INGENIERÍA MECATRÓNICA

DI_CERO

DIEGO CERVANTES RODRÍGUEZ

INGENIERÍA ASISTIDA POR COMPUTADORA

MATLAB R2021A Y CÁLCULO ANALÍTICO

Falla Dinámica en Materiales Dúctiles (Esfuerzos Fluctuantes)

Contenido

Fórmulas y Teoría de la Carga Dinámica 2
Falla Dinámica para Materiales Dúctiles (Esfuerzos fluctuantes) 7
Ecuaciones de Esfuerzo en Materiales Dúctiles (Soderberg): 8
Diseño de Piezas Mecánicas Considerando una Carga Dinámica: 9
Problema 1: Varilla de Construcción con Carga Axial Variable 9
Problema 2: Barra Cilíndrica con Par de Torsión Variable 12
Problema 3: Barra Cuadrada Bio Mecánica con Carga Axial y de Flexión Variable 14
Cálculo Inicial Erróneo: 15
Corrección de Cálculo con Dimensiones Agrandadas del Componente: 3
Problema 4: Viga Circular con Concentrador de Esfuerzo y Flexión Variable 11
Referencias: 16

Fórmulas y Teoría de la Carga Dinámica

Los esfuerzos variables se clasifican en:

a) Invertidos: Ciclos que van primero tensionan y luego comprimen.
b) Repetidos: Ciclos que solo tensionan o comprimen, pero variando su intensidad, partiendo desde cero.
c) Fluctuantes: Ciclos que solo tensionan o comprimen, variando su intensidad, pero no necesariamente partiendo desde cero.
d) **Alternantes**: Ciclos que tensionan y comprimen, pero no siguiendo una secuencia.

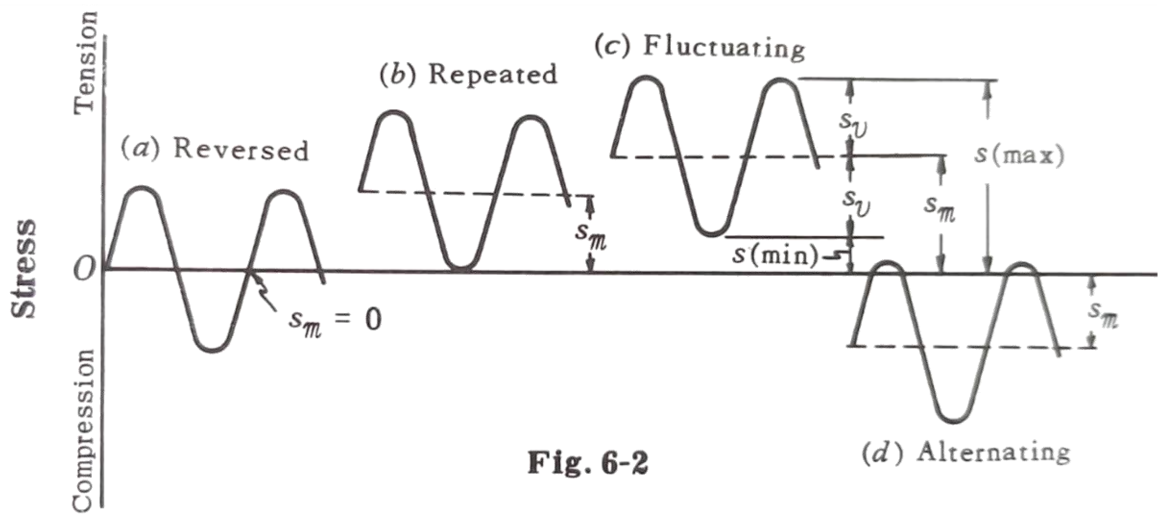


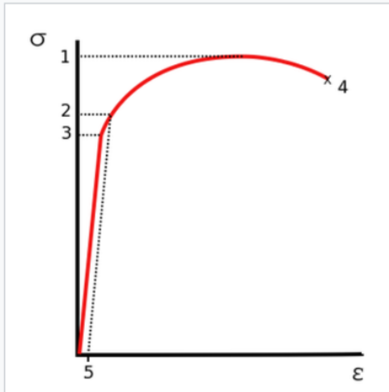
Fig. 6-2

A continuación, se describen las fórmulas utilizadas para realizar el análisis mecánico con carga dinámica de forma simplificada en una tabla.

<table>
<tr><th>Carga Dinámica en una Probeta</th><th>Carga Dinámica en un Componente</th></tr>
<tr><td colspan="2">S_m = Esfuerzo Medio; S_{max} = Esfuerzo Máximo; S_{min} = Esfuerzo Mínimo
$S_a = S_N$ = Esfuerzo Alternante o Variable.
R = Relación de esfuerzos.
$$S_m = \frac{S_{máx} + S_{min}}{2}$$
$$S_N = S_a = \frac{S_{máx} - S_{min}}{2}$$
$$R = \frac{S_{min}}{S_{máx}}$$</td></tr>
<tr><td colspan="2">Gráfica de Esfuerzo Alternante (S_a) VS. Número de Ciclos (N)</td></tr>
<tr><td colspan="2">N = Número de Ciclos.
Ajuste Lineal-Logarítmico de la Gráfica S_N (Esfuerzo Alternante) VS. N (# de Ciclos)
$$S_a = C + D(\log N)$$
Ajuste Logarítmico-Logarítmico de la Gráfica S_N (Esfuerzo Alternante) VS. N (# de Ciclos)
$$S_a = A(N^B)$$</td></tr>
</table>

<table>
<tr><td colspan="2">

S_u = Esfuerzo de Máximo Rotura.



Curva de Tensión vs. Deformación típica del aluminio.
1. Tensión de rotura
2. Límite elástico
3. Límite de proporcionalidad
4. Fractura
5. Deformación en el punto de límite elástico (típica 0.2%)

</td></tr>
<tr><td>S'_e = Límite de Fatiga para la Probeta.</td><td>S_e = Límite de Fatiga para el Componente.</td></tr>
<tr><td>

Ciclo de Vida Bajo (Bajo Ciclaje de N = 1X10^3):

$$\boldsymbol{S'_{10^3} = 0.9(S_u)}$$

</td><td>

Ciclo de Vida Bajo (Bajo Ciclaje de N = 1X10^3):

$$S_{10^3} = \frac{ka(kb)kc(kd)ke(S'_{10^3})}{kf}$$

</td></tr>
<tr><td>

Ciclo de Vida Alto (Alto Ciclaje de N = 1X10^6):

$$\boldsymbol{S'_e = S'_{10^6} = 0.5(S_u);\ S_u \leq 1{,}400\ [MPa]}$$

$$\boldsymbol{S'_e = 700\ [MPa];\ S_u > 1{,}400\ [MPa]}$$

</td><td>

Ciclo de Vida Alto (Alto Ciclaje de N = 1X10^6):

$$S_{10^6} = \frac{ka(kb)kc(kd)ke(S'_{10^6})}{kf}$$

</td></tr>
<tr><td>

No se necesita corrección de curva.

</td><td>

El factor de superficie ka toma en cuenta la calidad del acabado superficial:

$$ka = factor\ de\ superficie = a(S_u)^b$$

Tabla 1.- Definición del factor de acabado superficial para aceros.

ACABADO SUPERFICIAL	Factor a (MPa)	Exponente b
Rectificado	1.58	–0.085
Mecanizado o laminado en frío	4.51	–0.265
Laminado en caliente	57.70	–0.718
Forjado	272.00	–0.995

Excepciones:

- Para N = 10^3 ciclos, tómese k_a = 1.
- Para fundición gris, tómese k_a = 1, tanto para vidas altas como para vidas bajas.

El factor de tamaño kb tiene en cuenta el tamaño del componente bajo condiciones de flexión y/o torsión. Las fórmulas descritas a continuación se utilizan considerando que la

</td></tr>
</table>

pieza que resistirá la carga dinámica es de sección transversal circular:

$$kb = factor\ de\ tamaño = \left(\frac{d}{7.62}\right)^{-0.1133}$$

$$\mathbf{2.79\ [mm] \leq d \leq 51\ [mm]}$$

$$0.6 < kb < 0.75$$

$$\mathbf{d > 51\ [mm]}$$

Cuando una sección circular no está sometida a flexión rotativa o no se utiliza una sección circular, es posible aplicar la ecuación anterior considerando una dimensión efectiva o diámetro equivalente d_e. Para obtener esta este diámetro equivalente, d_e, se iguala el área de material sometido a una tensión igual o superior al 95% de la máxima tensión en la sección estudiada al correspondiente de una sección circular sometida a flexión rotativa cuya tensión máxima sea igual a la de la pieza.

Excepciones:

- Para $N = 10^3$ ciclos, tómese $k_b = 1$.
- Para carga axial, tómese $k_b = 1$, tanto para vidas altas como para vidas bajas.

La fórmula descrita a continuación para el factor de tamaño kb se utiliza considerando que la pieza que resistirá la carga dinámica NO es de sección transversal circular, sino de sección transversal rectangular, donde se utiliza la variable "de" que representa el diámetro equivalente:

$$de = Área\ transversal\ rectangular = 0.808\sqrt{ab}$$

$$kb = \left(\frac{de}{7.62}\right)^{-0.1133}$$

El factor de tipo de carga kc adopta distintos valores dependiendo del tipo de carga dinámica que esté soportando la pieza mecánica:

$$kc = factor\ de\ tipo\ de\ carga$$

Tiene en cuenta el tipo de carga y viene dado por:

$$k_c = \begin{cases} 0.923 & \text{Carga axial } S_u \leq 1520 \text{ MPa} \\ 1 & \text{Carga axial } S_u > 1520 \text{ MPa} \\ 1 & \text{Flexión} \\ 0.577 & \text{Torsión y cortante} \end{cases}$$

El factor de temperatura kd toma en cuenta la temperatura de operación del componente:

$$kd = factor\ de\ temperatura$$

Tabla 2.- Efecto de la temperatura en el límite de fatiga de aceros. Factor k_d

T °C	k_d	T °C	k_d
20	1.000	300	0.975
50	1.010	350	0.927
100	1.020	400	0.922
150	1.025	450	0.840
200	1.020	500	0.766
250	1.000	550	0.670
		600	0.546

El factor de otras influencias ke toma en cuenta otros factores que modifican el límite de fatiga como lo son el grado de confiabilidad, que puede ser modificado para obtener un factor de corrección que entregue un cálculo más certero después de haber realizado pruebas de esfuerzos con la carga dinámica ya habiendo sido aplicada al elemento mecánico:

$$ke = factor\ de\ otras\ influencias$$

Otros factores que modifican el límite de fatiga son el grado de confiabilidad deseado y los tratamientos superficiales (tensiones residuales de compresión, *shot-penning*, etc.). La siguiente tabla cuantifica el factor k_e según la confiabilidad deseada.

Tabla 3.- Factor de corrección del límite de fatiga por confiabilidad.

Confiabilidad	Factor de corrección
0.5	1.000
0.9	0.897
0.95	0.868
0.99	0.814
0.999	0.753

El factor de reducción del límite de fatiga por entalla kf tiene en cuenta el esfuerzo de los concentradores de esfuerzo de la pieza, si es que hay alguno:

$$kf = factor\ de\ reducción\ del$$
$$límite\ de\ fatiga\ por\ entalla$$

Entalla q del Concentrador de Esfuerzo:

ρ = Radio de Curvatura de la Entalla, perteneciente al Concentrador de Esfuerzo.

α= Constante de Neuber (del Material).

q = Entalla.

kt= Factor de Concentración de Esfuerzo.

$$q = \frac{1}{1 + \frac{\alpha}{\rho}}$$

α = 0.510 mm (aleaciones de aluminio)
α = 0.250 mm (aceros de bajo contenido en carbono recocidos o normalizados)
α = 0.064 mm (aceros templados y revenidos)

Constante de Neuber para aceros

S_U (ksi)	α
50	0,130
55	0,118
60	0,108
70	0,093
80	0,080
90	0,070
100	0,062
110	0,055
120	0,049
130	0,044
140	0,039
160	0,031
180	0,024
200	0,018
220	0,013
240	0,009

Concentrador de Esfuerzo Real Causado por la Carga Dinámica:

$$k_f = 1 + q(k_t - 1)$$

Excepciones:

- Para carga de torsión, redúzcase el valor anterior de α multiplicando por 0.6.
- Si el material es dúctil, tómese k_f = 1 para vidas bajas (N = 10^3).

Ciclo de Vida Intermedio (Ciclaje de entre N = 1X10^3 y N = 1X10^6):

Lineal-Logarítmica: $\boldsymbol{S_a = C + D(\log N)}$

Logarítmica-Logarítmica: $\boldsymbol{S_a = A(N^B)}$

Se considera ambos ciclos de vida bajo y alto, obteniendo de dicha manera un sistema de ecuaciones que al resolverse se obtiene los valores de las constantes de ajuste de la gráfica S_N vs N.

En conclusión:

Para la corrección a 10^6 ciclos se utiliza la expresión:

$$S_e = k_a\, k_b\, k_c\, k_d\, k_e\, S'_e \,/\, k_f$$

Para la corrección a 10^3 ciclos se utiliza la expresión:

$$S_{10^3} = k_a\, k_b\, k_c\, k_d\, k_e\, S'_{10^3} \,/\, k_f$$

donde:

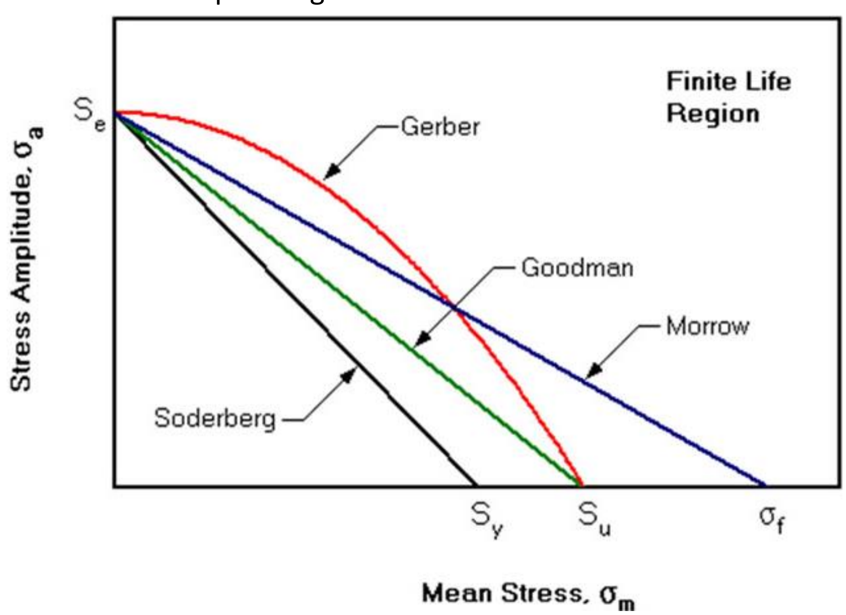
S_e = Límite de fatiga del punto del componente
S'_e = Límite de fatiga de la probeta
S_{10^3} = Tensión de fatiga del componente a 10^3 ciclos
S'_{10^3} = Tensión de fatiga de la probeta a 10^3 ciclos
k_a = Factor de superficie
k_b = Factor de tamaño
k_c = Factor de tipo de carga
k_d = Factor de temperatura
k_e = Factor de otras influencias
k_f = Factor de reducción del límite de fatiga por entalla

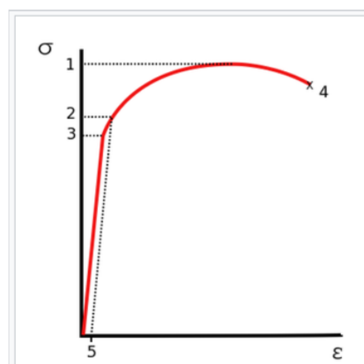
Falla Dinámica para Materiales Dúctiles (Esfuerzos fluctuantes)

Una vez conociendo el valor de **S_e (Límite de Fatiga para el Componente)** perteneciente a la Gráfica de Esfuerzo Alternante (S_a) VS. Número de Ciclos (N), lo que se hace es calcular 3 posibles valores de **S_m (Esfuerzo Medio o Mean Stress)**, obtenidos a partir de 4 posibles ecuaciones donde se describe una nueva gráfica llamada Región de Vida Finita (Finite Life Region) en donde se describe la magnitud del esfuerzo representada por La magnitud del Esfuerzo (**σ_a**) VS. El Esfuerzo Medio (**σ_m**).

