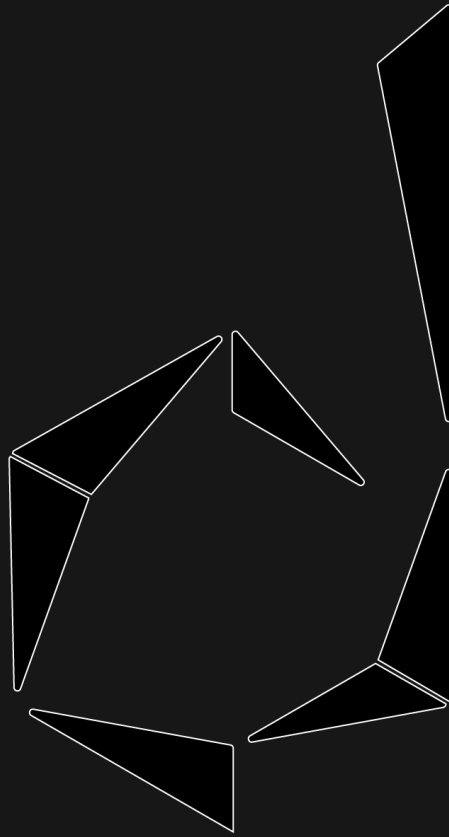


INGENIERÍA MECATRÓNICA



DI_CERO

DIEGO CERVANTES RODRÍGUEZ

INGENIERÍA ASISTIDA POR COMPUTADORA

COMSOL MULTIPHYSICS 5.6

2: Armadura 3D

Contenido

OBJETIVOS:.....	2
INTRODUCCIÓN TEÓRICA:.....	2
DESCRIPCIÓN DEL PROBLEMA:	3
CREACIÓN DE LA PIEZA EN COMSOL:.....	3
ANÁLISIS MECÁNICO EN COMSOL:	9
RESULTADO DEL ELEMENTO FINITO EN COMSOL:	11
CONCLUSIÓN:.....	23
ERROR:	23
BIBLIOGRAFÍA:.....	23
MÉTODO ANALÍTICO:	24



OBJETIVOS:

Se examinará una armadura planteada en 3 dimensiones obteniendo los vectores posición unitarios para encontrar las magnitudes de fuerza interna en cada eslabón para encontrar el esfuerzo al que se está sometiendo y las reacciones en los apoyos.

El resultado obtenido por medio del método analítico (cálculo a mano) será comparado con el resultado de la simulación en el programa de COMSOL Multiphysics 5.3a para comprobar su veracidad.

INTRODUCCIÓN TEÓRICA:

Para encontrar las fuerzas internas de cada elemento y posteriormente los esfuerzos debo crear vectores unitarios de posición sobre cada eslabón de mi estructura 3D, partiendo desde el nodo en donde se esté aplicando la fuerza externa. Para ello necesito la magnitud, o sea la longitud de cada eslabón y sus coordenadas iniciales y finales para poder encontrar su vector posición medido desde el nodo que tiene la carga (fuerza externa).

Las ecuaciones vectoriales por usar son las siguientes:

$$|r| = longitud = \sqrt{(xf - xi)^2 + (yf - yi)^2 + (zf - zi)^2}$$

$$\hat{r} = \text{vector posición unitario} = \frac{(xf - xi)\hat{i} + (yf - yi)\hat{j} + (zf - zi)\hat{k}}{|r|}$$

$$\vec{F} = \text{vector fuerza} = |F|\hat{r}$$

$$\sigma = \text{esfuerzo} = \frac{|F|}{A}$$

Para encontrar las reacciones en los apoyos es necesario hacer en análisis de equilibrio en cada uno de los nodos donde se encuentren los apoyos.

Las ecuaciones de equilibrio son las siguientes:

$$\sum F_x = 0$$

$$\sum F_y = 0$$

$$\sum F_z = 0$$

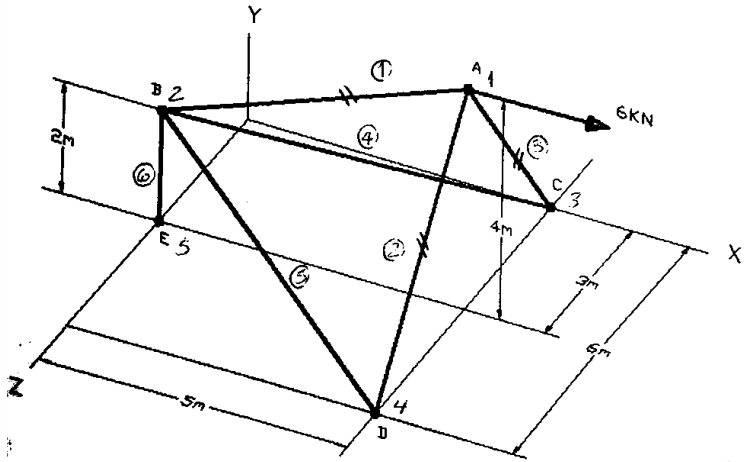
$$\sum T = 0$$


$$T = \vec{r} \times \vec{F}$$

$$\vec{r} = \text{vector posición} = (xf - xi)\hat{i} + (yf - yi)\hat{j} + (zf - zi)\hat{k}$$



DESCRIPCIÓN DEL PROBLEMA:



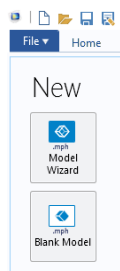
Cross Section:  $a = b = 7.5\text{mm}$

La armadura que analizaremos será la siguiente, en los puntos E, D y C tiene empotramientos de 3 reacciones y se le está aplicando una carga externa de 6kN.

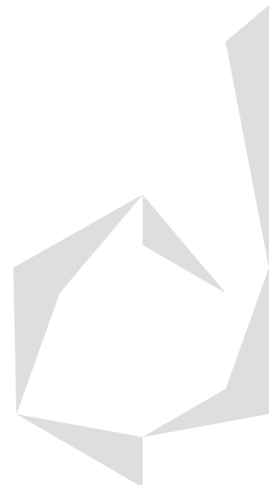
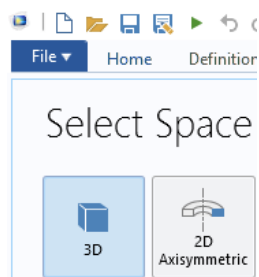
Se describirá con lujo de detalle el funcionamiento paso a paso del software COMSOL Multiphysics 5.3a para modelar y hacer el análisis numérico estructural de mi armadura 3D.

CREACIÓN DE LA PIEZA EN COMSOL:

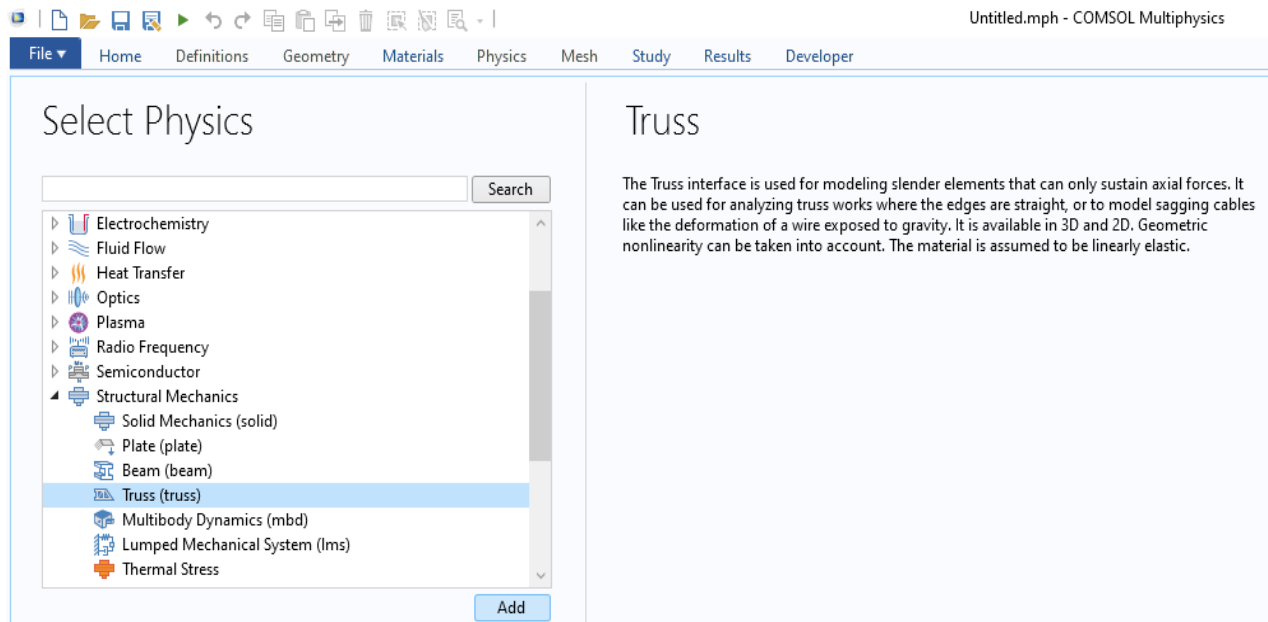
1) Software COMSOL → Model Wizard...



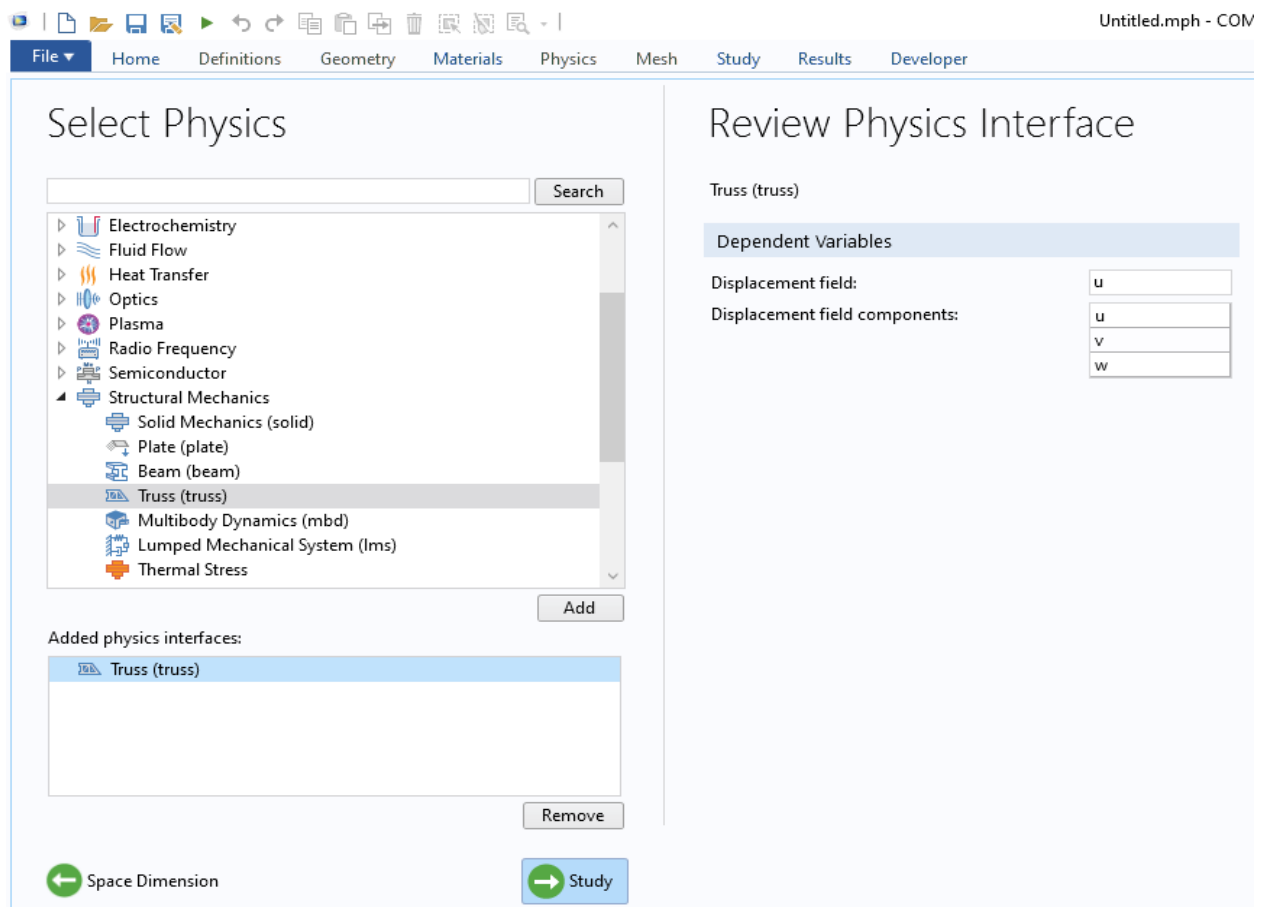
2) ...→ 3D (estructura 3D) ...



3) ... → Structural Mechanics → Truss (truss) → Add...

