

# INGENIERÍA MECATRÓNICA



DI\_CERO

DIEGO CERVANTES RODRÍGUEZ

INGENIERÍA ASISTIDA POR COMPUTADORA

COMSOL MULTIPHYSICS 5.6

## 4: Concentrador de Esfuerzos por Eje Escalonado - Flexión

## Contenido

OBJETIVOS:.....	2
INTRODUCCIÓN TEÓRICA:.....	2
DESCRIPCIÓN DEL PROBLEMA: .....	3
CREACIÓN DE LA PIEZA EN COMSOL:.....	3
ANÁLISIS MECÁNICO EN COMSOL: .....	9
RESULTADO DEL ELEMENTO FINITO EN COMSOL: .....	15
CONCLUSIÓN:.....	17
ERROR: .....	17
BIBLIOGRAFÍA:.....	18
MÉTODO ANALÍTICO: .....	18



# OBJETIVOS:

Se examinará el esfuerzo de un eje escalonado sometido a flexión, el cambio de diámetros en el eje hará que se cree un concentrador de esfuerzo en la estructura.

El eje será simulado en COMSOL 5.3a para comprobar los cálculos hechos en el método analítico.

## INTRODUCCIÓN TEÓRICA:

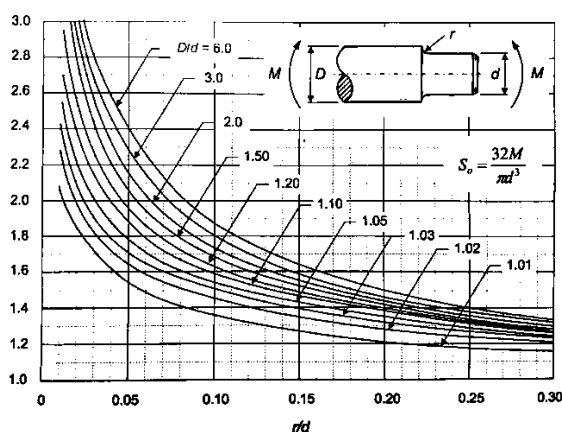
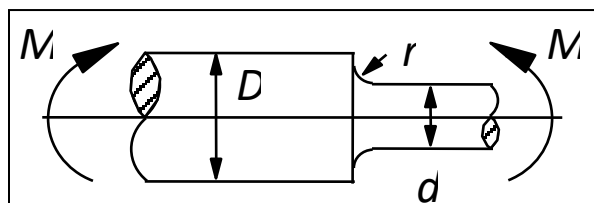
Cuando se hace el análisis de esfuerzo con cualquiera de las causas que lo generan, ya sea: tensión, compresión, flexión o torsión, se considera que la estructura tiene una forma continua, sin ningún tipo de cambio, pero esto no pasa en la vida real ya que a los ejes se les pone diferente tamaño de diámetros para sujetar poleas, embonar rodamientos, etc. Por esta razón es que el cálculo del esfuerzo debe ser modificado considerando un factor  $K_t$ , que irá en función de las dimensiones de nuestra estructura y al tipo de carga que la estamos sometiendo, este factor se calcula para cada tipo de carga y para cada tipo de estructura siguiendo tablas experimentales y gráficos o usando tablas de Excel que hacen el cálculo más exacto por medio de macros.

$$\sigma_{prom} = \text{esfuerzo promedio} = \frac{32(MF)}{\pi(d^3)}$$

$MF$  = Torque o Momento flexionante máximo.

$d$  = diámetro mínimo en el eje escalonado.

$$\sigma = K_t(\sigma_{prom})$$



Si la pieza o componente a diseñar tiene un área xy mucho mayor a la dimensión z:

- Hago un análisis de esfuerzo plano con un modelo 2D.

2) Si la pieza o componente a diseñar tiene una dimensión z mucho mayor al área xy:

- Hago un análisis de deformación plana, un modelo 3D lo resumo a uno 2D y resuelvo con matrices.

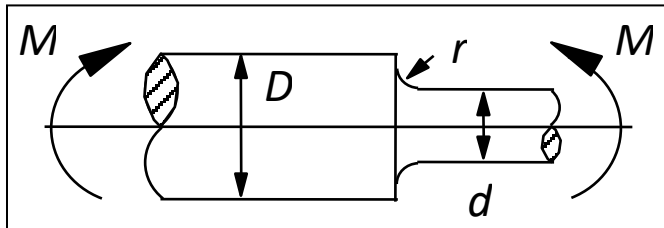
3) Cuando una pieza la puedo rotar alrededor de un eje para formar mi figura 3D, puedo usar:

- Simetría, donde roto un modelo 2D alrededor de un eje para crear mi figura 3D, por lo que el análisis lo hago en esa pequeña área de revolución que puede crear mi figura.

4) Cuando en la figura existe simetría alrededor de sus ejes que se encuentran en el centroide:

- Es lo mismo analizar una parte de la estructura a analizar la estructura completa.

## DESCRIPCIÓN DEL PROBLEMA:



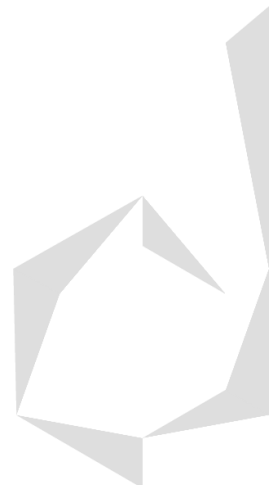
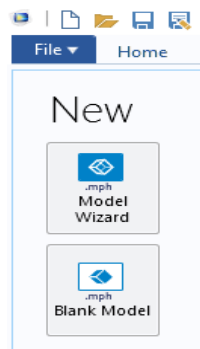
El concentrador de esfuerzo es el siguiente, donde:

- El momento de flexión,  $M_F = 500 \text{ [N}\cdot\text{m]}$ .
- El radio de achurado es de,  $r = 6 \text{ [mm]}$ .
- El diámetro máximo es de,  $D = 90 \text{ [mm]}$ .
- El diámetro mínimo para obtener  $\sigma_{prom}$  es de,  $d = 60 \text{ [mm]}$ .

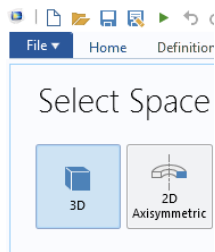
Se comprobarán los datos obtenidos haciendo el modelado de la estructura en COMSOL 5.3a.

## CREACIÓN DE LA PIEZA EN COMSOL:

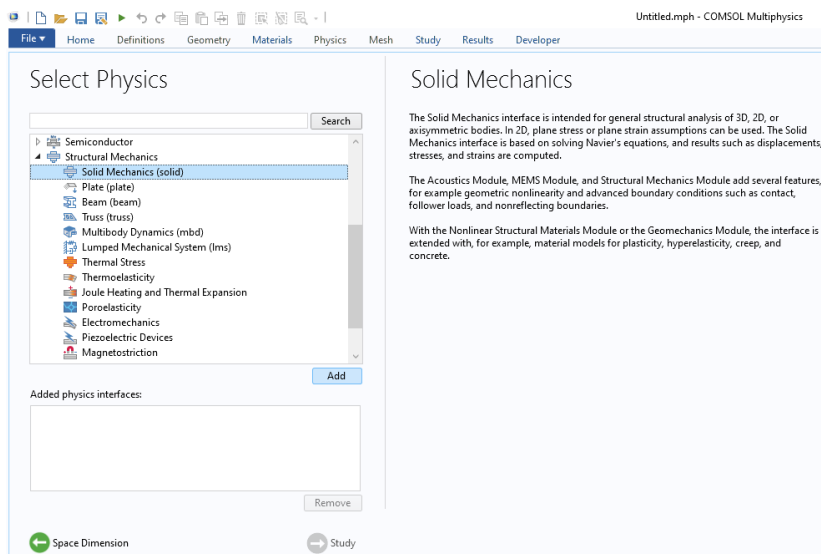
1) Software COMSOL → Model Wizard...



2) ... → 3D (estructura 3D) ...

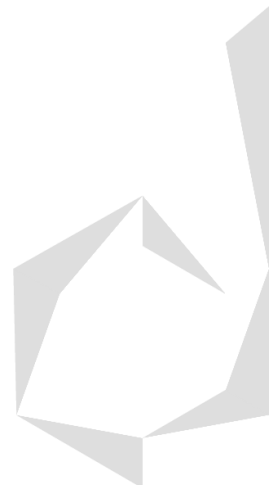
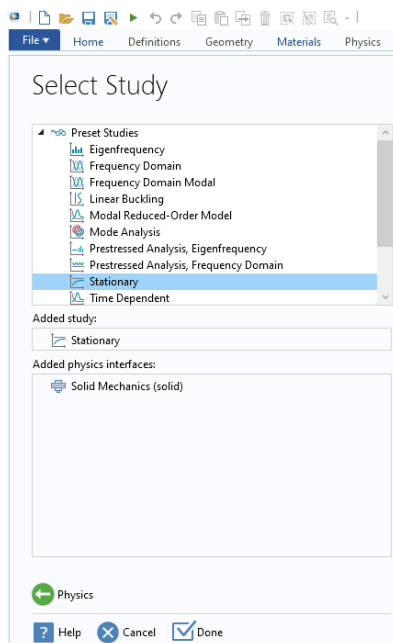


3) ... → Solid Mechanics → Add...