Los 3 posibles valores de esfuerzo medio encontrados en la gráfica de vida finita son los siguientes:

- **S_y = Esfuerzo del Punto de Cedencia o Fluencia (Yield Stress):** Es un esfuerzo que describe el punto donde se encuentra el límite elástico, osea donde la pieza se volverá plástica, sin poder resistir ese esfuerzo y deformándose permanentemente.
- **S_u = Esfuerzo de Máximo Rotura (Ultimate Stress):** Es un esfuerzo que describe el punto donde la pieza se romperá, osea que habrá falla mecánica.
- **S_f = Esfuerzo de Fatiga (Fatigue Stress):** Esfuerzo que describe la falla del elemento causada por fatiga.





Curva de Tensión vs. Deformación típica del aluminio.
1. Tensión de rotura
2. Límite elástico
3. Límite de proporcionalidad
4. Fractura
5. Deformación en el punto de límite elástico (típica 0.2%)

Las 4 posibles ecuaciones que describen las curvas que llevan del valor **S_e (Límite de Fatiga para el Componente)** al valor de alguno de los 3 esfuerzos medios descritos anteriormente son las siguientes, aunque principalmente para el análisis de fatiga se usará la de Soderberg:

- **Ecuación de Gerber:** $\frac{k_f\, n_s\, S_a}{S_e} + \left(\frac{n_s\, S_m}{S_u}\right)^2 = 1$
- **Ecuación de Goodman:** $\frac{k_f\, S_a}{S_e} + \frac{S_m}{S_u} = \frac{1}{n_s}$
- **Ecuación de Soderberg:** $\frac{k_f\, S_a}{S_e} + \frac{S_m}{S_y} = \frac{1}{n_s}$

Ecuaciones de Esfuerzo en Materiales Dúctiles (Soderberg):

Para obtener las ecuaciones de esfuerzo en materiales dúctiles usando la ecuación de Soderberg se analiza el punto A (0, S_e) de coordenadas A (x_1, y_1) y el punto B (S_y, 0) de coordenadas B (x_2, y_2) pertenecientes a la gráfica de región de vida finita, se une los puntos con la ecuación de una recta que pasa por dos puntos:

$$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$$

$$y - y_1 = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}(x - x_1)$$

Conociendo que en el eje horizontal se mide el esfuerzo medio S_m y en el eje vertical se mide el esfuerzo alternante S_a, donde además se sabe que la recta llega del punto vertical (0, S_e) al punto horizontal (S_y, 0), se llega a la siguiente ecuación:

$$S_a - S_e = \frac{0 - S_e}{S_y - 0}(S_m - 0)$$

Llegando a la siguiente conclusión:

$$\frac{S_a}{S_e} + \frac{S_m}{S_y} = 1$$

Introduciendo en las ecuaciones el Factor de reducción del límite de fatiga por entalla (k_f) que a su vez considera el Factor de Concentración de Esfuerzos (k_t), aunado a estos dos factores, también se considerará el factor de seguridad n_s

El factor de reducción del límite de fatiga por entalla kf tiene en cuenta el esfuerzo de los concentradores de esfuerzo de la pieza, si es que hay alguno:

$$kf = factor\ de\ reducción\ del\ límite\ de\ fatiga\ por\ entalla$$

Entalla q del Concentrador de Esfuerzo:

ρ = Radio de Curvatura de la Entalla, perteneciente al Concentrador de Esfuerzo.

α= Constante del Material.

q = Entalla.

kt= Factor de Concentración de Esfuerzo.

$$q = \frac{1}{1 + \frac{\alpha}{\rho}}$$

Concentrador de Esfuerzo Real Causado por la Carga Dinámica:

$$k_f = 1 + q(k_t - 1)$$

Al sustituir los valores antes descritos en la **Ecuación de Soderberg**, se llega a las siguientes ecuaciones de análisis de fatiga en materiales dúctiles:

Para Materiales Dúctiles en Tensión o Compresión:

$$\frac{k_f\, S_a}{S_e} + \frac{S_m}{S_y} = \frac{1}{n_s} = \frac{1}{F.S.}$$

Para Materiales Dúctiles Frágiles:

$$\frac{S_a}{S_e} + \frac{k_f\, S_m}{S_y} = \frac{1}{n_s}$$

Para Materiales Dúctiles en Torsión o Esfuerzo Cortante:

$$\frac{k_f\, \tau_a}{\tau_e} + \frac{\tau_m}{\tau_y} = \frac{1}{n_s}$$

$$\tau_e = 0.577\, S_e$$

$$\tau_y = 0.6\, S_y$$

Esfuerzo Normal Equivalente para Tensión o Compresión, Torsión o Flexión:

$$S_{en} = S_m + \frac{k_f (S_y) S_a}{S_e}$$

El factor de seguridad considera por cuánto más un elemento mecánico puede soportar su esfuerzo máximo de rotura (S_u) durante su operación, por lo cual también se considera una variable llamada esfuerzo de trabajo (S_t o σ_t), que es igual al Esfuerzo Normal Equivalente:

$$F.S. = n_s = \frac{S_u}{S_t} = \frac{\sigma_y}{\sigma_t} = \frac{S_y}{S_{en_t}}$$

Diseño de Piezas Mecánicas Considerando una Carga Dinámica:

Problema 1: Varilla de Construcción con Carga Axial Variable

Un componente mecánico conector (varilla) de material AISI 8650 tratado térmicamente a 1500°F, está sujeto a una carga axial reversible de 40 klb. Determine el diámetro requerido de la varilla, usando un factor de seguridad n_s = 2.0. Asumir que no existe efecto de acción de columna (pandeo crítico). S_u = 104 ksi, S_y = 55.8 ksi.

El Acero AISI 8650 Tratado Térmicamente tiene un Esfuerzo de Máximo Rotura de:

$$S_u = 104\ [ksi] = 717.0435\ [MPa]$$

$$1\ [\mathrm{ksi}] = 1\mathrm{X}10^3\ [\mathrm{psi}];\ 1\ [\mathrm{psi}] = 1\left[\frac{\mathrm{lb}}{\mathrm{in}^2}\right];\ 1\mathrm{X}10^9\left[\frac{\mathrm{N}}{\mathrm{m}^2}\right] = 1\mathrm{X}10^9\ [\mathrm{Pa}] = 1\ [\mathrm{GPa}];\ 1\left[\frac{\mathrm{N}}{\mathrm{mm}^2}\right] = 1\ [\mathrm{MPa}] = 1\mathrm{X}10^6\ [\mathrm{Pa}]$$

$$\textit{Factor de Conversión}: \frac{1\ [\mathrm{ksi}]}{1\ [\mathrm{MPa}]} = 6.8946;\ \frac{\mathbf{1\ [ksi]}}{\mathbf{6.8946\ [MPa]}} = \mathbf{1};\ \frac{1\ [\mathrm{MPa}]}{1\ [\mathrm{ksi}]} = 0.14504;\ \frac{\mathbf{1\ [MPa]}}{\mathbf{0.14504\ [ksi]}} = \mathbf{1}$$

El Acero AISI 8650 Tratado Térmicamente tiene un Esfuerzo de Cedencia de:

$$S_y = 55.8\ [ksi]$$

Determinamos los factores para el Componente un ciclo de vida alto ($N = 10^6$ ciclos):

$$ka = factor\ de\ superficie = a(S_u)^b = 4.51(717.0435\ [MPa])^{-0.265} = 0.7896;$$

Las varillas de construcción son mecanizadas, trabajadas o laminadas en frío, $a = 4.51;\ b = -0.265$

$$kb = factor\ de\ tamaño = \left(\frac{d}{7.62}\right)^{-0.1133} = \left(\frac{51\ [mm]}{7.62}\right)^{-0.1133} = 0.8062;$$

Se propone un diámetro en este rango: $2.79\ [mm] \le d \le 51\ [mm]$, $kb = \left(\frac{d}{7.62}\right)^{-0.1133}$

$kc = factor\ de\ tipo\ de\ carga = 0.923$; Tipo de Carga = Carga Axial; $Su < 1520\ [MPa], kc = 0.923$

$kd = factor\ de\ temperatura = 1$; Temperatura de Operación Propuesta = 250°C, $kd = 1$

$ke = factor\ de\ otras\ influencias = 0.814$; Confiabilidad Propuesta = 0.99 = 99%, $ke = 0.814$

$kf = factor\ de\ reducción\ del\ límite\ ... = 1$; No hay concentrador de Esfuerzo, $kt = kf = 1$

Determinamos el límite de fatiga de la probeta y pieza considerando un ciclo de vida alto:

$$S'_e = S'_{10^6} = 0.5(S_u);\ S_u \le 1{,}400\ [MPa]\ (201.6\ [\text{ksi}]) = 0.5(104\ [ksi]) = 52\ [\text{ksi}]$$

$$S_e = S_{10^6} = \frac{ka(kb)kc(kd)ke(S'_e)}{kf} = \frac{0.7896(0.8062)0.923(1)0.814(52)}{1} = 24.8702\ [\text{ksi}]$$

Determinamos el esfuerzo máximo (S_{max}), mínimo (S_{min}), medio (S_m) y alternante (S_a):

S_m = Esfuerzo Medio; S_{max} = Esfuerzo Máximo; S_{min} = Esfuerzo Mínimo.

$S_a = S_N$ = Esfuerzo Alternante o Variable.

R = Relación de esfuerzos.

F = Fuerza de Tensión (+) o Compresión (-) Aplicada.

$$\boldsymbol{S_m = \frac{S_{máx} + S_{min}}{2}}$$

$$\boldsymbol{S_N = S_a = \frac{S_{máx} - S_{min}}{2}}$$

$$\boldsymbol{S_{axial} = \frac{F}{A};\ S_{max} = \frac{F_{max}}{A};\ S_{min} = \frac{F_{min}}{A}}$$

$$S_{máx} = \frac{F_{máx}}{\frac{\pi d^2}{4}} = \frac{4(+40)}{\pi d^2} = +\frac{160}{\pi d^2}$$

$$S_{min} = \frac{F_{min}}{\frac{\pi d^2}{4}} = \frac{4(-40)}{\pi d^2} = -\frac{160}{\pi d^2}$$

$$S_m = \frac{S_{máx} + S_{min}}{2} = \frac{+\frac{160}{\pi d^2} - \frac{160}{\pi d^2}}{2} = 0\ [\text{ksi}]$$

$$S_a = \frac{S_{máx} - S_{min}}{2} = \frac{+\frac{160}{\pi d^2} - \left(-\frac{160}{\pi d^2}\right)}{2} = \frac{160}{\pi d^2}\ [\text{ksi}]$$

Usamos la Ecuación de Soderberg para Materiales Dúctiles en Tensión o Compresión:

$$\frac{k_f\,S_a}{S_e} + \frac{S_m}{S_y} = \frac{1}{n_s}$$

$kf = factor\ de\ reducción\ del\ límite\ ... = 1$; No hay concentrador de Esfuerzo, $kt = kf = 1$

$$\frac{1\left(\frac{160}{\pi d^2}\ [\text{ksi}]\right)}{24.8702\ [\text{ksi}]} + \frac{0\ [\text{ksi}]}{55.8\ [ksi]} = \frac{1}{2};\ \frac{160}{\pi d^2} = \frac{24.8702\ [\text{ksi}]}{2};\ \frac{1}{d^2} = \frac{24.8702(\pi)}{2(160)}$$

$$d = \sqrt{\frac{2(160)}{24.8702\,\pi}} = 2.0237" \approx 2";\ d \leq 2.0078"$$

$kb;\ El\ resultado\ debe\ estar\ entre\ el\ rango: 2.79\ [mm] \leq d \leq 51\ [mm];\ 0.1098" \leq d \leq 2.0078"$

Gráfica de la Región de Vida Finita

Una vez calculado el diámetro podemos saber en la gráfica los valores del punto G, el cual representa el punto de la **Gráfica de Soderberg** donde se encuentra el esfuerzo medio (S_m) y alternante (S_a).

$$G(S_m,\quad S_a) = G\left(0,\quad \frac{160}{\pi d^2}\ [\text{ksi}]\right) = G\left(0,\quad \frac{160}{\pi (2)^2}\ [\text{ksi}]\right) = G(0,\quad 12.7323)$$

Problema 2: Barra Cilíndrica con Par de Torsión Variable

Una barra de acero AISI 1025 rolada en caliente se somete a un par de torsión que puede variar de -1000 lb-in a +4000 lb-in. Determine el diámetro requerido para la barra usando un factor de seguridad de 1.75. S_u = 63.8 ksi, S_y = 53.7 ksi.

