deforma la estructura debido a las cargas, además existe una barra que me mostrará los datos numéricos del cálculo, esta barra la puedo posicionar donde yo quiera si cambio la opción de Position y doy clic en el botón de Plot que se encuentra en la parte superior de Settings. Si nos introducimos dentro de Force, la barra numérica de colores nos indicará donde se encuentra la fuerza interna máxima y mínima en la estructura debido a las cargas.

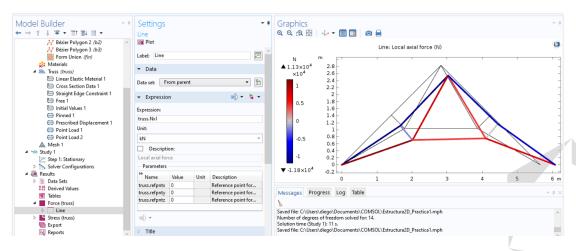




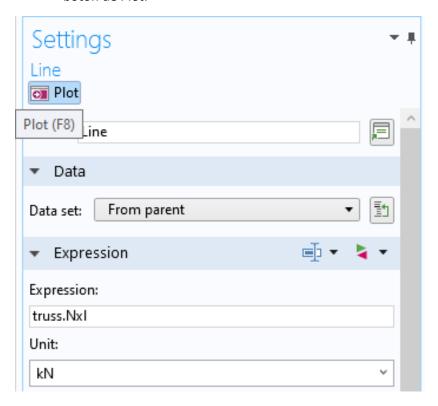
- 30) Si quiero visualizar los datos numéricos calculados en mi barra de valores (Legend), debo dar clic en las checkboxes:
 - ✓ Show legends.
 - Show máximum and mínimum values.
 - ✓ Show units.



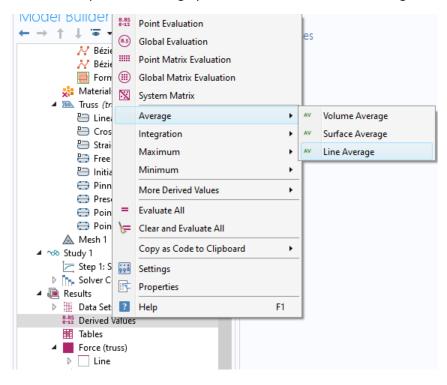
31) Para seleccionar las unidades en las que quiero que se desplieguen mis datos numéricos debo meterme al submenú llamado Line del cálculo que quiera editar y especificar la unidad dentro de Unit, ésta la puedo elegir entre muchas de las opciones que me da COMSOL dando clic en la flecha de la derecha.



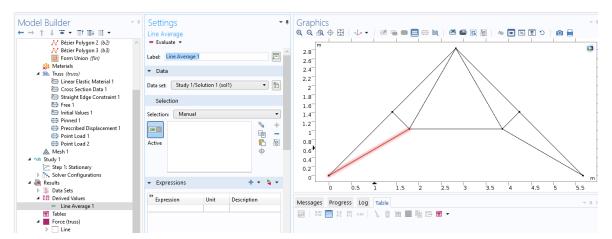
32) Ya que haya seleccionado mi unidad, para visualizarlo en el área de trabajo debo dar clic al botón de Plot.



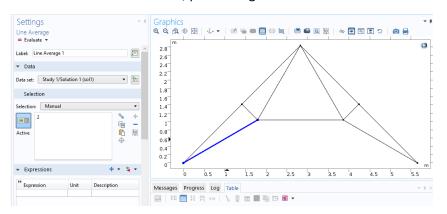
33) Si quiero saber el valor de la fuerza interna o del esfuerzo en un elemento en específico lo que debo hacer es dar clic derecho en Derived Values que se encuentra dentro de Results, meterme a la opción de Average y finalmente dar clic en Line Average.

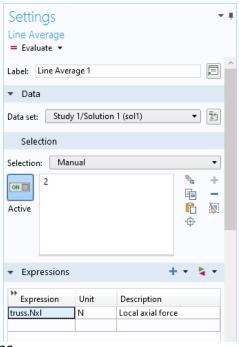


34) En esta ventana emergente de Line Average debo seleccionar el eslabón en donde quiero saber mi magnitud.