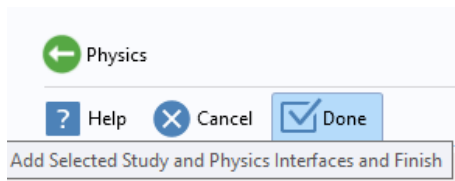


4) ... → Study...

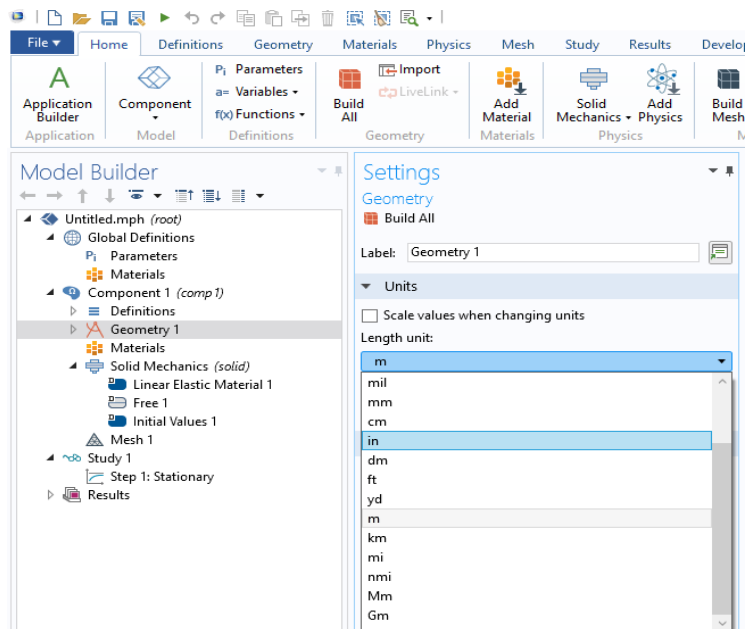
5) ... → Select Study → Stationary...



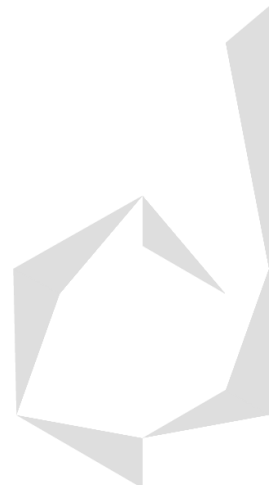
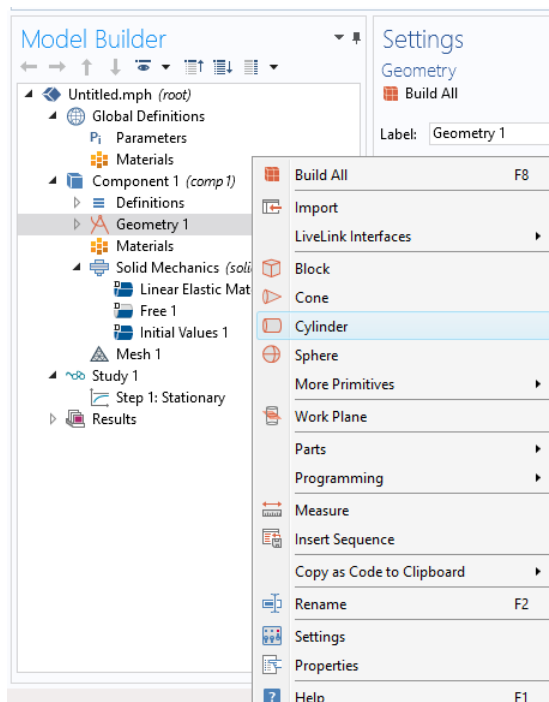
6) ... → Done.



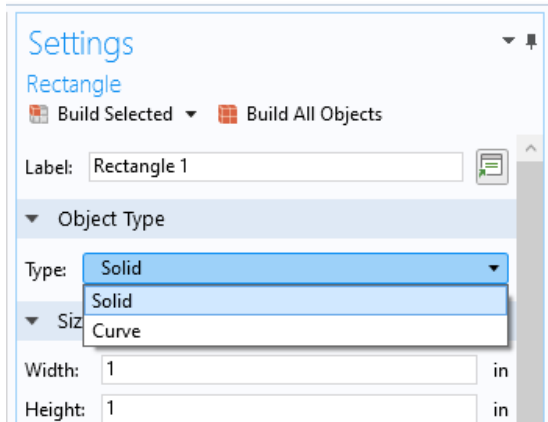
7) Geometry → Length unit (Seleccionar la unidad de longitud) ...



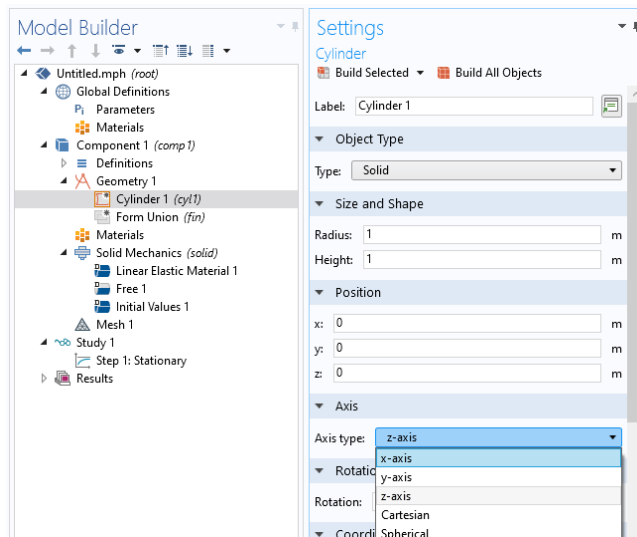
8) Añadir figuras → Clic derecho (Geometry) → Cylinder...



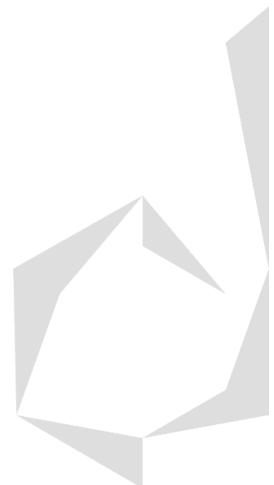
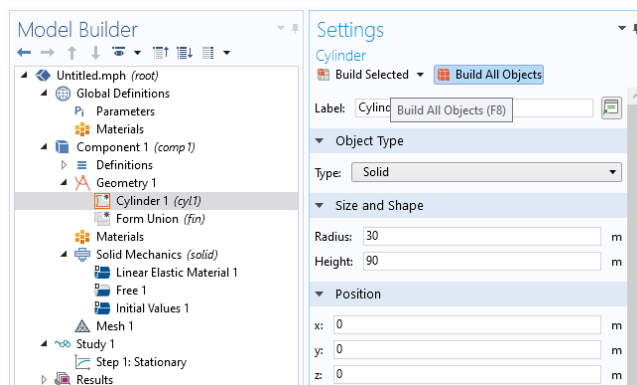
- 9) **Indicar tipo de elemento que estoy analizando ...** → Type → Open curve (si es una barra) ...  
Closed curve o Solid (si es una placa) ...

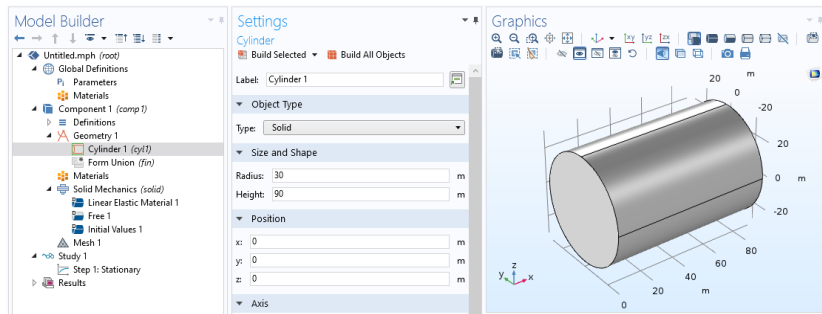


- 10) **Indicar el eje axial** → El eje axial es a través del cual se va a crear la figura → z → Para crear una figura en forma horizontal (parada sobre el eje z) → x → Para crear una figura hacia la derecha (sobre el eje x) → y → Para crear una figura hacia la izquierda (sobre el eje y) ...