El Acero AISI 1025 Rolado en Caliente tiene un Esfuerzo de Máximo Rotura de:

$$S_u = 63.8\ [ksi] = 439.8786\ [MPa]$$

$$1\ [\mathrm{ksi}] = 1\mathrm{X}10^3\ [\mathrm{psi}];\ 1\ [\mathrm{psi}] = 1\left[\frac{\mathrm{lb}}{\mathrm{in}^2}\right];1\mathrm{X}10^9\left[\frac{\mathrm{N}}{\mathrm{m}^2}\right] = 1\mathrm{X}10^9\ [\mathrm{Pa}] = 1\ [\mathrm{GPa}];1\left[\frac{\mathrm{N}}{\mathrm{mm}^2}\right] = 1\ [\mathrm{MPa}] = 1\mathrm{X}10^6\ [\mathrm{Pa}]$$

$$\boldsymbol{Factor\ de\ Conversi\acute{o}n}: \frac{1\ [\mathrm{ksi}]}{1\ [\mathrm{MPa}]} = 6.8946;\ \frac{\mathbf{1\ [ksi]}}{\mathbf{6.8946\ [MPa]}} = \mathbf{1};\ \frac{1\ [\mathrm{MPa}]}{1\ [\mathrm{ksi}]} = 0.14504;\ \frac{\mathbf{1\ [MPa]}}{\mathbf{0.14504\ [ksi]}} = \mathbf{1}$$

El Acero AISI 1025 Rolado en Caliente tiene un Esfuerzo de Cedencia de:

$$S_y = 53.7\ [ksi]$$

Determinamos los factores para el Componente un ciclo de vida alto (N = 10^6 ciclos):

$$ka = factor\ de\ superficie = a(S_u)^b = 57.7(439.8786\ [MPa])^{-0.718} = 0.7298;$$

$$\mathrm{AISI\ 1025\ Rolado, trabajado\ o\ laminado\ en\ caliente,}\qquad \mathrm{a} = 57.7;\ \mathrm{b} = -0.718$$

$$kb = factor\ de\ tama\tilde{n}o = \left(\frac{d}{7.62}\right)^{-0.1133} = \left(\frac{51}{7.62}\right)^{-0.1133} = 0.8062;$$

$$Se\ propone\ un\ di\acute{a}metro\ en\ este\ rango: 2.79\ [mm] \le d \le 51\ [mm],\qquad kb = \left(\frac{d}{7.62}\right)^{-0.1133}$$

$$kc = factor\ de\ tipo\ de\ carga = 0.577;\ \mathrm{Tipo\ de\ Carga = Torsi\acute{o}n\ y\ Cortante,}\ kc = 0.577$$

$$kd = factor\ de\ temperatura = 1;\ \mathrm{Temperatura\ de\ Operaci\acute{o}n\ Propuesta} = 250°\mathrm{C},\ kd = 1$$

$$ke = factor\ de\ otras\ influencias = 0.814;\ \mathrm{Confiabilidad\ Propuesta} = 0.99 = 99\%,\ ke = 0.814$$

$$kf = factor\ de\ reducci\acute{o}n\ del\ l\acute{i}mite \ldots = 1;\ \mathrm{No\ hay\ concentrador\ de\ Esfuerzo,}\qquad kt = kf = 1$$

Determinamos el límite de fatiga de la probeta y pieza considerando un ciclo de vida alto:

$$S'_e = S'_{10^6} = 0.5(S_u);\ S_u \le 1{,}400\ [MPa]\ (201.6\ [\mathrm{ksi}]) = 0.5(63.8\ [ksi]) = 31.9\ [\mathrm{ksi}]$$

$$S_e = S_{10^6} = \frac{ka(kb)kc(kd)ke(S'_e)}{kf} = \frac{0.7298(0.8062)0.577(1)0.814(31.9)}{1} = 8.8153\ [\mathrm{ksi}]$$

Determinamos el torque medio (T_m) y alternante (T_a) para encontrar los esfuerzos cortantes medio (τ_m) y alternante (τ_a) causados por la torsión:

T_m = Torque Medio; T_{max} = Torque Máximo; T_{min} = Torque Mínimo.

T_a = T_N = Torque Alternante o Variable.

$$\boldsymbol{T_m = \frac{T_{m\acute{a}x} + T_{min}}{2}}$$

$$\boldsymbol{T_N = T_a = \frac{T_{m\acute{a}x} - T_{min}}{2}}$$

τ_m = Esfuerzo de Torsión Medio; r = Radio de la Sección Transversal; J_{zz} = Momento Polar de Inercia de la Sección Transversal; $\tau_a = \tau_N$ = Esfuerzo Cortante Alternante o Variable.

$$\boldsymbol{Esfuerzo\ de\ Torsi\acute{o}n\ Medio = \tau_m = \frac{T_m(r)}{J_{zz}} = \frac{T_m\left(\frac{d}{2}\right)}{J_{zz}} = \frac{T_m(d)}{2(J_{zz})}}$$

$$\boldsymbol{Esfuerzo\ de\ Torsi\acute{o}n\ Alternante = \tau_a = \frac{T_a(r)}{J_{zz}} = \frac{T_a\left(\frac{d}{2}\right)}{J_{zz}} = \frac{T_a(d)}{2(J_{zz})}}$$

$$\boldsymbol{Momento\ Polar\ de\ Inercia\ de\ un\ C\acute{\imath}rculo = J_{zz} = \frac{\pi}{2}(r)^4 = \frac{\pi}{2}\left(\frac{d}{2}\right)^4 = \frac{\pi}{2}\left(\frac{d^4}{16}\right) = \frac{\pi(d^4)}{32}}$$

$$Torque\ Medio = T_m = \frac{T_{m\acute{a}x} + T_{min}}{2} = \frac{+4000 + (-1000)}{2} = 1500\ [\ lb - in] = 1.5\ [klb * in]$$

$$Torque\ Alternante = T_a = \frac{T_{m\acute{a}x} - T_{min}}{2} = \frac{+4000 - (-1000)}{2} = 2.5\ [klb * in]$$

$$Esfuerzo\ de\ Torsi\acute{o}n\ Medio = \tau_m = \frac{T_m\, r}{J_{zz}} = \frac{\frac{T_m(d)}{2}}{\frac{\pi(d^4)}{32}} = \frac{32(T_m)d}{2\pi d^4} = \frac{16\ (1.5)}{\pi d^3} = \frac{24}{\pi d^3}\ [ksi]$$

$$Esfuerzo\ de\ Torsi\acute{o}n\ Alternante = \tau_a = \frac{T_a\, r}{J_{zz}} = \frac{\frac{T_a(d)}{2}}{\frac{\pi(d^4)}{32}} = \frac{32(T_a)d}{2\pi d^4} = \frac{16\ (2.5)}{\pi d^3} = \frac{40}{\pi d^3}\ [ksi]$$

Usamos la Ecuación de Soderberg para Materiales Dúctiles en Torsión o Esfuerzo Cortante:

$$\frac{k_f\, \tau_a}{\tau_e} + \frac{\tau_m}{\tau_y} = \frac{1}{n_s}$$

$$\tau_e = 0.577(S_e)$$

$$\tau_y = 0.6(S_y)$$

$kf = factor\ de\ reducci\acute{o}n\ del\ l\acute{\imath}mite\ \ldots = 1$; No hay concentrador de Esfuerzo, $kt = kf = 1$

$$\tau_e = 0.577(\, S_e) = 0.577(8.8153\ [\text{ksi}]) = 5.0864\ [ksi]$$

$$\tau_y = 0.6(\, S_y) = 0.6(53.7\ [ksi]) = 32.22\ [ksi]$$

$$\frac{1\left(\frac{40}{\pi d^3}\ [ksi]\right)}{5.0864\ [ksi]} + \frac{\frac{24}{\pi d^3}\ [ksi]}{32.22\ [ksi]} = \frac{40}{5.0864(\pi d^3)} + \frac{24}{32.22(\pi d^3)} = \frac{1}{1.75};\ \frac{7.8641}{\pi d^3} + \frac{0.7448}{\pi d^3} = \frac{1}{1.75}$$

$$\frac{8.6089}{\pi d^3} = \frac{1}{1.75};\ \frac{1}{d^3} = \frac{\pi}{8.6089(1.75)};\ \frac{1}{d^3} = \frac{\pi}{15.0655}$$

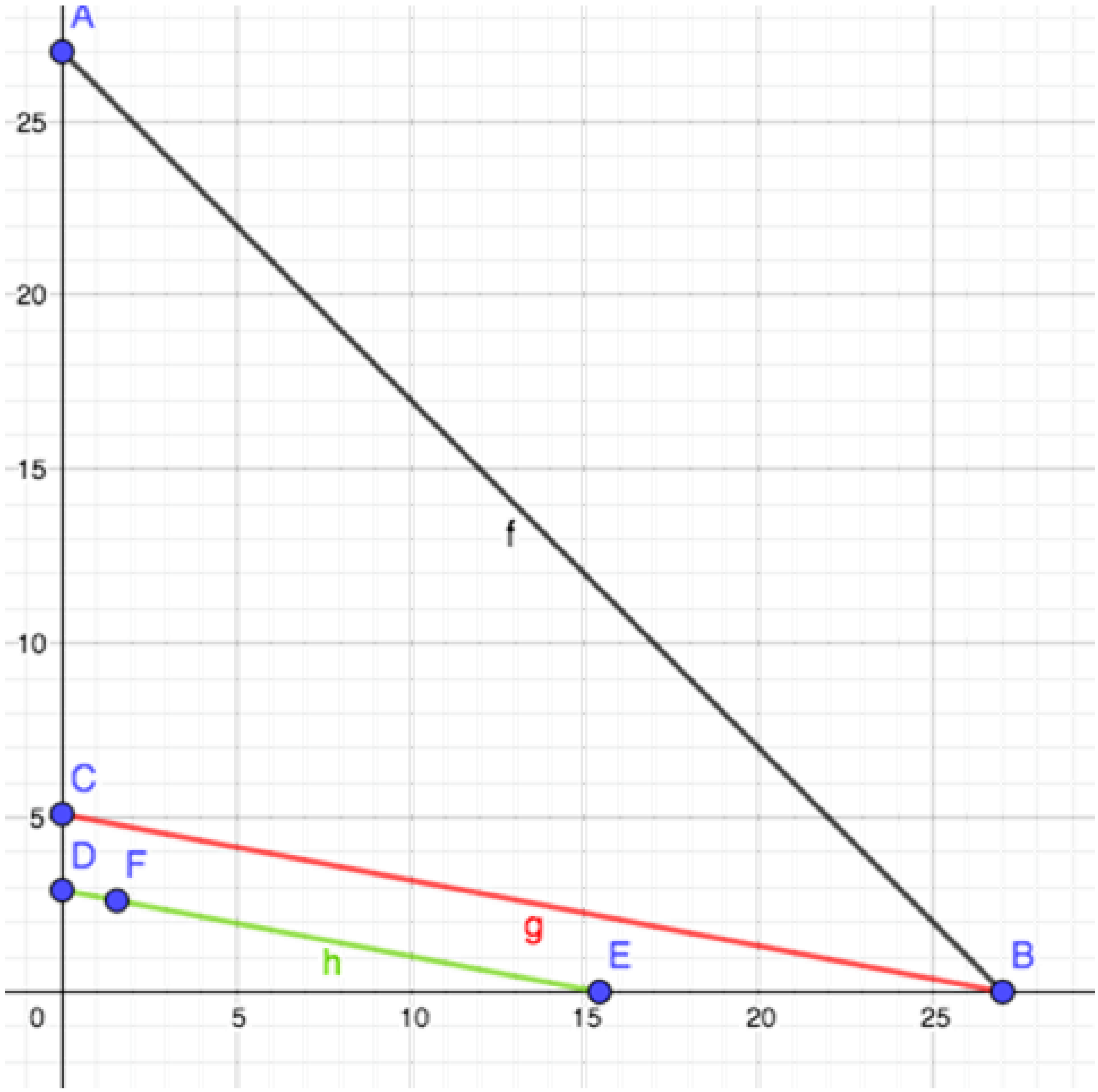
$$d = \sqrt[3]{\frac{15.0655}{\pi}} = 1.6863''$$

$kb;\ El\ resultado\ debe\ estar\ entre\ el\ rango$: $2.79\ [mm] \le d \le 51\ [mm];\ 0.1098'' \le d \le 2.0078''$

Gráfica de la Región de Vida Finita

Una vez calculado el diámetro podemos saber en la gráfica los valores del punto F, el cual representa el punto de la **Gráfica de Soderberg** donde se encuentra el esfuerzo cortante de Torsión medio (τ_m) y el alternante (τ_a).

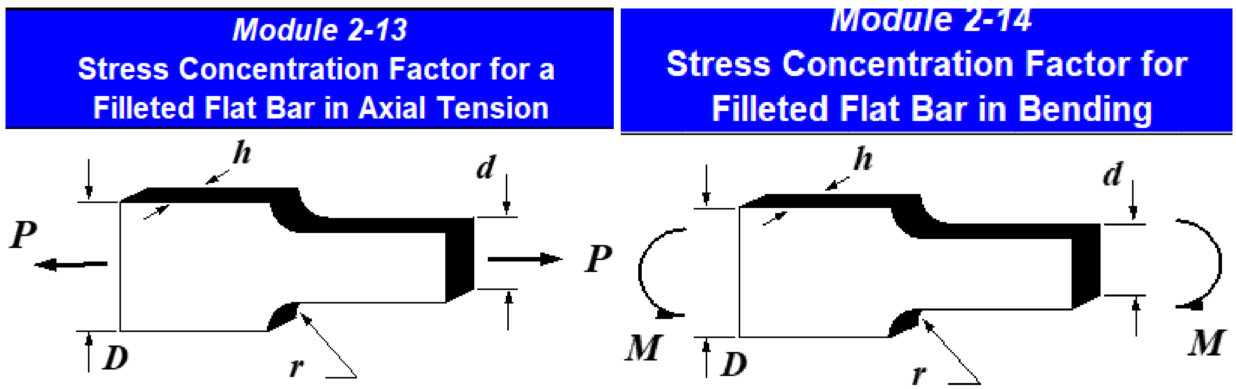
$$F(\tau_m, \quad \tau_a) = F\left(\frac{24}{\pi d^3}, \frac{40}{\pi d^3}\right) = F\left(\frac{24}{\pi(1.6863)^3}, \frac{40}{\pi(1.6863)^3}\right) = F(1.5931, \quad 2.6552)$$



Problema 3: Barra Cuadrada Bio Mecánica con Carga Axial y de Flexión Variable

Una barra cuadrada de acero que es parte de un sistema bio-mecatrónico consta de una sección izquierda de D = 1” de alto por h = 1/8” de espesor, se une a otra sección más pequeña en el lado derecho con d = 1/2” de alto y el mismo espesor de h = 1/8”. En la unión de ambas secciones cuenta con un redondeo de r = 0.2” de radio en los dos lados (arriba y abajo). En el extremo izquierdo se encuentra bien sujeta por medio de tornillo y soldadura a la parte rígida de la estructura o bancada de la máquina. En el extremo derecho libre se aplican dos tipos de fuerzas

repetidas e invertidas, en forma axial: -25 lb y +100 lb. En forma vertical: -30 lb y +10 lb. Las longitudes de cada tramo son: 2” para la sección izquierda y 5” para la derecha.
El acero que se debe utilizar por requerimiento de norma tiene las siguientes propiedades mecánicas: S_u = 80 ksi, S_y = 68 ksi. Determine el factor de seguridad que debe tener la barra para poder cumplir con una vida en ciclos adecuada considerando que el componente trabaja 16h al día los cinco días de la semana a 30 ciclos por minuto.