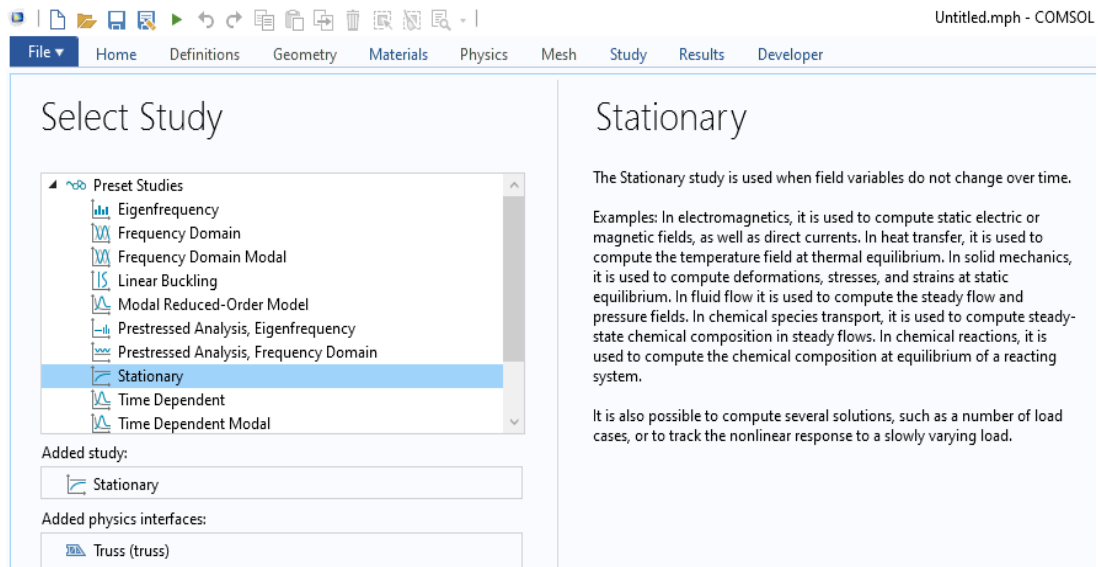


4) ... → Study...

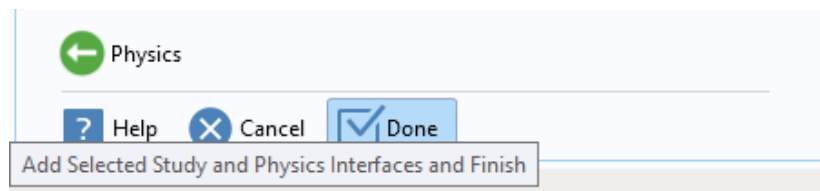


5) ... → Select Study → Stationary...

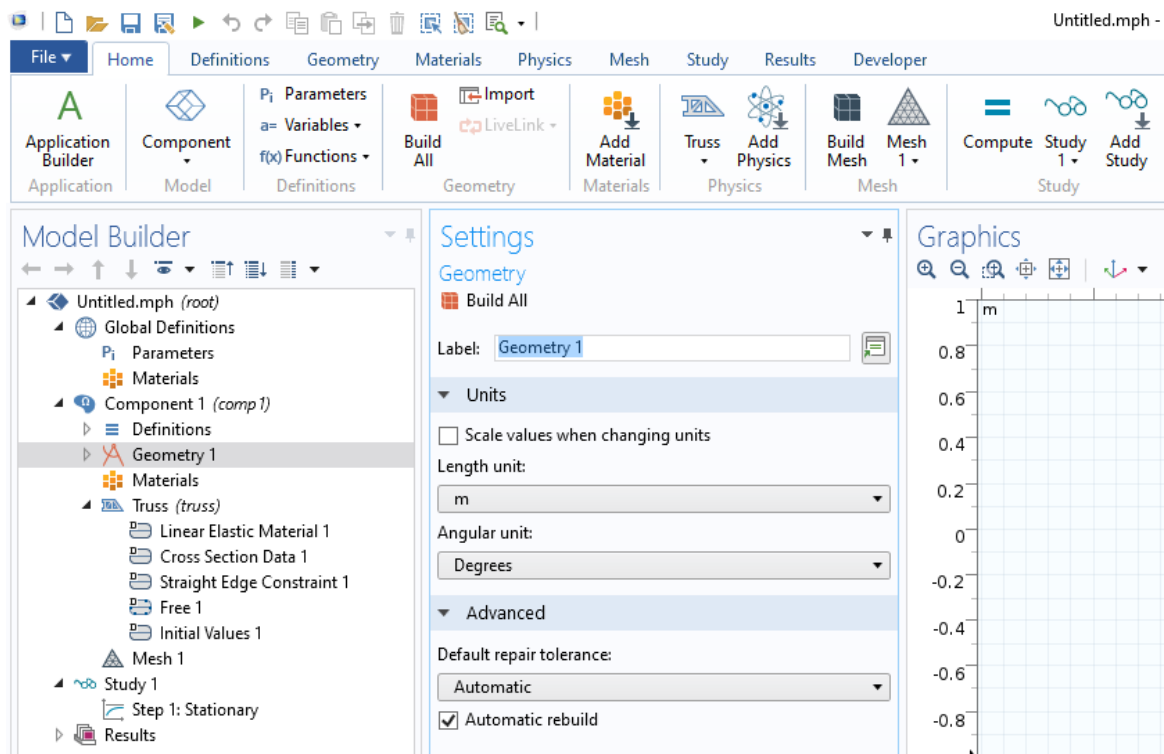




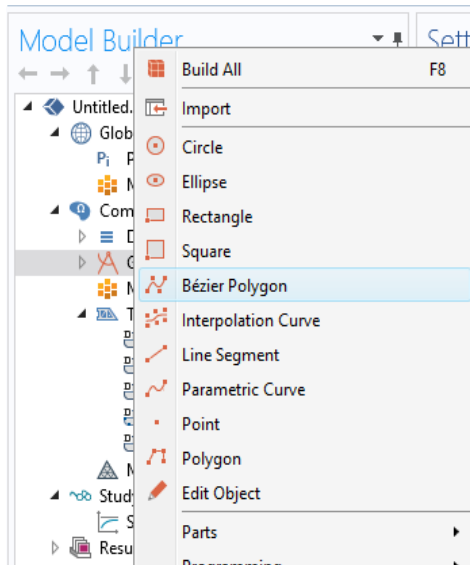
6) ... → Done.



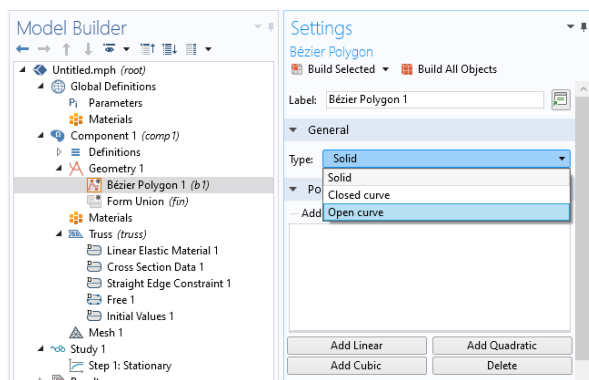
7) Geometry → Length unit (Seleccionar la unidad longitud) ...



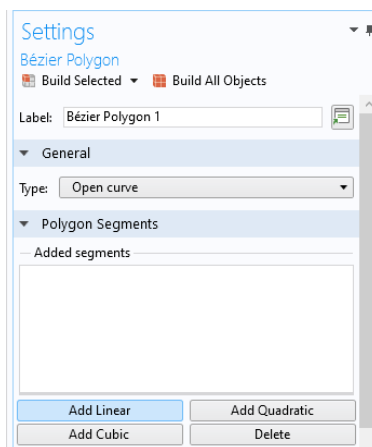
8) Añadir eslabones → Clic derecho (Geometry) → Bézier Polygon...



- 9) Indicar tipo de elemento que estoy analizando ... → Type → Open curve (si es una barra) ... Closed curve o Solid (si es una placa) ...



- 10) Indicar punto inicial y final de mi eslabón o barra → Add Linear...



- 11) ... → Analizar cuáles son las barras de mi elemento que están una después de otra → Para crear los elementos que no estén uno tras otro debo crear un Bézier Polygon nuevo...
- 12) ... → Tabla de conectividad (indica los puntos de cada elemento y como se conectan entre ellos) ...

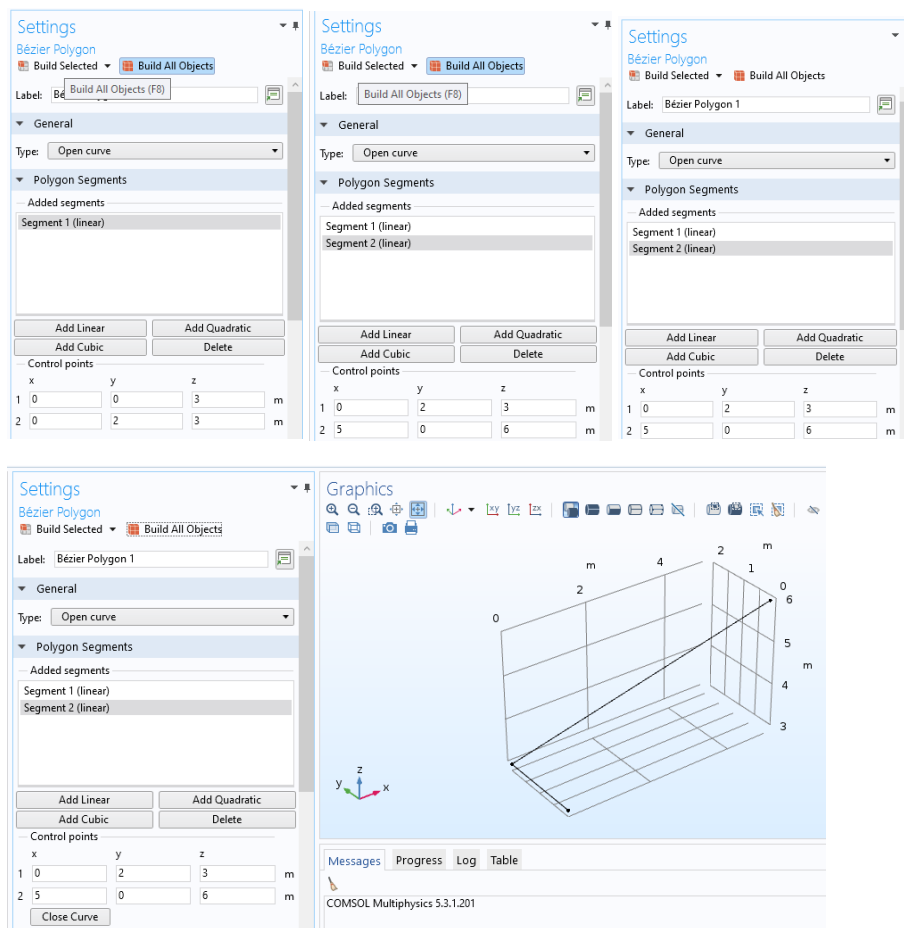
Elemento	Nodo inicial	Nodo final	Longitud
1 o AB	1	2	
2 o AD	1	4	
3 o AC	1	3	
4 o BC	2	3	
5 o BD	2	4	
6 o BE	2	5	

13) ... → Poner las coordenadas de cada nodo para indicar el punto inicial y final de las barras dentro de cada Linear element → Los números 1 y 2 de COMSOL indican el nodo de inicio y final del elemento de línea...

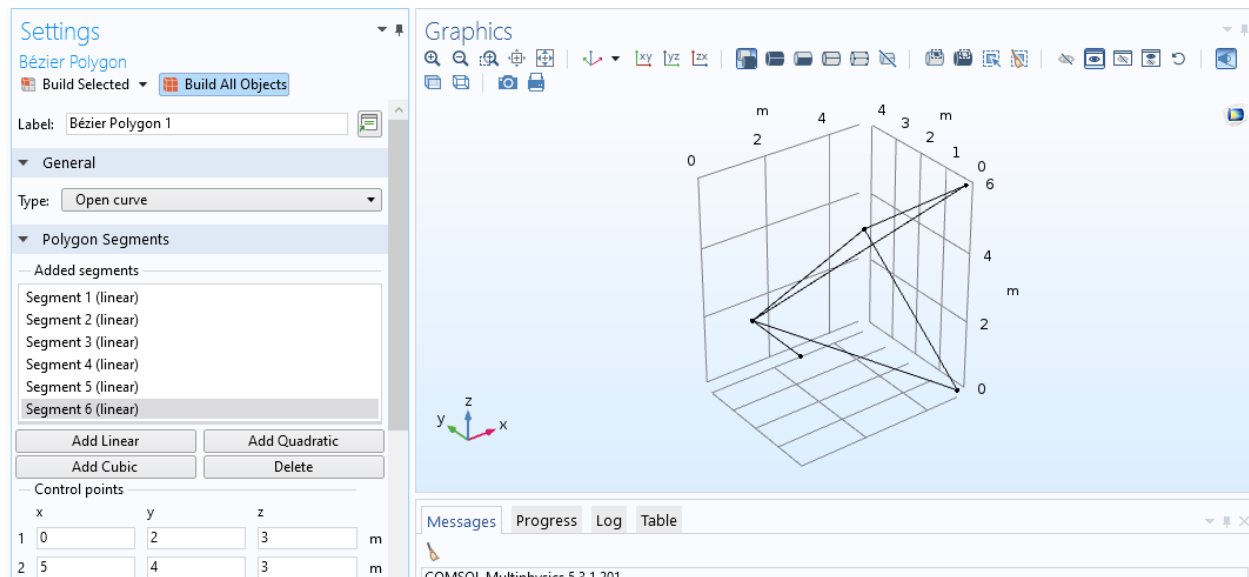
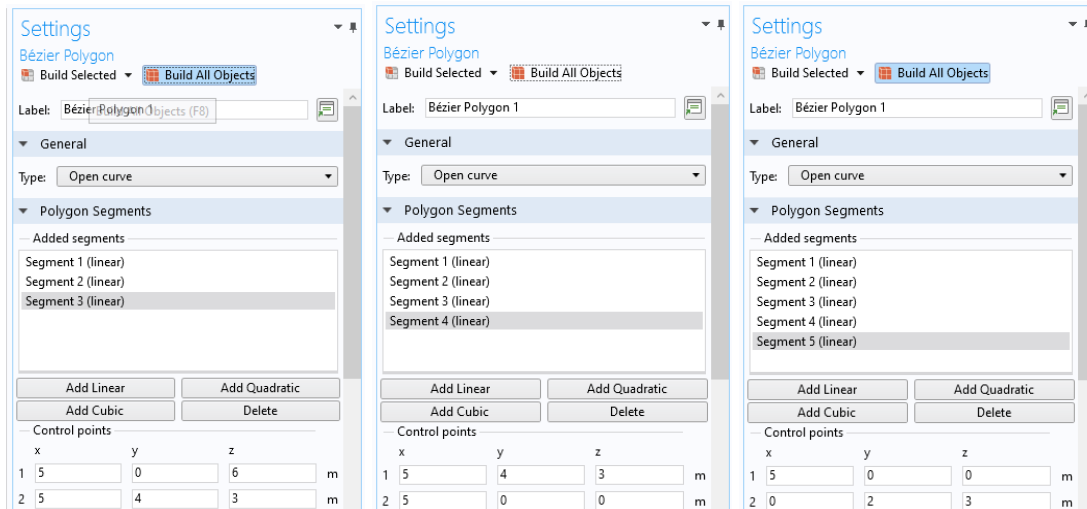
Nodo	X	Y	Z
1	5	4	3
2	0	2	3
3	5	0	0
4	5	0	6
5	0	0	3

Las coordenadas de cada nodo en la estructura es 3D se miden desde el marco de referencia xyz.