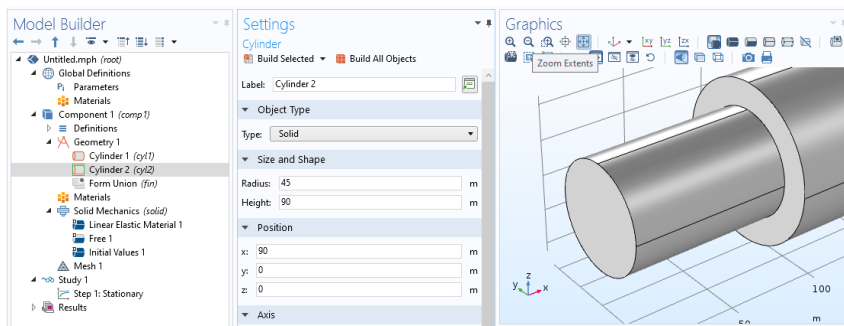
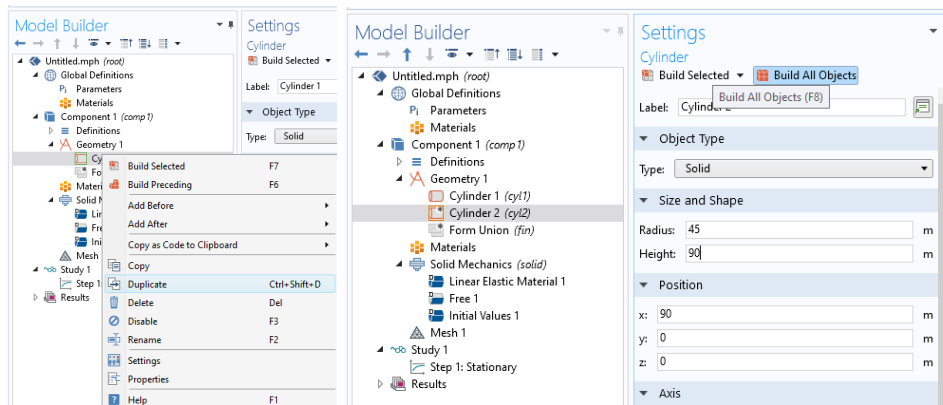


- 11) **Indicar radio y alto (height) de mi cilindro (Cylinder)** → indicar posición de mi figura → Position  
→ x: y: z: → Build All Objects...

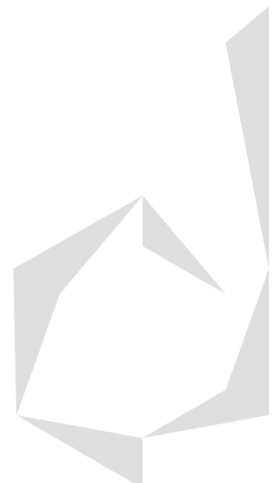
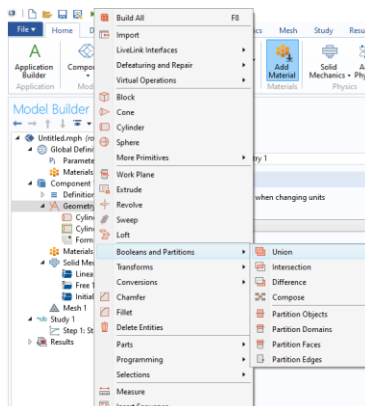




12) ...Se replican los pasos anteriores para crear los demás elementos 3D → Duplicate o Clic derecho Geometry → Tipo de figura → Build All Objects...

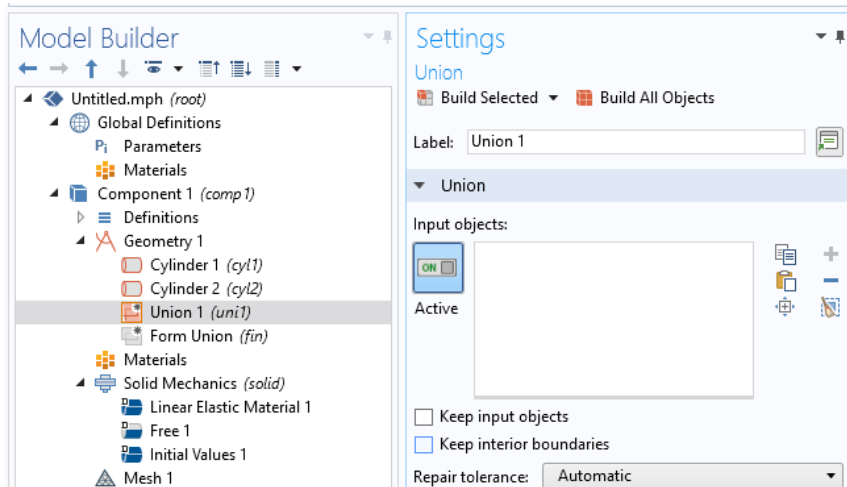


13) Ensamblar figuras → Clic derecho (Geometry) → Booleans and Partitions → Union...

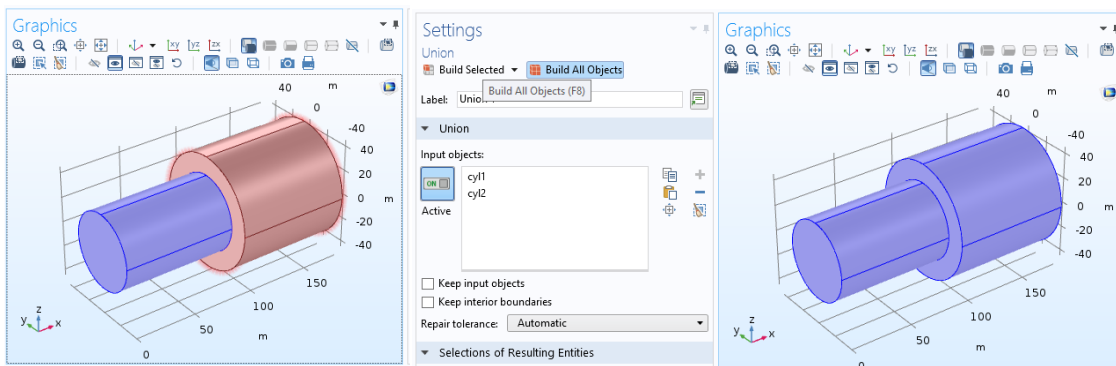




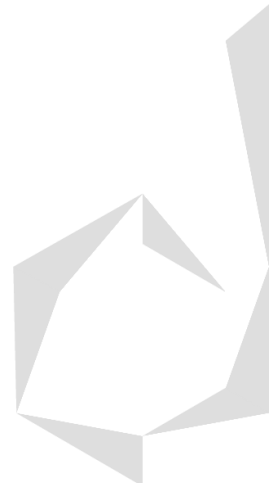
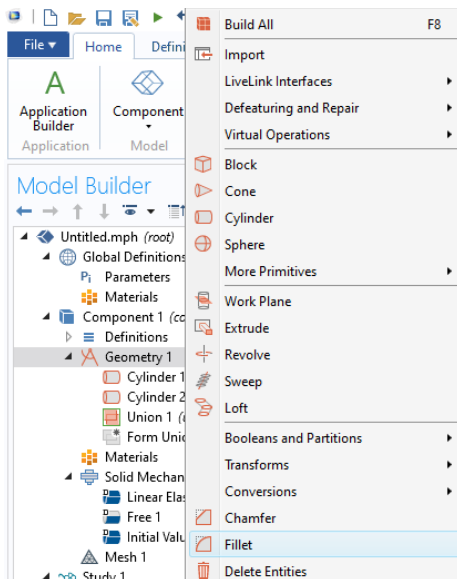
14) ... → Desmarcar Keep interior boundaries → Para que no se vean los volúmenes por separado al unir mi pieza...



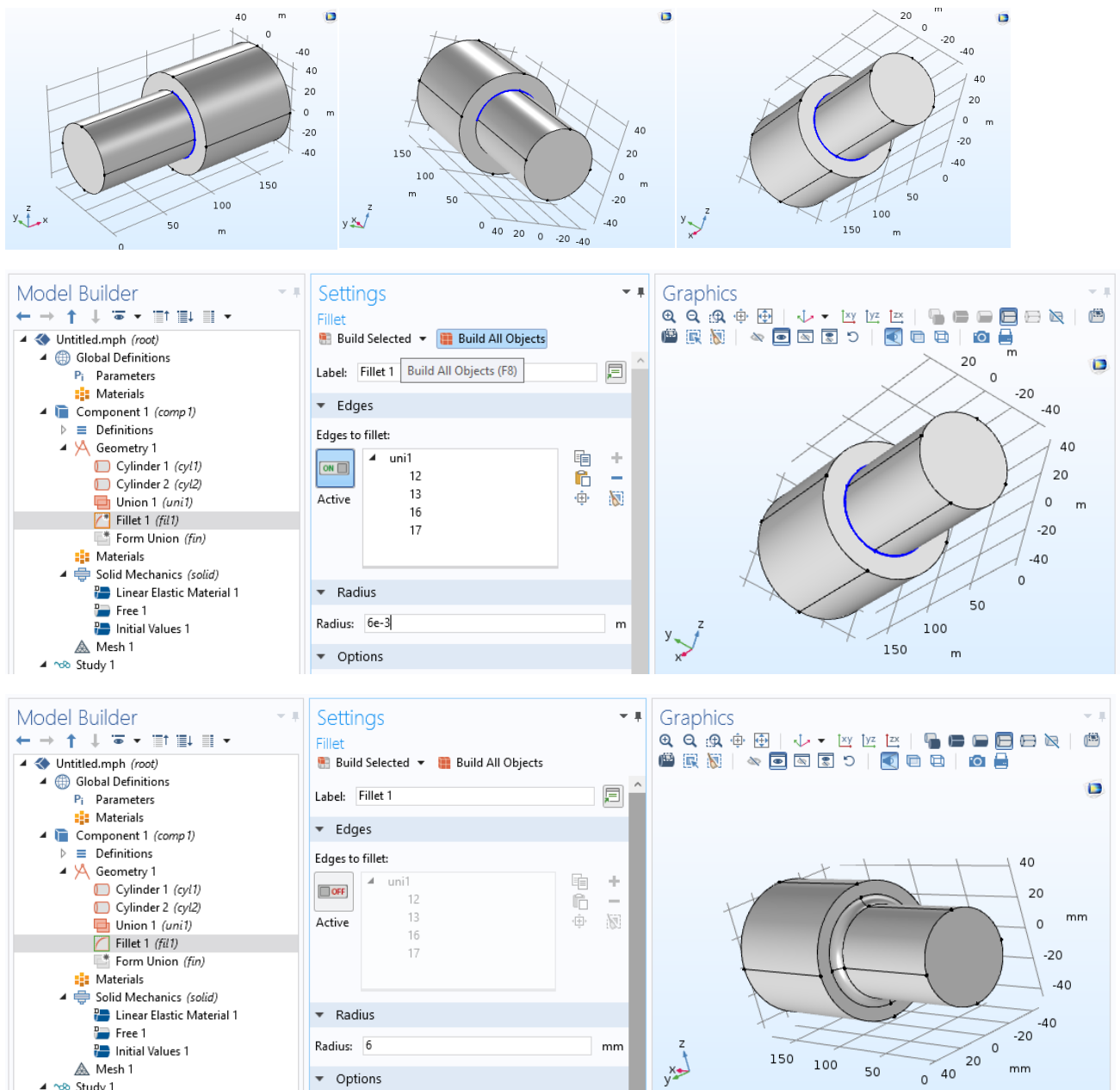
15) ... → Seleccionar las partes a ensamblar → Keep interior boundaries -> Build All Objects...