Es importante tomar en cuenta que el lado de la viga que recibirá el mayor esfuerzo es el que no está empotrado, por lo que las dimensiones que se deben tomar en cuenta son las de ese lado:

Cálculo Inicial Erróneo:

El Acero tiene un Esfuerzo de Máximo Rotura de:

$$S_u = 80\ [ksi] = \ 551.5719\ [MPa]$$

$$1\ [\mathrm{ksi}] = 1\mathrm{X}10^3\ [\mathrm{psi}];\ 1\ [\mathrm{psi}] = 1\left[\frac{\mathrm{lb}}{\mathrm{in}^2}\right];1\mathrm{X}10^9\left[\frac{\mathrm{N}}{\mathrm{m}^2}\right] = 1\mathrm{X}10^9\ [\mathrm{Pa}] = 1\ [\mathrm{GPa}];1\left[\frac{\mathrm{N}}{\mathrm{mm}^2}\right] = 1\ [\mathrm{MPa}] = 1\mathrm{X}10^6\ [\mathrm{Pa}]$$

$$\boldsymbol{Factor\ de\ Conversi\acute{o}n}\text{:}\ \frac{1\ [\mathrm{ksi}]}{1\ [\mathrm{MPa}]} = 6.8946;\ \frac{\mathbf{1\ [ksi]}}{\mathbf{6.8946\ [MPa]}} = \mathbf{1};\ \frac{1\ [\mathrm{MPa}]}{1\ [\mathrm{ksi}]} = 0.14504;\ \frac{\mathbf{1\ [MPa]}}{\mathbf{0.14504\ [ksi]}} = \mathbf{1}$$

El Acero tiene un Esfuerzo de Cedencia de:

$$S_y = 68\ [ksi]$$

Determinamos los factores para el Componente un ciclo de vida alto (N = 10^6 ciclos):

$$ka = factor\ de\ superficie = a(S_u)^b = 4.51(551.5719\ [MPa])^{-0.265} = 0.8465;$$

Suponiendo que el proceso de manufactura fue una creación de componente por medio de un maquinado de fresadora o torno, esto significa que fueron trabajadas o laminadas en frío;

$$a = 4.51;\ b = -0.265$$

$$kb = factor\ de\ tama\tilde{n}o;\ a = \frac{1}{8}" = 3.175\ [\mathrm{mm}];\ b = \frac{1}{2}" = 12.7\ [\mathrm{mm}];\ de = 0.808\sqrt{3.175(12.7)} = 5.1308\ [\mathrm{mm}]$$

$$kb = factor\ de\ tama\tilde{n}o;\ de = 5.1308\ [\mathrm{mm}];\ \left(\frac{de}{7.62}\right)^{-0.1133} = \left(\frac{5.1308}{7.62}\right)^{-0.1133} = 1.0458;$$

Dado que la sección transversal no es circular, habrá que calcular su diámetro equivalente d_e, para ello se utiliza la sig. fórmula del área de secc. transversal rectangular: $d_e = 0.808\sqrt{a(b)}$ Ya obtenido el valor del diámetro equivalente se utiliza la fórmula normal, donde se debe *cumplir la siguiente condición*: $2.79\ [mm] \le d_e \le 51\ [mm]$, $\quad kb = \left(\frac{d_e}{7.62}\right)^{-0.1133}$

$kc1 = factor\ de\ tipo\ de\ carga = 0.923$; Tipo de Carga = Axial; Su < 1520 $[MPa]$, $kc1 = 0.923$

$kc2 = factor\ de\ tipo\ de\ carga = 1$; Tipo de Carga = Flexión, $kc2 = 1$

$kd = factor\ de\ temperatura = 1$; Temperatura de Operación Propuesta = 250°C, $kd = 1$

$ke = factor\ de\ otras\ influencias = 0.814$; Confiabilidad Propuesta = 0.99 = 99%, $ke = 0.814$

$kf = factor\ de\ reducción\ del\ límite\ por\ fatiga\ de\ entalla$; Concentrador de Esfuerzo

Acero con un Esfuerzo Máximo de Rotura de: $S_u = 80\ [ksi]$; $\alpha = 0.080$

$$q = \frac{1}{1 + \frac{\alpha}{\rho}} = \frac{1}{1 + \frac{0.080}{0.2''}} = 0.71428$$

$\boldsymbol{kf1 = factor\ de\ reducción\ del\ límite} \ldots$; Concentrador de Esfuerzo de Carga Axial

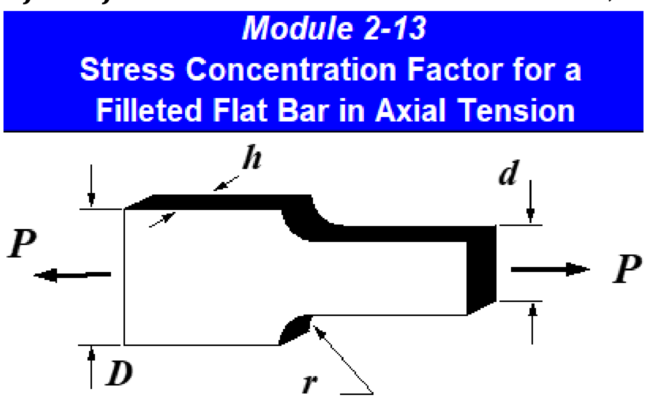
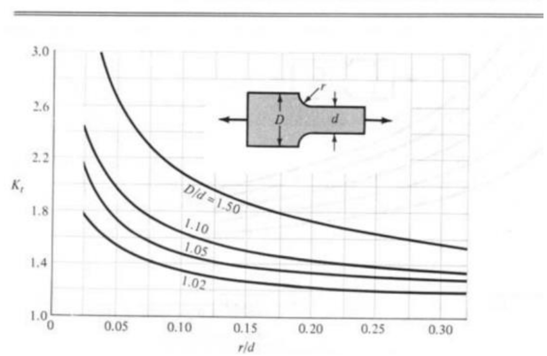


TABLA A-15
Diagramas de factores de concentración de esfuerzo teórico K_t (*Cont.*)



$r = \rho = 0.2''$; $d = 1/2'' = 0.5''$; $D = 1''$; $= \frac{D}{d} = 2$; $\frac{r}{d} = 0.4 \therefore kt1 = 1.4753$

$kf1 = 1 + q(k_t - 1) = 1 + 0.71428(1.4753 - 1) = 1.3394$; **Carga Axial**

$\boldsymbol{kf2 = factor\ de\ reducción\ del\ límite} \ldots$; Concentrador de Esfuerzo de Flexión

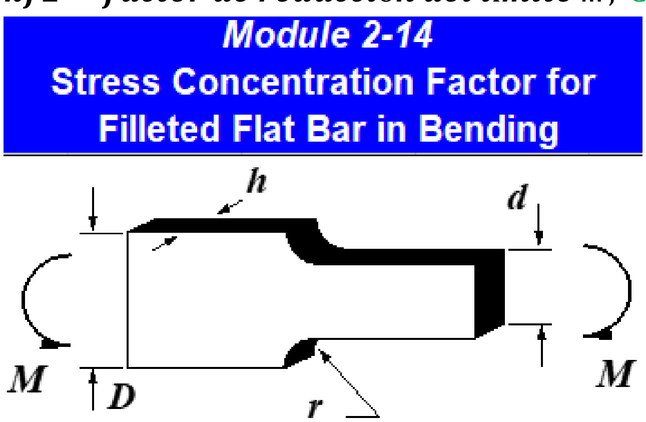
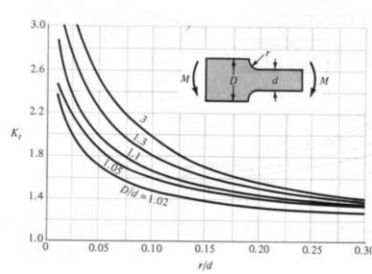


FIGURA A-15-5
Barra rectangular con entalles transversales sometida a tensión o compresión simple. $\sigma_0 = F/A$, donde $A = dt$ y t es el espesor.



$r = \rho = 0.2''$; $d = 1/2'' = 0.5''$; $D = 1''$; $= \frac{D}{d} = 2$; $\frac{r}{d} = 0.4 \therefore kt2 = 1.2307$

$kf2 = 1 + q(k_t - 1) = 1 + 0.71428(1.2307 - 1) = 1.1647$; **Flexión**

Determinamos el límite de fatiga de la probeta y pieza considerando un ciclo de vida alto:

$S'_e = S'_{10^6} = 0.5(S_u)$; $S_u \leq 1{,}400\ [MPa]$ $(201.6\ [\text{ksi}]) = 0.5(80\ [ksi]) = 40\ [\text{ksi}]$

$$(\boldsymbol{S_e})_{\boldsymbol{AXIAL}} = \frac{ka(kb)kc1(kd)ke(S'_e)}{kf1} = \frac{0.8465(1.0458)0.923(1)0.814(40)}{1.3394} = 19.8633\ [\text{ksi}]$$

$$(\boldsymbol{S_e})_{\boldsymbol{FLEXION}} = \frac{ka(kb)kc2(kd)ke(S'_e)}{kf2} = \frac{0.8465(1.0458)1(1)0.814(40)}{1.1647} = 24.7483\ [\text{ksi}]$$

Determinamos para la Carga Axial el esfuerzo máximo (S_{max}), mínimo (S_{min}), medio (S_m) y alternante (S_a):

S_m = Esfuerzo Medio; S_{max} = Esfuerzo Máximo; S_{min} = Esfuerzo Mínimo.

$S_a = S_N$ = Esfuerzo Alternante o Variable.

R = Relación de esfuerzos.

$$\boldsymbol{S_m = \frac{S_{máx} + S_{min}}{2}}$$

$$\boldsymbol{S_N = S_a = \frac{S_{máx} - S_{min}}{2}}$$

$$\boldsymbol{S_{AXIAL} = \frac{F}{A};\ S_{max} = \frac{F_{max}}{A};\ S_{min} = \frac{F_{min}}{A}}$$

$$S_{máx} = \frac{F_{máx}}{h(d)} = \frac{(+100\ [lb])}{0.125''(0.5'')} = 1600\ [psi] = 1.6\ [ksi]$$

$$S_{min} = \frac{F_{min}}{h(d)} = \frac{(-25\ [lb])}{0.125''(0.5'')} = -400\ [psi] = -0.4\ [ksi]$$

$$(S_m)_{AXIAL} = \frac{S_{máx} + S_{min}}{2} = \frac{1.6 + (-0.4)}{2} = 0.6\ [ksi]$$

$$(S_a)_{AXIAL} = \frac{S_{máx} - S_{min}}{2} = \frac{1.6 - (-0.4)}{2} = 1\ [ksi]$$

Determinamos para la Carga Axial el esfuerzo normal equivalente $(S_{en})_{AXIAL}$ a partir de los esfuerzos medio (S_m) y alternante (S_a) previamente calculados:

$$\boldsymbol{(S_{en})_{AXIAL} = (S_m)_{AXIAL} + \frac{k_f(S_y)(S_a)_{AXIAL}}{(S_e)_{AXIAL}}}$$

$$(\boldsymbol{S_{en}})_{\boldsymbol{AXIAL}} = (\boldsymbol{S_m})_{\boldsymbol{AXIAL}} + \frac{\text{kf1}(\boldsymbol{S_y})(\boldsymbol{S_a})_{\boldsymbol{AXIAL}}}{(\boldsymbol{S_e})_{\boldsymbol{AXIAL}}} = 0.6\ [ksi] + \frac{1.3394(68\ [ksi])(1\ [ksi])}{19.8633\ [\text{ksi}]}$$

$$(\boldsymbol{S_{en}})_{\boldsymbol{AXIAL}} = 5.1853\ [ksi]$$

Determinamos para la Carga de Flexión el esfuerzo máximo (S_{max}), mínimo (S_{min}), medio (S_m) y alternante (S_a):

M_{max} = Momento de Flexión Máximo; M_{min} = Momento de Flexión Mínimo; S_{max} = Esfuerzo de Flexión Máximo; S_{min} = Esfuerzo de Flexión Mínimo.

c = Distancia entre el centroide del Área de Sección Transversal y su Extremo Superior o Inferior.

L = Longitud de la Viga, desde su empotramiento hasta donde se aplica la fuerza.

I_{zz} = Momento de Inercia de la Sección Transversal.

En el esfuerzo creado por Flexión se toma en cuenta el momento en sentido de las manecillas del reloj como positivo y negativo en sentido contrario, por lo cual casi siempre cambia de signo la fuerza perpendicular aplicada, esto se realiza añadiendo un signo menos a la ecuación:

F = Fuerza Perpendicular que causa la Flexión: Hacia Abajo (+) y Hacia Arriba (-).

$$\boldsymbol{Esfuerzo\ de\ Flexión\ Máximo = S_{máx} = \frac{M_{max}(c)}{I_{zz}} = \frac{F_{max}(L)c}{I_{zz}}}$$

$$\boldsymbol{Esfuerzo\ de\ Flexión\ Mínimo = S_{min} = \frac{M_{min}(c)}{I_{zz}} = \frac{F_{min}(L)c}{I_{zz}}}$$

$$\boldsymbol{Momento\ de\ Inercia\ de\ un\ Rectángulo = I_{zz} = \frac{ancho(alto)^3}{12}}$$

S_m = Esfuerzo Medio.