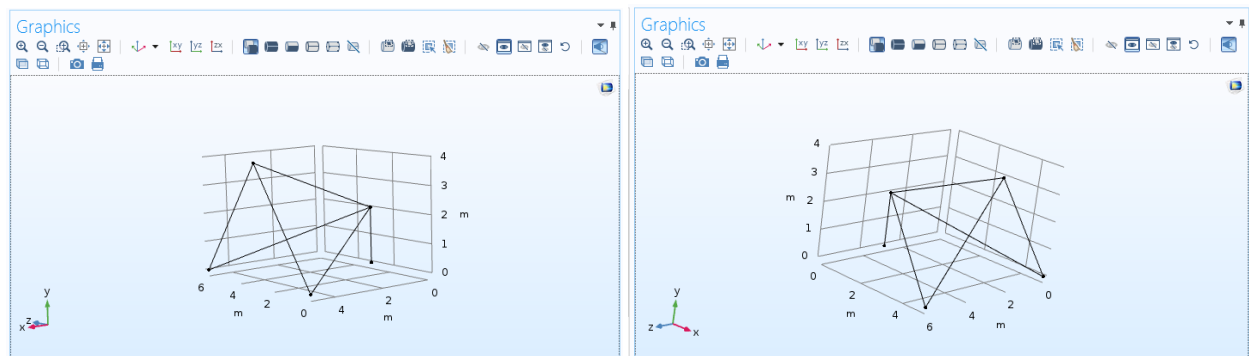
14) ... → Dar clic al botón de Build All Objects para que aparezca en mi espacio de trabajo...



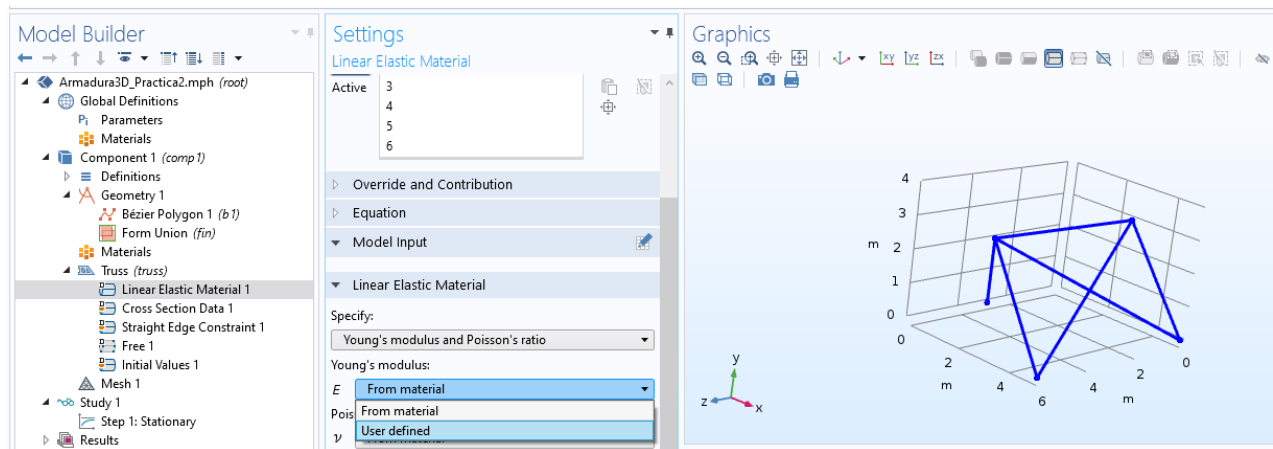
15) ... → Dar clic a Add Linear y agregar los elementos uno a uno indicando su punto inicial y final...



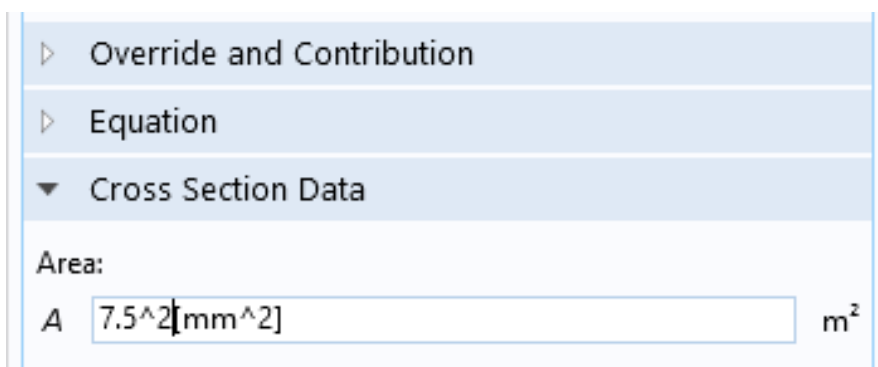
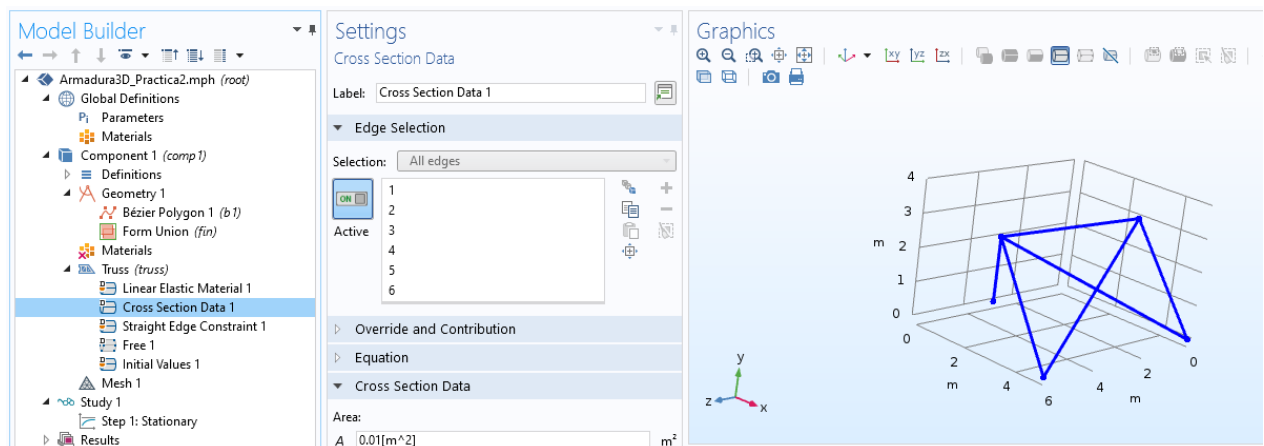
Si mantengo el clic y lo muevo, muevo la figura para verla desde otro ángulo.



- 16) Indicar coeficiente de elasticidad E y coeficiente de Poisson $\nu = 0.29$ [adimensional] → Submenú de Truss (truss) → Linear Elastic Material → User defined (dentro de cada propiedad del material) → Para obtener el estudio de las reacciones, esfuerzos y desplazamientos de mi figura al aplicarle las cargas...



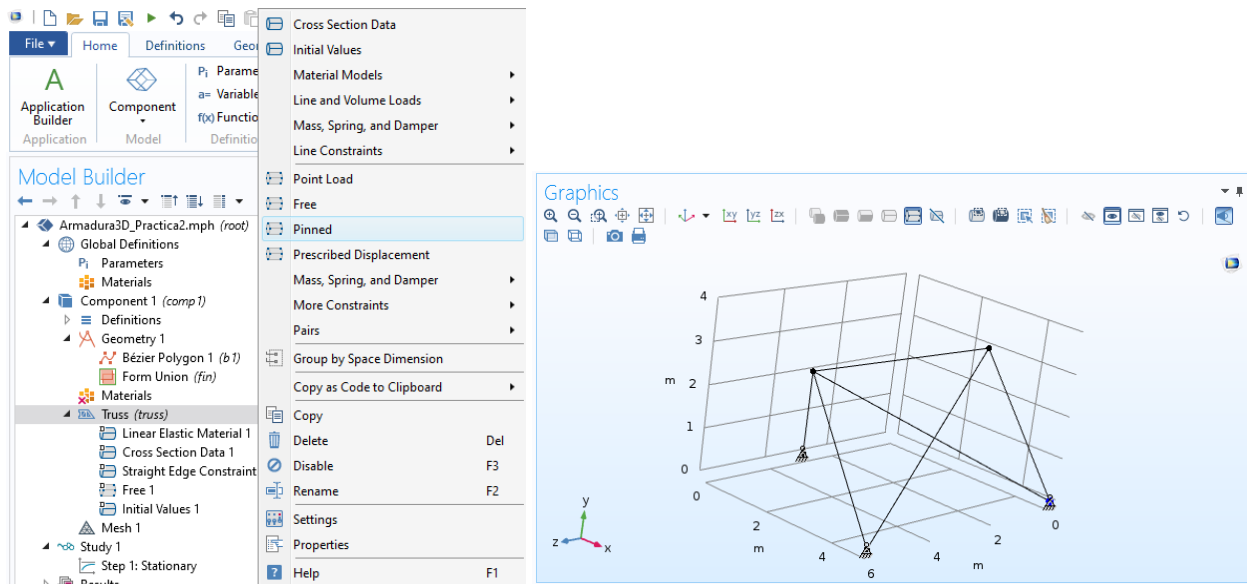
17) Indicar el área de sección transversal del elemento → Submenú de Truss (truss) → Cross Section Data → Area (junto con sus unidades) ...



Así le puedo indicar el área en mm^2 .

ANÁLISIS MECÁNICO EN COMSOL:

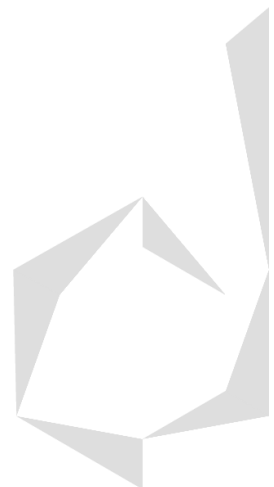
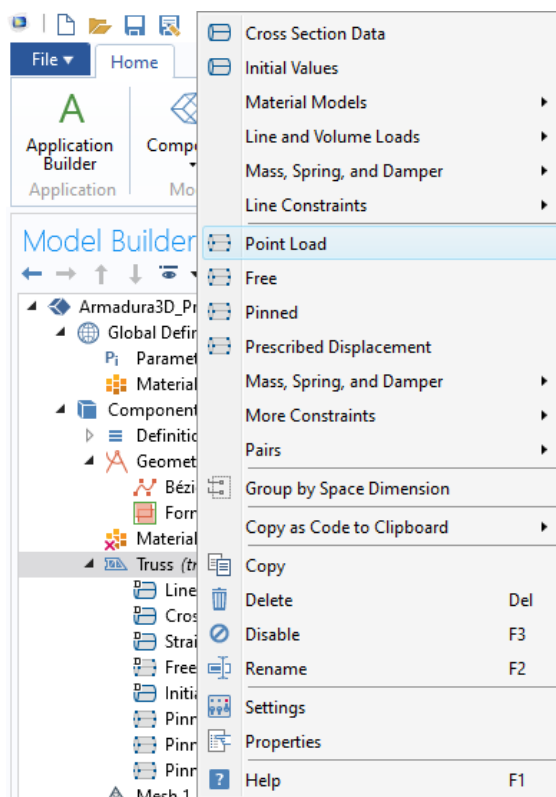
- 18) ... → Activar la checkbox que dice Enable physics symbols (dentro de Truss (truss)) para ver los apoyos con sus símbolos...
- 19) **Para Añadir apoyos** → Clic derecho a Truss (truss) → seleccionar la opción de Pinned → elegir algún nodo de mi estructura para poner el apoyo...