16) ...Agregar redondeos → Para evitar concentradores de esfuerzo en las esquinas → Clic derecho (Geometry) → Fillet...

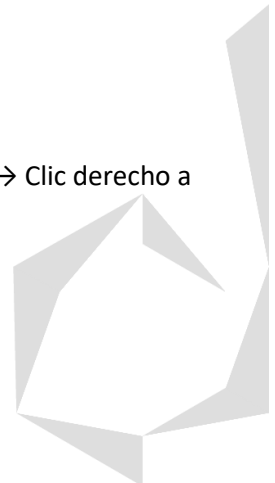


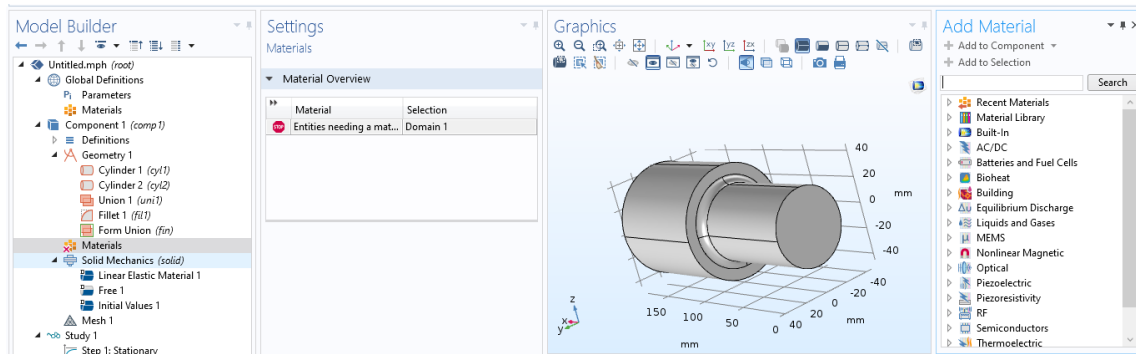
17) ... Seleccionar partes con redondeo → Build All Objects...



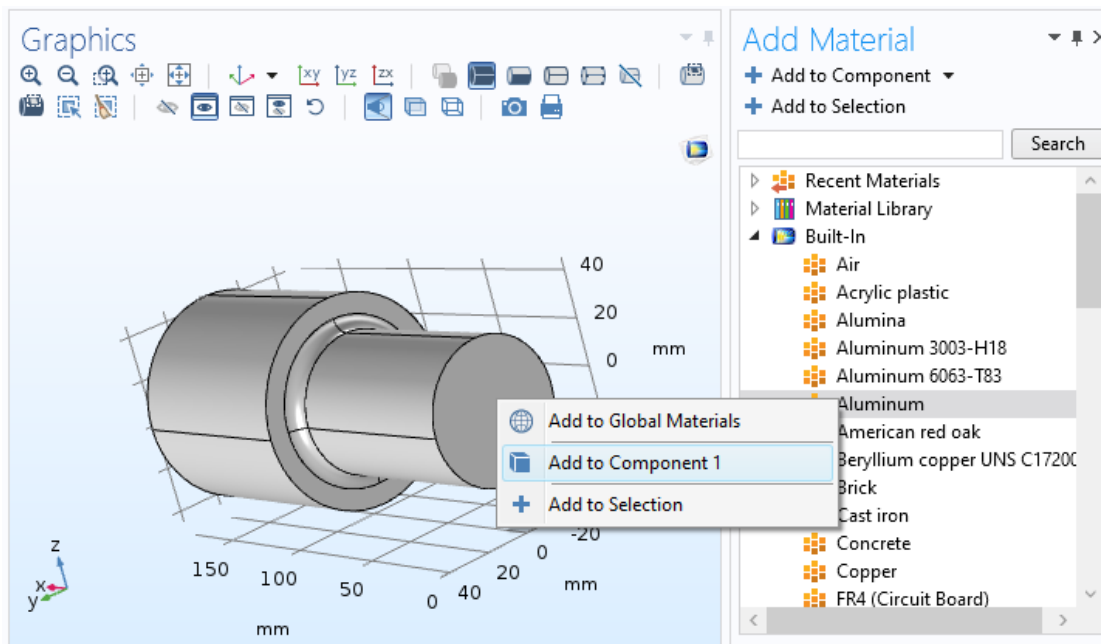
## ANÁLISIS MECÁNICO EN COMSOL:

18) ...Abrir biblioteca de materiales para añadir un material a mi estructura → Clic derecho a Materials → Add Material form Library...

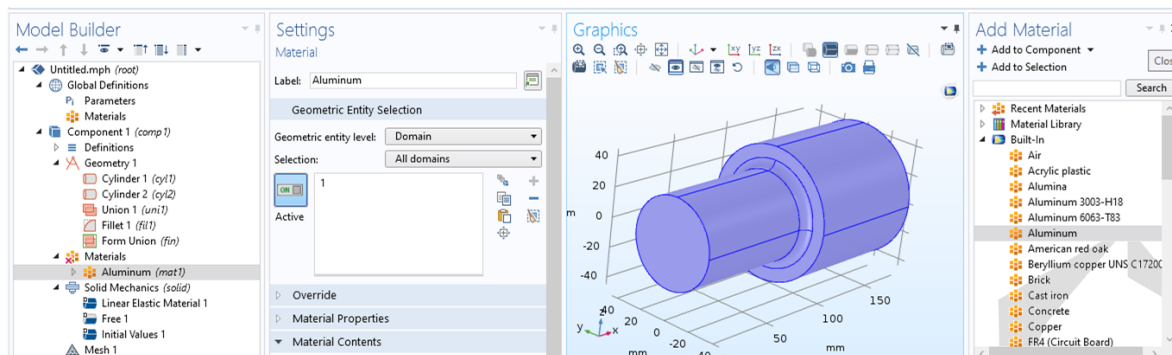




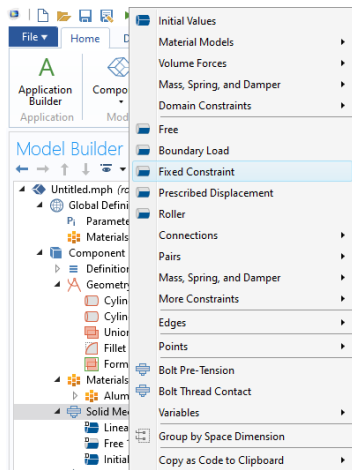
- 19) **...Añadir un material** → Ir a la ventana emergente a la derecha de mi figura → Seleccionar Built in → Dar clic derecho en el material que quiero agregar...
- 20) **...Para elegir el material para toda mi estructura** → Add to Component 1...
- 21) **...Agregar el material solo a una parte de mi estructura** → Add to Selection → Seleccionar la estructura de ese material en específico...



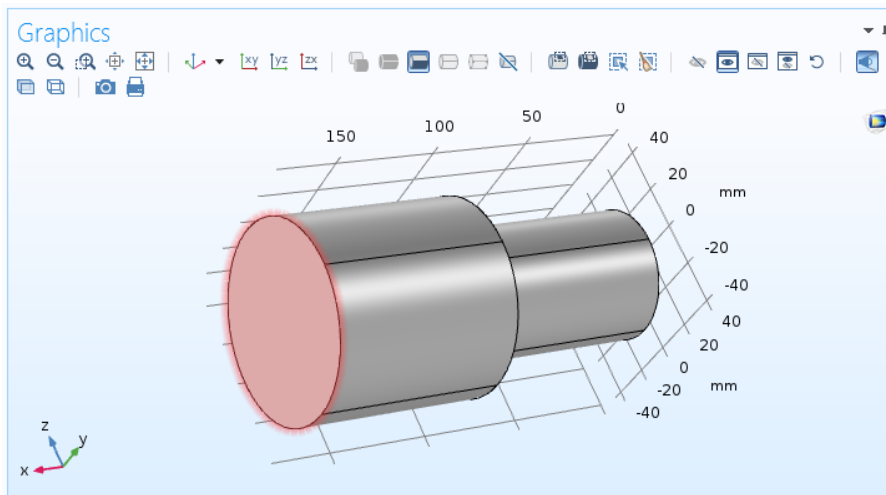
- 22) **...Al agregar el material, este aparecerá dentro de la pestaña de materials...**



- 23) **...Agregar apoyos** → Clic derecho Solid Mechanics → Fixed Constraint...