$S_a = S_N$ = Esfuerzo Alternante o Variable.

$$\boldsymbol{S_m = \frac{S_{máx} + S_{min}}{2}}$$

$$\boldsymbol{S_N = S_a = \frac{S_{máx} - S_{min}}{2}}$$

$$I_{zz} = \frac{ancho(alto)^3}{12} = \frac{h(d)^3}{12} = \frac{(0.125")(0.5")^3}{12} = 0.0013\ [in^4]$$

$$S_{máx} = \frac{M_{máx}c}{I_{zz}} = \frac{F_{max}(L)\left(\frac{d}{2}\right)}{I_{zz}} = \frac{-(-30\ [lb])(5")\left(\frac{0.5"}{2}\right)}{0.0013\ [in^4]} = 28846.1538\ [psi] = 28.846\ [ksi]$$

$$S_{min} = \frac{M_{min}c}{I_{zz}} = \frac{F_{min}(L)\left(\frac{d}{2}\right)}{I_{zz}} = \frac{-(+10[lb])(5")\left(\frac{0.5"}{2}\right)}{0.0013\ [in^4]} = -9615.3846\ [psi] = -9.615\ [ksi]$$

$$(S_m)_{FLEXIÓN} = \frac{S_{máx} + S_{min}}{2} = \frac{28.846 + (-9.615)}{2} = 9.6155\ [ksi]$$

$$(S_a)_{FLEXIÓN} = \frac{S_{máx} - S_{min}}{2} = \frac{28.846 - (-9.615)}{2} = 19.2305\ [ksi]$$

Determinamos para la Carga de Flexión el esfuerzo normal equivalente $(S_{en})_{FLEXIÓN}$ a partir de los esfuerzos medio (S_m) y alternante (S_a) previamente calculados:

$$\boldsymbol{(S_{en})_{FLEXIÓN} = (S_m)_{FLEXIÓN} + \frac{k_f S_y (S_a)_{FLEXIÓN}}{(S_e)_{FLEXIÓN}}}$$

$$(S_{en})_{FLEXIÓN} = (S_m)_{FLEXIÓN} + \frac{\text{kf2}(S_y)(S_a)_{FLEXIÓN}}{(S_e)_{FLEXIÓN}} = 9.6155\ [ksi] + \frac{(1.1647)(68\ [ksi])(19.2305\ [ksi])}{24.7483\ [\text{ksi}]}$$

$$(S_{en})_{FLEXIÓN} = 71.1570\ [ksi]$$

Posteriormente calculamos el esfuerzo normal total equivalente $(S_{en})_{TOTAL}$ en el punto superior de la entalla del componente a partir de los esfuerzos normal equivalente de la Carga Axial

$(S_{en})_{AXIAL}$ y el esfuerzo normal equivalente de la Carga de Flexión $(S_{en})_{FLEXIÓN}$ previamente calculados:

$$(S_{en})_{total} = (S_{en})_{axial} + (S_{en})_{flexión} = 5.1853\ [ksi] + 71.1570\ [ksi] = 76.3423\ [ksi]$$

Calculamos el F.S usando la Ecuación de Soderberg para Materiales Dúctiles, si es que se ha calculado previamente el esfuerzo normal equivalente solo se debe utilizar la fórmula del factor de seguridad, considerando a $(S_{en})_{TOTAL}$ como el esfuerzo de trabajo σ_t.

$$\boldsymbol{F.S. = n_s = \frac{S_y}{S_t} = \frac{\sigma_y}{\sigma_t} = \frac{\sigma_y}{(S_{en})_{total}}}$$

$$\boldsymbol{\sigma_t = (S_{en})_{total} = \frac{S_y}{n_s}}$$

$$F.S. = n_s = \frac{S_y}{(S_{en})_{total}} = \frac{68\ [ksi]}{76.3423\ [ksi]} = 0.8907;\ 0.8907 < 1 \therefore Existe\ falla$$

Gráfica de la Región de Vida Finita

Como existe falla con este diseño ya que el factor de seguridad es menor a 1, se debe realizar un cambio en las dimensiones del **Componente**, por lo cual se aumentarán las dimensiones de la placa, es decir, la sección derecha (crítica) tendrá longitud de L = 5", altura de d = 1" y espesor de h = 1/8", mientras que la sección izquierda tendrá una longitud L = 2", altura de D = 2" y espesor de h = 1/8".

$$F.S. = 0.8907;\ 0.8907 < 1 \therefore Existe\ falla$$

Corrección de Cálculo con Dimensiones Agrandadas del Componente:

El Acero tiene un Esfuerzo de Máximo Rotura de:

$$S_u = 80\ [ksi] = 551.5719\ [MPa]$$

$$1\ [\text{ksi}] = 1\text{X}10^3\ [\text{psi}];\ 1\ [\text{psi}] = 1\left[\frac{\text{lb}}{\text{in}^2}\right];\ 1\text{X}10^9\left[\frac{\text{N}}{\text{m}^2}\right] = 1\text{X}10^9\ [\text{Pa}] = 1\ [\text{GPa}];\ 1\left[\frac{\text{N}}{\text{mm}^2}\right] = 1\ [\text{MPa}] = 1\text{X}10^6\ [\text{Pa}]$$

$$\boldsymbol{Factor\ de\ Conversión}: \frac{1\ [\text{ksi}]}{1\ [\text{MPa}]} = 6.8946;\ \frac{\mathbf{1\ [ksi]}}{\mathbf{6.8946\ [MPa]}} = \mathbf{1};\ \frac{1\ [\text{MPa}]}{1\ [\text{ksi}]} = 0.14504;\ \frac{\mathbf{1\ [MPa]}}{\mathbf{0.14504\ [ksi]}} = \mathbf{1}$$

El Acero AISI 8650 Tratado Térmicamente tiene un Esfuerzo de Cedencia de:

$$S_y = 68\ [ksi]$$

Determinamos los factores para el Componente un ciclo de vida alto (N = 10^6 ciclos):

$$ka = factor\ de\ superficie = a(S_u)^b = 4.51(551.5719\ [MPa])^{-0.265} = 0.8465;$$

Suponiendo que el proceso de manufactura fue una creación de componente por medio de un maquinado de fresadora o torno, esto significa que fueron trabajadas o laminadas en frío;

$$\text{a} = 4.51;\ \text{b} = -0.265$$

$$kb = factor\ de\ tamaño;\ a = \frac{1}{8}" = 3.175\ [\text{mm}];\ b = 1" = 25.4\ [\text{mm}];\ de = 0.808\sqrt{3.175(25.4)} = 7.256\ [\text{mm}]$$

$kb = factor\ de\ tamaño;\ de = 5.1308\ [\text{mm}];\ \left(\frac{de}{7.62}\right)^{-0.1133} = \left(\frac{7.256}{7.62}\right)^{-0.1133} = 1.0055;$

$Dado\ que\ la\ sección\ transversal\ no\ es\ circular, habrá\ que\ calcular\ su\ diámetro\ equivalente\ d_e,$
$para\ ello\ se\ utiliza\ la\ sig. fórmula\ del\ área\ de\ secc. transversal\ rectangular: d_e = 0.808\sqrt{a(b)}$
$Ya\ obtenido\ el\ valor\ del\ diámetro\ equivalente\ se\ utiliza\ la\ fórmula\ normal, donde\ se\ debe$
$cumplir\ la\ siguiente\ condición: 2.79\ [mm] \leq d_e \leq 51\ [mm], \qquad kb = \left(\frac{d_e}{7.62}\right)^{-0.1133}$

$kc1 = factor\ de\ tipo\ de\ carga = 0.923;$ Tipo de Carga = Axial; Su $< 1520\ [MPa], kc1 = 0.923$
$kc2 = factor\ de\ tipo\ de\ carga = 1;$ Tipo de Carga = Flexión, $kc2 = 1$
$kd = factor\ de\ temperatura = 1;$ Temperatura de Operación Propuesta = 250°C, $kd = 1$
$ke = factor\ de\ otras\ influencias = 0.814;$ Confiabilidad Propuesta = 0.99 = 99%, $ke = 0.814$
$kf = factor\ de\ reducción\ del\ límite\ por\ fatiga\ de\ entalla;$ Concentrador de Esfuerzo
$Acero\ con\ un\ Esfuerzo\ Máximo\ de\ Rotura\ de: S_u = 80\ [ksi];\ \alpha = 0.080$

$$q = \frac{1}{1 + \frac{\alpha}{\rho}} = \frac{1}{1 + \frac{0.080}{0.2''}} = 0.71428$$

$\boldsymbol{kf1 = factor\ de\ reducción\ del\ límite} \ldots;$ Concentrador de Esfuerzo de Carga Axial

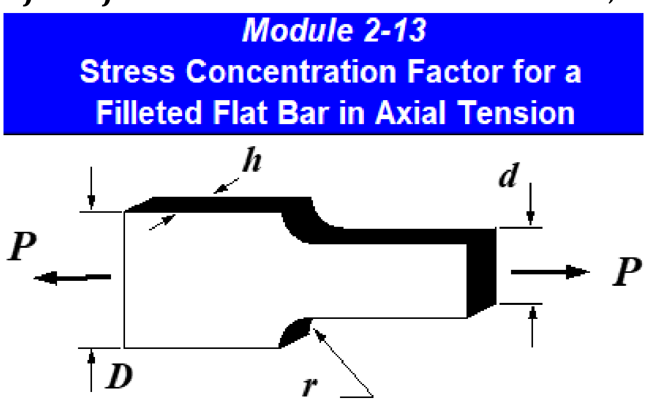
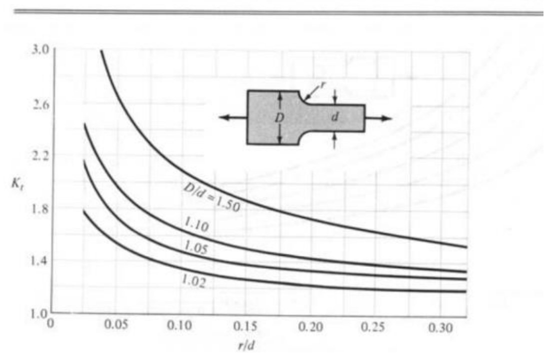


TABLA A-15
Diagramas de factores de concentración de esfuerzo teórico K_t (Cont.)



$r = \rho = 0.2'';\ d = 1'';\ D = 2''; = \frac{D}{d} = 2;\ \frac{r}{d} = 0.2 \therefore kt1 = 1.8426$

$\text{kf1} = 1 + q(k_t - 1) = 1 + 0.71428(1.8426 - 1) = 1.6018;$ **Carga Axial**

$\boldsymbol{kf2 = factor\ de\ reducción\ del\ límite} \ldots;$ Concentrador de Esfuerzo de Flexión

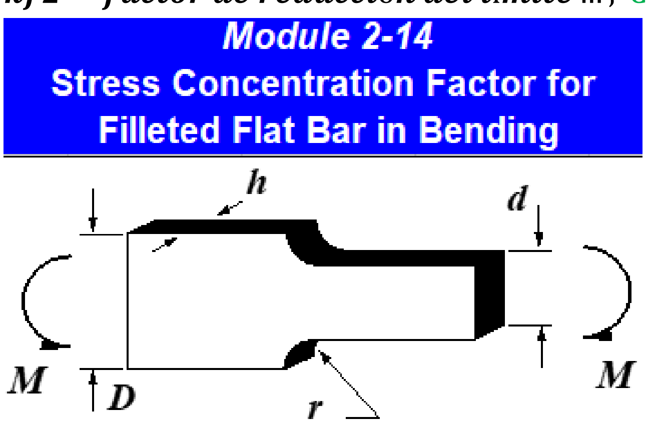
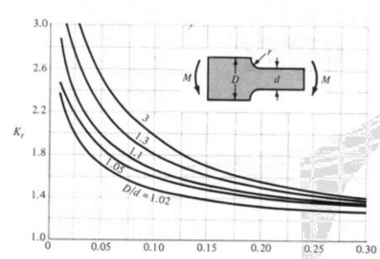


FIGURA A-15-5
Barra rectangular con entalles transversales sometida a tensión o compresión simple. $\sigma_0 = F/A$, donde $A = dt$ y t es el espesor.



$r = \rho = 0.2"; \; d = 1"; \; D = 2"; = \frac{D}{d} = 2; \; \frac{r}{d} = 0.2 \therefore kt2 = 1.52$

$\mathrm{kf2} = 1 + \mathrm{q}(\mathrm{k_t} - 1) = 1 + 0.71428(1.52 - 1) = 1.3714;$ **Flexión**

Determinamos el límite de fatiga de la probeta y pieza considerando un ciclo de vida alto:

$S'_e = S'_{10^6} = 0.5(S_u); \; S_u \leq 1{,}400 \, [MPa] \, (201.6 \, [\mathrm{ksi}]) = 0.5(80 \, [ksi]) = 40 \, [\mathrm{ksi}]$

$$(\boldsymbol{S_e})_{AXIAL} = \frac{ka(kb)kc1(kd)ke(S'_e)}{kf1} = \frac{0.8465(1.0055)0.923(1)0.814(40)}{1.6018} = 15.9693 \, [\mathrm{ksi}]$$

$$(\boldsymbol{S_e})_{FLEXION} = \frac{ka(kb)kc2(kd)ke(S'_e)}{kf2} = \frac{0.8465(1.0055)1(1)0.814(40)}{1.3714} = 20.2082 \, [\mathrm{ksi}]$$

Determinamos para la Carga Axial el esfuerzo máximo (S_{max}), mínimo (S_{min}), medio (S_m) y alternante (S_a):

S_m = Esfuerzo Medio; S_{max} = Esfuerzo Máximo; S_{min} = Esfuerzo Mínimo.

$S_a = S_N$ = Esfuerzo Alternante o Variable.

R = Relación de esfuerzos.

$$\boldsymbol{S_m = \frac{S_{máx} + S_{min}}{2}}$$

$$\boldsymbol{S_N = S_a = \frac{S_{máx} - S_{min}}{2}}$$

$$\boldsymbol{S_{AXIAL} = \frac{F}{A}; \; S_{max} = \frac{F_{max}}{A}; \; S_{min} = \frac{F_{min}}{A}}$$

$$S_{máx} = \frac{F_{máx}}{h(d)} = \frac{(+100 \, [lb])}{0.125"(1")} = 800 \, [psi] = 0.8 \, [ksi]$$

$$S_{min} = \frac{F_{min}}{h(d)} = \frac{(-25 \, [lb])}{0.125"(1")} = -200 \, [psi] = -0.2 \, [ksi]$$

$$(S_m)_{AXIAL} = \frac{S_{máx} + S_{min}}{2} = \frac{0.8 + (-0.2)}{2} = 0.3 \, [ksi]$$

$$(S_a)_{AXIAL} = \frac{S_{máx} - S_{min}}{2} = \frac{0.8 - (-0.2)}{2} = 0.5 \, [ksi]$$

Determinamos para la Carga Axial el esfuerzo normal equivalente $(S_{en})_{AXIAL}$ a partir de los esfuerzos medio (S_m) y alternante (S_a) previamente calculados:

$$(\boldsymbol{S_{en}})_{AXIAL} = (\boldsymbol{S_m})_{AXIAL} + \frac{\boldsymbol{k_f(S_y)(S_a)_{AXIAL}}}{(\boldsymbol{S_e})_{AXIAL}}$$

$$(\boldsymbol{S_{en}})_{AXIAL} = (\boldsymbol{S_m})_{AXIAL} + \frac{\mathrm{kf1}(\boldsymbol{S_y})(\boldsymbol{S_a})_{AXIAL}}{(\boldsymbol{S_e})_{AXIAL}} = 0.3 \, [ksi] + \frac{1.6018(68 \, [ksi])(0.5 \, [ksi])}{15.9693 \, [\mathrm{ksi}]}$$

$$(\boldsymbol{S_{en}})_{AXIAL} = 3.7103 \, [ksi]$$

Determinamos para la Carga de Flexión el esfuerzo máximo (S_{max}), mínimo (S_{min}), medio (S_m) y alternante (S_a):

M_{max} = Momento de Flexión Máximo; M_{min} = Momento de Flexión Mínimo; S_{max} = Esfuerzo Máximo; S_{min} = Esfuerzo Mínimo.

c = Distancia entre el centroide del Área de Sección Transversal y su Extremo Superior o Inferior;

L = Longitud de la Viga, desde su empotramiento hasta donde se aplica la fuerza.