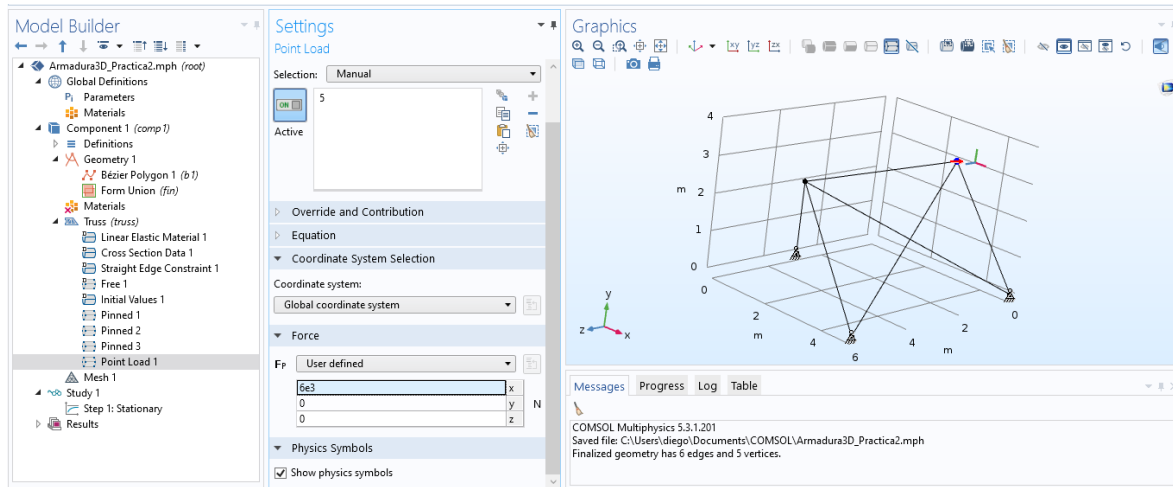
20) ...Si quiero un apoyo que solo me restrinja el movimiento en una de las direcciones → clic derecho en Truss (truss) → seleccionar la opción de Prescribed Displacement → seleccionar el nodo donde quiero mi apoyo → Marcar cualquiera de las 2 checkbox existentes para indicar el movimiento que quiero restringir en mi apoyo...

- ✓ Prescribed in x direction: Para restringir el movimiento en x.
- ✓ Prescribed in y direction: Para restringir el movimiento en y.

21) **Agregar las cargas (fuerzas externas)** → dar clic derecho a Truss (truss → seleccionar Point Load → indicar el nodo en el que quiero poner mi carga...

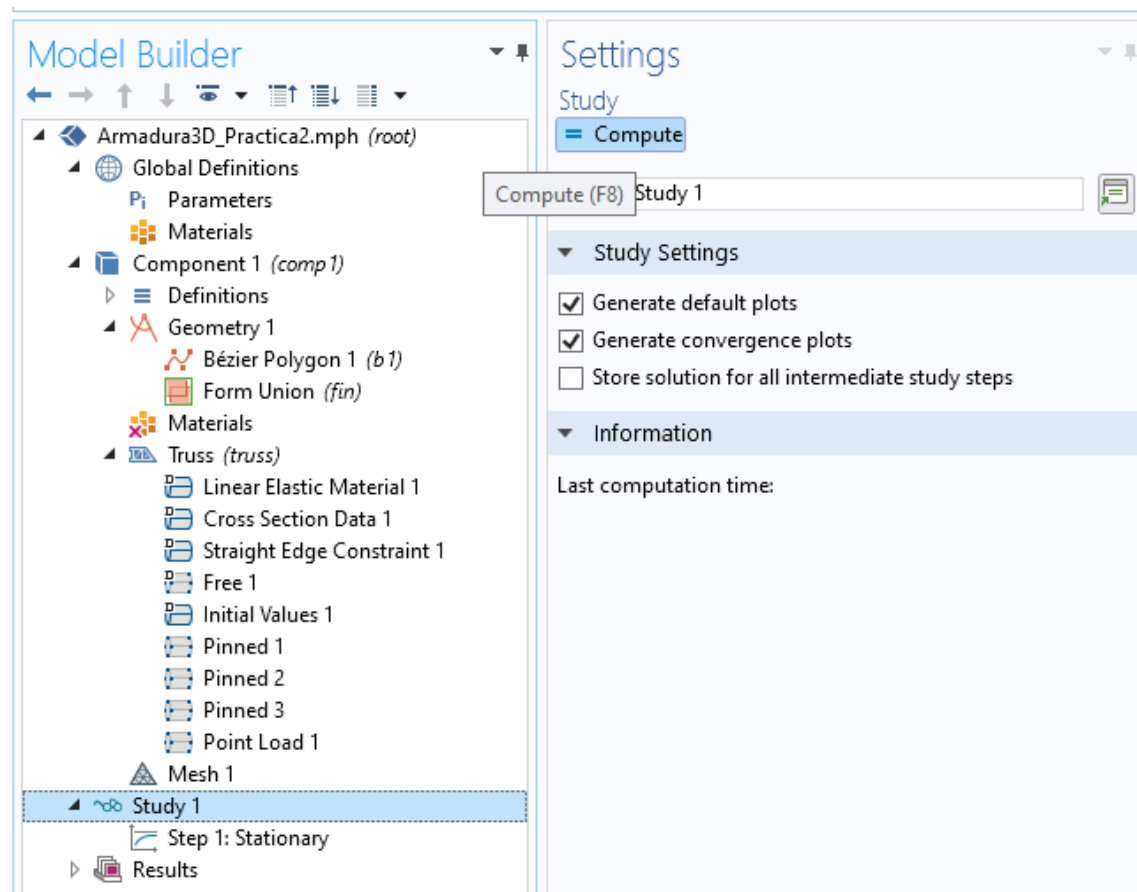


22) Indicar las componentes horizontales y verticales de mi carga → Force: “x”, “y”, “z” considerando el signo para indicar su dirección → Aparecerá un símbolo con flechas rojas y verdes → Esto se debe hacer en todos los nodos donde existan cargas...

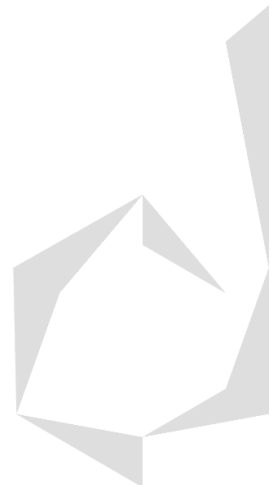
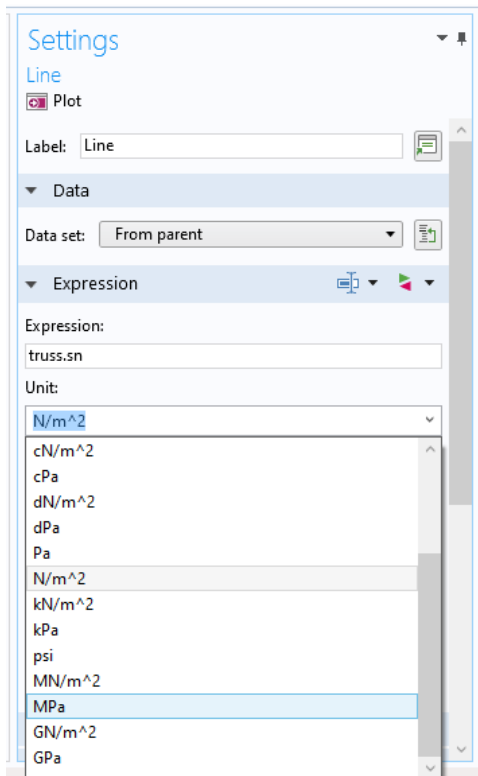
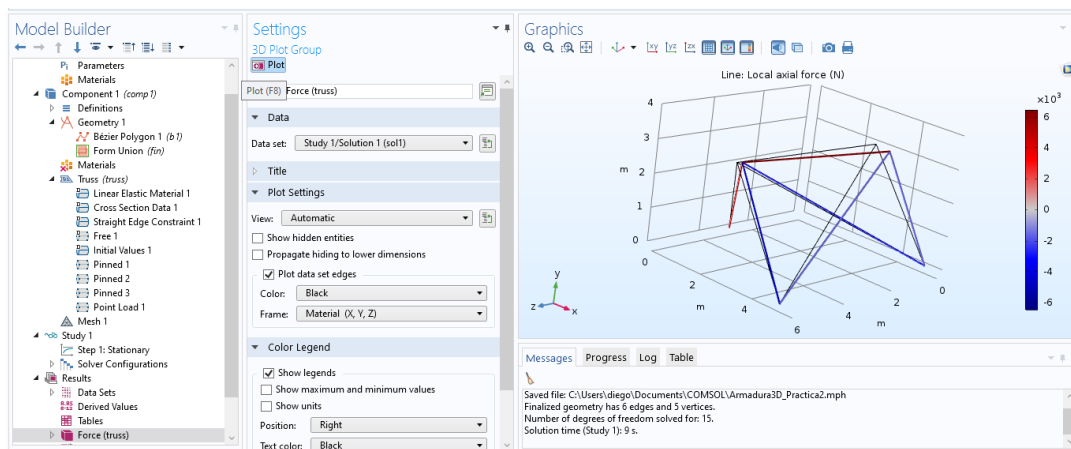


RESULTADO DEL ELEMENTO FINITO EN COMSOL:

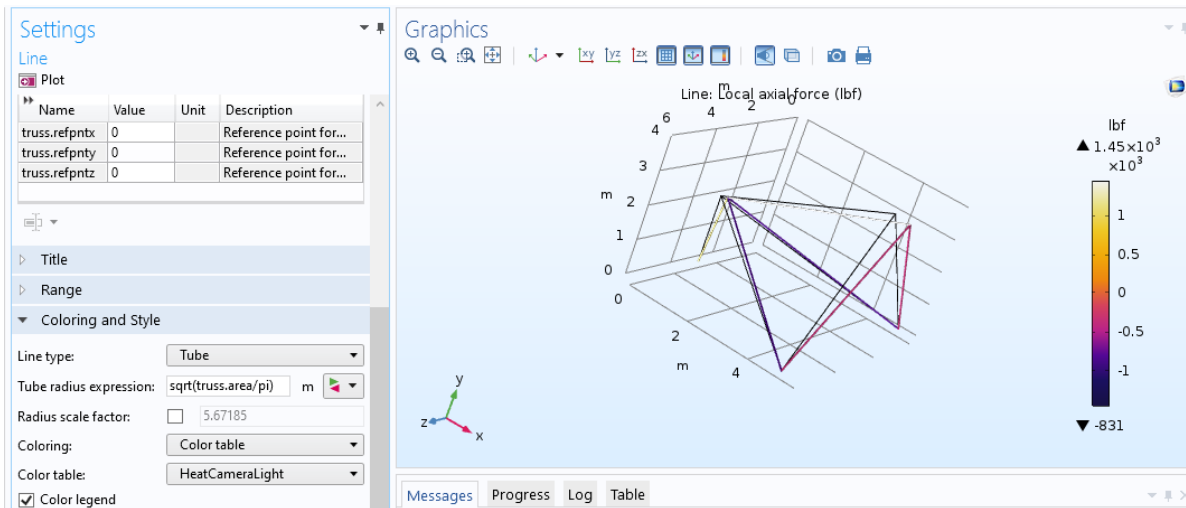
23) Obtener todos los cálculos y datos de mi elemento mecánico → Meterme a Study → Dar clic al botón que dice Compute...



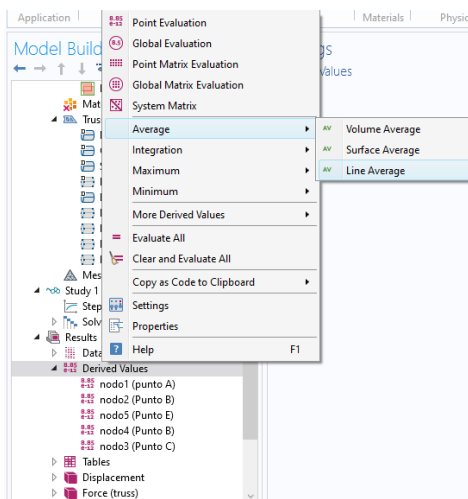
- 24) **...Aparecerá Results (sirve para visualizar todos los cálculos que se hayan hecho de la estructura)**
 → los cálculos que se hacen por sí solos son los de las fuerzas internas (Force) y los esfuerzos (Stress)...
- 25) **...Podré visualizar como se deforma la estructura debido a las cargas** → existe una barra que me mostrará los datos numéricos del cálculo → Position (para cambiar la posición de la barra numérica) → Plot...
- 26) **...Dar clic en las siguientes checkboxes para visualizar los datos en el área de trabajo**
- ✓ Show legends
 - ✓ Show máximo and mínimo values
 - ✓ Show units.
- 27) **...Seleccionar unidades en las que quiero que se desplieguen mis datos numéricos** -> Line -> especificar la unidad dentro de Unit → Plot...



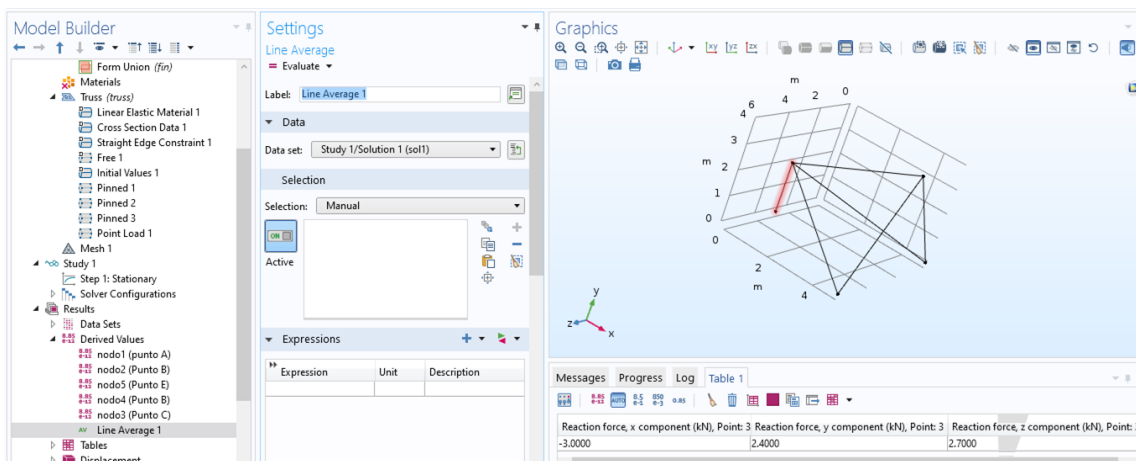
28) Cambiar el color de la barra de colores numéricos y la figura → Color table...