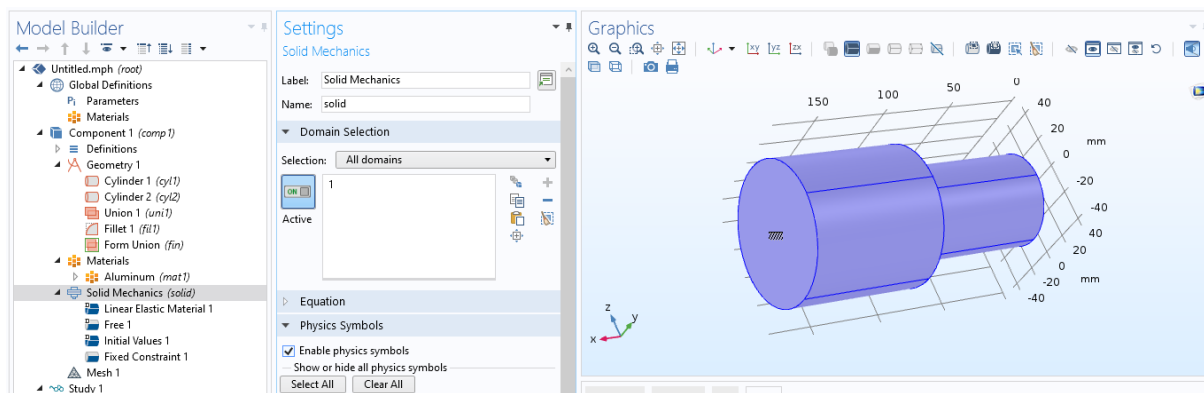


24) ...Seleccionar la cara de mi estructura donde se encuentra mi apoyo...



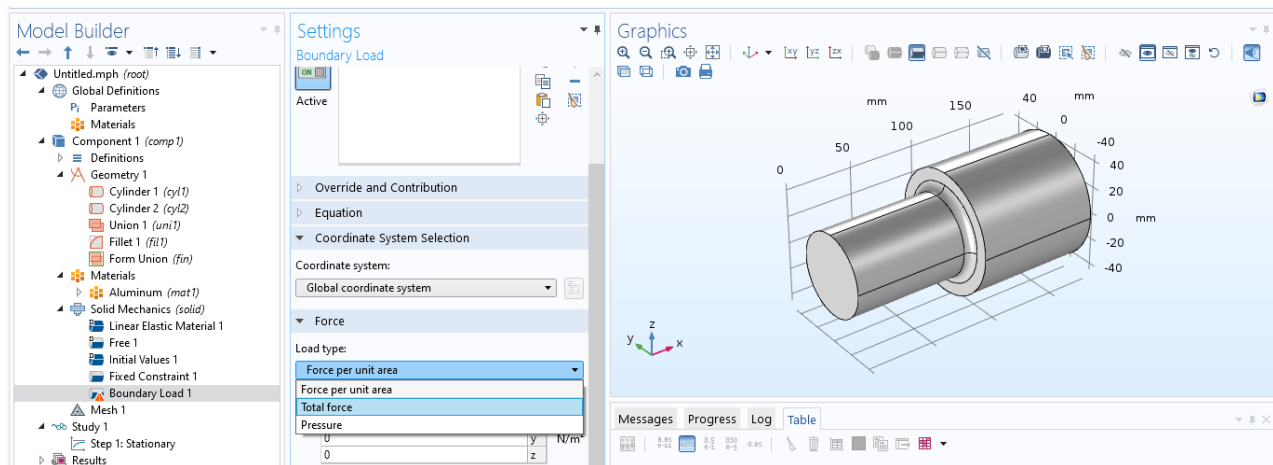
25) ...Para añadir cargas externas y apoyos → Solid Mechanics → Seleccionar el checkbox:

- ✓ Enable Physics symbols: Para hacer que sea visible la simbología de cargas externas y/o cargas en la figura.

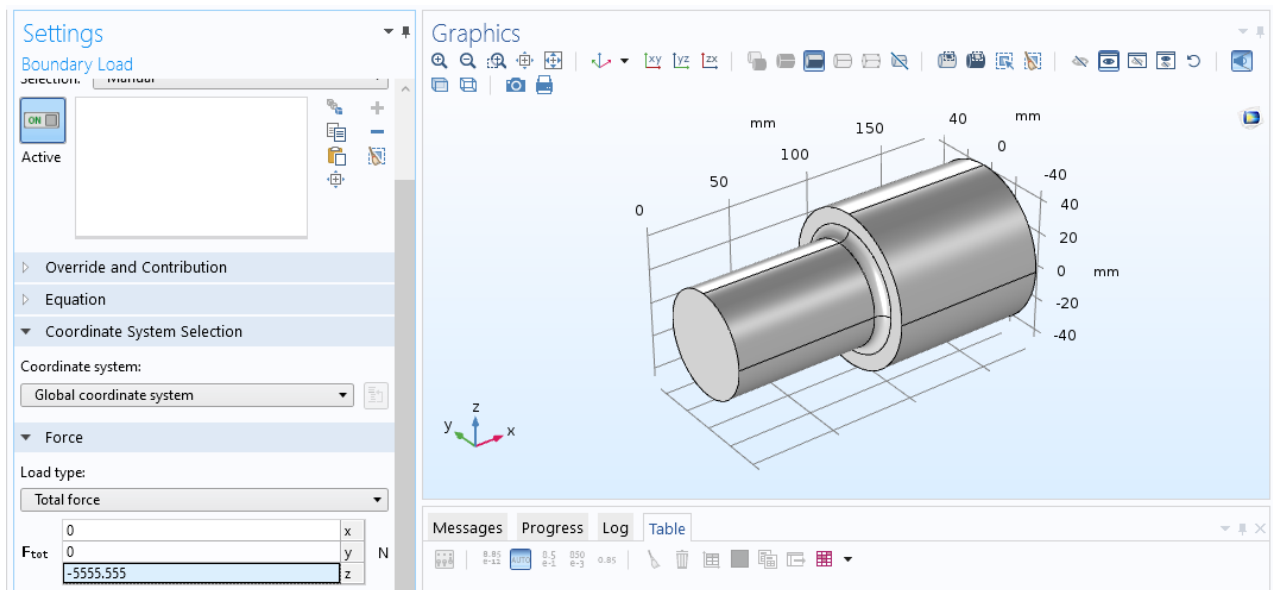


26) ...Agregar cargas externas → Clic derecho Solid Mechanics → Boundary Load...

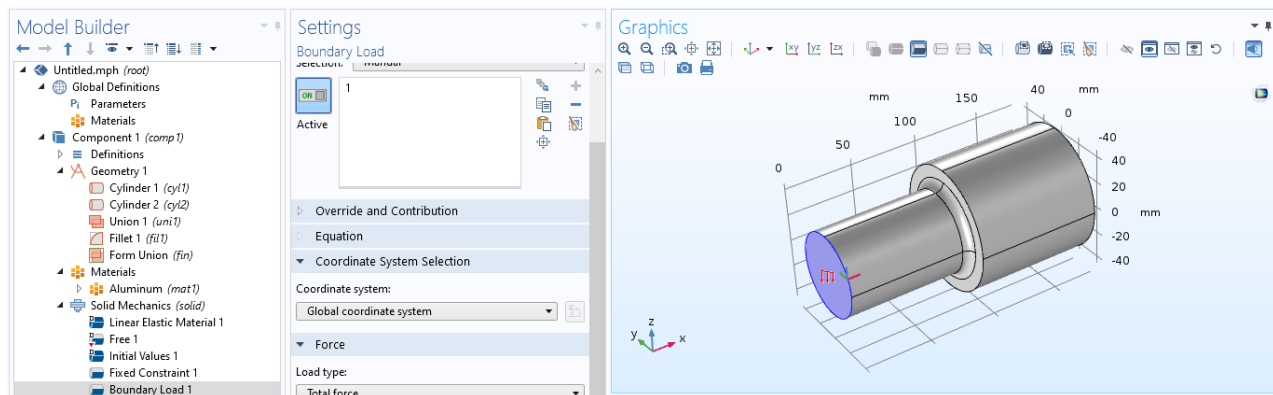
27) ...Seleccionar la cara de mi estructura donde se aplica la carga → Load Type → Indicar el tipo de carga que estoy colocando...