I_{zz} = Momento de Inercia de la Sección Transversal.

En el esfuerzo creado por Flexión se toma en cuenta el momento en sentido de las manecillas del reloj como positivo y negativo en sentido contrario, por lo cual casi siempre cambia de signo la fuerza perpendicular aplicada, esto se realiza añadiendo un signo menos a la ecuación:

F = Fuerza Perpendicular que causa la Flexión: Hacia Abajo (+) y Hacia Arriba (-).

$$\boldsymbol{Esfuerzo\ de\ Flexión\ Máximo = S_{máx} = \frac{M_{max}(c)}{I_{zz}} = \frac{F_{max}(L)c}{I_{zz}}}$$

$$\boldsymbol{Esfuerzo\ de\ Flexión\ Mínimo = S_{min} = \frac{M_{min}(c)}{I_{zz}} = \frac{F_{min}(L)c}{I_{zz}}}$$

$$\boldsymbol{Momento\ de\ Inercia\ de\ un\ Rectángulo = I_{zz} = \frac{ancho(alto)^3}{12}}$$

S_m = Esfuerzo Medio.

$S_a = S_N$ = Esfuerzo Alternante o Variable.

$$\boldsymbol{S_m = \frac{S_{máx} + S_{min}}{2}}$$

$$\boldsymbol{S_N = S_a = \frac{S_{máx} - S_{min}}{2}}$$

$$I_{zz} = \frac{ancho(alto)^3}{12} = \frac{h(d)^3}{12} = \frac{(0.125)(1)^3}{12} = 0.0104\ [in^4]$$

$$S_{máx} = \frac{M_{máx}c}{I_{zz}} = \frac{F_{max}(L)\left(\frac{d}{2}\right)}{I_{zz}} = \frac{-(-30\ [lb])(5")\left(\frac{1"}{2}\right)}{0.0104\ [in^4]} = 7211.5384\ [psi] = 7.2115\ [ksi]$$

$$S_{min} = \frac{M_{min}c}{I_{zz}} = \frac{F_{min}(L)\left(\frac{d}{2}\right)}{I_{zz}} = \frac{-(10[lb])(5")\left(\frac{1"}{2}\right)}{0.0104\ [in^4]} = -2403.8461\ [psi] = -2.4038\ [ksi]$$

$$(S_m)_{FLEXIÓN} = \frac{S_{máx} + S_{min}}{2} = \frac{7.2115 + (-2.4038)}{2} = 2.4038\ [ksi]$$

$$(S_a)_{FLEXIÓN} = \frac{S_{máx} - S_{min}}{2} = \frac{7.2115 - (-2.4038)}{2} = 4.8076\ [ksi]$$

Determinamos para la Carga de Flexión el esfuerzo normal equivalente $(S_{en})_{FLEXIÓN}$ a partir de los esfuerzos medio (S_m) y alternante (S_a) previamente calculados:

$$\boldsymbol{(S_{en})_{FLEXIÓN} = (S_m)_{FLEXIÓN} + \frac{k_f S_y (S_a)_{FLEXIÓN}}{(S_e)_{FLEXIÓN}}}$$

$$(\boldsymbol{S_{en}})_{FLEXIÓN} = (\boldsymbol{S_m})_{FLEXIÓN} + \frac{\mathrm{kf2}(\boldsymbol{S_y})(\boldsymbol{S_a})_{FLEXIÓN}}{(\boldsymbol{S_e})_{FLEXIÓN}} = 2.4038\ [ksi] + \frac{(1.3714)(68\ [ksi])(4.8076\ [ksi])}{20.2082\ [\mathrm{ksi}]}$$

$(S_{en})_{FLEXIÓN} = 24.5895\ [ksi]$

Posteriormente calculamos el esfuerzo normal total equivalente (S$_{en}$)$_{TOTAL}$ en el punto superior de la entalla del componente a partir de los esfuerzos normal equivalente de la Carga Axial (S$_{en}$)$_{AXIAL}$ y el esfuerzo normal equivalente de la Carga de Flexión (S$_{en}$)$_{FLEXIÓN}$ previamente calculados:

$(S_{en})_{total} = (S_{en})_{axial} + (S_{en})_{flexión} = 3.7103\ [ksi] + 24.5895\ [ksi] = 28.2998\ [ksi]$

Calculamos el F.S usando la Ecuación de Soderberg para Materiales Dúctiles, si es que se ha calculado previamente el esfuerzo normal equivalente solo se debe utilizar la fórmula del factor de seguridad, considerando a (S$_{en}$)$_{TOTAL}$ como el esfuerzo de trabajo σ_t.

$$\boldsymbol{F.S. = n_s = \frac{S_y}{S_t} = \frac{\sigma_y}{\sigma_t} = \frac{\sigma_y}{(S_{en})_{total}}}$$

$$\boldsymbol{\sigma_t = (S_{en})_{total} = \frac{S_y}{n_s}}$$

$$n_s = \frac{S_y}{(S_{en})_{total}} = \frac{68\ [ksi]}{28.2998\ [ksi]} = 2.4028;\ 2.4028 > 1 \therefore \text{NO } Existe\ falla, Diseño\ Correcto$$

Gráfica de la Región de Vida Finita

$F.S. = 2.4028;\ 2.4028 > 1 \therefore \text{NO } Existe\ falla, Diseño\ Correcto$

Una vez calculado el diseño correcto con F.S. > 1, podemos saber los valores del punto F, el cual representa la coordenada de la **Gráfica de Soderberg** donde se encuentran el esfuerzo medio (S_m) y alternante (S_a) encontrados.

Cuando se analiza un **Componente** que está sometido a dos cargas distintas, se debe comparar los valores de esfuerzo medio (S_m) y alternante (S_a) obtenidos por las distintas cargas de Tensión/Compresión, Torsión o Flexión y la que haya generado el mayor valor esfuerzo en la estructura es la que se debe considerar para el punto F de la gráfica de **Región de Vida Finita**.

Esfuerzos de la Carga Axial:

$(S_m)_{AXIAL} = 0.3\ [ksi]$

$(S_a)_{AXIAL} = 0.5\ [ksi]$

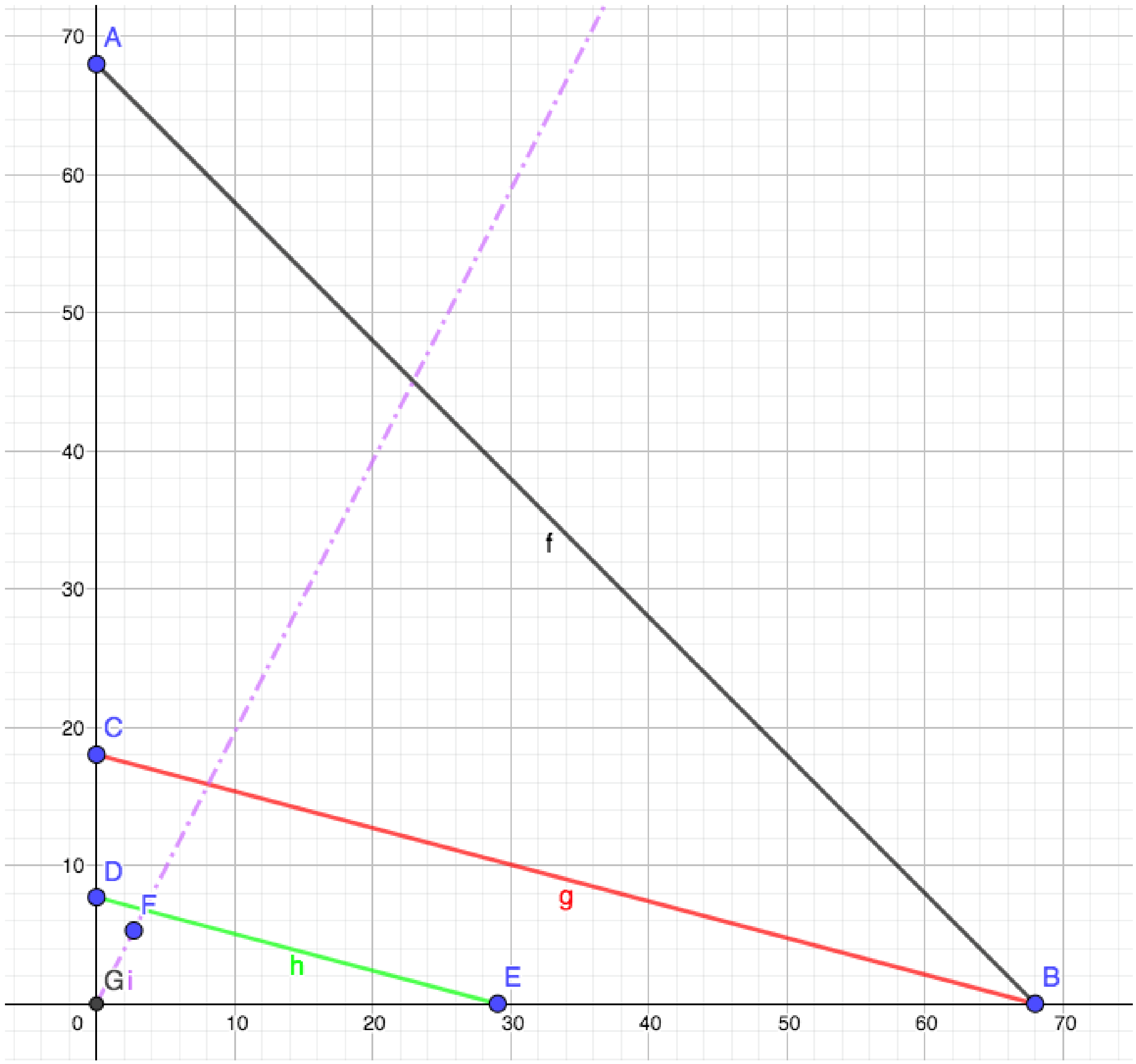
Esfuerzos de la Carga de Flexión:

$(S_m)_{FLEXIÓN} = 2.4038\ [ksi]$

$(S_a)_{FLEXIÓN} = 4.8076\ [ksi]$

Como el mayor esfuerzo obtenido es el de la **Carga de Flexión**, ese es el que se considera como el punto F de la **Gráfica de la Región de Vida Finita**.

$F((S_m)_{FLEXIÓN},\quad (S_a)_{FLEXIÓN}) = F(2.4038\ [ksi],\quad 4.8076\ [ksi])$



Una vez encontrado el diseño correcto para un Componente con un ciclo de vida alto, determinamos de nuevo sus factores, pero ahora con un ciclo de vida bajo (N $= 10^3$ ciclos), para determinar de esta manera su ciclo de vida (N) exacto:

$ka = factor\ de\ superficie = 1$; Siempre para N $= 10^3\ ciclos, ka = 1$

$kb = factor\ de\ tamaño = 1$; Siempre para N $= 10^3\ ciclos, kb = 1$

$kc = factor\ de\ tipo\ de\ carga = 0.9615$;

Cuando se quiere calcular el factor de tipo de carga de un componente sometido a dos o más cargas distintas con un ciclo de vida bajo, lo que se hace es realizar un promedio con ambos factores; Tipo de Carga = Axial y Flexión, $kc = \frac{1 + 0.923}{2} = 0.9615$

$kd = factor\ de\ temperatura = 1$; Temperatura de Operación = 250°C, $kd = 1$

$ke = factor\ de\ otras\ influencias = 0.814$; $\text{Confiabilidad} = 0.99 = 99\%, ke = 0.814$

$kf = factor\ de\ reducción\ del\ límite\ por\ fatiga\ de\ entalla = 1$; $\text{Siempre para N} = 10^3\ ciclos, kf = 1$

Determinamos el límite de fatiga de la probeta y pieza considerando un ciclo de vida bajo:

$$S'_{10^3} = 0.9(S_u) = 0.9(80\ [ksi]) = 72\ [\text{ksi}]$$

$$S_{10^3} = \frac{ka(kb)kc(kd)ke(S'_{10^3})}{kf} = \frac{1(1)0.9615(1)0.814(72\ [\text{ksi}])}{1} = 56.3515\ [\text{ksi}]$$

Determinamos los ciclos de vida (N) que daría como máximo el Componente con un ajuste Lineal-logarítmico de la gráfica S_N VS. N (Esfuerzo Alternante VS. Ciclos de Vida) para un ciclo de vida medio:

Ajuste Lineal-Logarítmico:

S'_{10^3} = Límite de Fatiga para la Probeta con Ciclo de Vida Bajo; S_{10^3} = Límite de Fatiga para el Componente con Ciclo de Vida Bajo.

S_a = Esfuerzo Alternante; N = Ciclos de Vida; A, B, C y D = Constantes de Ajuste.

$$S_a = C + D(\log N)$$

Se considera ambos ciclos de vida bajo y alto, obteniendo de dicha manera un sistema de ecuaciones que al resolverse se obtiene las constantes de ajuste (C y D) de la gráfica **S_N** vs **N**.

Ajuste Lineal-Logarítmico Para 10^3 ciclos:

$$S_a = S_{10^3} = C + D(\log(1X10^3)) = C + 3D;\ \text{Ciclo de vida bajo, N} = 10^3$$

$$56.3515\ [\text{ksi}] = C + 3D$$

Ajuste Lineal-Logarítmico Para 10^6 ciclos, para este se debe considerar el límite de fatiga de la pieza previamente obtenidos y hacer con ambos un promedio, que será el esfuerzo alternante considerado en la ecuación:

$$(\boldsymbol{S_e})_{\boldsymbol{AXIAL}} = 15.9693\ [\text{ksi}]$$

$$(\boldsymbol{S_e})_{\boldsymbol{FLEXION}} = 20.2082\ [\text{ksi}]$$

$$S_a = S_{10^6} = C + D(\log(1X10^6)) = C + 6D;\ \text{Ciclo de vida alto, N} = 10^6$$

$$\frac{15.9693\ [\text{ksi}] + 20.2082\ [\text{ksi}]}{2} = 18.0887\ [\text{ksi}] = C + 6D$$

Resolviendo el sistema de ecuaciones obtenido para obtener el ciclo de vida intermedio:

$$56.3515 = C + 3D$$

$$18.0887 = C + 6D$$

$$\text{C} = 94.6143;\ \text{D} = -12.7542$$

$$S_N = 94.6143 + (-12.7542)(\log N)$$

$$\boldsymbol{S_N = S_a = 94.6143 - 12.7542(\log N)}$$

Sustituimos en la ecuación del Ajuste Lineal-Logarítmico que incluye las constantes de ajuste el Esfuerzo Alternante Total, que considera la suma del esfuerzo alternante de la Carga Axial

$(S_a)_{AXIAL}$ y el esfuerzo alternante de la Carga de Flexión $(S_a)_{FLEXIÓN}$ para finalmente despejar la variable N y obtener el número de ciclos de vida.