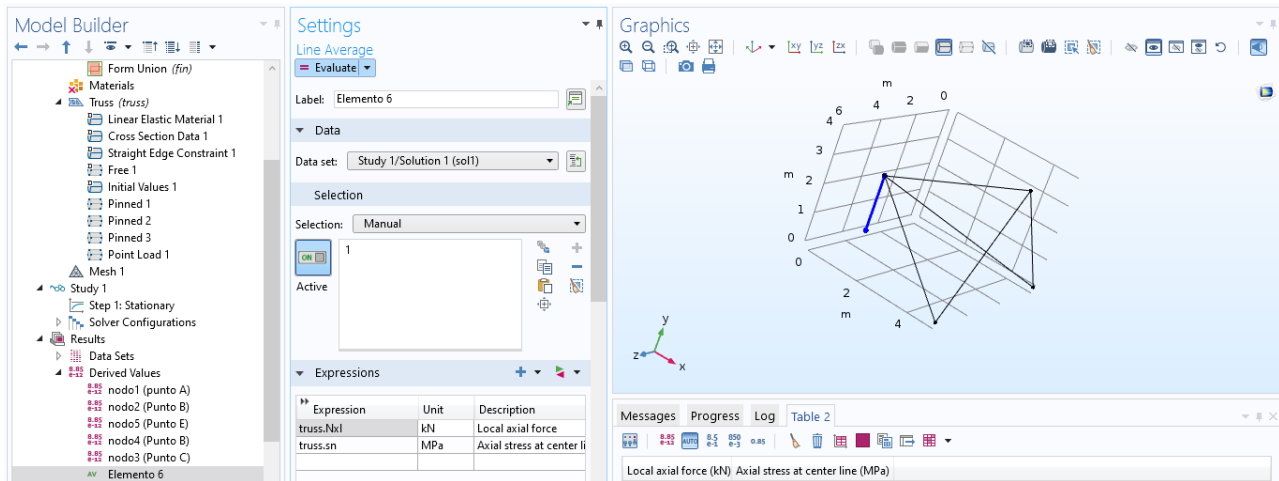
29) ...Para conocer la fuerza interna o esfuerzo de un eslabón → Results → click derecho en Derived Values → Average → click en Line Average...



30) ...Seleccionar el eslabón en donde quiero saber mi magnitud...



31) ...Ya seleccionado mi elemento aparecerá en color azul → se añadirá a la ventana de Selection → puedo elegir solamente un elemento a la vez...



32) ...En la parte de Expressions → indicar exactamente qué cosas quiero conocer de mi eslabón...

Para acceder a cada valor debo introducir un código específico en la parte de Expressions:

- **truss.Nxl** : Se refiere a la fuerza en su componente x (horizontal).
- **truss.Nyl** : Se refiere a la fuerza en su componente y (vertical).
- **u** : Se refiere al desplazamiento en x (horizontal).
- **v** : Se refiere al desplazamiento en y (vertical).
- **truss.disp** : Se refiere al desplazamiento en general.
- **truss.sn** : Se refiere al esfuerzo del elemento.

...Además → indicar la unidad de mi dato → Unit (de la tabla) ...

Los valores positivos de fuerza son tensión y los valores negativos de la fuerza son compresión del elemento, igual con el esfuerzo.

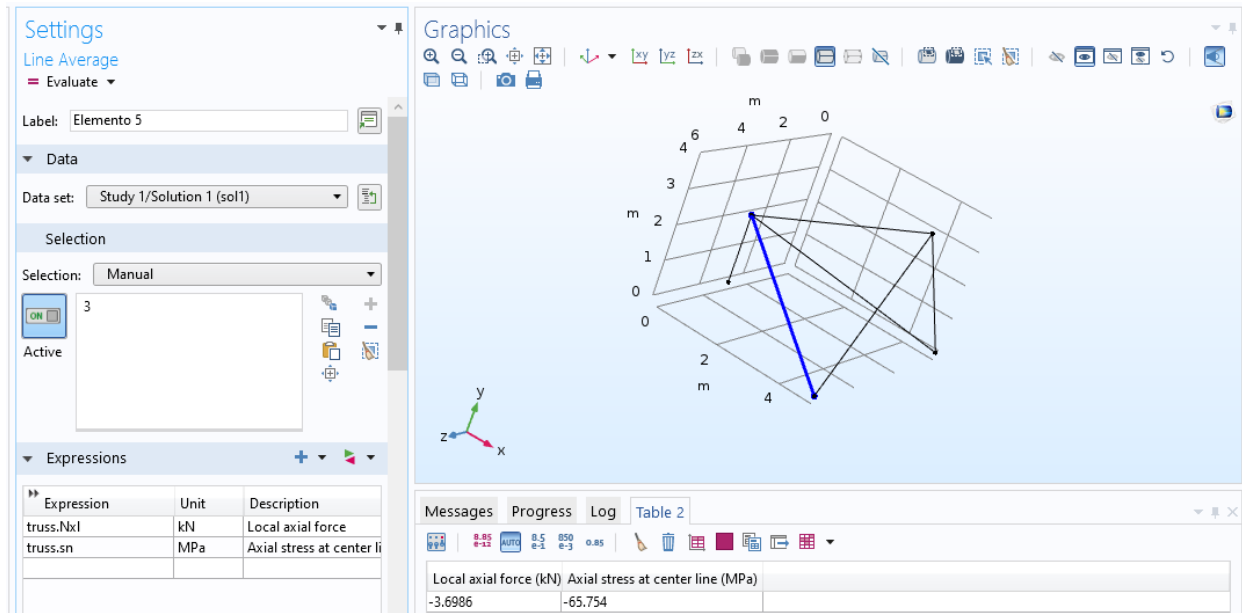
37) ...Si no recuerdo los códigos → meterme a la flechita roja con verde en la esquina superior derecha → buscar qué código debo meter para cada magnitud que quiera saber...

38) ...Dar clic en Evaluate → para que el programa me muestre los cálculos...

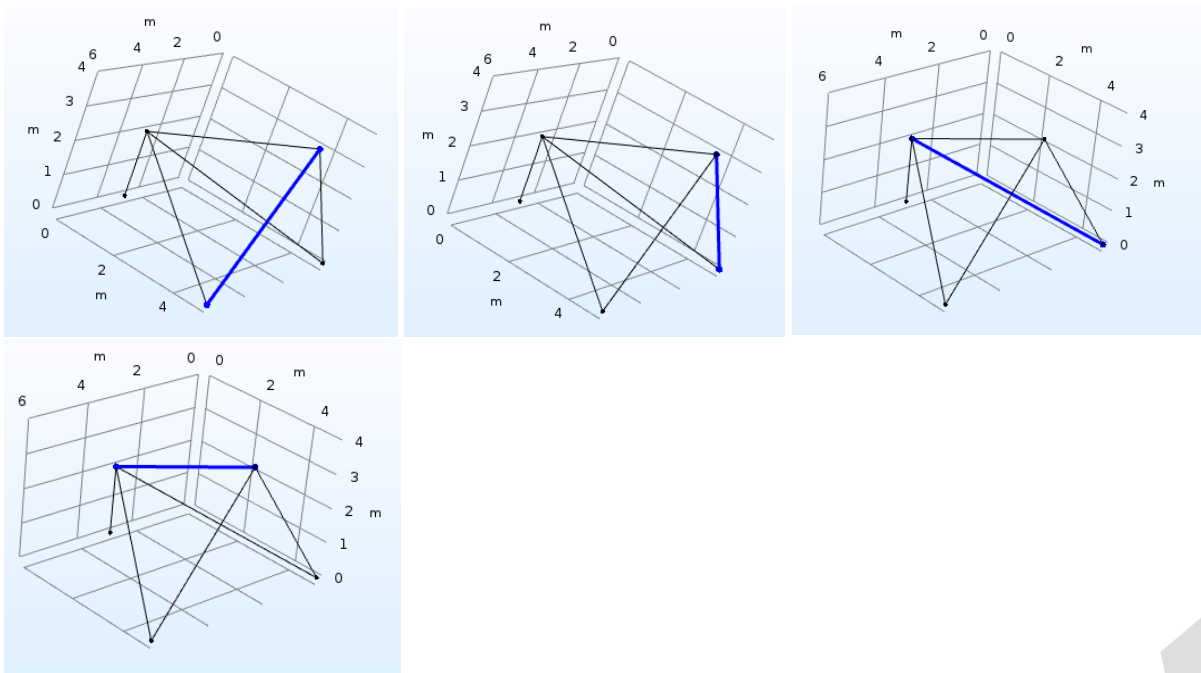
39) Los datos salen en orden de derecha a izquierda en función de cómo estaban declarados de arriba hacia abajo en la tabla de valores que solicité.

40) ...Al evaluar los datos con el botón Evaluate → se irán apilando en la tabla inferior derecha de mi área de trabajo → para borrar los datos apilados puedo usar el botón que tiene una pequeña escoba...

41) **Seleccionar otro elemento de mi estructura** → duplicar el Line Average → seleccionar número de eslabón actual dentro de Selection → dar clic en el botón que tiene el signo menos (-) ...

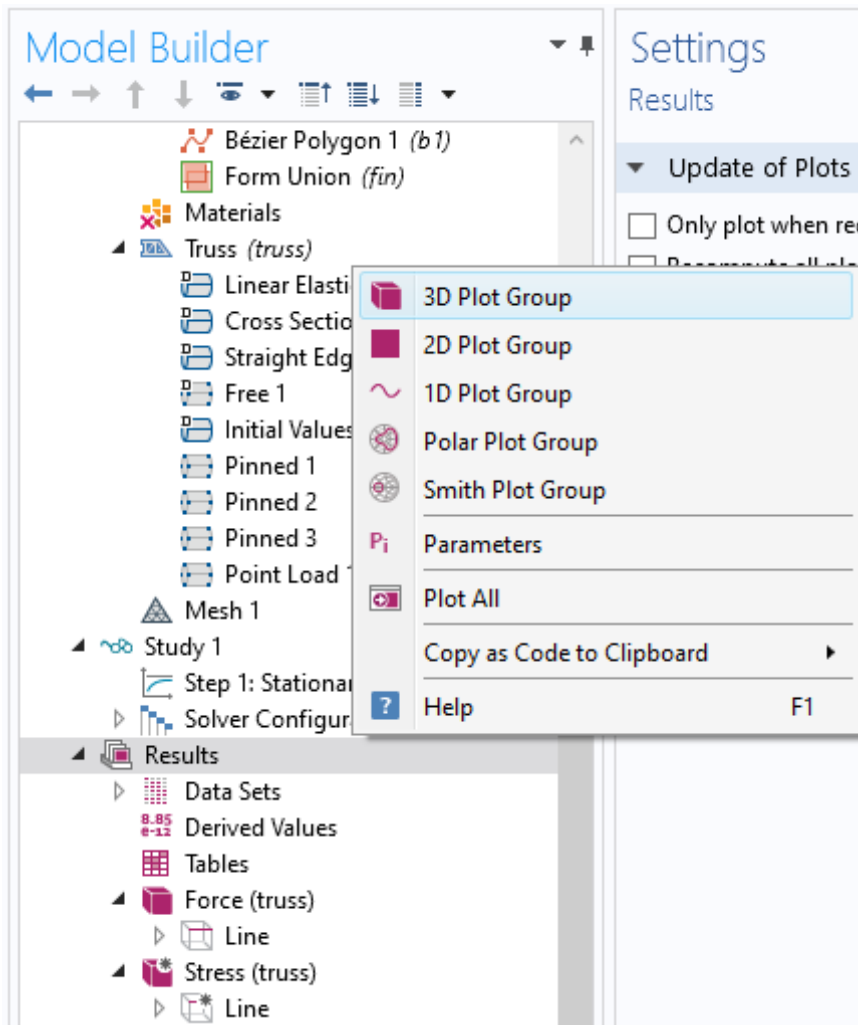


42) ...Seleccionar cualquier otro eslabón o barra que quiera → seleccionarlos uno a uno → para encontrar las fuerzas internas y esfuerzos de todos los eslabones de mi estructura...