35) Una vez que hayamos seleccionado el elemento, este aparecerá en color azul y se añadirá a la ventana de Selection, puedo elegir solamente un elemento a la vez.





36) Ya que haya seleccionado mi elemento en la parte de Expression debo indicar exactamente qué cosas quiero conocer de mi eslabón (también llamado elemento de línea).

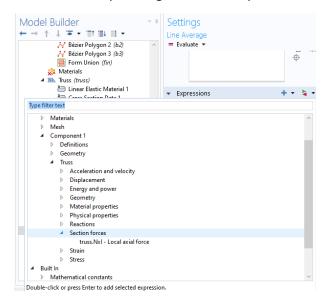
Para accesar a cada valor debo introducir un código específico en la tabla de Expressions:

- **truss.Nxl**: Se refiere a la fuerza axial interna en el eslabón.
- **u:** Se refiere al desplazamiento en x (horizontal).
- v: Se refiere al desplazamiento en y (vertical).
- truss.disp: Se refiere al desplazamiento en general.
- **truss.sn:** Se refiere al esfuerzo del elemento.

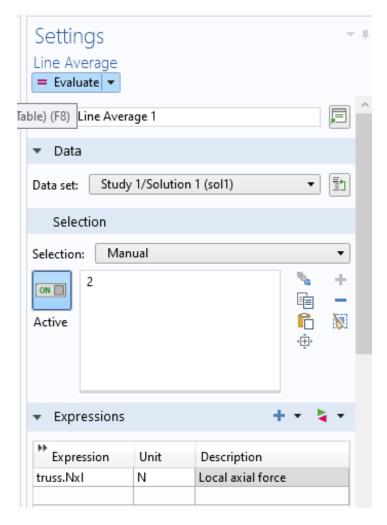
Además, debo indicar la unidad en la que quiero que me muestre el dato en la parte de la tabla que dice Unit.

37) Si es que no recuerdo estos códigos lo que puedo hacer es meterme al ícono que tiene una flecha roja con verde que se encuentra en la esquina superior derecha para

buscar qué código debo meter para cada magnitud que quiera saber.

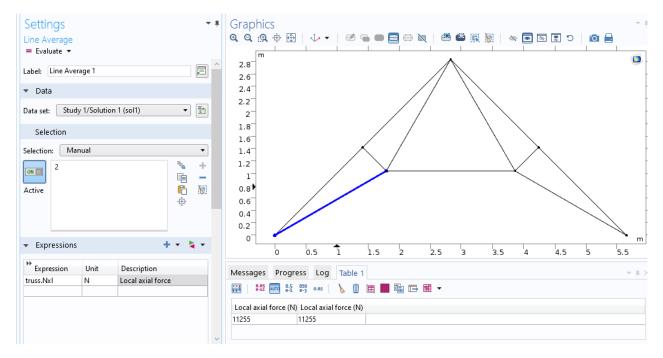


38) Ya que haya metido en la tabla todos los valores que quiero conocer, debo dar clic en el botón Evaluate para que el programa me muestre los cálculos.

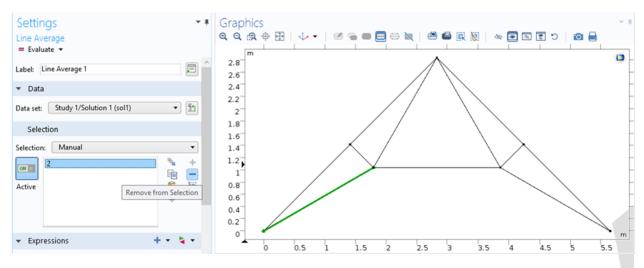




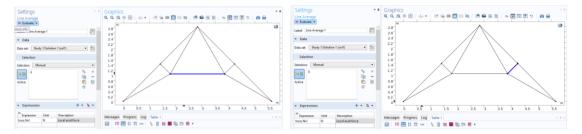
39) Al evaluar los datos con el botón Evaluate se irán apilando en la tabla inferior derecha de mi área de trabajo, para borrar los datos apilados puedo usar el botón que tiene una pequeña escoba.