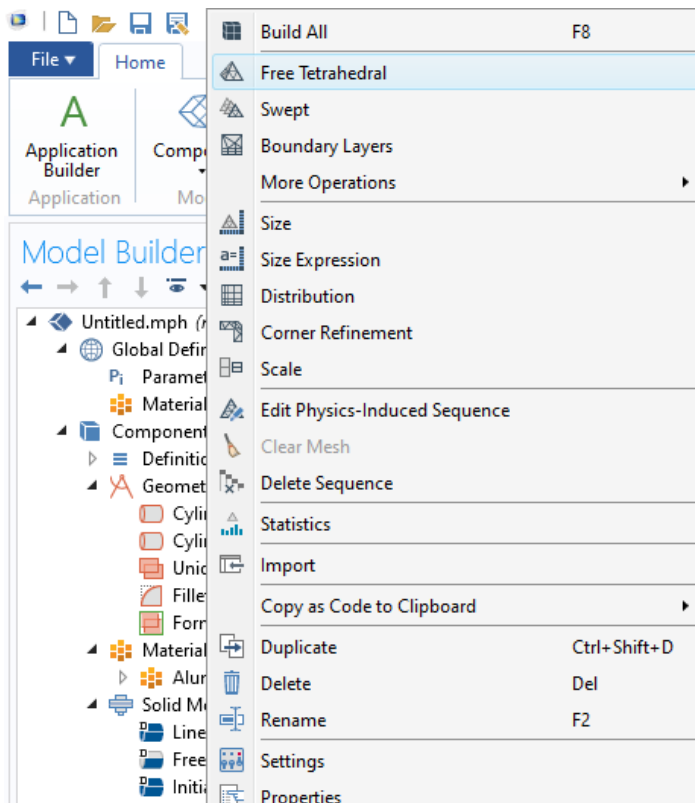
28) ...Indicar la magnitud de la carga aplicada en forma de sus componentes  $\rightarrow x$  y  $z$ ...



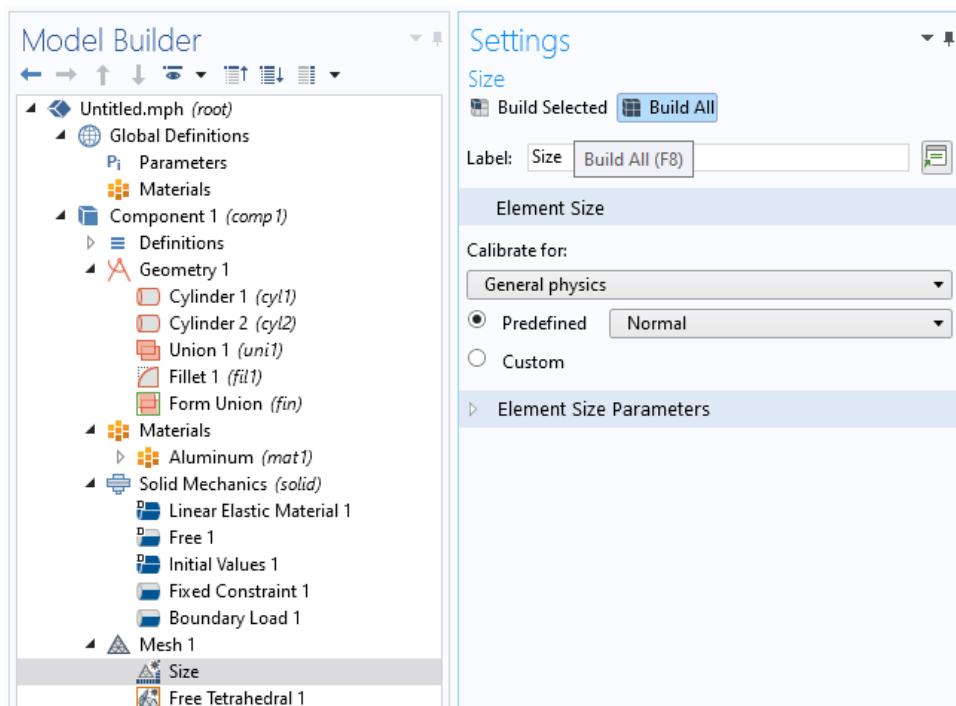
29) ...Seleccionar la cara donde se está aplicando la carga...



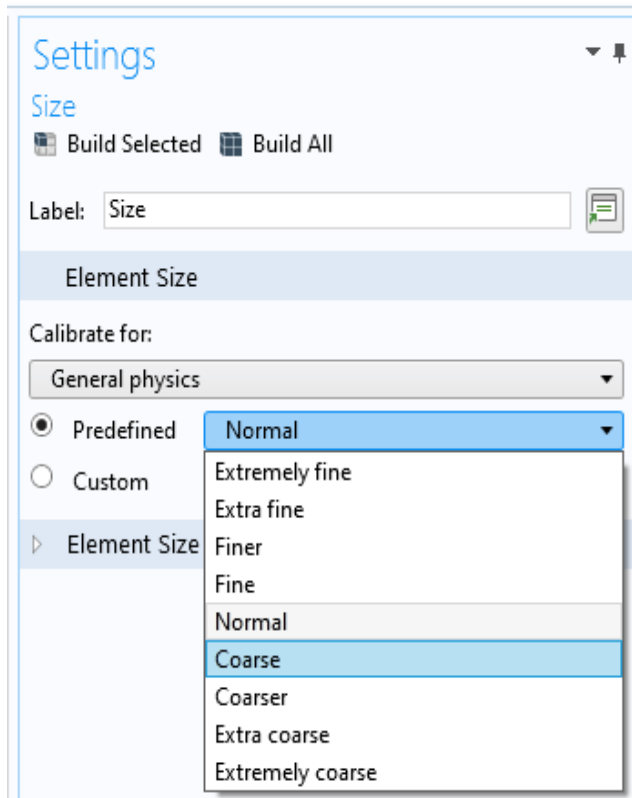
30) ...Seleccionar la rejilla para el análisis de esfuerzo  $\rightarrow$  Clic derecho (Mesh)  $\rightarrow$  Free Tetrahedral...



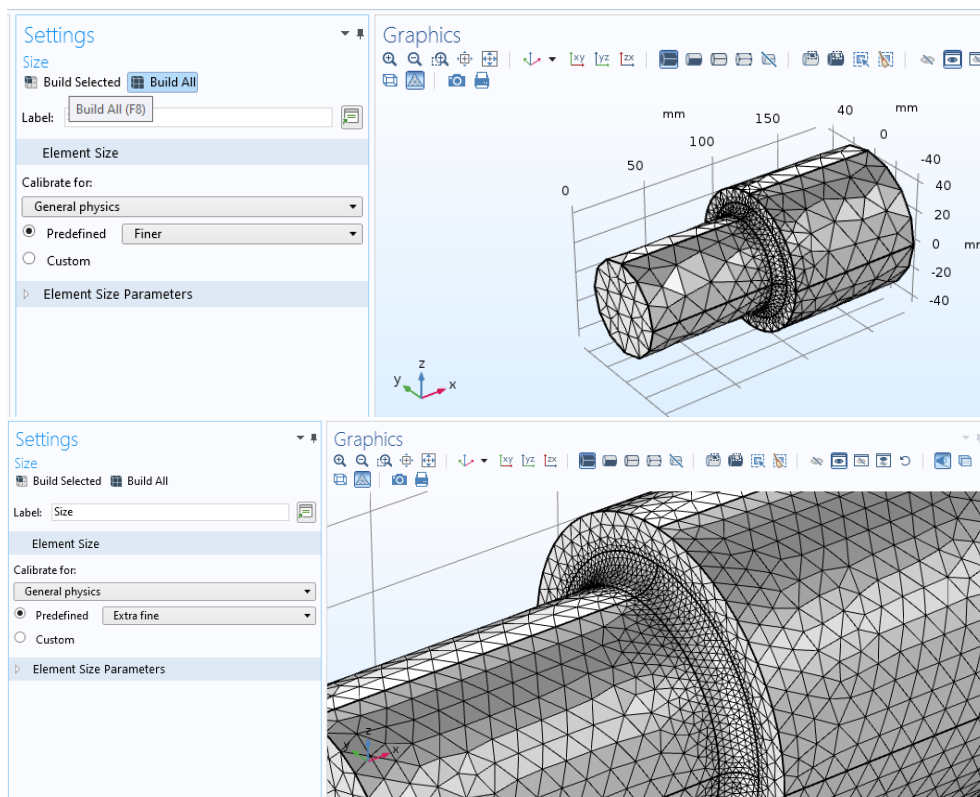
31) ...Introducirse en Size (dentro de Mesh) → Element Size → Calibrate for: → Seleccionar el tamaño de la rejilla → Build All...



Los tamaños predefinidos de la rejilla son Coarser, Coarse, Normal, Finer, Extra Fine, etc. Y van a crear una rejilla con menos o con más precisión yendo de izquierda a derecha.

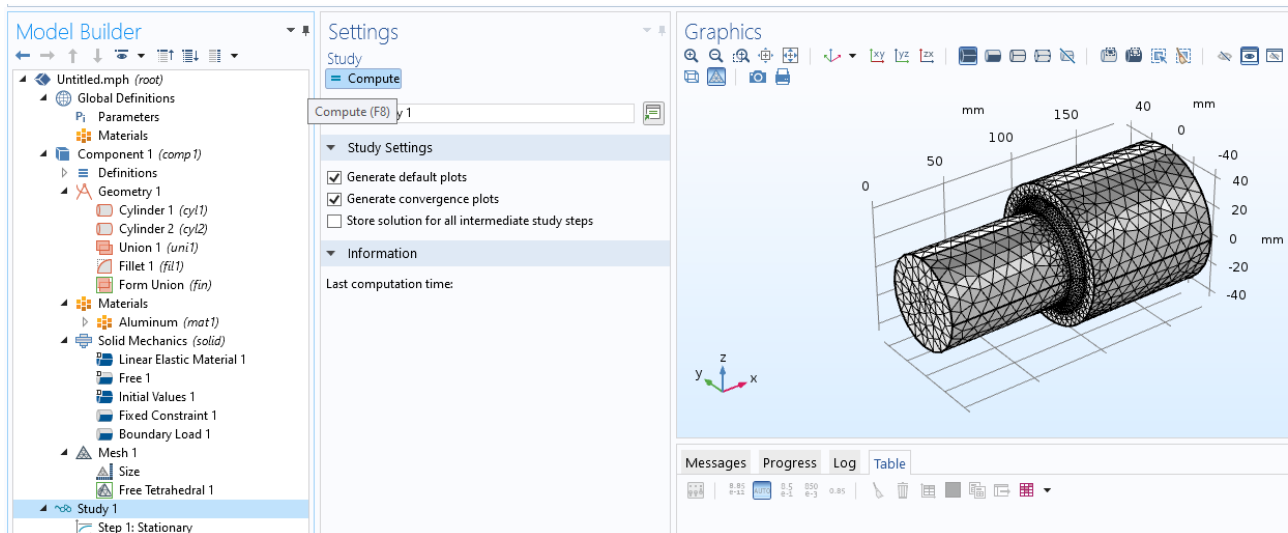


32) El tamaño de la rejilla va directamente relacionado con la precisión en la que se vaya a hacer el cálculo.