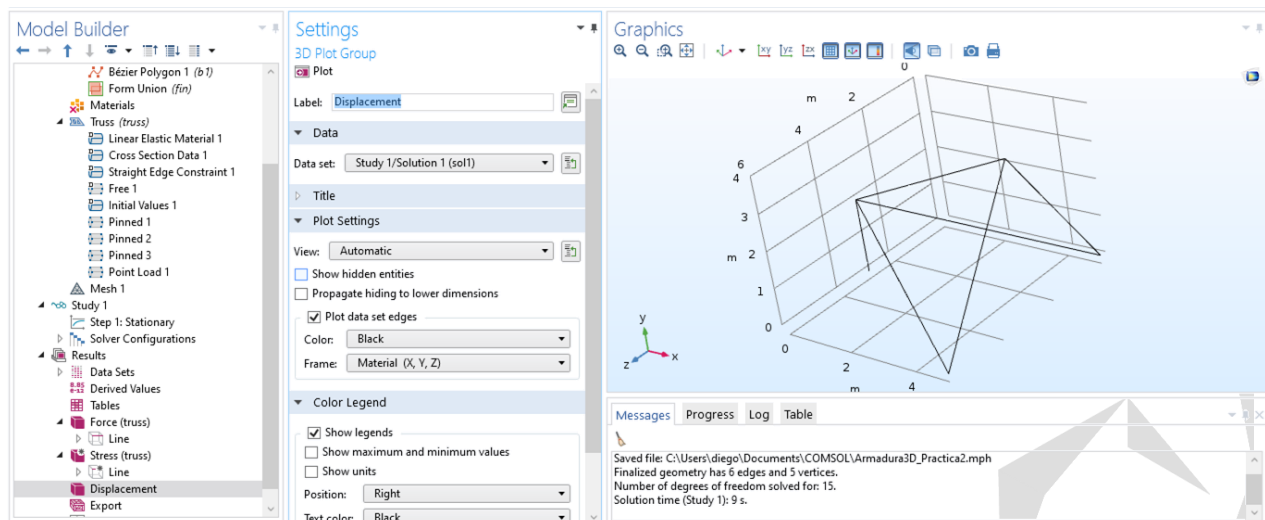


43) ...Submenú de Stress (dentro de Results) → visualizar a la estructura deformada por las cargas externas → aparece una barra de colores con valores numéricos en los que se genera el máximo y el mínimo esfuerzo...

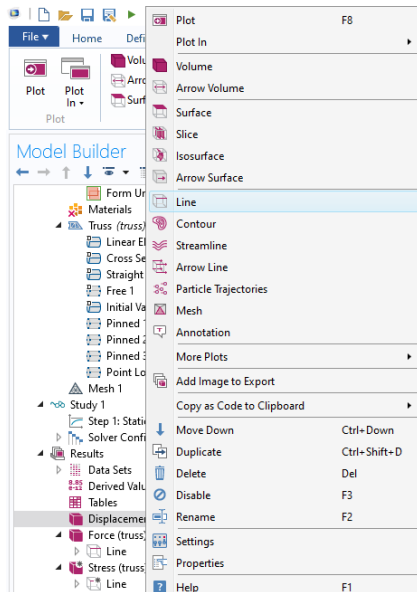
44) **Analizar una nueva magnitud que no sea la fuerza interna o el esfuerzo** como el desplazamiento → dar clic derecho en Results → seleccionar 3D Plot Group (porque nuestra estructura es 3D) ...



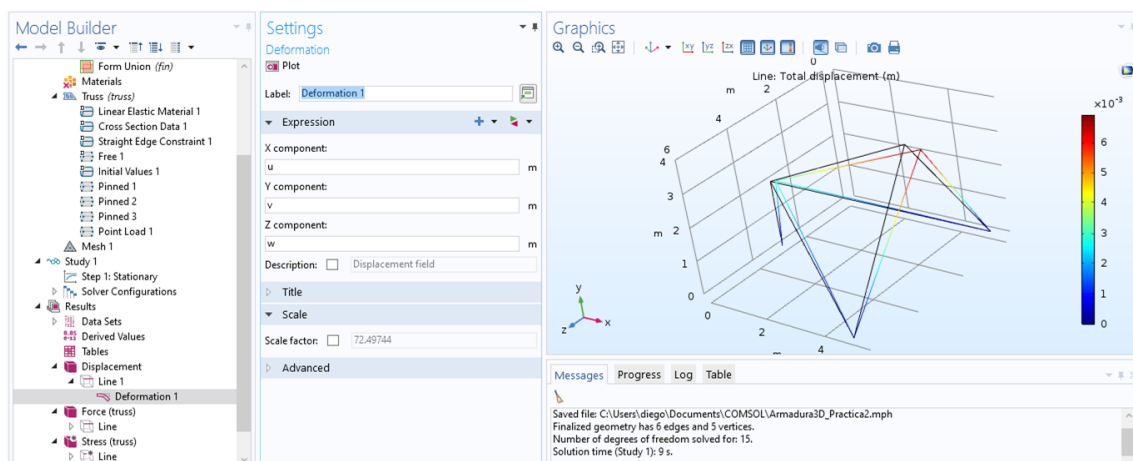
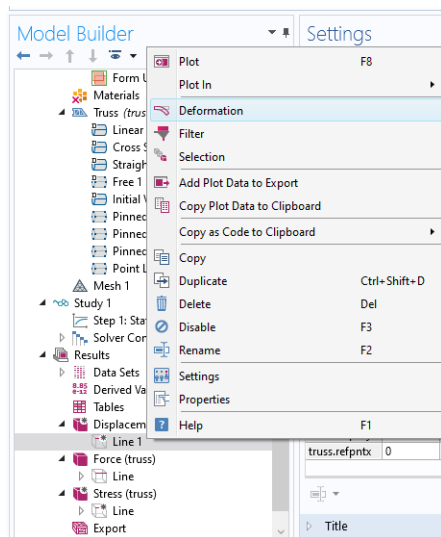
45) ...En Label → darle un nombre a esta nueva magnitud a evaluar → dar clic en Plot para que aparezca el nombre dentro de Results...



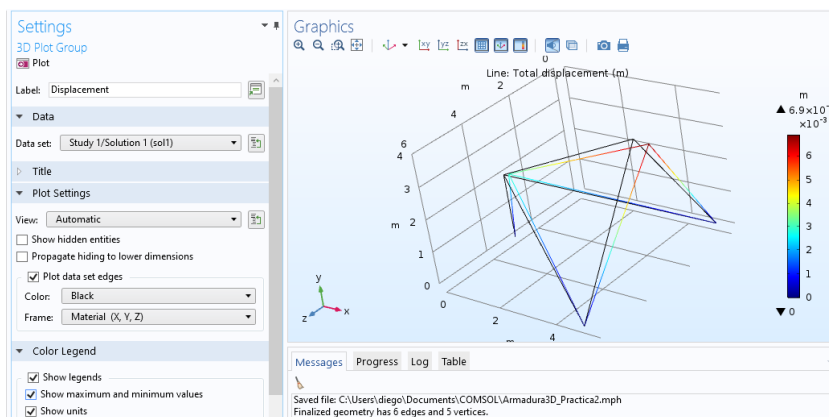
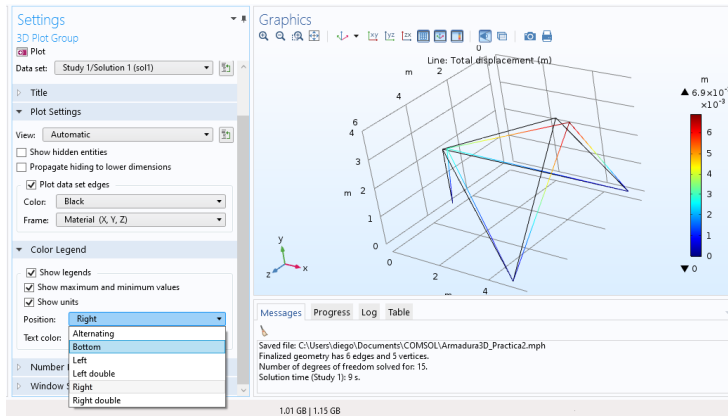
46) ...Agregar un elemento Line al nuevo 3D Plot Group → dando clic derecho sobre él...



47) ...Dar clic derecho en Line → seleccionar la opción de Deformation → para que se muestre en el espacio de trabajo la deformación que sufrirá el elemento → Plot...



48) ...Indicar al programa que deseo que me muestre los valores mínimos y máximos junto con las unidades → si quiero cambiar de posición la barra de valores → indicar en Position → en la figura me mostrará los desplazamientos máximos y mínimos de la estructura -> Plot...



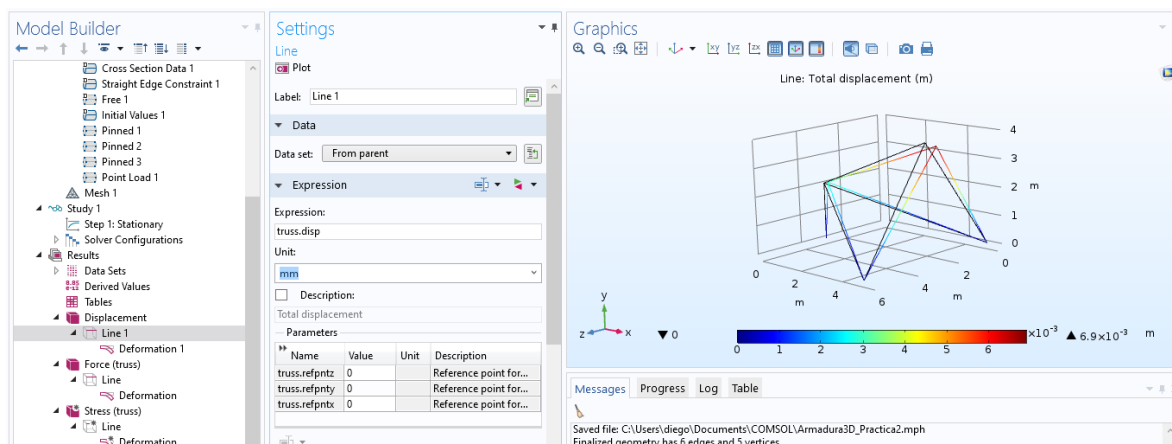
49) ...Dentro de Line → indicar al programa el dato que quiero ver junto con sus unidades → Plot...

Si dentro de Expression pongo **u**: me mostrará el desplazamiento solamente en x.

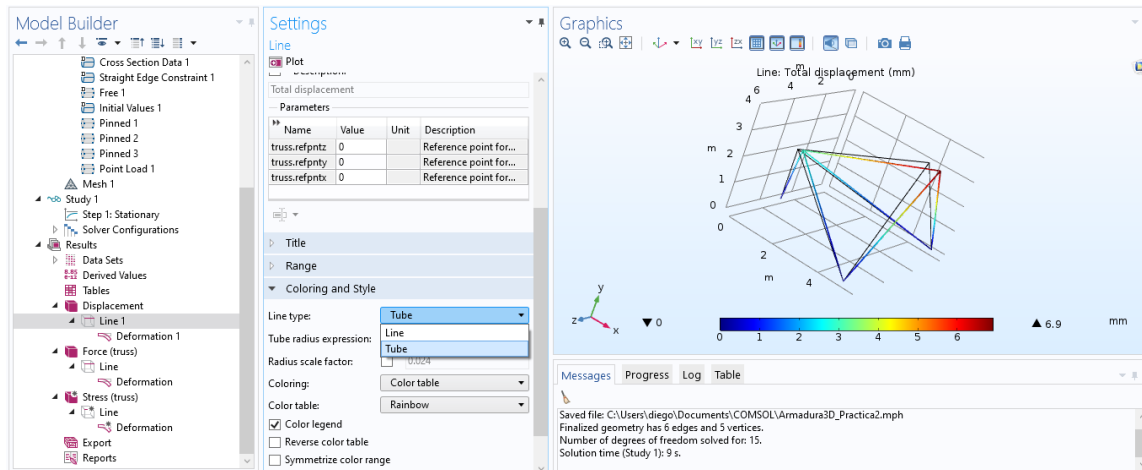
Si dentro de Expression pongo **v**: me mostrará el desplazamiento solamente en y.

Si dentro de Expression pongo **w**: me mostrará el desplazamiento solamente en z.

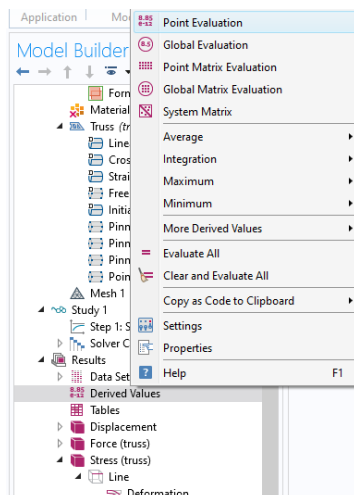
Si dentro de Expression pongo **truss.disp**: me mostrará el desplazamiento resultante.



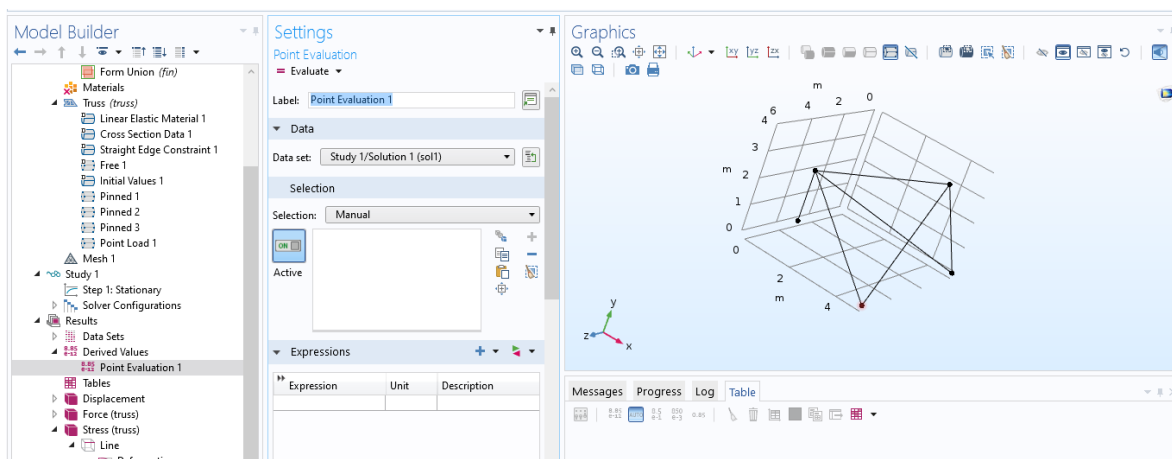
50) Especificar el grosor de las barras → Line type → tuve: línea más ancha...