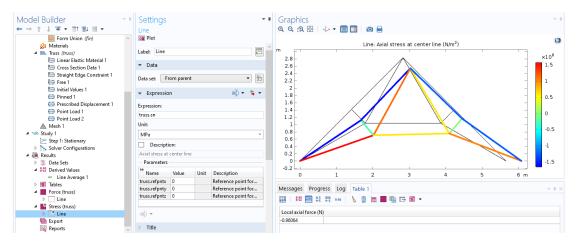
40) Si quiero seleccionar otro elemento de mi estructura lo que puedo hacer es duplicar este elemento Line Average, seleccionar número de eslabón actual que se encuentra dentro de la parte de Selection y dar clic en el botón que tiene el signo menos (-).



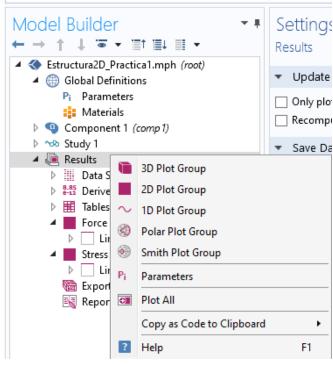
41) Ya que haya hecho esto podré seleccionar cualquier otro eslabón o barra que quiera siempre y cuando las seleccione una a una, de esta manera puedo encontrar las fuerzas internas y esfuerzos de todos los eslabones de mi estructura.



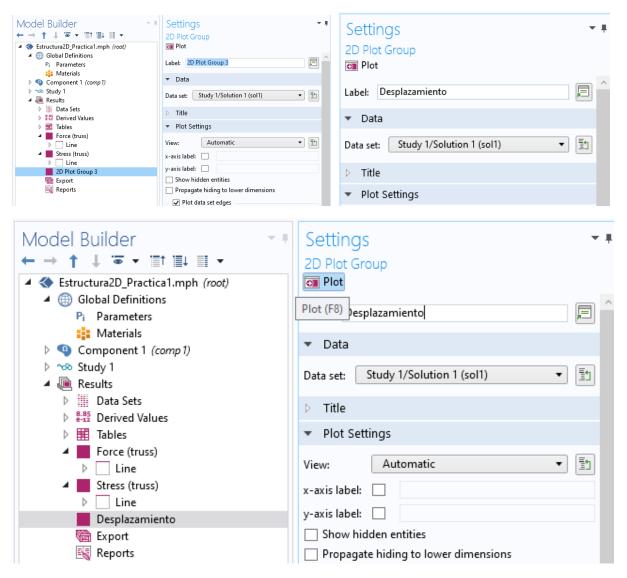
42) Si nos posicionamos en el submenú de Stress que se encuentra dentro de Results también podremos visualizar a la estructura deformada por las cargas externas y una barra de colores indicando los puntos en los que se genera el máximo y el mínimo esfuerzo.



43) Si queremos analizar una nueva magnitud que no sea la fuerza interna o el esfuerzo (que el programa analiza y muestra por default) como el desplazamiento, lo que debemos hacer es dar clic derecho en Results y seleccionar 2D Plot Group (porque nuestra estructura es 2D).