# RESULTADO DEL ELEMENTO FINITO EN COMSOL:

33) ...Obtener todos los cálculos y datos de mi elemento mecánico → Study → Dar clic a Compute...

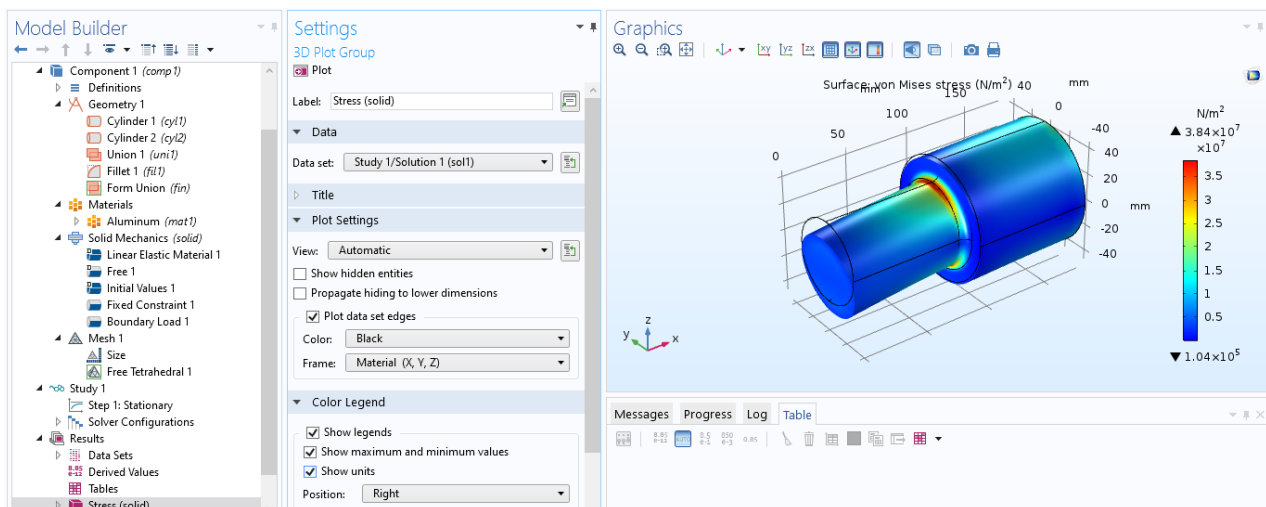


34) ...Aparecerá Results (sirve para visualizar todos los cálculos que se hayan hecho de la estructura) → En un principio el cálculo que se hace por default es el de los esfuerzos (Stress)...

35) ...Podré visualizar como se deforma la estructura debido a las cargas → existe una barra que me mostrará los datos numéricos del cálculo → Position (para cambiar la posición de la barra numérica) → Plot...

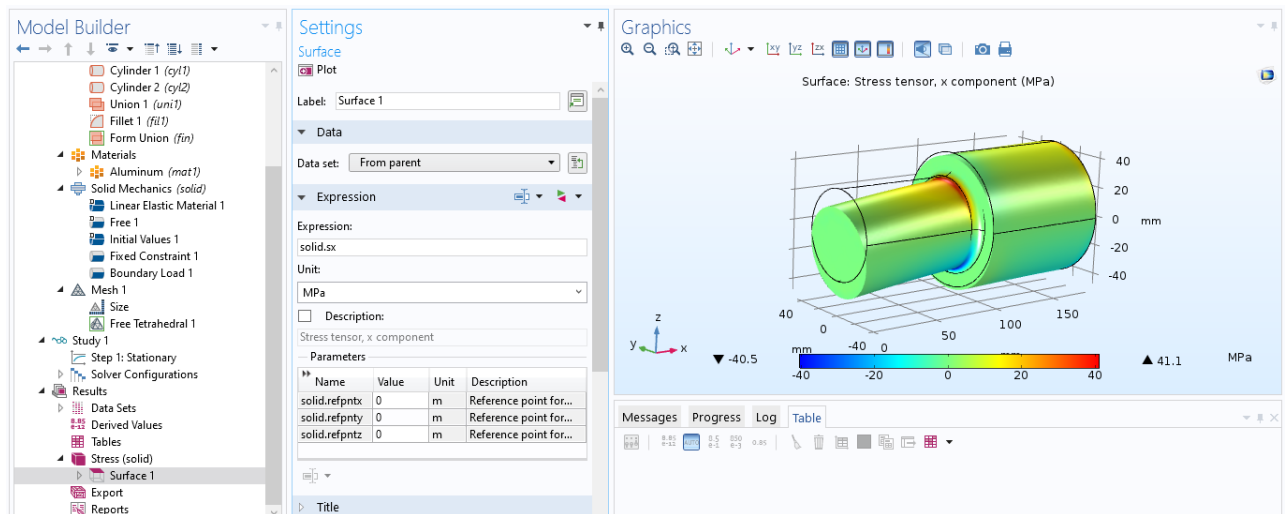
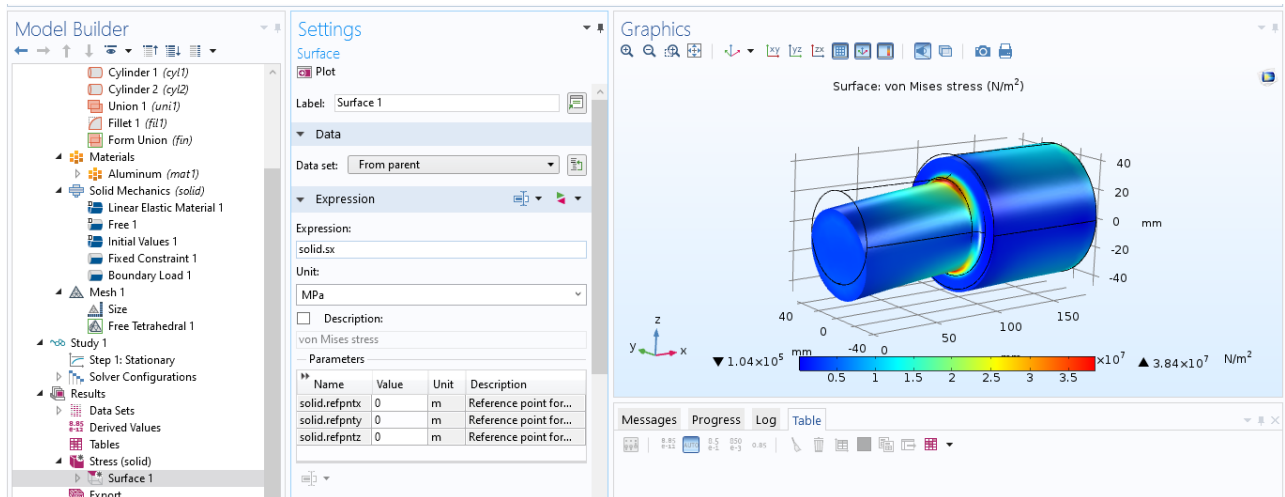
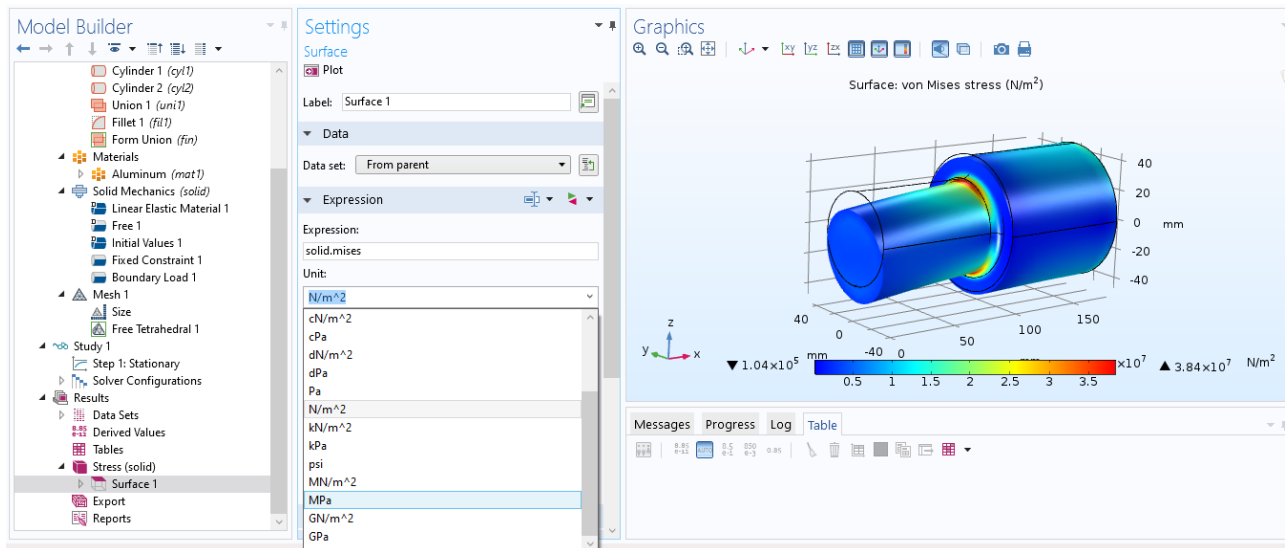
36) ...Dar clic en las siguientes checkboxes para visualizar los datos en el área de trabajo