$(S_a)_{AXIAL} = 0.5\ [ksi]$

$(S_a)_{FLEXIÓN} = 4.8076\ [ksi]$

$\boldsymbol{S_a} = 0.5\ [ksi] + 4.8076\ [ksi] = 5.3076\ [ksi] = \mathbf{94.6143 - 12.7542(\log N)}$

$$(\log_{10} N) = \frac{5.3076 - 94.6143}{-12.7542} = 7.0021$$

$10^{(\log_{10} N)} = 10^{7.0021}$

$N \approx 1X10^7$; Los ciclos de vida totales del componente son $\mathrm{N} = 1\mathrm{X}10^7$

Determinamos el tiempo de mantenimiento preventivo en función de los ciclos de vida (N) del Componente considerando que en las instrucciones se nos mencionó que el componente trabaja 16h al día los cinco días de la semana con 30 ciclos por minuto:

Suponemos que el componente trabaja 16h/día los 240 días laborales del año con 30 ciclos por minuto, entonces:

$días_{Laborales} = 5\ días(4\ semanas)12meses = 240\ [días]$

$N_{Anual} = Ciclos_{porHora} * horas_{alAño}$

$$t_{Mantenimiento} = \frac{N}{N_{Anual}} = \frac{Ciclos}{Ciclos_{Anuales}}$$

$$N_{Anual} = 30\left[\frac{Ciclos}{min}\right]\left(\frac{60\ min}{1\ hr}\right)16\left[\frac{hr}{dia}\right]\left(\frac{240\ días}{1\ año}\right) = 6.912X10^6\ \left[\frac{ciclos}{año}\right]$$

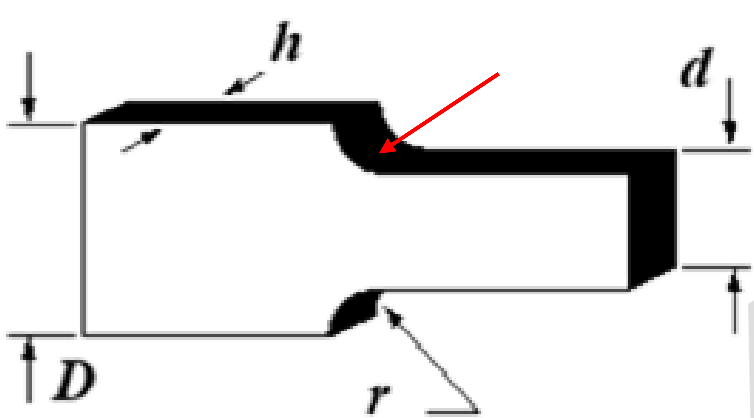
Entonces el componente necesitará mantenimiento después de este tiempo transcurrido:

$$t_{Mantenimiento} = \frac{N}{N_{Anual}} = \frac{1X10^7\ [ciclos]}{6.912X10^6\ \left[\frac{ciclos}{año}\right]} = 1.4467\ [años]$$

$$t_{Mantenimiento} = 1\ [año] + 0.4467\ [años]\left(\frac{12\ meses}{1\ año}\right) = 1\ [año] + 5\ [meses] + 0.3604\ [meses]\left(\frac{30\ días}{1\ mes}\right)$$

El mantenimiento preventivo de la entalla para investigar posibles grietas se debe realizar después del siguiente tiempo de uso:

$t_{Mantenimiento} = 1\ [año] + 5\ [meses] + 10.812\ [días] = 1\ [año] + 5\ [meses] + 11\ [días]$



Problema 4: Viga Circular con Concentrador de Esfuerzo y Flexión Variable

Una viga en cantiléver, fabricada de SAE 1025 trabajado en frío de sección transversal circular como lo muestra la gráfica de abajo, está sujeta a una carga vertical, la cual cambia de +F a -3F. Determine la carga máxima que se le puede aplicar al componente que pueda darle una vida indefinida usando un factor de seguridad de 2.0. Un modelo foto elástico indica que el factor de concentración de esfuerzos k_t en la entalla es 1.42 y q = 0.9. S_u = 63.8 ksi, S_y = 53.7 ksi.

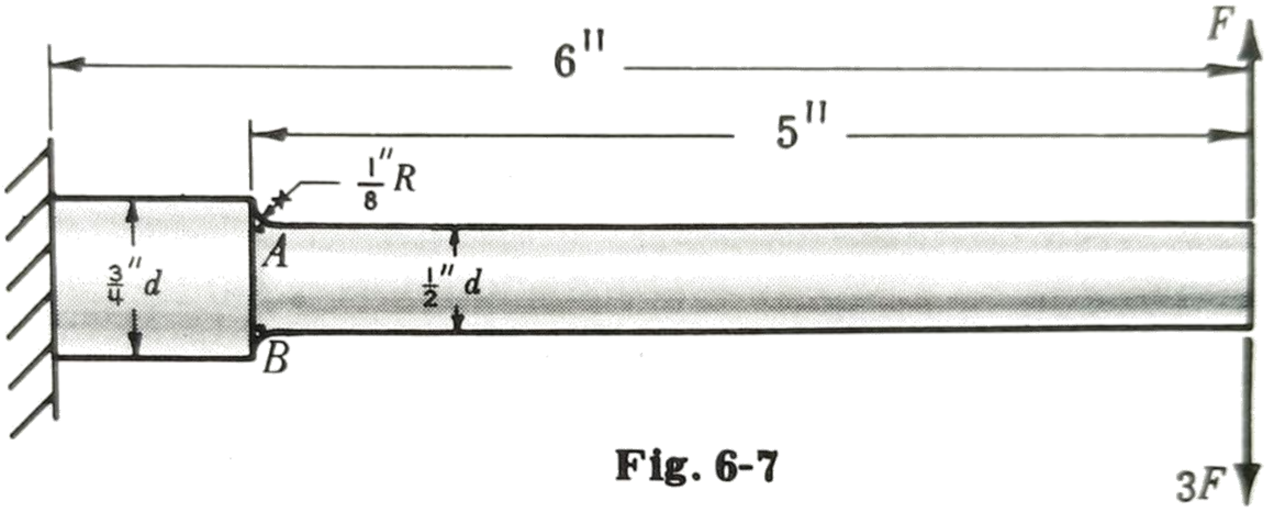


Fig. 6-7

Es importante tomar en cuenta que el lado de la viga que recibirá el mayor esfuerzo es el que no está empotrado, por lo que las dimensiones que se deben tomar en cuenta son las de ese lado:

El Acero SAE 1025 Trabajado en frío tiene un Esfuerzo de Máximo Rotura de:

$S_u = 63.8\ [ksi] = 439.8786\ [MPa]$

$1\ [\mathrm{ksi}] = 1\mathrm{X}10^3\ [\mathrm{psi}];\ 1\ [\mathrm{psi}] = 1\left[\frac{\mathrm{lb}}{\mathrm{in}^2}\right];\ 1\mathrm{X}10^9\left[\frac{\mathrm{N}}{\mathrm{m}^2}\right] = 1\mathrm{X}10^9\ [\mathrm{Pa}] = 1\ [\mathrm{GPa}];\ 1\left[\frac{\mathrm{N}}{\mathrm{mm}^2}\right] = 1\ [\mathrm{MPa}] = 1\mathrm{X}10^6\ [\mathrm{Pa}]$

$\boldsymbol{Factor\ de\ Conversi\acute{o}n}: \frac{1\ [\mathrm{ksi}]}{1\ [\mathrm{MPa}]} = 6.8946;\ \frac{\mathbf{1}\ [\mathbf{ksi}]}{\mathbf{6.8946}\ [\mathbf{MPa}]} = \mathbf{1};\ \frac{1\ [\mathrm{MPa}]}{1\ [\mathrm{ksi}]} = 0.14504;\ \frac{\mathbf{1}\ [\mathbf{MPa}]}{\mathbf{0.14504}\ [\mathbf{ksi}]} = \mathbf{1}$

El Acero SAE 1025 Trabajado en frío tiene un Esfuerzo de Cedencia de:

$S_y = 53.7\ [ksi]$

Determinamos los factores para el Componente un ciclo de vida alto (N = 10^6 ciclos):

$ka = factor\ de\ superficie = a(S_u)^b = 4.51(439.8786\ [MPa])^{-0.265} = 0.8988;$

$\mathrm{SAE\ 1025\ mecanizado, trabajado\ o\ laminado\ en\ frío,}\quad \mathrm{a} = 4.51;\ \mathrm{b} = -0.265$

$$kb = factor\ de\ tamaño = \left(\frac{d}{7.62}\right)^{-0.1133} = \left(\frac{12.7\ [mm]}{7.62}\right)^{-0.1133} = 0.9437;$$

$d = 1/2'' = 12.7\ [mm] \therefore 2.79\ [mm] \leq d \leq 51\ [mm],\qquad kb = \left(\frac{d}{7.62}\right)^{-0.1133}$

$kc = factor\ de\ tipo\ de\ carga = 1;\ \mathrm{Tipo\ de\ Carga} = \mathrm{Flexión}, kc = 1$

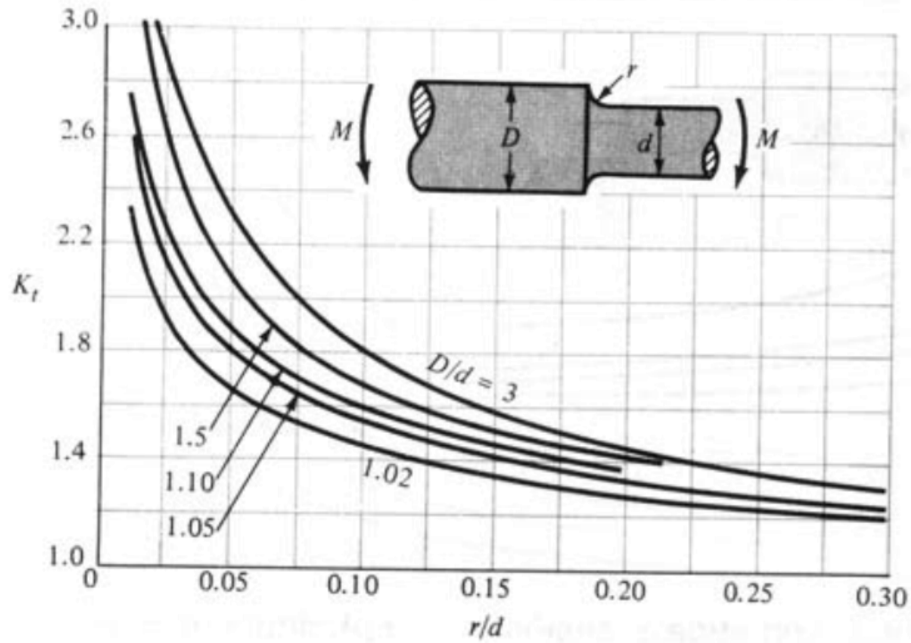
$kd = factor\ de\ temperatura = 1;\ \mathrm{Temperatura\ de\ Operación\ Propuesta} = 250°\mathrm{C}, kd = 1$

$ke = factor\ de\ otras\ influencias = 0.897;\ \mathrm{Confiabilidad\ Propuesta} = 0.9 = 90\%, ke = 0.897$

$kf = factor\ de\ reducción\ del\ límite\ por\ fatiga\ de\ entalla$; Concentrador de Esfuerzo

TABLA A-15

Diagramas de factores de concentración de esfuerzo teórico K_t (Cont.)



$r = \rho = 1/8" = 0.125"$; $d = 1/2" = 0.5"$; $D = 3/4" = 0.75"$; $= \frac{D}{d} = 1.5$; $\frac{r}{d} = 0.25 \therefore kt = 1.34$

$Acero\ con\ un\ Esfuerzo\ Máximo\ de\ Rotura\ de: S_u \approx 60\ [ksi]$; $\alpha = 0.108$

$$q = \frac{1}{1 + \frac{\alpha}{\rho}} = \frac{1}{1 + \frac{0.108}{0.125"}} = 0.5364$$

$$k_f = 1 + q(k_t - 1) = 1 + 0.5364(1.34 - 1) = 1.1823$$

Determinamos el límite de fatiga de la probeta y pieza considerando un ciclo de vida alto:

$$S'_e = S'_{10^6} = 0.5(S_u);\ S_u \leq 1{,}400\ [MPa]\ (201.6\ [\text{ksi}]) = 0.5(63.8\ [ksi]) = 31.9\ [\text{ksi}]$$

$$S_e = S_{10^6} = \frac{ka(kb)kc(kd)ke(S'_e)}{kf} = \frac{0.8988(0.9437)1(1)0.897(31.9)}{1.1823} = 20.5282\ [\text{ksi}]$$

Determinamos el esfuerzo máximo (S_{max}), mínimo (S_{min}), medio (S_m) y alternante (S_a):

M_{max} = Momento de Flexión Máximo; M_{min} = Momento de Flexión Mínimo; S_{max} = Esfuerzo Máximo; S_{min} = Esfuerzo Mínimo.

c = Distancia entre el centroide del Área de Sección Transversal y su Extremo Superior o Inferior;

L = Longitud de la Viga, desde su empotramiento hasta donde se aplica la fuerza.

I_{zz} = Momento de Inercia de la Sección Transversal.

En el esfuerzo creado por Flexión se toma en cuenta el momento en sentido de las manecillas del reloj como positivo y negativo en sentido contrario, por lo cual casi siempre cambia de signo la fuerza perpendicular aplicada, esto se realiza añadiendo un signo menos a la ecuación:

F = Fuerza Perpendicular que causa la Flexión: Hacia Abajo (+) y Hacia Arriba (-).

$$\boldsymbol{Esfuerzo\ de\ Flexi\acute{o}n\ M\acute{a}ximo = S_{m\acute{a}x} = \frac{M_{max}(c)}{I_{zz}} = \frac{F_{max}(L)c}{I_{zz}}}$$

$$\boldsymbol{Esfuerzo\ de\ Flexi\acute{o}n\ M\acute{i}nimo = S_{min} = \frac{M_{min}(c)}{I_{zz}} = \frac{F_{min}(L)c}{I_{zz}}}$$

$$\boldsymbol{Momento\ de\ Inercia\ de\ un\ C\acute{i}rculo = I_{zz} = \frac{\pi(r)^4}{4} = \frac{\pi\left(\frac{d}{2}\right)^4}{4} = \frac{\pi\left(\frac{d^4}{16}\right)}{4} = \frac{\pi(d^4)}{64}}$$

S_m = Esfuerzo Medio.