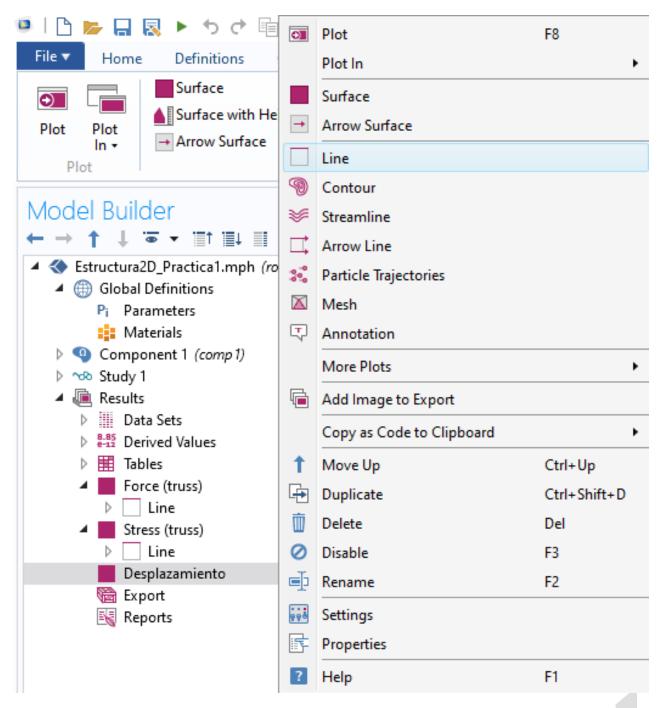


44) En donde dice Label debemos darle un nombre a esta nueva magnitud a evaluar de nuestra estructura y dar clic en el botón de Plot para que aparezca el nombre dentro de Results.

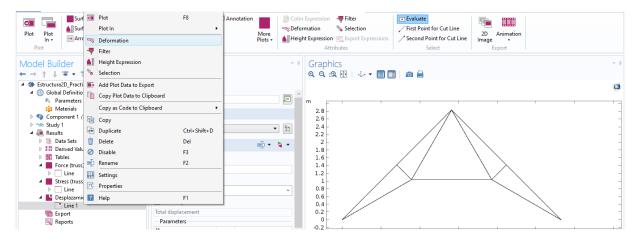


45) Después debemos agregarle un elemento Line dando clic derecho en el nuevo 2D Plot Group.

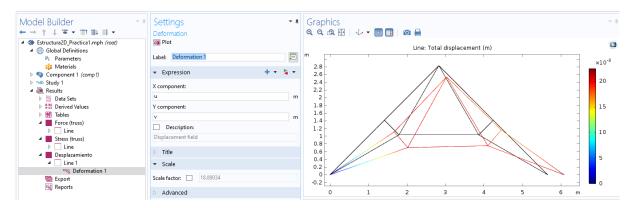




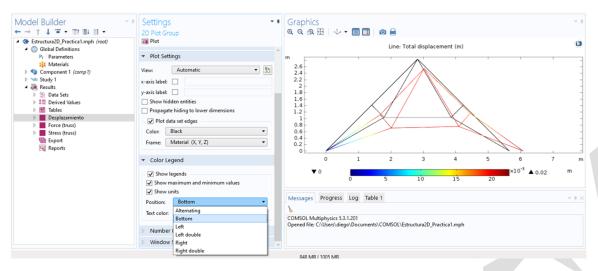
46) Ya que haya creado el elemento Line dentro de mi 2D Plot Group, debo dar clic derecho en él y seleccionar la opción de Deformation para que me muestre en el espacio de trabajo la deformación que sufrirá el elemento debido a las cargas.



Luego de haber dado clic en el botón de Plot me saldrá la deformación junto con la barra de valores en el espacio de trabajo.

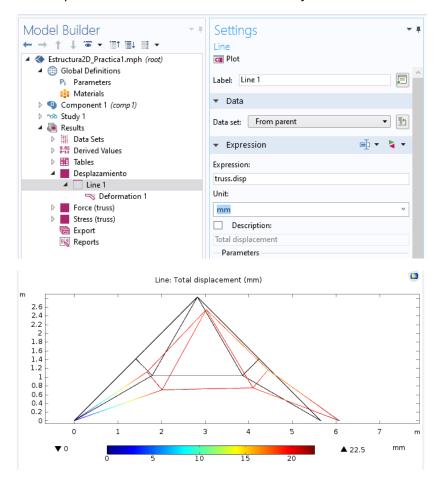


47) Posteriormente debo indicar que me muestre los valores mínimos y máximos junto con las unidades para que aparezcan en la barra de valores. Además, si quiero cambiar de posición la barra de valores se lo debo indicar dentro de Position.