51) ...Para poder ver las reacciones o las fuerzas en un nodo o punto de la estructura → clic derecho en Derived Values → Point Evaluation → muestra la magnitud en un solo punto de la estructura → a diferencia de Line Average que me daba los cálculos hechos en el eslabón entero...



52) ...Dentro de Point Evaluation → seleccionar el nodo que queremos analizar...



37) ... Dentro de Expression → poner el comando de la magnitud que quiero saber del punto:

- **truss.RFx:** obtengo las fuerzas de reacción en x.
- **truss.RFy:** obtengo las fuerzas de reacción en y.

...Dar clic a Evaluate → visualizar los datos que quiero saber en la tabla de resultados → para borrar los datos amontonados → dar clic en el botón con el ícono de escoba de la parte superior...

The screenshot shows the COMSOL Multiphysics interface. On the left, the 'Settings' window for 'Point Evaluation 1' is open. It shows the 'Data' section with 'Study 1/Solution 1 (sol1)' selected. The 'Selection' section shows 'Manual' selection with '4' points selected. The 'Expressions' section shows a table with the following data:

Expression	Unit	Description
u	mm	Displacement field, X
v	mm	Displacement field, Y
w	mm	Displacement field, Z
truss.disp	mm	Total displacement

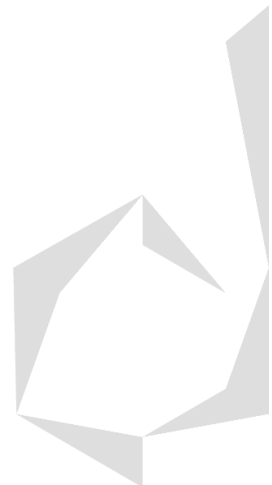
On the right, the 'Graphics' window shows a 3D truss model with a coordinate system (x, y, z). The 'Messages' window at the bottom shows the results of the evaluation for Point 4:

Displacement field, X component (mm), Point: 4	Displacement field, Y component (mm), Point: 4	Displacement field, Z component (mm), Point: 4
0.0000	0.0000	0.0000

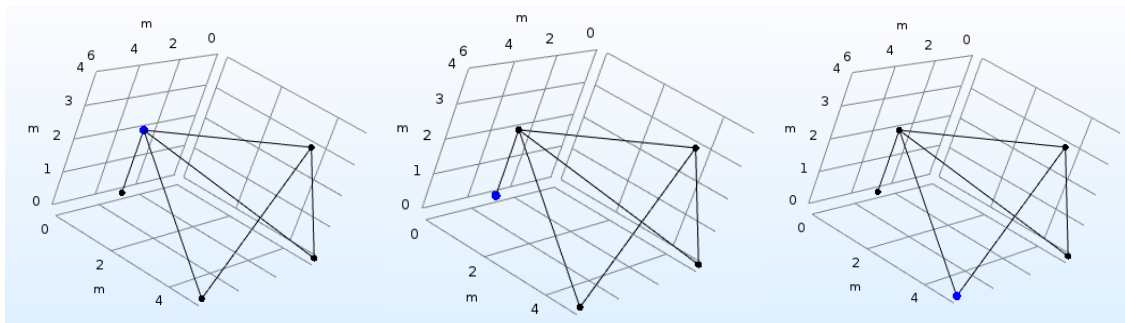
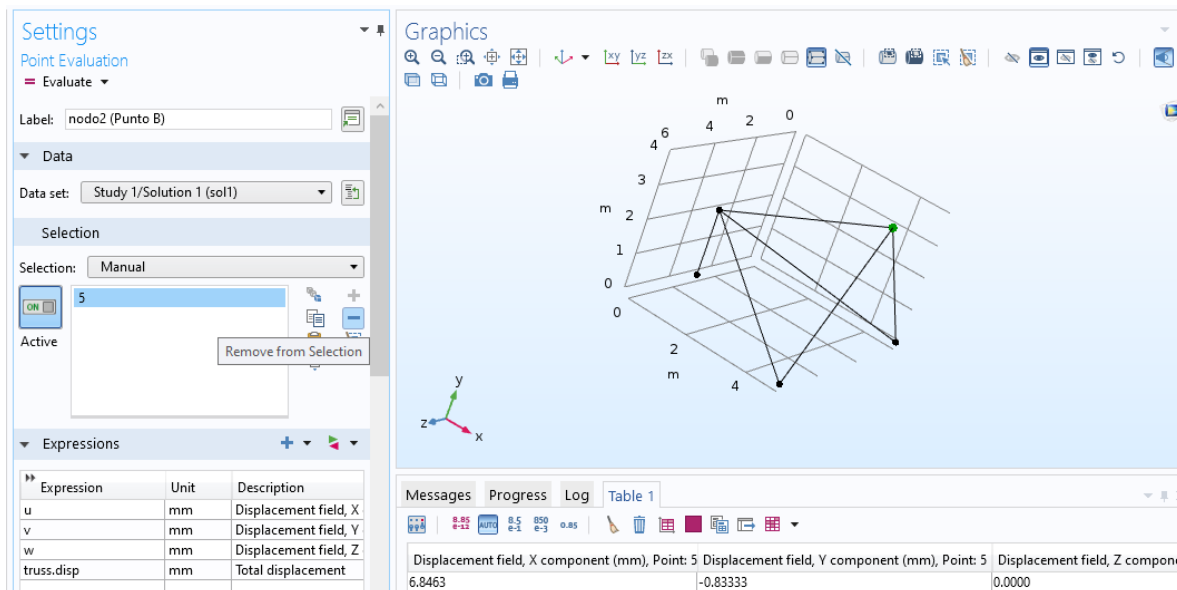
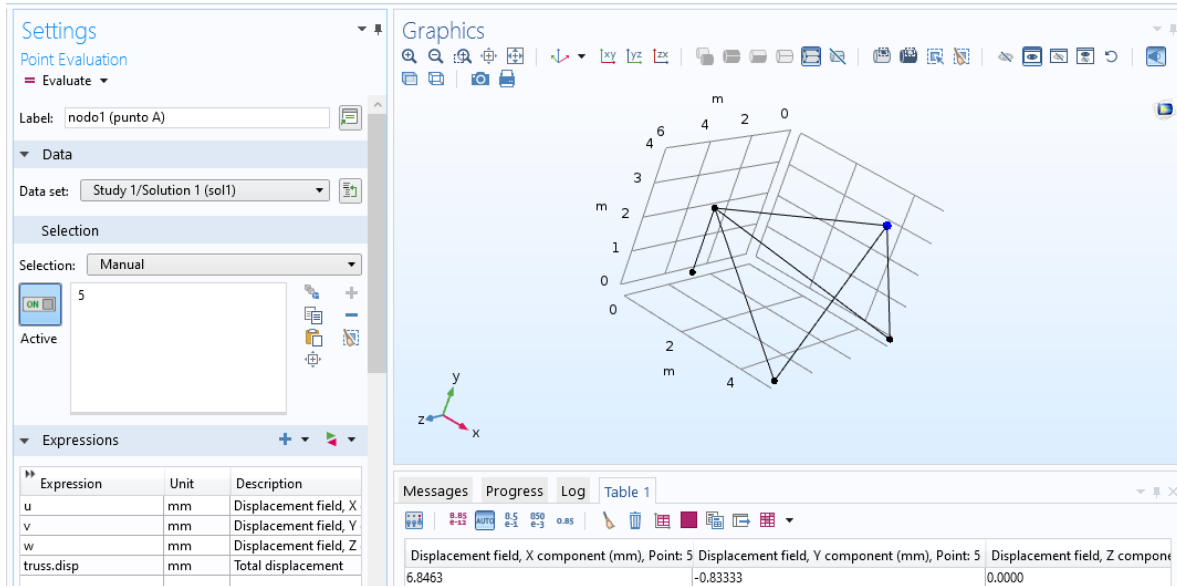
38) ...En Label → ponerle nombre a cada Line Average (eslabón analizado) → ponerle nombre a cada Point Evaluation (nodo analizado) → para identificarlos...

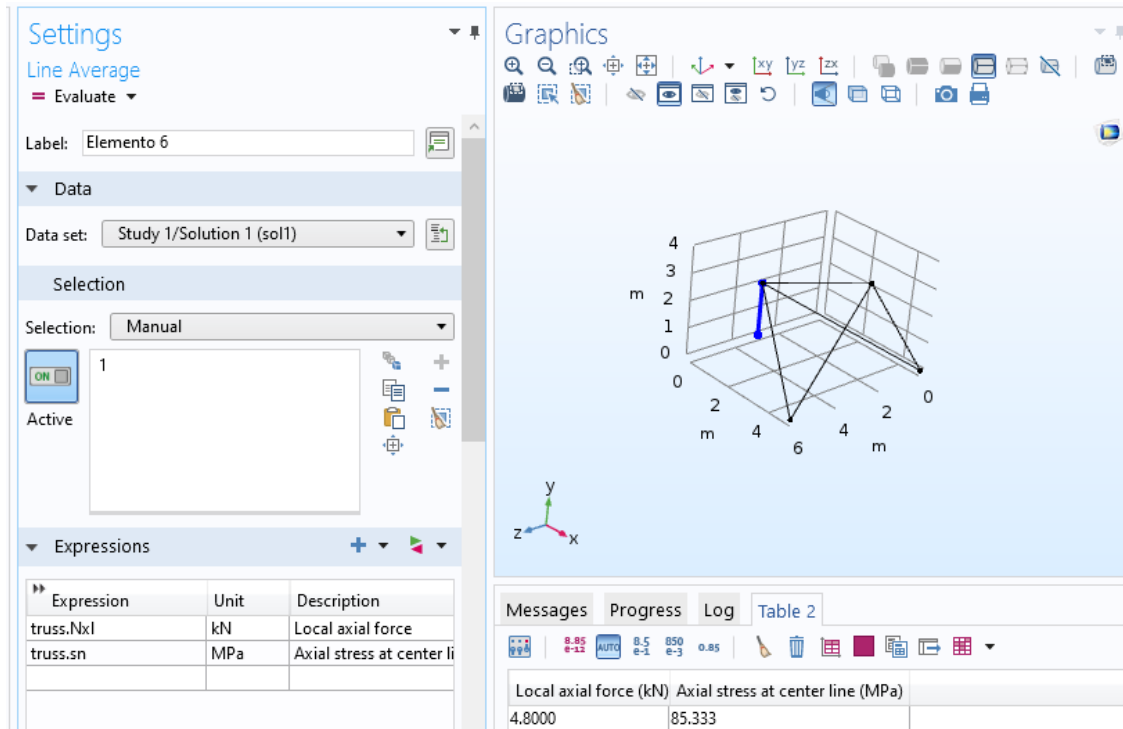
The screenshot shows the 'Model Builder' window. The hierarchy of the model is as follows:

- Free 1
- Initial Values 1
- Pinned 1
- Pinned 2
- Pinned 3
- Point Load 1
- Mesh 1
- Study 1
 - Step 1: Stationary
 - Solver Configurations
 - Results
 - Data Sets
 - Derived Values
 - nodo1 (punto A)
 - nodo2 (Punto B)
 - nodo5 (Punto E)
 - nodo4 (Punto B)
 - nodo3 (Punto C)
 - Elemento 6
 - Elemento 5
 - Elemento 2
 - Elemento 3
 - Elemento 4
 - Elemento 1



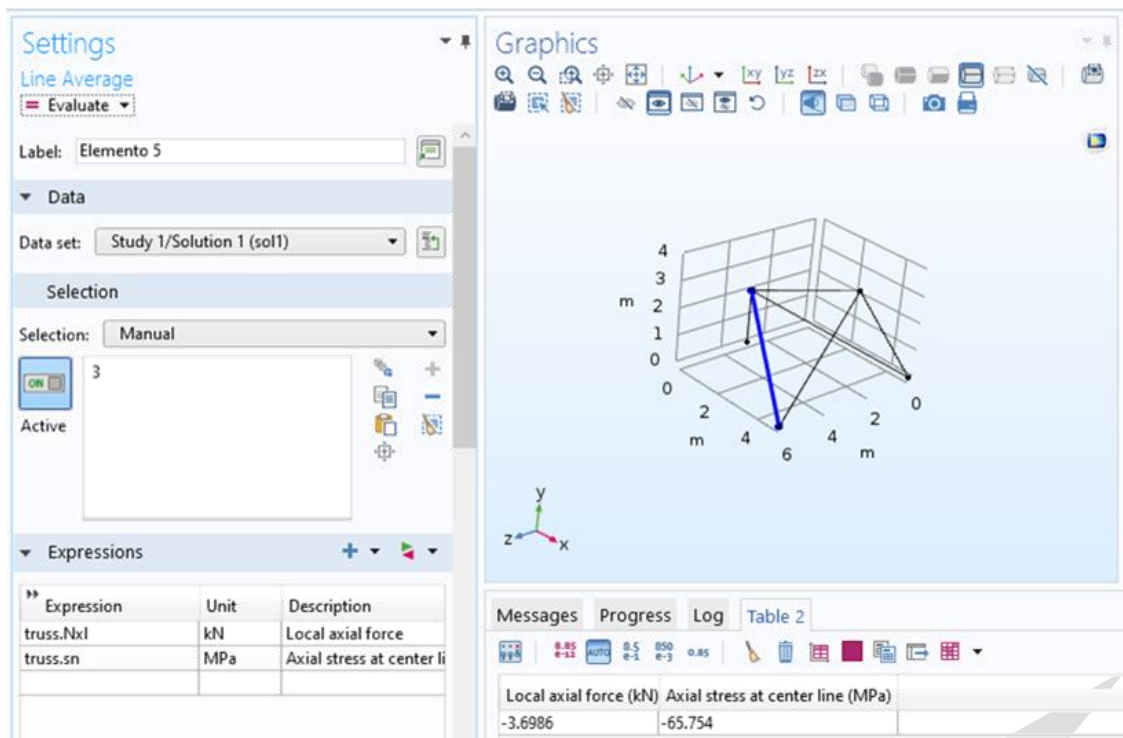
39) ...Para evaluar otros puntos puedo duplicar los Line Average y los Point Evaluation ya hechos → borrar el nodo previamente seleccionado con el signo menos → indicar el nuevo nodo de evaluación → dar clic al botón de Evaluate → conocer la misma magnitud, pero en un nodo diferente...





$$F_{BE} = 4.8[kN]$$

$$\sigma_{BE} = 85.333[MPa]$$



$$F_{BC} = F_{BD} = -3.6986[kN]$$

$$\sigma_{BE} = \sigma_{BC} = -65.754[MPa]$$

CONCLUSIÓN:

Con el método numérico apoyado por el programa COMSOL podemos comprobar que esté bien hecho el método analítico y visualizar los desplazamientos y/o deformaciones que tendrá nuestra estructura 3D después de haberle aplicado la carga. Al realizar un análisis mecánico a través de un método numérico, luego uno analítico y comparar los resultados, nos aseguramos que el resultado obtenido es el correcto.