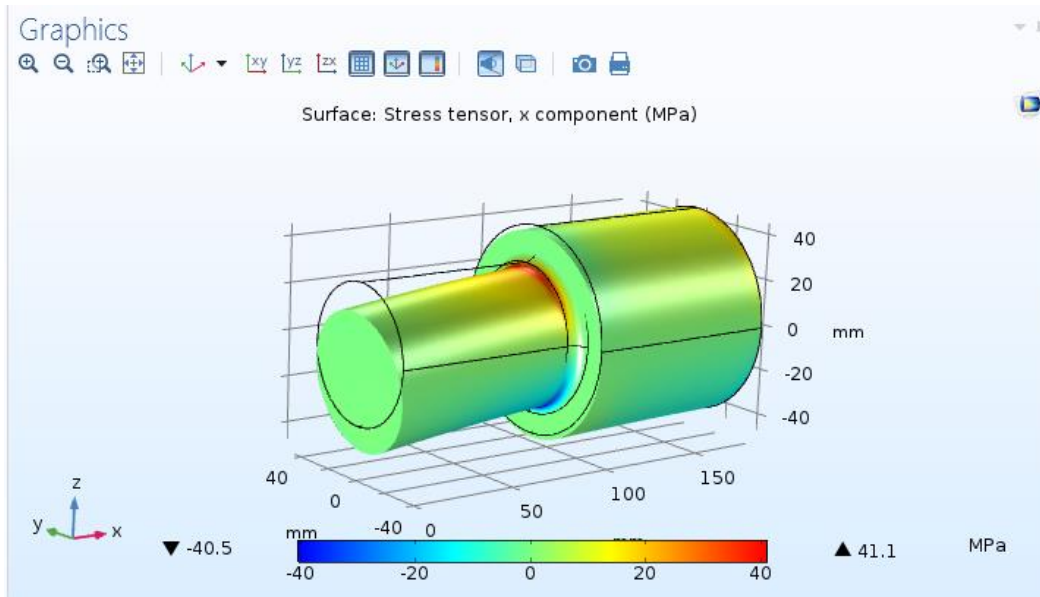
- ✓ Show legends
- ✓ Show máximo and mínimo values
- ✓ Show units.



37) ...Seleccionar unidades en las que quiero que se despliegan mis datos numéricos -> Surface → especificar la unidad dentro de Unit → ...Dar clic al botón de Plot...







$$\sigma_{max} = 41.1[MPa]$$

Este resultado varía dependiendo del tipo de rejilla (Mesh) que haya elegido para hacer el cálculo.

## CONCLUSIÓN:

Con el método numérico apoyado por el programa COMSOL podemos comprobar que esté bien hecho nuestro método analítico y visualizar los desplazamientos y/o deformaciones que tendrá nuestra estructura después de haberle aplicado la carga de manera gráfica, además observamos que para aplicar un momento de flexión en específico debemos colocar una carga puntual, ya que el software COMSOL Multiphysics 5.3a no permite aplicar torque de manera directa, por lo que se debe identificar el punto donde el momento gira alrededor y desde ahí aplicar una carga puntual que satisfaga su magnitud, pudimos ver que en la parte donde se hace el cambio de diámetros y se encuentra el redondeo de achurado es donde se concentra la mayoría del esfuerzo generado en el elemento, también concluyo a nivel personal que en comparación con el análisis 2D usando simetría, es más fácil entender el análisis en 3D.

## ERROR:

$$error = \frac{|valor\ obtenido\ en\ el\ programa| - |valor\ analítico|}{|valor\ obtenido\ en\ el\ programa|} * 100[\%]$$

Un error menor al 11% es aceptable entre ambos métodos analítico y numérico.

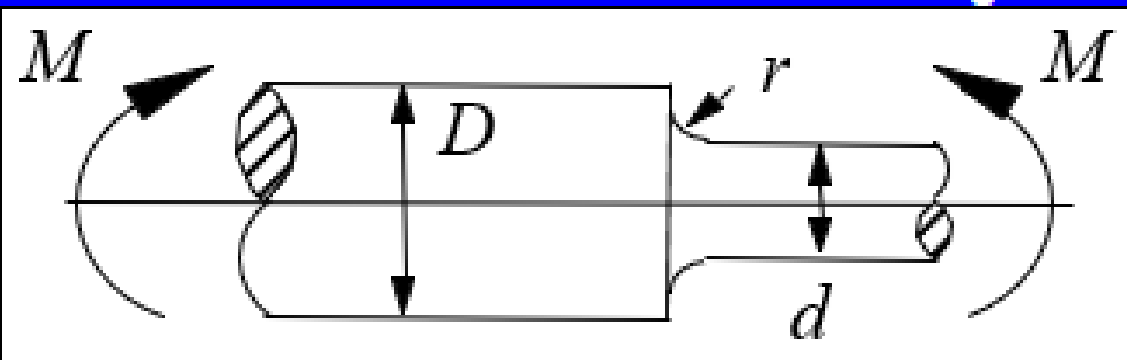
$\sigma_{max}$ :

$$error = \frac{|41.1| - |39.3760|}{|41.1|} * 100 = 4.1946\%$$

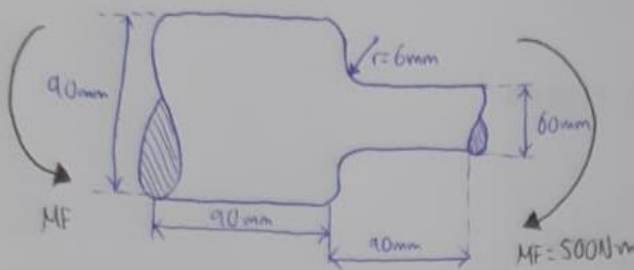
## BIBLIOGRAFÍA:

MECÁNICA DE MATERIALES (5TA EDICIÓN) – FERDINAND P. BEER.

## MÉTODO ANALÍTICO:

Module 2-6				
Stress Concentration Factor for a Round Bar with Shoulder Fillet in Bending				
				
		$\sigma_{x(nominal)} = \frac{M}{\left[ \frac{\pi d^3}{32} \right]}$		
M =	500	m N.	Applied moment	
d =	60.000	mm	Smaller diameter	
D =	90.000	mm	Larger diameter	
r =	6.000	mm	Fillet radius	
K <sub>t</sub> =	1.67		Stress concentration factor	
S <sub>nominal</sub>	0	psi	Nominal stress	
S <sub>actual</sub>	0	psi	Actual stress	
Note: The underlying chart for this data requires that				
0.01 ≤ r/d ≤ 0.3 and 1.01 ≤ D/d ≤ 6				

# Práctica 4: Eje escalonado a flexión.

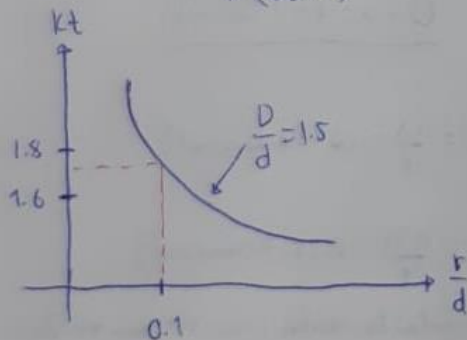


$$\sigma_{\text{promedio}} = \sigma_{\text{nom}} = \sigma_{\text{prom}} = \frac{32(MF)}{\pi d^3}$$



$$\sigma_{\text{prom}} = \frac{32(MF)}{\pi d^3}$$

$$\sigma_{\text{prom}} = \frac{32(500 \text{ N}\cdot\text{m})}{\pi (60 \text{ mm})^3} = \frac{32(500 \times 10^3 \text{ N}\cdot\text{mm})}{\pi (60 \text{ mm})^3} = 23.5785 \text{ [MPa]}$$



$$\sigma_{\text{max}} = Kt (\sigma_{\text{prom}})$$

$$\frac{D}{d} = \frac{90}{60} = 1.5 \text{ [Adimensional]}$$

$$\frac{r}{d} = \frac{6}{60} = 0.1 \text{ [adimensional]}$$

En el macros de excell llamado MOD2-6. xls puedo meter los datos para obtener un dato de Kt más exacto.

$$Kt = 1.67$$

$$\sigma_{\text{max}} = 1.67(23.5785) = 39.3760 \text{ [MPa]}$$