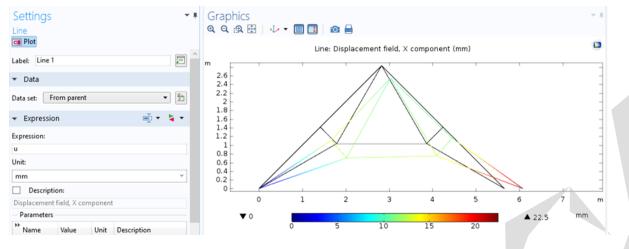


En la figura me mostrará los desplazamientos máximos y mínimos de la estructura de acuerdo a los colores en la barra de unidades. Todos los cambios se aplicarán al área de trabajo cuando de clic en el botón de Plot.

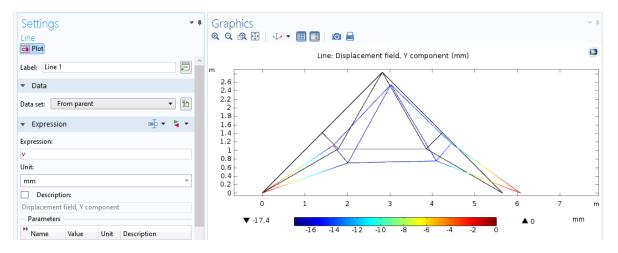
48) Dentro de Line le indicaré al programa las unidades en las que quiero que me muestre la magnitud calculada, que en este caso es el desplazamiento de la estructura. Y como siempre para ver los cambios en el área de trabajo debo dar clic en Plot.



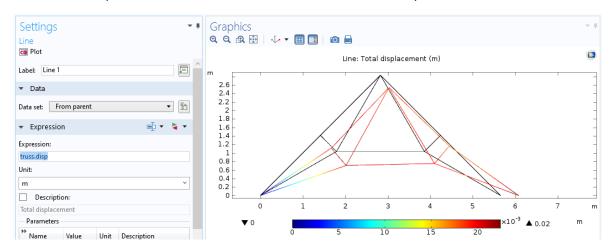
Si dentro de Expression pongo u, la barra de resultados y la figura me mostrarán el desplazamiento solamente en x.



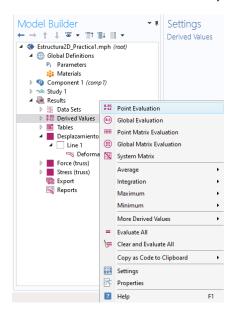
Si dentro de Expression pongo v, la barra de resultados y la figura me mostrarán el desplazamiento solamente en y.



truss.disp se refiere a la resultante del desplazamiento que estoy midiendo, por lo que el programa me mostrará el desplazamiento resultante si meto este comando en Expression.



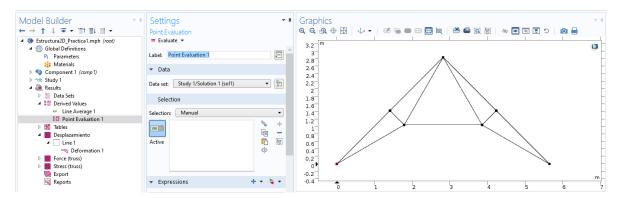
49) Para poder ver las reacciones o las fuerzas en un nodo o punto de la estructura le doy clic derecho a Derived Values y me meto a Point Evaluation.





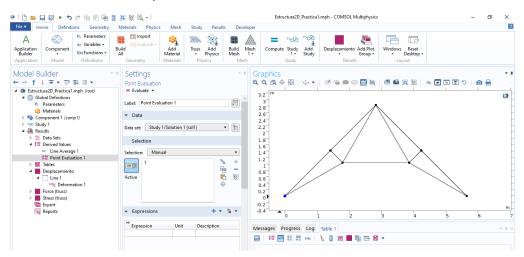
Esto lo que hace es darme los datos en un solo punto a diferencia de Line Average que me daba los cálculos hechos en el eslabón entero.

50) Dentro de Point Evaluation seleccionamos el nodo que queremos analizar.