ERROR:

$$error = \frac{|valor\ obtenido\ en\ el\ programa| - |valor\ analítico|}{|valor\ obtenido\ en\ el\ programa|} * 100[\%]$$

FBE:

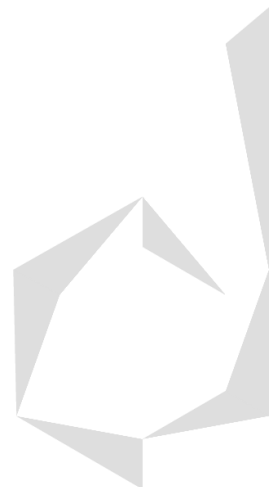
$$error = \frac{4.8 - 4.7967}{4.8} * 100 = 0.06875\%$$

FBD, FBC:

$$error = \frac{3.6986 - 3.698}{3.6986} * 100 = 0.01622\%$$

BIBLIOGRAFÍA:

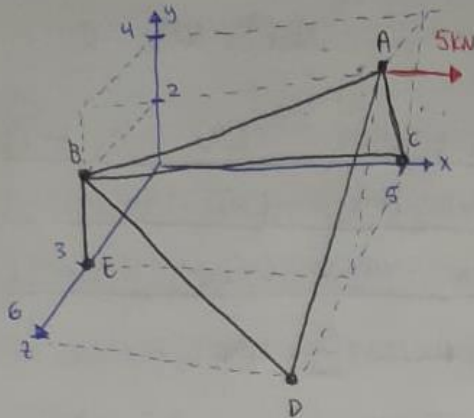
INGENIERÍA MECÁNICA ESTÁTICA (12VA EDICIÓN) – RUSSELL C. HIBBELER.



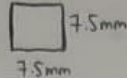
MÉTODO ANALÍTICO:

Práctica 2:

Analítico



Área de sección transversal de cada elemento.



Para encontrar las fuerzas internas de cada elemento, debo hacer vectores unitarios sobre los eslabones partiendo desde el nodo de aplicación de la fuerza externa.

Puntos dados por sus coordenadas (x, y, z)

$$A = (5, 4, 3)$$

$$B = (0, 2, 3)$$

$$C = (5, 0, 0)$$

$$D = (5, 0, 6)$$

$$E = (0, 0, 3)$$

Para ello necesito la magnitud, o sea la longitud de cada eslabón y sus coordenadas iniciales y finales para poder encontrar su vector posición medido desde el nodo que tiene la carga (fuerza externa).

$$|\lambda| = \text{longitud} = \sqrt{(x_f - x_i)^2 + (y_f - y_i)^2 + (z_f - z_i)^2}$$

$$\hat{\lambda} = \text{vector posición unitario} = \frac{(x_f - x_i)\hat{i} + (y_f - y_i)\hat{j} + (z_f - z_i)\hat{k}}{|\lambda|}$$

y con estos puedo encontrar la magnitud de los vectores fuerza.

$$\vec{F} = |\vec{F}|(\hat{\lambda}) \quad \text{y los esfuerzos} \quad \sigma = \frac{|\vec{F}|}{A}$$

$$|\vec{AB}| = \sqrt{(0-5)^2 + (2-4)^2 + (3-3)^2} = 5.3851 \text{ [m]} \quad |\vec{AC}| = \sqrt{(5-5)^2 + (0-4)^2 + (0-3)^2} = 5 \text{ [m]}$$

$$|\vec{AD}| = \sqrt{(5-5)^2 + (0-4)^2 + (6-3)^2} = 5 \text{ [m]}$$

Solo analizo estos eslabones porque son los que están conectados al punto A donde se encuentra la fuerza externa.

$$\hat{\lambda}_{B/A} = \frac{(0-5)\hat{i} + (2-4)\hat{j} + (3-3)\hat{k}}{5.3851} = -0.9285\hat{i} - 0.371\hat{j}$$

$$\hat{\lambda}_{C/A} = \frac{(5-5)\hat{i} + (0-4)\hat{j} + (0-3)\hat{k}}{5} = -0.8\hat{j} - 0.6\hat{k}$$

$$\hat{\lambda}_{D/A} = \frac{(5-5)\hat{i} + (0-4)\hat{j} + (6-3)\hat{k}}{5} = -0.8\hat{j} + 0.6\hat{k}$$

$$\vec{F}_{AB} = F_{AB}(\hat{\lambda}_{B/A}) = F_{AB}(-0.9285\hat{i} - 0.371\hat{j}) = -0.9285 F_{AB}\hat{i} - 0.371 F_{AB}\hat{j}$$

$$\vec{F}_{AC} = F_{AC}(\hat{\lambda}_{C/A}) = F_{AC}(-0.8\hat{j} - 0.6\hat{k}) = -0.8 F_{AC}\hat{j} - 0.6 F_{AC}\hat{k}$$

$$\vec{F}_{AD} = F_{AD}(\hat{\lambda}_{D/A}) = F_{AD}(-0.8\hat{j} + 0.6\hat{k}) = -0.8 F_{AD}\hat{j} + 0.6 F_{AD}\hat{k}$$

Analizamos el equilibrio en el nodo A:

$$\sum F_A = 0 \rightarrow \vec{F}_{AB} + \vec{F}_{AD} + \vec{F}_{AC} + (+6000)\hat{i} = 0$$

$$(-0.9285 F_{AB}\hat{i} - 0.371 F_{AB}\hat{j}) + (-0.8 F_{AD}\hat{j} + 0.6 F_{AD}\hat{k}) + (-0.8 F_{AC}\hat{j} - 0.6 F_{AD}\hat{k}) + 6000\hat{i} = 0$$

$$\hat{i}: -0.9285 F_{AB} + 6000 = 0$$

$$\hat{j}: -0.371 F_{AB} - 0.8 F_{AD} - 0.8 F_{AC} = 0$$

$$\hat{k}: 0.6 F_{AD} - 0.6 F_{AD} = 0$$

resolviendo el sistema de ecuaciones

$$F_{AB} = 6462.0355 [N] = 6.462 [kN]$$

$$F_{AD} = -1498.3844 [N] = -1.4983 [kN]$$

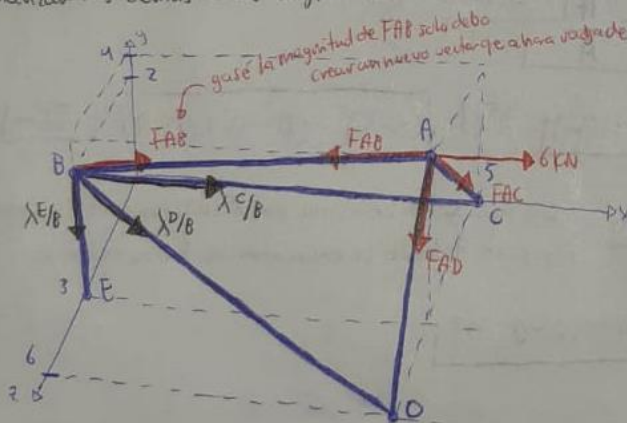
$$F_{AC} = -1498.3844 [N] = -1.4983 [kN]$$

$$\sigma_{AB} = \frac{F_{AB}}{A} = \frac{6.462 \times 10^3 [N]}{(7.5)(7.5) [mm^2]} = 114.8806 [MPa] \text{ (Tensión)} \leftarrow 1 \frac{N}{mm^2} = 1 MPa.$$

$$\sigma_{AD} = \frac{F_{AD}}{A} = \frac{-1.4983 \times 10^3 [N]}{(7.5)(7.5) [mm^2]} = -26.6379 [MPa] = 26.6379 [MPa] \text{ (Compresión)}$$

$$\sigma_{AC} = \frac{F_{AC}}{A} = \frac{-1.4983 \times 10^3 [N]}{(7.5)(7.5) [mm^2]} = -26.6379 [MPa] = 26.6379 [MPa] \text{ (Compresión)}$$

Para analizar las demás barras elegimos un nodo de referencia donde sepa una fuerza.



Para conocer las fuerzas F_{BE} , F_{BD} , F_{BC} y los esfuerzos en esas barras.

$$|\lambda| = \sqrt{(x_f - x_i)^2 + (y_f - y_i)^2 + (z_f - z_i)^2}$$

$$\hat{\lambda} = \frac{(x_f - x_i)\hat{i} + (y_f - y_i)\hat{j} + (z_f - z_i)\hat{k}}{|\lambda|}$$

$$F = |F| \hat{\lambda} \quad \sigma = \frac{|F|}{A}$$

$$|\overline{AB}| = 5.3851 [m] \quad |\overline{BE}| = \sqrt{(0-0)^2 + (0-2)^2 + (3-3)^2} = 2 [m]$$

$$|\overline{BD}| = \sqrt{(5-0)^2 + (0-2)^2 + (0-3)^2} = 6.1644 [m] \quad |\overline{BC}| = \sqrt{(5-0)^2 + (0-2)^2 + (0-3)^2} = 6.1644 [m]$$

$$\hat{\lambda}_{A/B} = \frac{(5-0)\hat{i} + (2-4)\hat{j} + (3-3)\hat{k}}{5.3851} = 0.9285\hat{i} + 0.371\hat{j} \quad \hat{\lambda}_{E/B} = \frac{(0-0)\hat{i} + (0-2)\hat{j} + (3-3)\hat{k}}{2} = -\hat{j}$$

$$\hat{\lambda}_{D/B} = \frac{(5-0)\hat{i} + (0-2)\hat{j} + (0-3)\hat{k}}{6.1644} = 0.8111\hat{i} - 0.3244\hat{j} + 0.4866\hat{k} \quad \hat{\lambda}_{C/B} = \frac{(5-0)\hat{i} + (0-2)\hat{j} + (0-3)\hat{k}}{6.1644} = 0.8111\hat{i} - 0.3244\hat{j} - 0.4866\hat{k}$$

$$\vec{F}_{AB} = (6.462 \times 10^3)(\hat{\lambda}_{A/B}) = (6.462 \times 10^3)(0.9285\hat{i} + 0.371\hat{j}) = 5.999 \times 10^3\hat{i} + 2.3974 \times 10^3\hat{j}$$

Analizamos el equilibrio en el nodo B: $\vec{F}_{BD} = F_{BD}(\hat{\lambda}_{D/B})$, $\vec{F}_{BC} = F_{BC}(\hat{\lambda}_{C/B})$, $\vec{F}_{BE} = F_{BE}(\hat{\lambda}_{E/B})$

$$\begin{aligned} \sum \vec{F}_B = 0 \rightarrow \vec{F}_{BE} + \vec{F}_{BD} + \vec{F}_{BC} + \vec{F}_{AB} = 0 \rightarrow & (-F_{BE}\hat{j}) + (0.8111F_{BD}\hat{i} - 0.3244F_{BD}\hat{j} + 0.4866F_{BD}\hat{k}) + \dots \\ & \dots (0.8111F_{BC}\hat{i} - 0.3244F_{BC}\hat{j} - 0.4866F_{BC}\hat{k}) + (5.999 \times 10^3\hat{i} + 2.3974 \times 10^3\hat{j}) \\ & \dots = 0 \end{aligned}$$

resumiendo el sistema de ecuaciones:

$$\hat{i}: 0.8111F_{BD} + 0.8111F_{BC} + 5.999 \times 10^3 = 0 \rightarrow 0.8111F_{BC} + 0.8111F_{BD} = -5.999 \times 10^3$$

$$\hat{j}: -F_{BE} - 0.3244F_{BD} - 0.3244F_{BC} + 2.3974 \times 10^3 = 0 \rightarrow -0.3244F_{BC} - 0.3244F_{BD} - F_{BE} = -2.3974 \times 10^3$$

$$\hat{k}: 0.4866F_{BD} - 0.4866F_{BC} = 0 \rightarrow -0.4866F_{BC} + 0.4866F_{BD} = 0$$

$$F_{BC} = -3698.0643 [N] \rightarrow \sigma_{BC} = \frac{-3698.0643}{7.5(7.5)} = 65.7433 [MPa] \text{ (Compresión)}$$

$$F_{BD} = -3698.0643 [N] \rightarrow \sigma_{BD} = \frac{-3698.0643}{7.5(7.5)} = 65.7433 [MPa] \text{ (Compresión)}$$

$$F_{BE} = 4796.7041 [N] \rightarrow \sigma_{BE} = \frac{4796.7041}{7.5(7.5)} = 85.2747 [MPa] \text{ (Tensión)}$$