S_a = S_N = Esfuerzo Alternante o Variable.

$$\boldsymbol{S_m = \frac{S_{m\acute{a}x} + S_{min}}{2}}$$

$$\boldsymbol{S_N = S_a = \frac{S_{m\acute{a}x} - S_{min}}{2}}$$

$$S_{FLEXI\acute{O}N} = \frac{M(c)}{I_{zz}} = \frac{M\left(\frac{d}{2}\right)}{\frac{\pi(d^4)}{64}} = \frac{\frac{M(d)}{2}}{\frac{\pi(d^4)}{64}} = \frac{M(d)64}{2\pi(d^4)} = \frac{32(M)}{\pi(d^3)} = \frac{32(F)L}{\pi(0.5")^3} = \frac{32(F)5"}{\pi(0.5")^3} = 407.4366(F)$$

$$S_{max} = 407.4366(F_{max}) = 407.4366(-(-3F)) = 1222.3098(F)$$

$$S_{min} = 407.4366(F_{max}) = 407.4366(-(+F)) = -407.4366(F)$$

$$S_m = \frac{1222.3098(F) + (-407.4366(F))}{2} = 407.4366(F)$$

$$S_a = \frac{1222.3098(F) - (-407.4366(F))}{2} = 814.8732(F)$$

Usamos la Ecuación de Soderberg para Materiales Dúctiles en Tensión o Compresión:

$$\frac{k_f\ S_a}{S_e} + \frac{S_m}{S_y} = \frac{1}{n_s}$$

$kf = factor\ de\ reducci\acute{o}n\ del\ l\acute{i}mite\ \ldots = 1;$ No hay concentrador de Esfuerzo, $kt = kf = 1$

$$\frac{1.1823(814.8732(F))}{20.5282\ [\text{ksi}]} + \frac{407.4366(F)}{53.7\ [ksi]} = \frac{1}{2};\ 46.9317(F) + 7.5872(F) = 0.5;\ 54.5189(F)[ksi] = 0.5$$

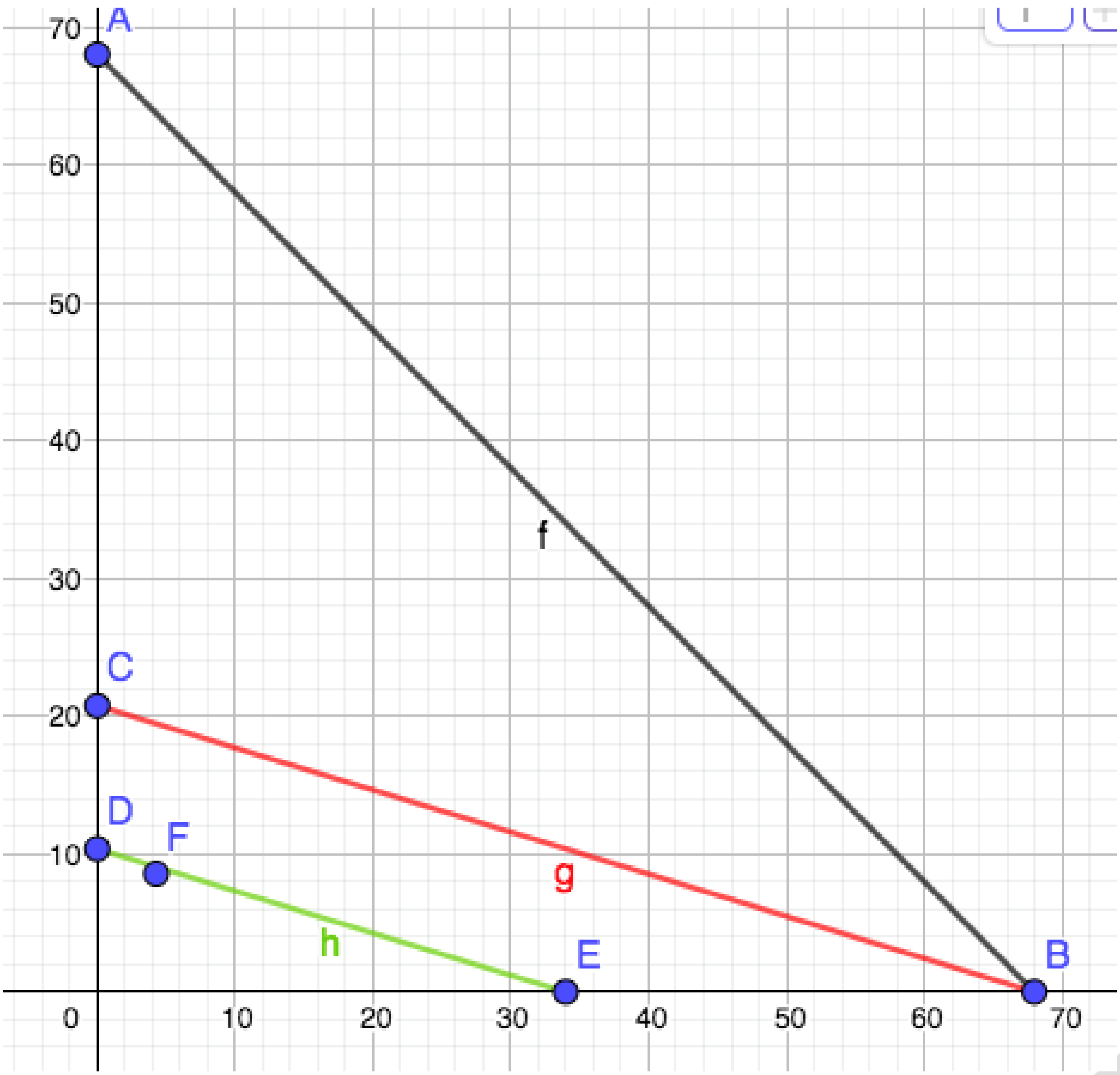
$$F = \frac{0.5}{54.5189} = 9.1711X10^{-3}\ [klb] = 9.1711\ [lb];\ Carga\ F\ M\acute{a}xima$$

Gráfica de la Región de Vida Finita

Una vez calculado el diámetro podemos saber en la gráfica los valores del punto G, el cual representa el punto de la **Gráfica de Soderberg** donde se encuentra el esfuerzo medio (S_m) y alternante (S_a).

$$G(S_m,\quad S_a) = G(407.4366(F),\quad 814.8732(F))$$

$G(407.4366(F), \quad 814.8732(F)) = G(407.4366(9.1711), \quad 814.8732(9.1711))$
$G(407.4366(9.1711), \quad 814.8732(9.1711)) = G(3.7366\ [ksi], \quad 7.4732\ [ksi])$
$G(S_m, \quad S_a) = G(3.7366\ [ksi], \quad 7.4732\ [ksi])$



Una vez encontrado el diseño correcto para un Componente con un ciclo de vida alto, determinamos de nuevo sus factores, pero ahora con un ciclo de vida bajo ($N = 10^3$ ciclos), para determinar de esta manera su ciclo de vida (N) exacto:

$ka = factor\ de\ superficie = 1$; Siempre para $N = 10^3\ ciclos, ka = 1$
$kb = factor\ de\ tamaño = 1$; Siempre para $N = 10^3\ ciclos, kb = 1$
$kc = factor\ de\ tipo\ de\ carga = 1$; Tipo de Carga = Flexión, $kc = 1$
$kd = factor\ de\ temperatura = 1$; Temperatura de Operación = 250°C, $kd = 1$

$ke = factor\ de\ otras\ influencias = 0.814$; $\text{Confiabilidad} = 0.99 = 99\%, ke = 0.814$
$kf = factor\ de\ reducción\ del\ límite\ por\ fatiga\ de\ entalla = 1$; $\text{Siempre para N} = 10^3\ ciclos, kf = 1$

Determinamos el límite de fatiga de la probeta y pieza considerando un ciclo de vida bajo:

$S'_{10^3} = 0.9(S_u) = 0.9(63.8\ [ksi]) = 57.42\ [\text{ksi}]$

$$S_{10^3} = \frac{ka(kb)kc(kd)ke(S'_{10^3})}{kf} = \frac{1(1)1(1)0.814(57.42\ [\text{ksi}])}{1} = 46.7398\ [\text{ksi}]$$

Determinamos los ciclos de vida (N) que daría como máximo el Componente con un ajuste Lineal-logarítmico de la gráfica S_N VS. N (Esfuerzo Alternante VS. Ciclos de Vida) para un ciclo de vida medio:

Ajuste Lineal-Logarítmico:

S'_{10^3} = Límite de Fatiga para la Probeta con Ciclo de Vida Bajo; S_{10^3} = Límite de Fatiga para el Componente con Ciclo de Vida Bajo.

S_a = Esfuerzo Alternante; N = Ciclos de Vida; A, B, C y D = Constantes de Ajuste.

$S_a = C + D(\log N)$

Se considera ambos ciclos de vida bajo y alto, obteniendo de dicha manera un sistema de ecuaciones que al resolverse se obtiene las constantes de ajuste (C y D) de la gráfica **S_N** vs **N**.

Ajuste Lineal-Logarítmico Para 10^3 ciclos:

$S_a = S_{10^3} = C + D(\log(1X10^3)) = C + 3D$; $\text{Ciclo de vida bajo, N} = 10^3$

$46.7398\ [\text{ksi}] = C + 3D$

Ajuste Lineal-Logarítmico Para 10^6 ciclos:

$S_a = S_{10^6} = C + D(\log(1X10^6)) = C + 3D$; $\text{Ciclo de vida alto, N} = 10^6$

$20.5282\ [\text{ksi}] = C + 6D$

Resolviendo el sistema de ecuaciones obtenido para obtener el ciclo de vida intermedio:

$46.7398\ = C + 3D$

$20.5282\ = C + 6D$

$\text{C} = 72.9514;\ \text{D} = -8.7372$

$S_N = 72.9514 + (-8.7372)(\log N)$

$\boldsymbol{S_N = S_a = 72.9514 - 8.7372(\log N)}$

Sustituimos en la ecuación del Ajuste Lineal-Logarítmico que incluye las constantes de ajuste el Esfuerzo Alternante para finalmente despejar la variable N y obtener el número de ciclos de vida.

$\boldsymbol{S_a} = 7.4732\ [ksi] = \mathbf{72.9514 - 8.7372(\log N)}$

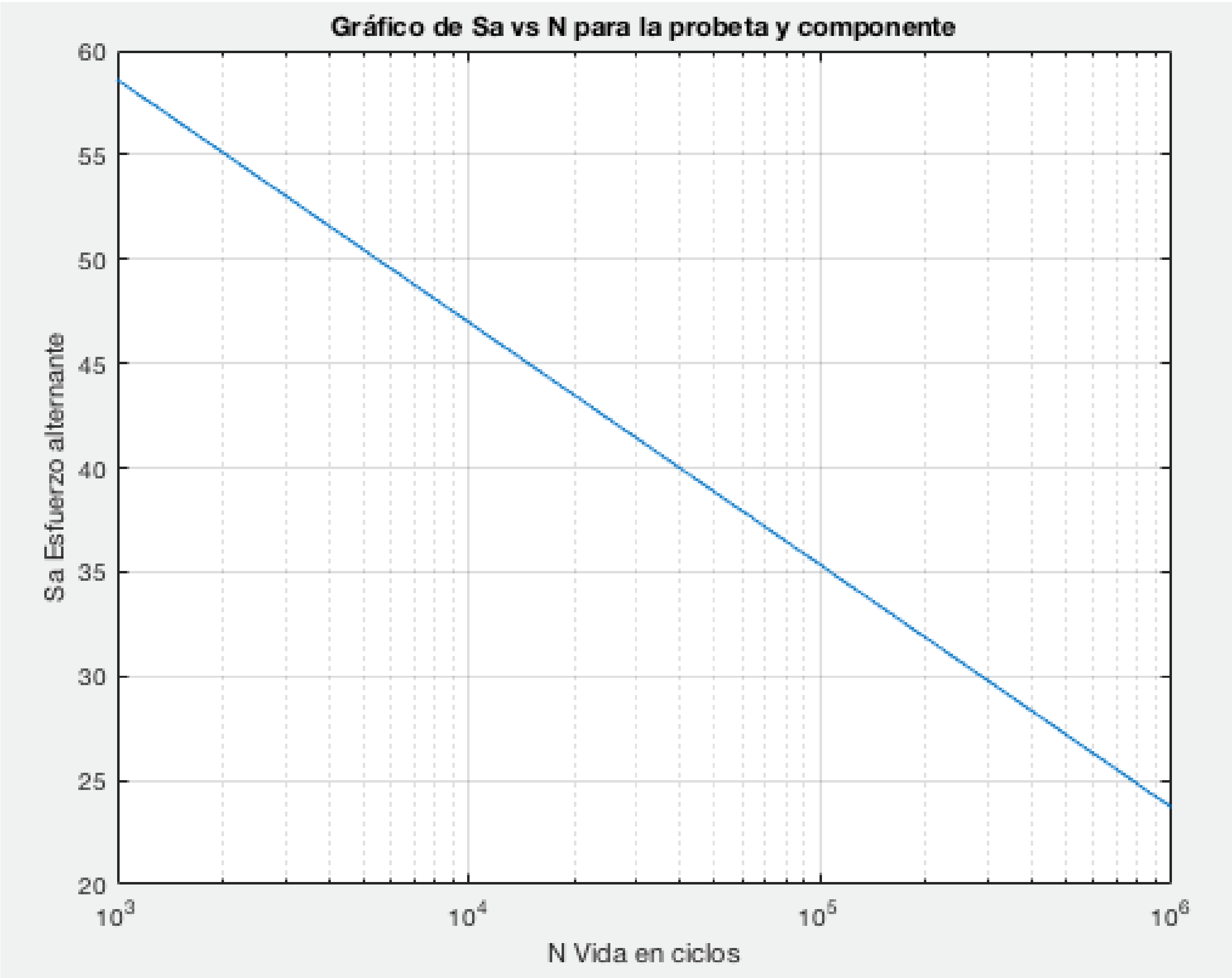
$$(\log_{10} N) = \frac{7.4732 - 72.9514}{-8.7372} = 7.4941$$

$10^{(\log_{10} N)} = 10^{7.4941}$

$N \approx 1X10^7$; $\text{Los ciclos de vida totales del componente son N} = 1\text{X}10^7\text{, osea vida indefinida}$

En la Simulación de Matlab tenemos que la gráfica S_N VS. N (Esfuerzo Alternante VS. Ciclos de Vida) para la Vida intermedia 10^3 a 10^6 Ciclos será la siguiente:

```
>> N=1e3:10:1e6;
>> Snc=72.9514-8.7372*log10(N);
>> semilogx(N,Snc)
>> grid on
>> xlabel('N Vida en ciclos')
>> ylabel('Sa Esfuerzo alternante')
>> title('Gráfico de Sa vs N para el componente')
```



Referencias:

Diseño en Ingeniería Mecánica de Shigley 9na Ed. - Richard G. Budynass