- 51) Ya seleccionado el nodo, en la tabla donde dice Expression vamos a poner el comando de la magnitud que quiero saber del punto:
 - Con truss.RFx obtengo las reacciones en x.
 - Con truss.RFy obtengo las reacciones en y.

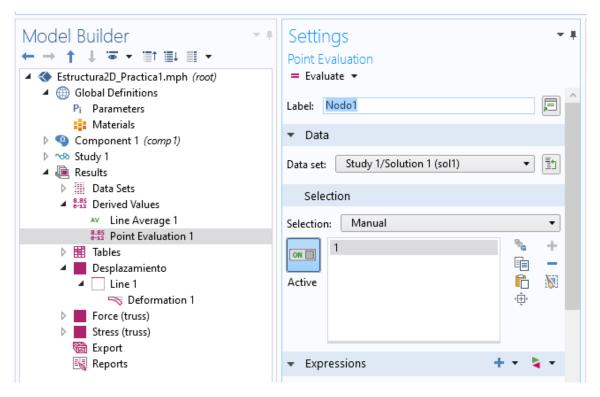
En general lo único que nos interesa de los nodos son las fuerzas de reacción en los apoyos, por eso es lo único que tomaremos en cuenta.



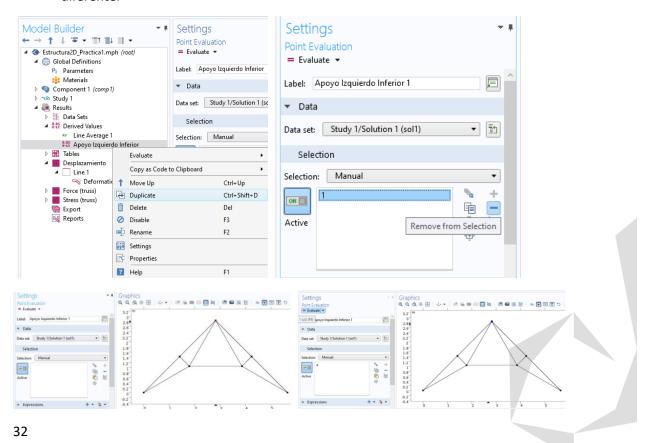
Ya que haya puesto los datos que quiero recopilar del nodo para que me los muestre en pantalla, debo dar clic al botón de Evaluate y me acomodará los datos que quiero saber en el orden en que los acomodé en la tabla de arriba para abajo, pero en los resultados aparecerán de derecha a izquierda. Para borrar los datos amontonados debo dar clic en el botón con el ícono de escoba de la parte superior.



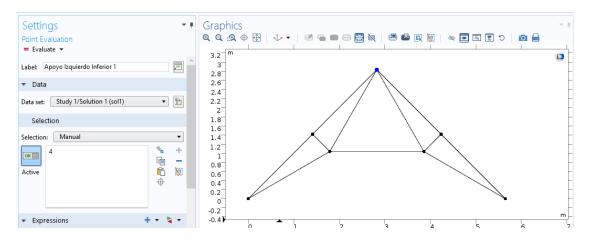
52) En Label debemos ponerle un nombre a cada Line Average (eslabón analizado) y a cada Point Evaluation (nodo analizado) para identificarlos porque el análisis se hace de uno a uno.



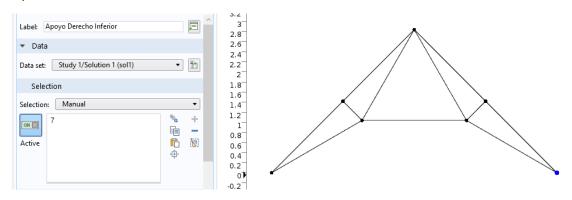
53) Para evaluar otros puntos puedo duplicar los ya hechos y borrar el nodo previamente seleccionado con el signo menos para indicar el nuevo nodo de evaluación y finalmente dar clic al botón de Evaluate para que me dé la misma magnitud antes indicada, pero en un nodo diferente.



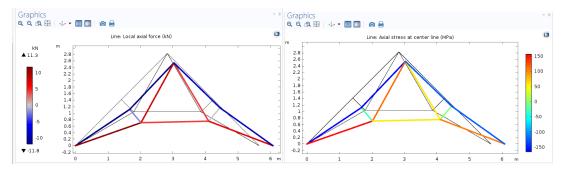
DI_CERO



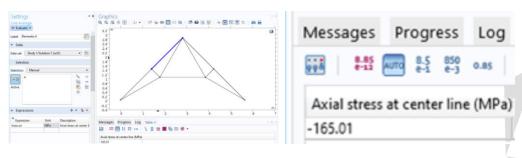
Y puedo hacer lo mismo con todos los nodos.



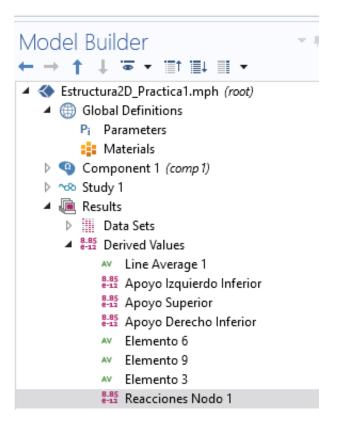
54) También en Label de los eslabones analizados con Line Average debo asignar un nombre a cada eslabón analizado para identificar uno de otro.



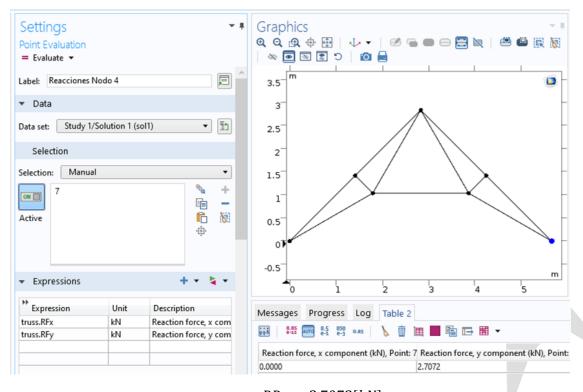
Y de esa manera sabré cual es el esfuerzo en cada elemento, por ejemplo, en el eslabón FG el esfuerzo es de -165.01 [MPa], ósea 165.01 [MPa] Compresión y esto se puede observar en el diagrama de los esfuerzos si observamos los colores del diagrama y la barra de valores.



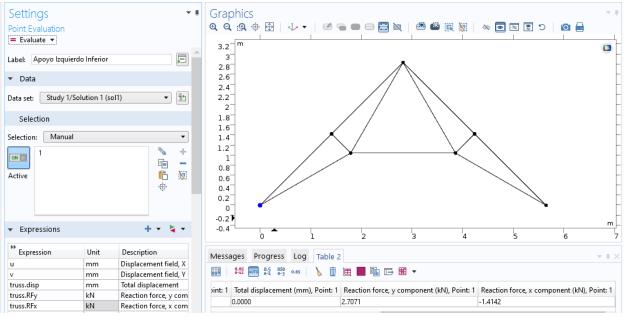
Así podemos saber cualquier aspecto de nuestra estructura.



55) Comparación de resultados analíticos con numéricos.

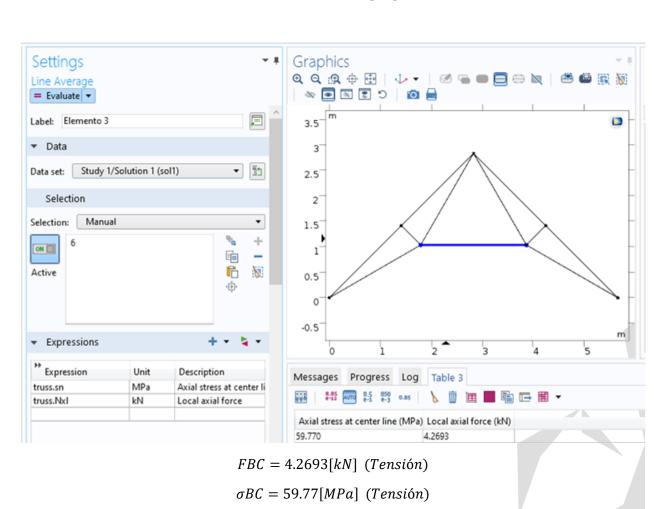


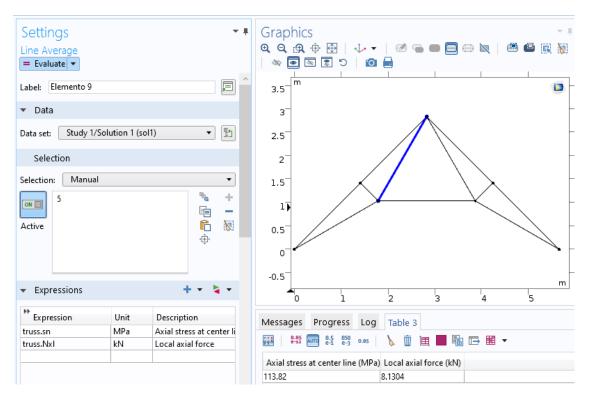
RDy = 2.7072[kN]



RAy = 2.7071[kN]

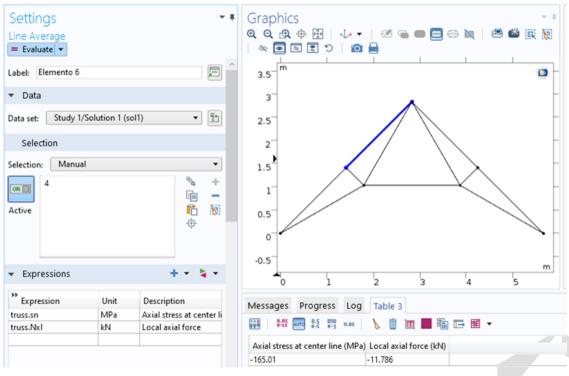
$$RAx = -1.4142[kN]$$





FBF = 8.1304[kN] (Tensión)

 $\sigma BF = 113.82[MPa]$ (Tensión)



FGF = -11.786[kN] (Compresión)

 $\sigma GF = -165.01 [MPa] \ (Compresi\'on)$

CONCLUSIÓN:

Con el método numérico apoyado por el programa COMSOL podemos comprobar que esté bien hecho el método analítico y visualizar los desplazamientos y/o deformaciones que tendrá nuestra estructura 2D después de haberle aplicado la carga, igual observamos después de hacer la comparación entre el método analítico y el numérico que en el cálculo de estructuras el error es básicamente cero. Además, cuando se calculó la fuerza interna de un elemento que está a compresión esta aparecerá con un signo negativo y viceversa para cuando el eslabón se encuentra a tensión, igual pasará con el esfuerzo.

ERROR:

$$error = \left| \frac{|valor\ obtenido\ en\ el\ programa| - |valor\ analítico|}{|valor\ obtenido\ en\ el\ programa|} \right| * 100[\%]$$

Un error menor al 11% es aceptable entre ambos métodos analítico y numérico.

RDy:

$$error = \left| \frac{2.7072 - 2.7071}{2.7072} \right| * 100 = 0.0036\%$$

RAy:

$$error = \left| \frac{2.7071 - 2.7071}{2.7071} \right| * 100 = 0\%$$

RAx:

$$error = \left| \frac{1.4142 - 1.4142}{1.4142} \right| * 100 = 0\%$$

FGF:

$$error = \left| \frac{11.786 - 11.7903}{11.786} \right| * 100 = 0.0364\%$$

FBF:

$$error = \left| \frac{8.1304 - 8.1338}{8.1304} \right| * 100 = 0.0418\%$$

FBC:

$$error = \left| \frac{4.2693 - 4.2701}{4.2693} \right| * 100 = 0.0187\%$$

BIBLIOGRAFÍA:

INGENIERÍA MECÁNICA ESTÁTICA (12VA EDICIÓN) – RUSSELL C. HIBBELER.

MÉTODO ANALÍTICO:

