

INGENIERÍA MECATRÓNICA



DI_CERO

DIEGO CERVANTES RODRÍGUEZ

INGENIERÍA ASISTIDA POR COMPUTADORA

COMSOL MULTIPHYSICS 5.6

L: Recipiente con
Presión Interna

Contenido

OBJETIVOS:.....	2
INTRODUCCIÓN TEÓRICA:.....	2
Teoría del esfuerzo cortante máximo (Tresca):	4
Teoría de Von Mises:	7
DESCRIPCIÓN DEL PROBLEMA:	8
CREACIÓN DE LA PIEZA EN COMSOL:.....	9
ANÁLISIS MECÁNICO EN COMSOL:	17
RESULTADO DEL ELEMENTO FINITO EN COMSOL:	17
CONCLUSIÓN:.....	24
ERROR:	24
BIBLIOGRAFÍA:.....	24
MÉTODO ANALÍTICO:.....	25



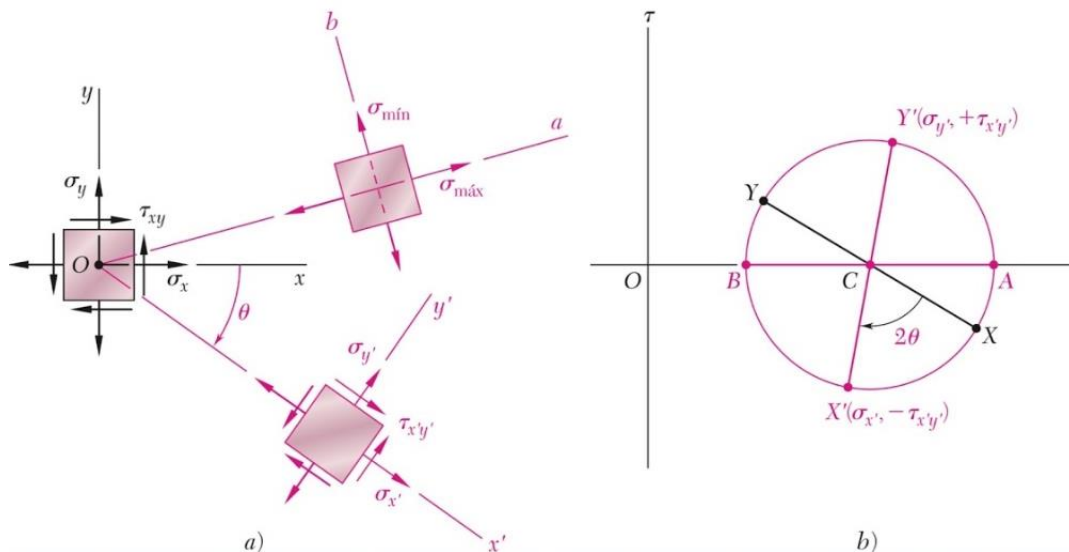
OBJETIVOS:

Se examinará el esfuerzo obtenido usando las teorías de falla y considerando los 3 esfuerzos principales generados en el tanque.

El resultado obtenido por medio del método analítico (cálculo a mano) será comparado con el resultado de la simulación en el programa de COMSOL Multiphysics 5.3a para comprobar su veracidad.

INTRODUCCIÓN TEÓRICA:

Cuando se hace el análisis de esfuerzo usando de las teorías de falla, ya sea por medio de la teoría del esfuerzo cortante máximo (o Tresca) o por medio de la teoría de Von Mises, es necesario conocer los esfuerzos principales en la partícula de mi elemento mecánico, esto se hace viendo el tipo de cargas que están en juego para después llevar a cabo un análisis utilizando el círculo de Mohr.



En la circunferencia de Mohr lo que se hace es graficar los esfuerzos cortantes y normales que se encuentran en la partícula debido a las cargas aplicadas para fijar un punto base que se coloca dependiendo del sentido (signo) de los esfuerzos, esto se hace para trazar una circunferencia que una dichos puntos llamada círculo de Mohr, para que de esta manera pueda encontrar cualquier esfuerzo que quiera si roto mi partícula cierto ángulo. En el círculo existirá cierto ángulo que me dirá cuáles son los esfuerzos normales máximos y mínimos (llamados esfuerzos principales), que se encuentran siempre en el perímetro de la circunferencia y sobre el eje horizontal, se calculan usando las siguientes fórmulas:

$$\sigma_{1,2} = \left(\frac{\sigma_x + \sigma_y}{2} \right) \pm \sqrt{\left(\frac{\sigma_x - \sigma_y}{2} \right)^2 + \tau^2}$$

Donde σ_x es el esfuerzo normal horizontal, σ_y es el esfuerzo normal vertical y τ es el esfuerzo cortante presentes en la partícula a analizar, mientras que $\sigma_{1,2}$ se refieren a los esfuerzos que se encuentran en los puntos A y B de la figura.

En el caso específico de los tanques, se hacen otras consideraciones para encontrar estos esfuerzos, pero primero se analiza si estamos tratando con un tanque de pared delgada o de pared gruesa para encontrar los esfuerzos principales.



Si el recipiente es de pared delgada los esfuerzos principales serán solamente dos, si es de pared gruesa serán 3 y se determina si el tanque es uno u otro siguiendo las siguientes fórmulas:

Pared delgada:

$$\frac{Ri}{t} \geq 10$$

Pared gruesa:

$$\frac{Ri}{t} < 10$$

Donde Ri es el radio interno del tanque y t es el espesor.

Los tanques de pared delgada solo presentan dos esfuerzos principales:

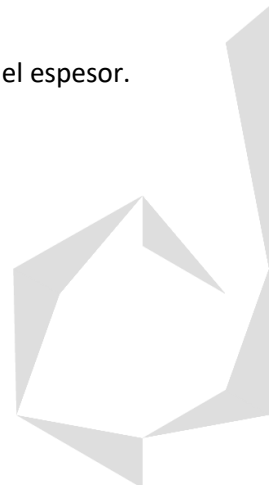
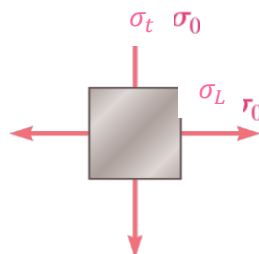
Esfuerzo tangencial:

$$\sigma_t = \frac{Pi(Ri)}{t}$$

Esfuerzo longitudinal:

$$\sigma_L = \frac{\sigma_t}{2}$$

Donde Pi es la presión interna del tanque, Ri es el radio interno y t es el espesor.



Los tanques de pared gruesa presentan tres esfuerzos principales:

Esfuerzo tangencial:

$$\sigma_t = \frac{Pi(Ri^2)}{Re^2 - Ri^2} \left(1 + \frac{Re^2}{Ri^2} \right)$$

Esfuerzo longitudinal:

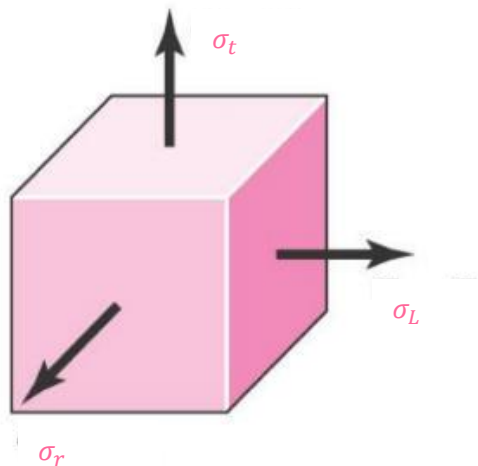
$$u = \frac{1 - 2\nu}{E} \left(\frac{Pi(Ri^3)}{Re^2 - Ri^2} \right) + \frac{1 + \nu}{E} \left(\frac{Ri(Re^2)Pi}{Re^2 - Ri^2} \right)$$
$$u = \frac{1 - \nu}{E} \left(\frac{Pi(Ri^3)}{Re^2 - Ri^2} \right) + \frac{1 + \nu}{E} \left(\frac{Ri(Re^2)Pi}{Re^2 - Ri^2} \right) - \left(\frac{\nu(Ri)}{E} \right) \sigma_L$$

Nota: Esta operación se debe hacer en este orden y poco a poco sacando resultados por separado de cada operación porque las calculadoras no suelen poder obtener el resultado si se quiere resolver todo de jalón.

Esfuerzo tangencial:

$$\sigma_r = \frac{Pi(Ri^2)}{Re^2 - Ri^2} \left(1 - \frac{Re^2}{Ri^2} \right)$$

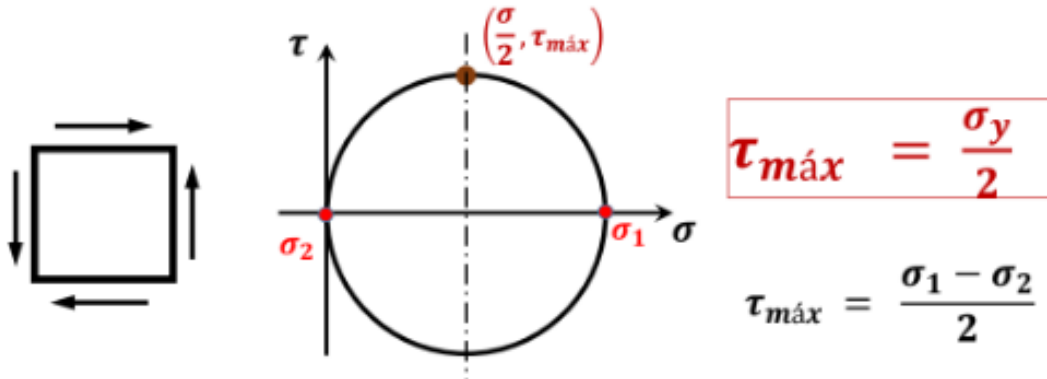
Donde Pi es la presión interna del tanque, Ri es el radio interno, Re es el radio externo, ν es la constante de Poisson que vale 0.3 y E es el módulo de elasticidad del material.



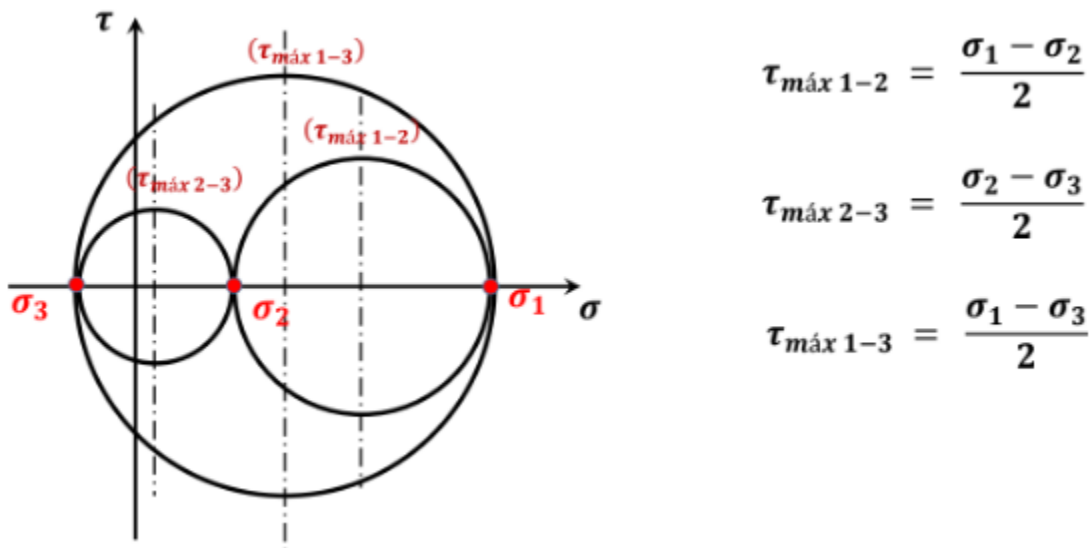
Ya habiendo calculado los esfuerzos principales para el tanque dependiendo de si es de pared gruesa o delgada, podremos calcular el esfuerzo de trabajo y el factor de seguridad usando cualquiera de las teorías de falla.

Teoría del esfuerzo cortante máximo (Tresca):

Predice que la falla ocurrirá cuando el esfuerzo cortante máximo de un miembro sometido a esfuerzos combinados alcance el mismo valor del esfuerzo cortante máximo determinado en el ensayo de tensión simple, para un mismo material.



Para ello se expande el concepto del círculo de Mohr y se dice que siempre no importando qué tipo de esfuerzos estén interactuando en la partícula, existirán 3 circunferencias que uniéndose crean la que ya conocíamos previamente, este concepto se usa para ambas teorías.



$$\frac{\sigma_1 - \sigma_2}{2} = \frac{\sigma_y}{2} \Rightarrow \sigma_1 - \sigma_2 = \sigma_y$$

$$\frac{\sigma_2 - \sigma_3}{2} = \frac{\sigma_y}{2} \Rightarrow \sigma_2 - \sigma_3 = \sigma_y$$

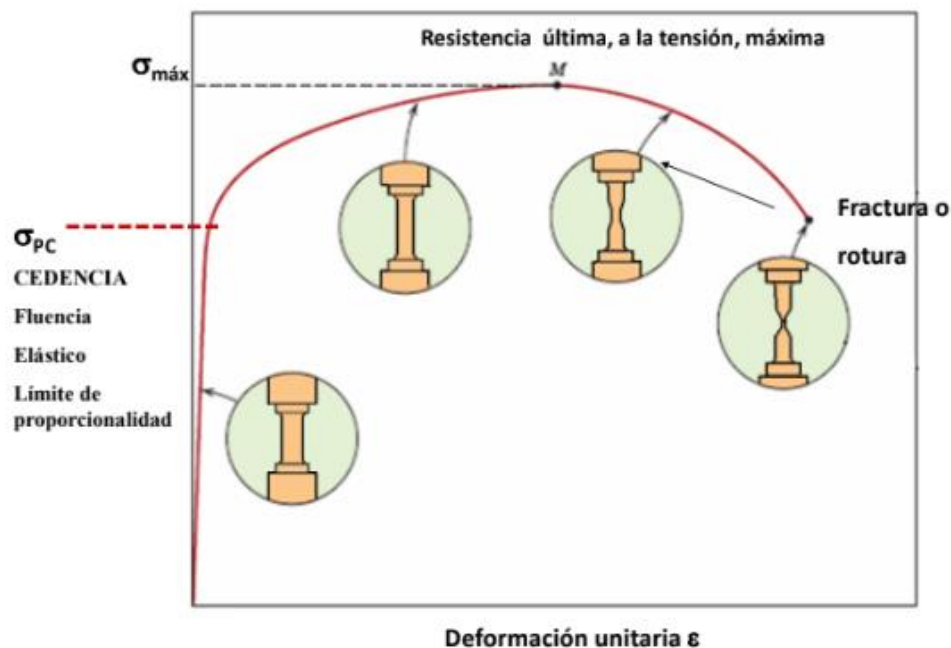
$$\frac{\sigma_1 - \sigma_3}{2} = \frac{\sigma_y}{2} \Rightarrow \sigma_1 - \sigma_3 = \sigma_y$$

Para estos esfuerzos σ_1 , σ_2 , y σ_3 se hace una consideración donde σ_1 siempre será el esfuerzo principal que tenga el mayor valor, después σ_2 será el que tenga un valor medio y σ_3 será el que tenga el menor de los 3 esfuerzos (ya sea porque vale cero o porque tiene un valor negativo). Para el caso donde solo tengamos 2 esfuerzos principales, lo que se hace es considerar que uno de estos 3 esfuerzos vale cero.

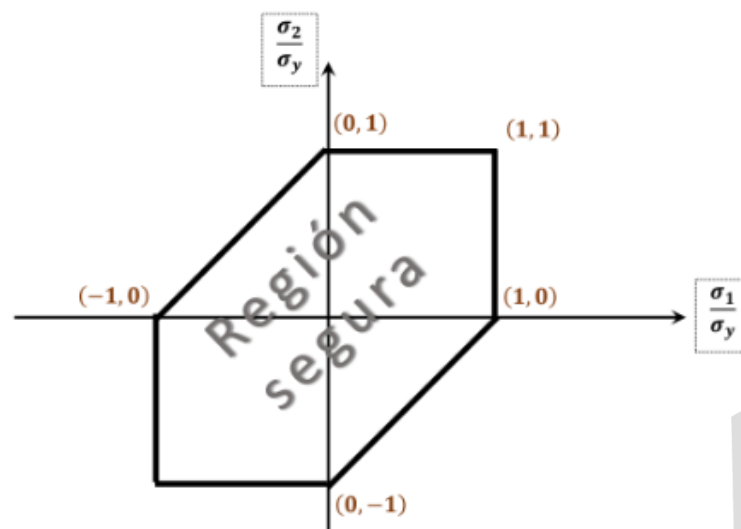
Finalmente escogeremos el esfuerzo cortante máximo de estos 3, encontrando de esta manera un esfuerzo equivalente σ_y que usualmente será igual a la resta del esfuerzo 1 menos el esfuerzo 3 debido a la consideración antes mencionada.

$$\sigma_y = \frac{\sigma_{pc}}{F.S.} = \frac{Syp}{ns}$$

Donde σ_{pc} o Syp son los esfuerzos en el punto de cedencia del material que se refieren al esfuerzo exacto que se puede alcanzar antes de que el material se deforme permanentemente, mientras que $F.S.$ y ns se refieren al factor de seguridad.



Finalmente, la teoría de falla del esfuerzo cortante máximo lo que hace es relacionar los esfuerzos principales con el esfuerzo equivalente encontrado para hacer un gráfico que me permita saber en qué punto del área que abarca el factor de seguridad me encuentro.



En el perímetro de esta figura el factor de seguridad es de 1, dentro del perímetro es mayor a 1 y fuera del perímetro es menor a 1 por lo tanto en esa parte habría falla del elemento mecánico.

Teoría de Von Mises:

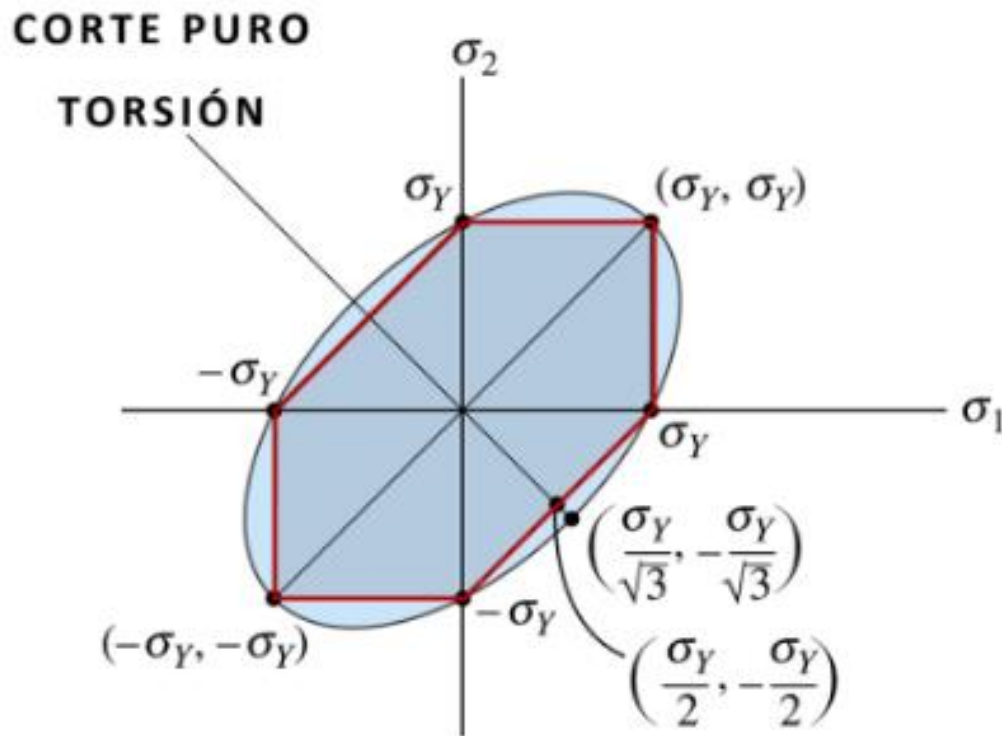
Esta teoría de falla se obtuvo de forma experimental y se basó en la teoría de Tresca para realizar su modelo del factor de seguridad, pero esta teoría en comparación es mucho más permisiva que la del esfuerzo cortante máximo. La fórmula usada para obtener el esfuerzo equivalente es la siguiente:

$$\sigma' = \left[\frac{(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_1 - \sigma_3)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2}{2} \right]^{1/2}$$

$$\sigma' = \left(\sigma_1^2 - \sigma_1\sigma_2 + \sigma_2^2 \right)^{1/2}$$

Se usa una fórmula o la otra dependiendo de si existen 2 o 3 esfuerzos principales en el elemento mecánico.

El gráfico que me permite visualizar el factor de seguridad es el siguiente:



Y la fórmula para encontrar el factor de seguridad es la misma, pero se usa el esfuerzo equivalente de Von Mises en vez del de Tresca:

$$\sigma' = \frac{\sigma_{pc}}{F.S.} = \frac{S_{yp}}{ns}$$

Si la pieza o componente a diseñar tiene un área xy mucho mayor a la dimensión z:

- Hago un análisis de esfuerzo plano con un modelo 2D.

2) Si la pieza o componente a diseñar tiene una dimensión z mucho mayor al área xy:

- Hago un análisis de deformación plana, un modelo 3D lo resumo a uno 2D y resuelvo con matrices.

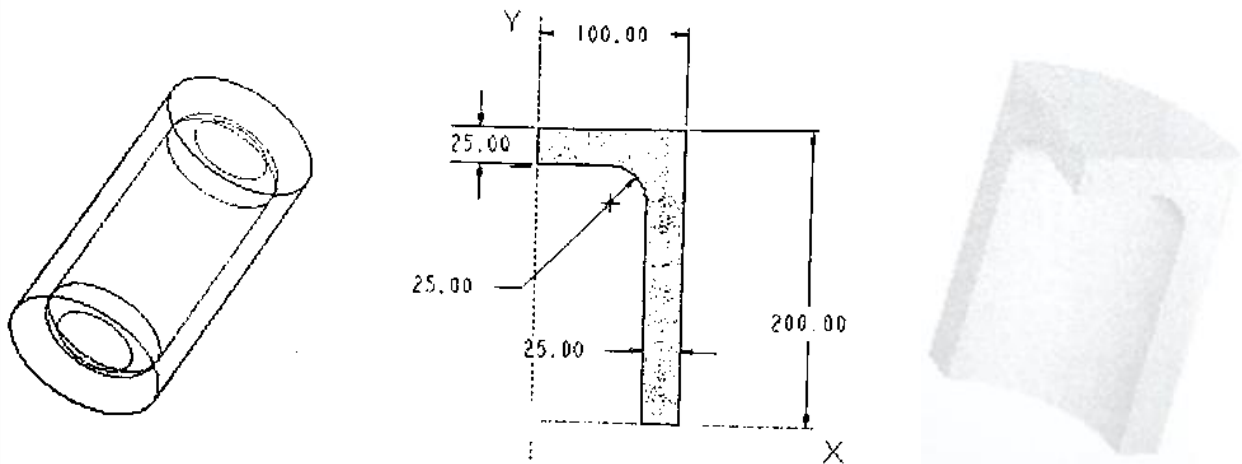
3) Cuando una pieza la puedo rotar alrededor de un eje para formar mi figura 3D, puedo usar:

- Simetría, donde roto un modelo 2D alrededor de un eje para crear mi figura 3D, por lo que el análisis lo hago en esa pequeña área de revolución que puede crear mi figura.

4) Cuando en la figura existe simetría alrededor de sus ejes que se encuentran en el centroide:

- Es lo mismo analizar una parte de la estructura a analizar la estructura completa.

DESCRIPCIÓN DEL PROBLEMA:



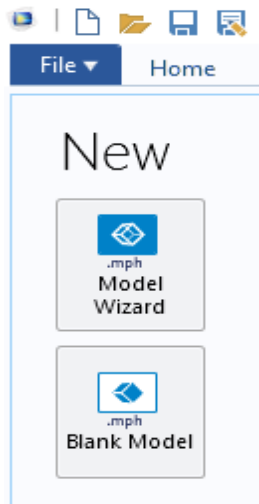
Las dimensiones del tanque y su presión interna son:

- La presión interna es de $P_i = 35 \text{ [MPa]}$.
- El radio de curvatura es de $r = 25 \text{ [mm]}$.
- El radio interno del tanque es de $R_i = 75 \text{ [mm]}$.
- El radio externo del tanque es de $R_e = 100 \text{ [mm]}$.
- El espesor del tanque es de $t = 25 \text{ [mm]}$.
- La longitud del tanque es de $L = 400 \text{ [mm]}$.
- La constante de Poisson vale $\nu = 0.3$.
- El módulo de elasticidad del material es de $E = 200 \text{ [GPa]} = 2 \times 10^5 \text{ [MPa]}$.
- El esfuerzo del punto de cedencia o fluencia del material es de $\sigma_{pc} = 330 \text{ [MPa]}$.

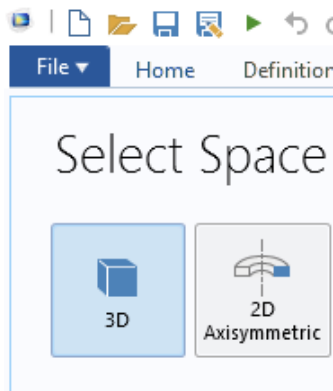
Se comprobarán los datos obtenidos haciendo el modelado de la estructura en COMSOL 5.3a.

CREACIÓN DE LA PIEZA EN COMSOL:

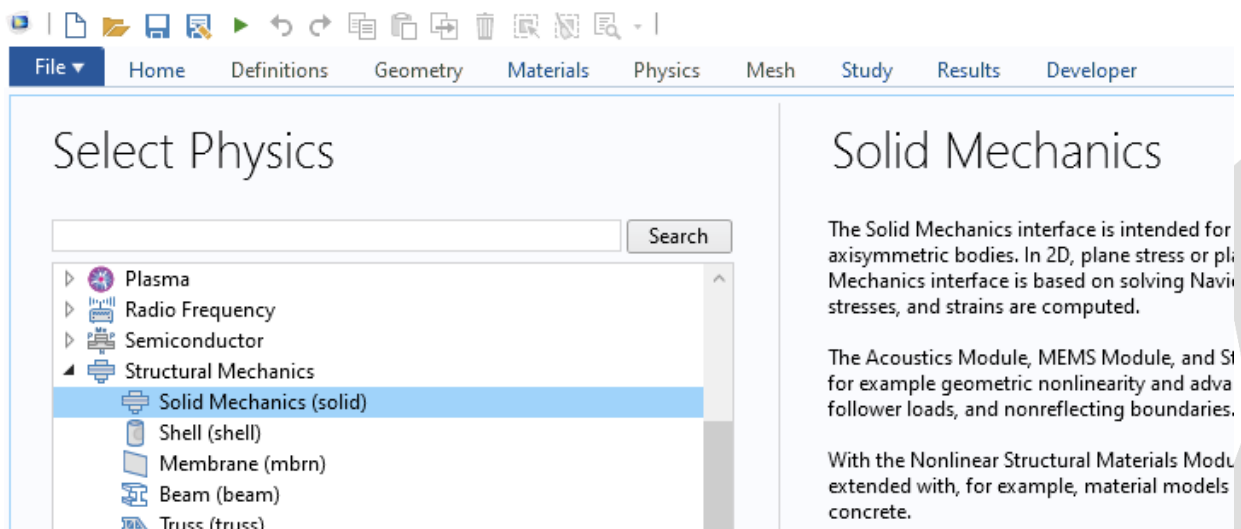
1) Software COMSOL → Model Wizard...



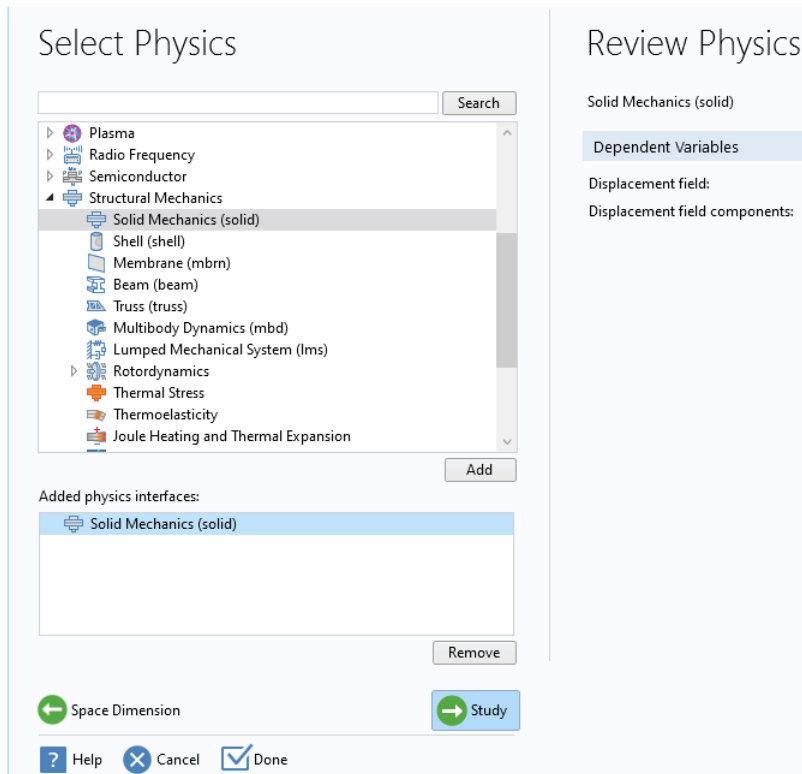
2) ... → 3D (estructura 3D) ...



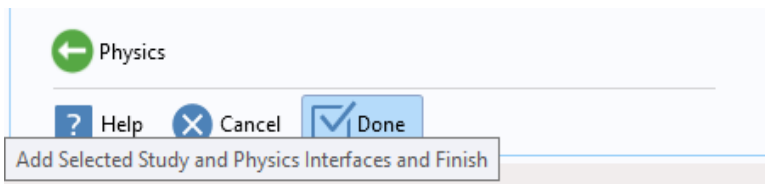
3) ... → Structural Mechanics → Solid Mechanics → Add...



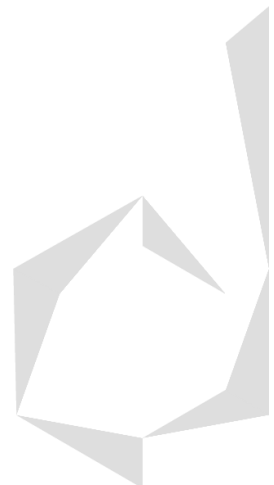
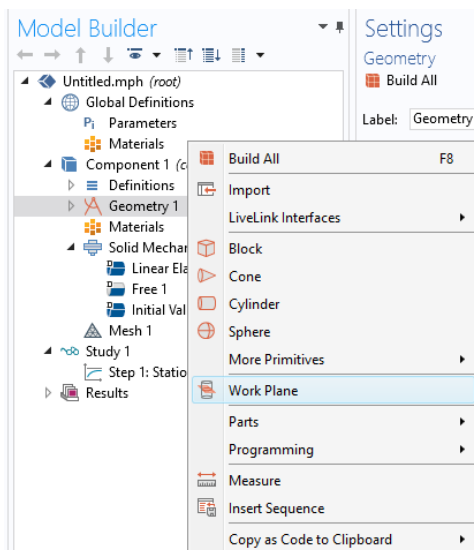
4) ... → Study...



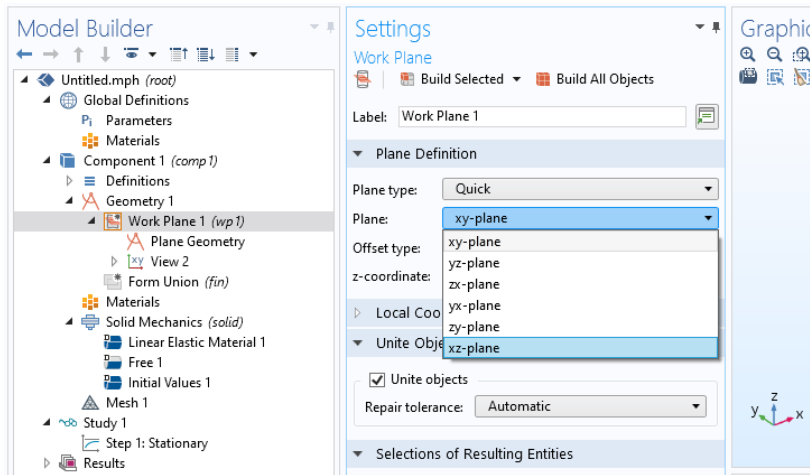
5) ... → Select Study → Stationary → Done ...



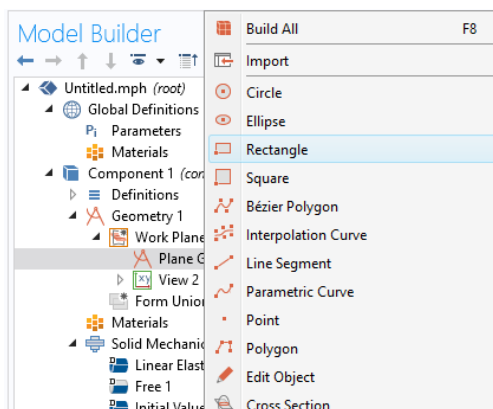
6) Geometry → Work Plane (Seleccionar el plano de trabajo) ...



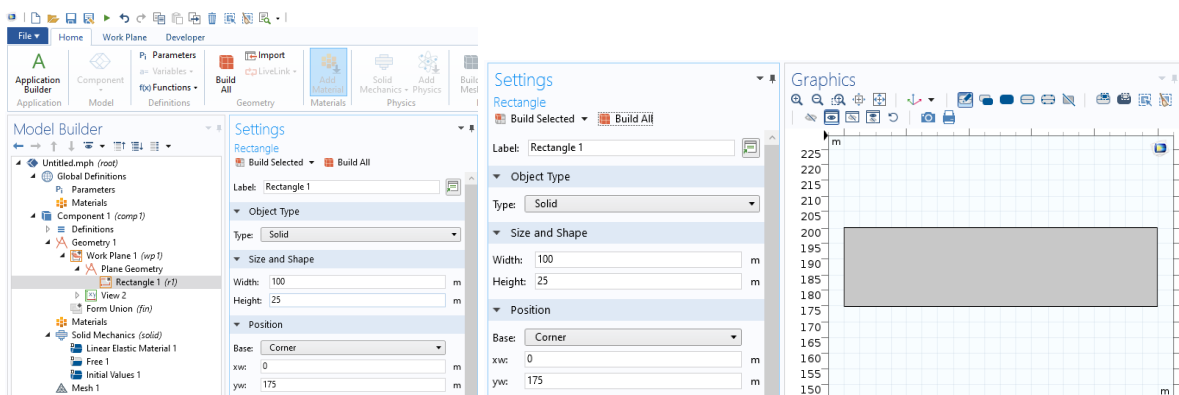
- 7) **Seleccionar plano** → Plane (El plano es para saber hacia qué dirección estará el área de sección transversal de la figura): → xy-plane, yz-plane, zx-plane, yx-plane, zy-plane, xz-plane...



- 8) ... → Geometry → Work Plane → Plane Geometry → Elegir la figura del área de sección transversal de la figura → círculo, rectángulo, cuadrado, etc...



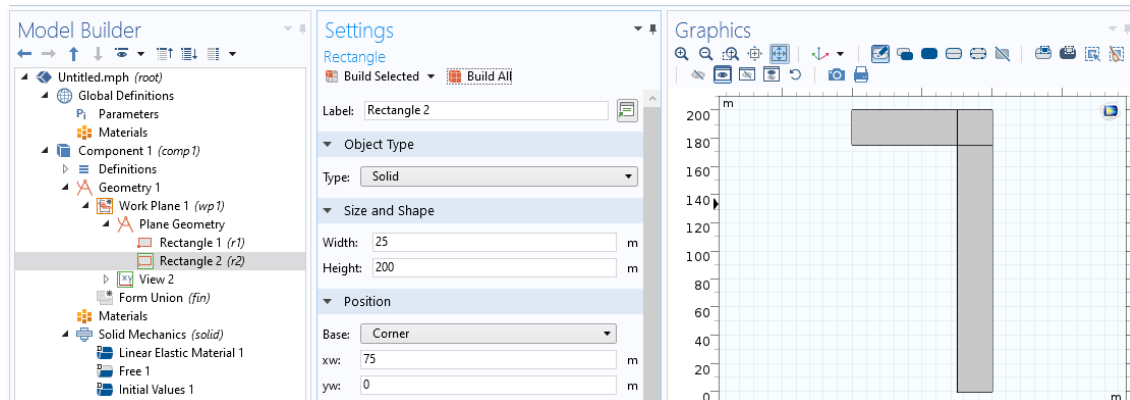
- 9) ... → Plane Geometry → figura del área de sección transversal → dar dimensiones al perfil → fijar un punto base desde donde se formará la figura → Build All...



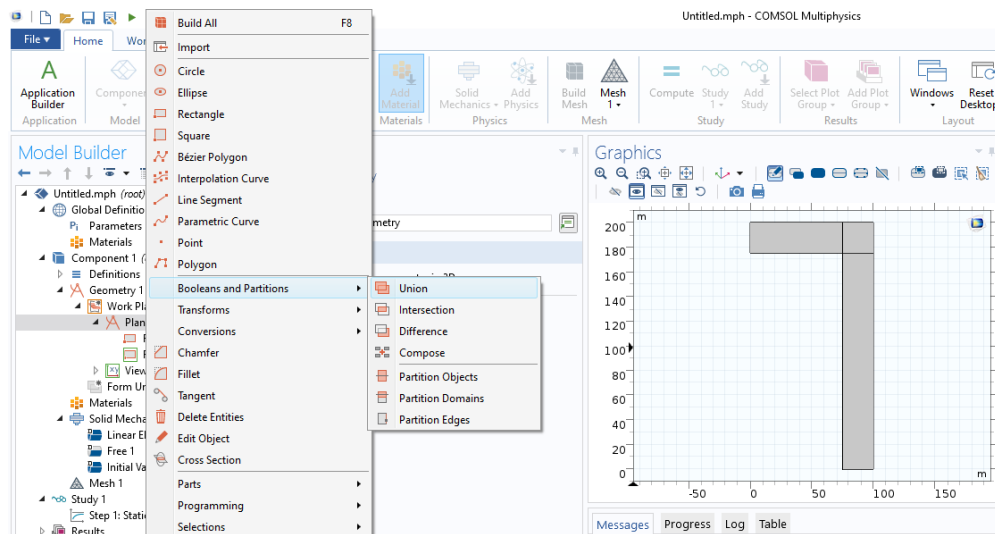
La unidad de dimensión de este punto se elige desde Geomerty.

Y debo repetir el proceso anterior para crear otro rectángulo pero que esté parado.

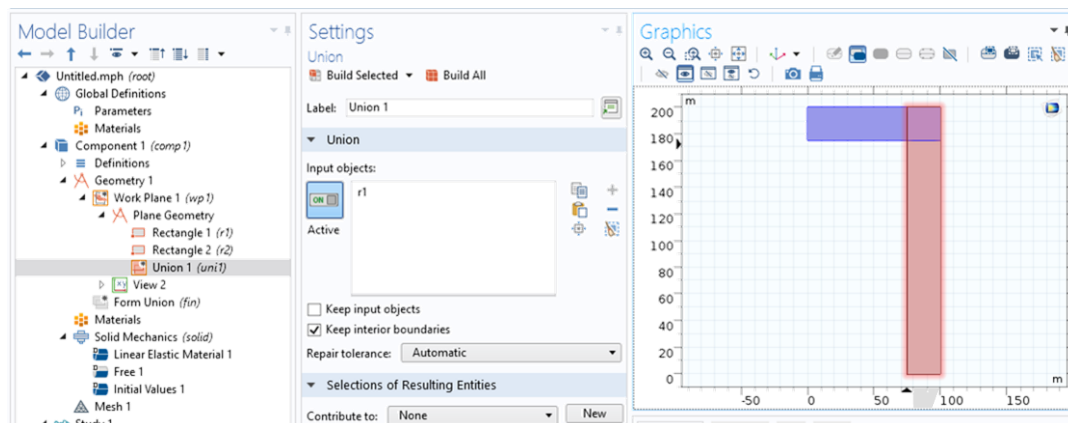
10) ... → Plane Geometry → figura del área de sección transversal → dar dimensiones al perfil → fijar un punto base desde donde se formará la figura → Build All...

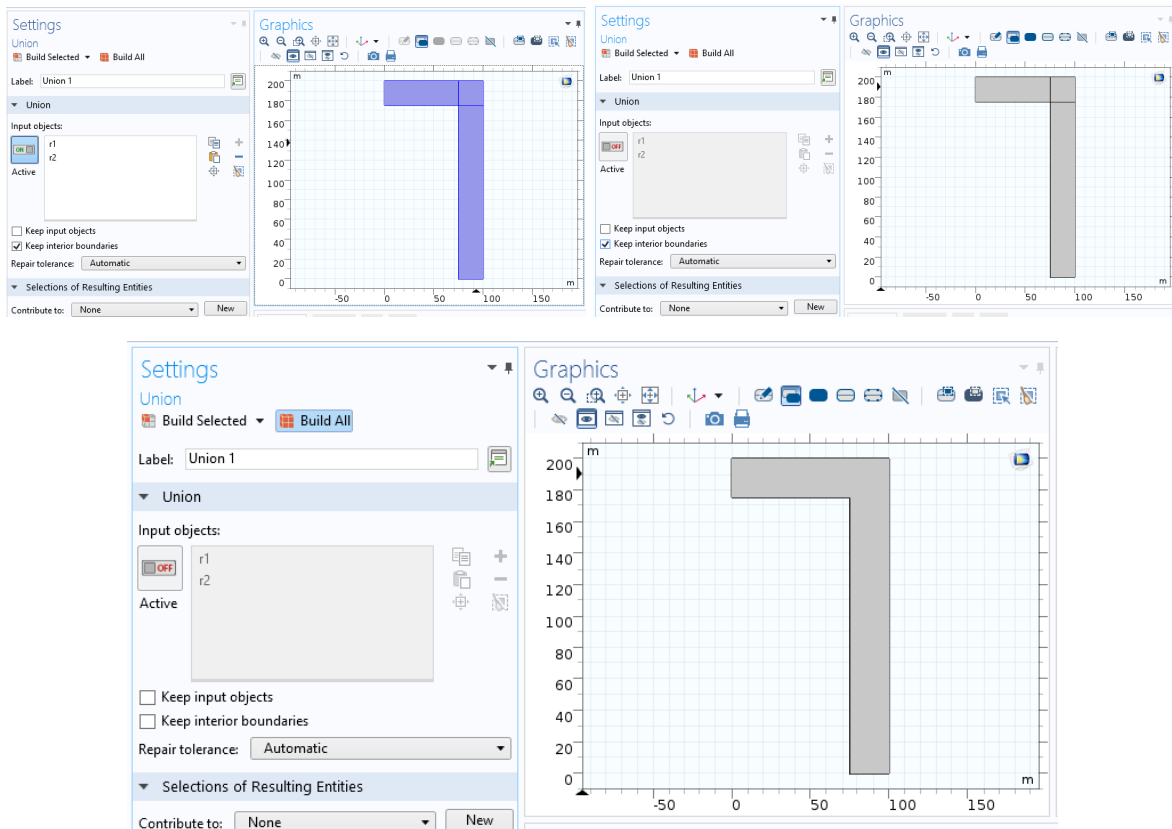


11) ... → Plane Geometry → Booleans and Partitions (Para extruir o unir dos áreas de sección transversal y así crear una figura compuesta) → Union (Para unir dos figuras) ...

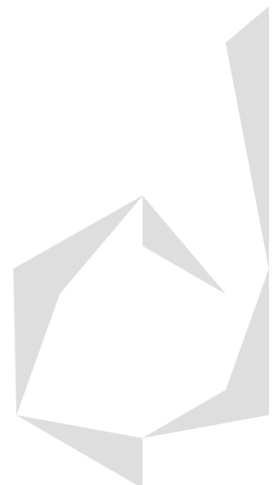
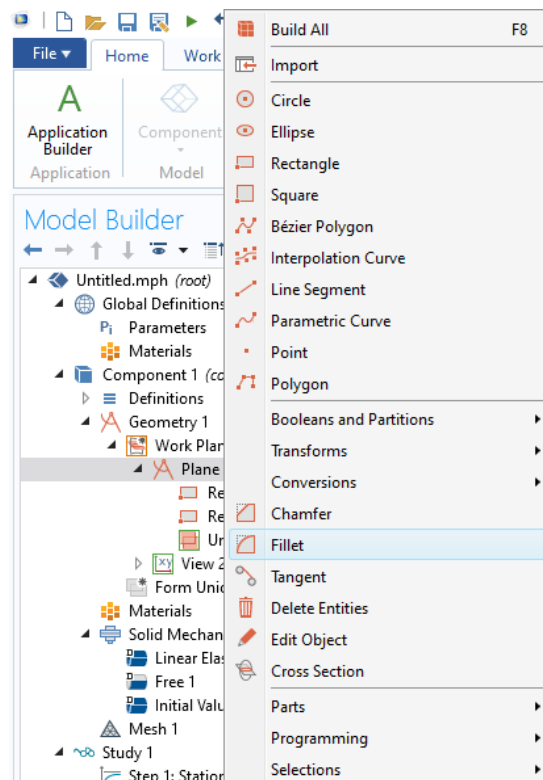


12) ...Union → Seleccionar las dos áreas de sección transversal que quiero unir para crear mi figura compuesta → Deseleccionar checkbox de interior boundaries (para que no se vea el margen de cada figura individual) → Build All...

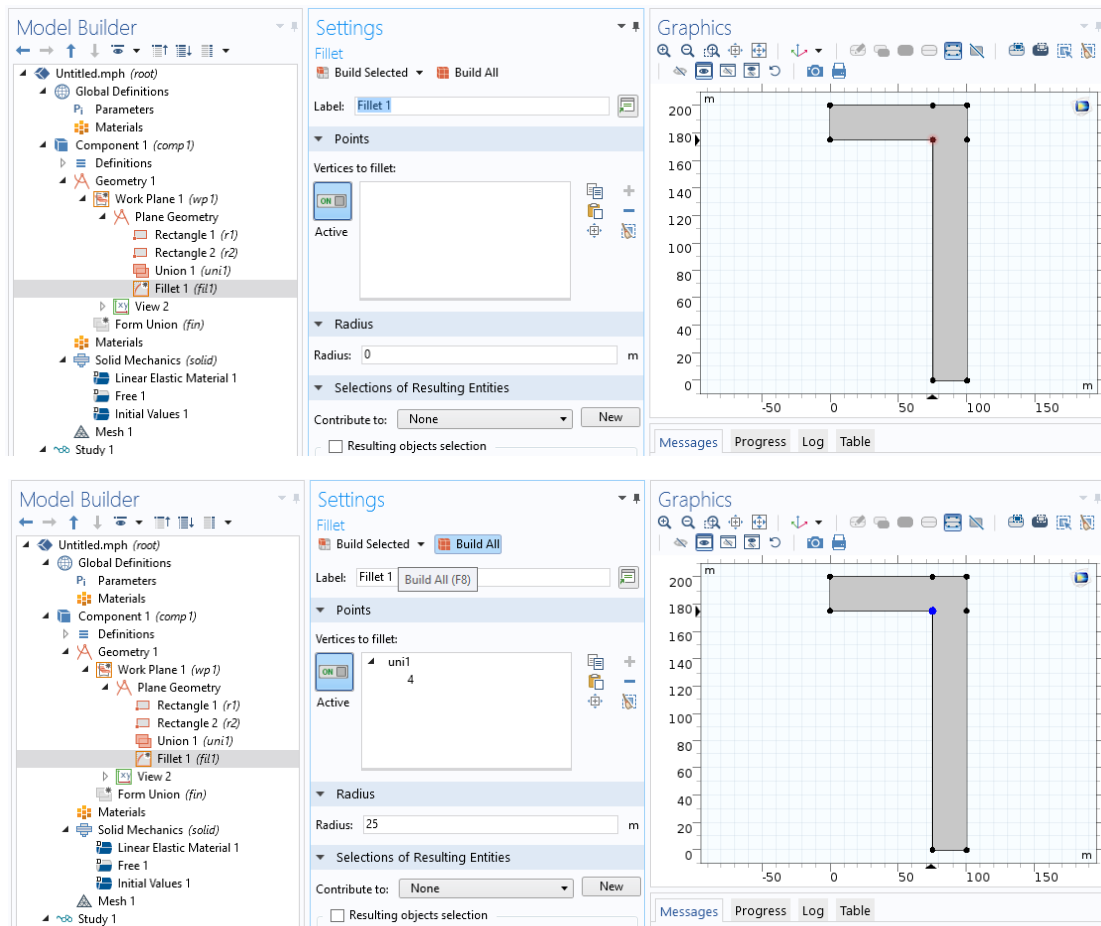




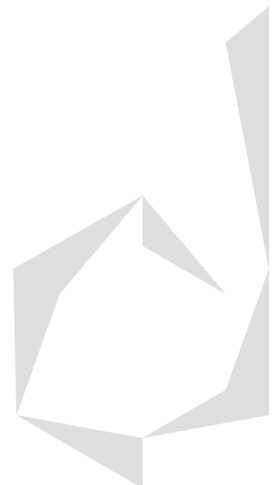
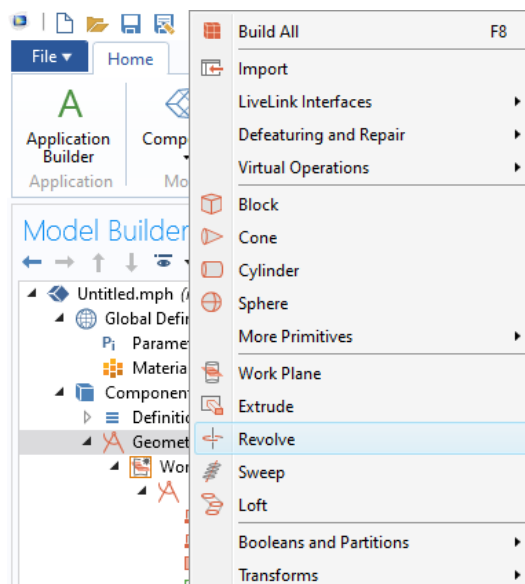
13) ... → Plane Geometry → Fillet (Para hacer un pequeño redondeo en las esquinas y así evitar concentradores de esfuerzo) ...



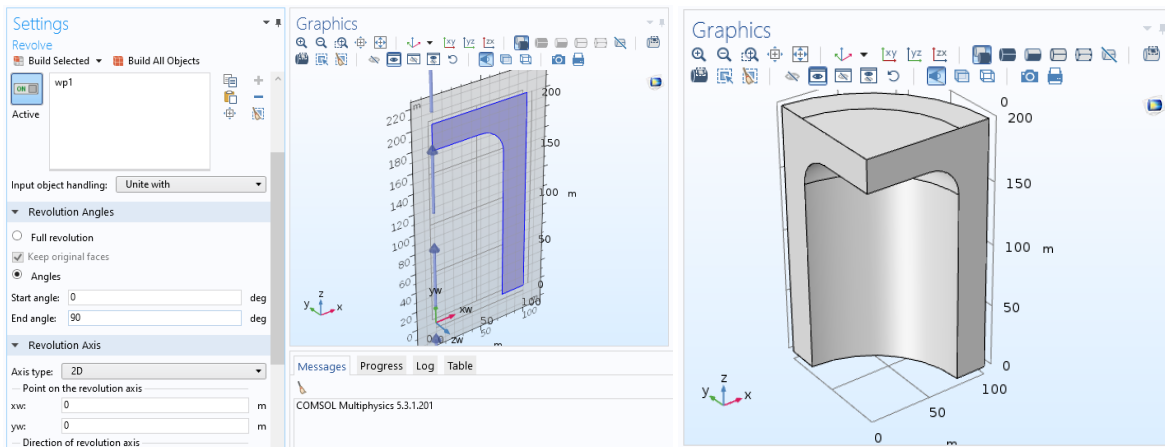
14) ... → Seleccionar el punto donde queremos hacer el redondeo → Radius: proporcionar un radio para el redondeo → Build All...



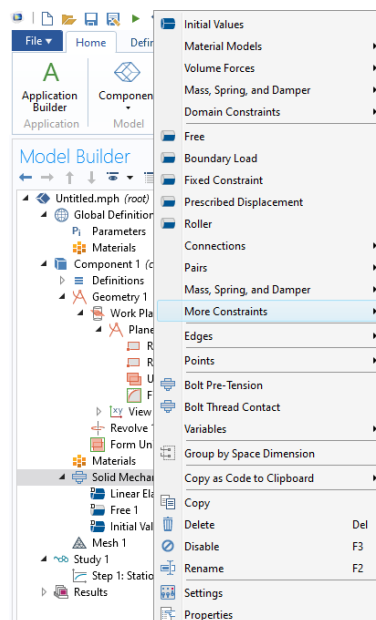
15) ...Geometry → Revolve (para crear un volumen de revolución que creará una figura en 3D a partir del área de sección transversal) ...



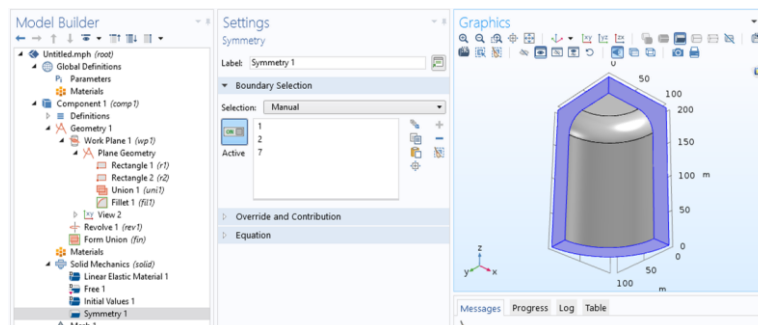
16) ...Revolve → Start angle: Fijar el ángulo de inicio del volumen de revolución, End angle: Fijar el ángulo de finalización del volumen de revolución → Build All Objects...



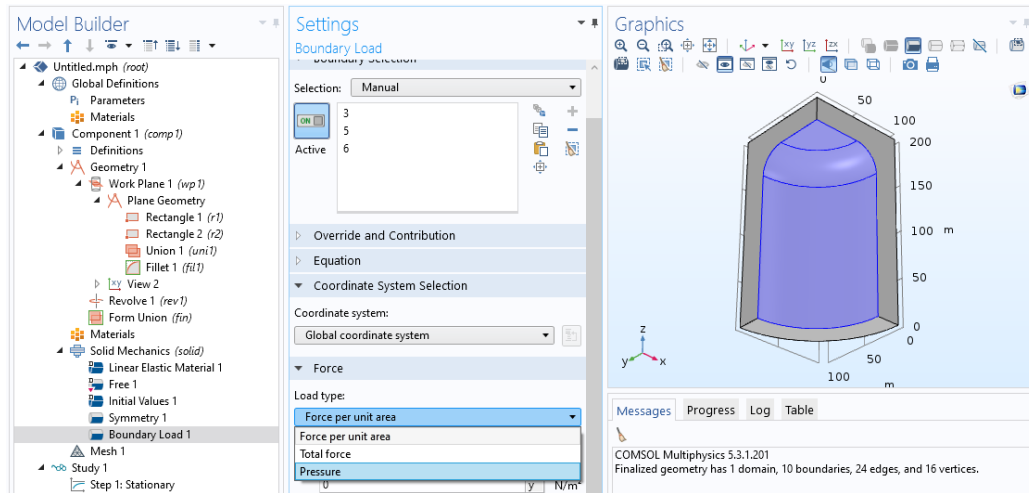
17) ...Solid Mechanics → More Constraints (Para declarar qué paredes de mi volumen de revolución son fijas, osea que se unen con las demás partes del tanque completo) → Symmetry...



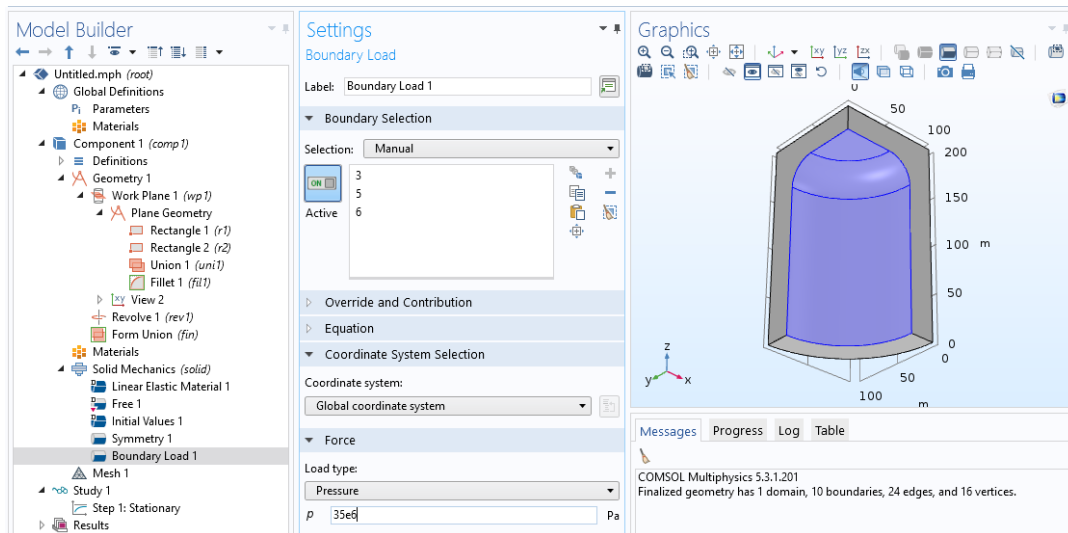
18) ... Symmetry → selecciono todas las paredes del volumen de revolución que se unen con lo demás del tanque completo...



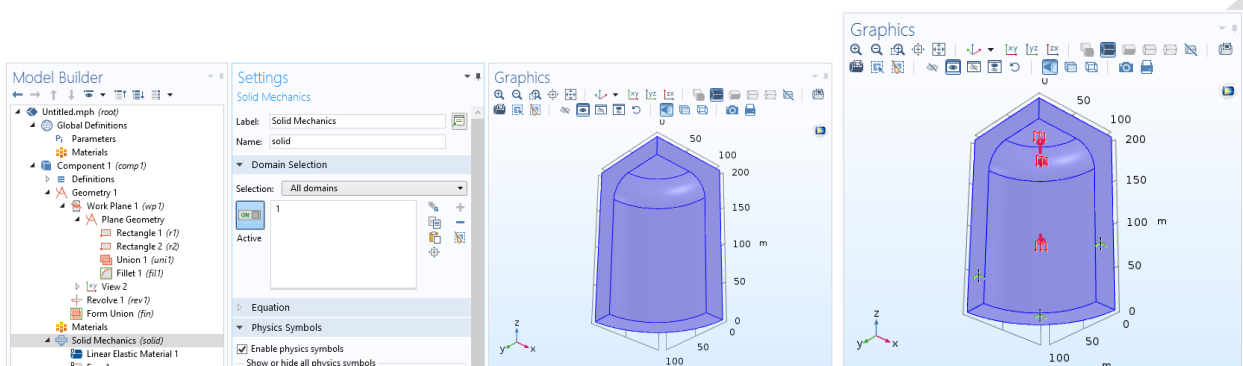
19) ...Solid Mechanics → Boundary Load (Para declarar la presión interna del tanque) → Load type: Pressure (porque lo que sea que haya dentro del tanque ejerce presión hacia fuera no fuerzas puntuales) ...



20) ...Boundary Load → Load type: Pressure → Valor de la presión en Pascales...

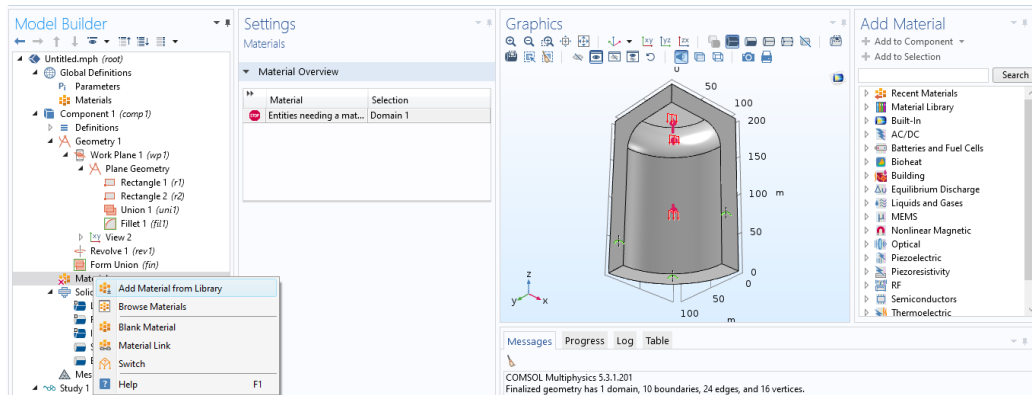


21) Solid Mechanics → Elegir unidad de fuerza y presión → Seleccionar el checkbox Enable physics symbols para que vea la simbología de mis cargas y las partes fijas en mi figura...

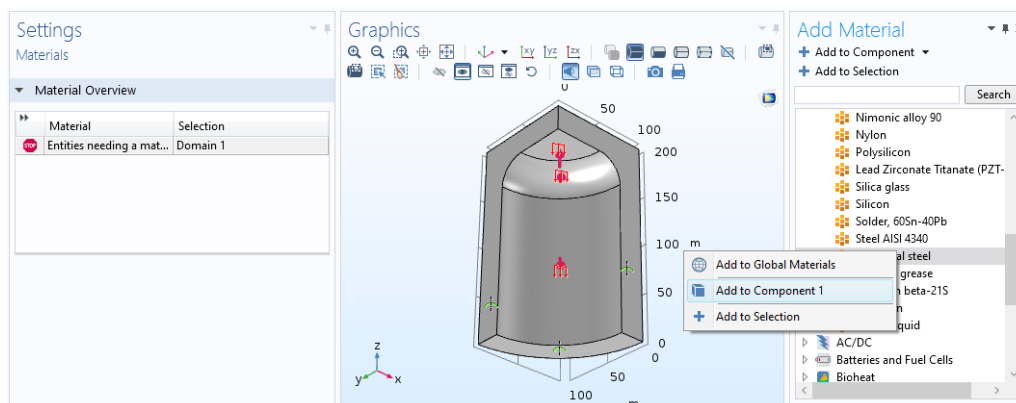


ANÁLISIS MECÁNICO EN COMSOL:

22) Añadir material → Clic derecho en Materials → Add Material from Library...

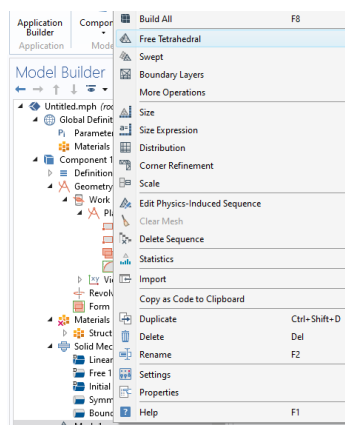


23) ...Material Library → Built-in (Aquí se encuentran todos los materiales que puedo elegir en la librería) → Structural Steel (ya que haya elegido uno doy clic derecho) → Clic derecho Add to Component 1 (ya con esto el material estará agregado a toda mi estructura) ...

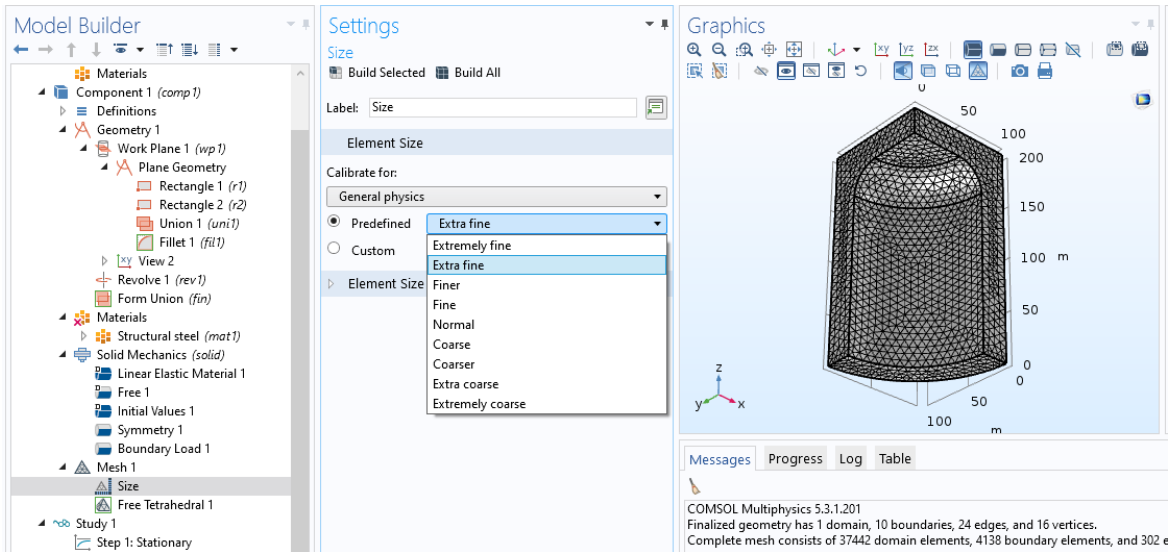


RESULTADO DEL ELEMENTO FINITO EN COMSOL:

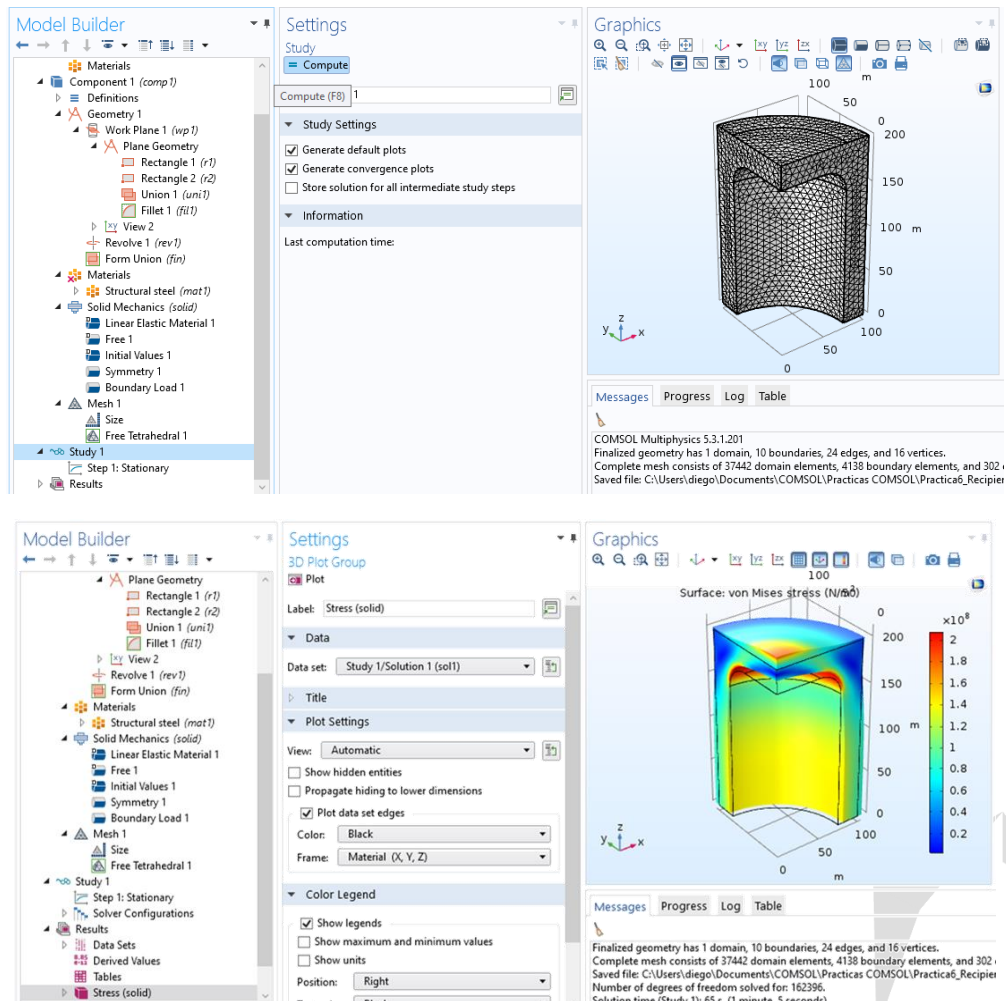
24) Crear malla para hacer el análisis por medio del método de elemento finito → Mesh → Free Tetrahedral...



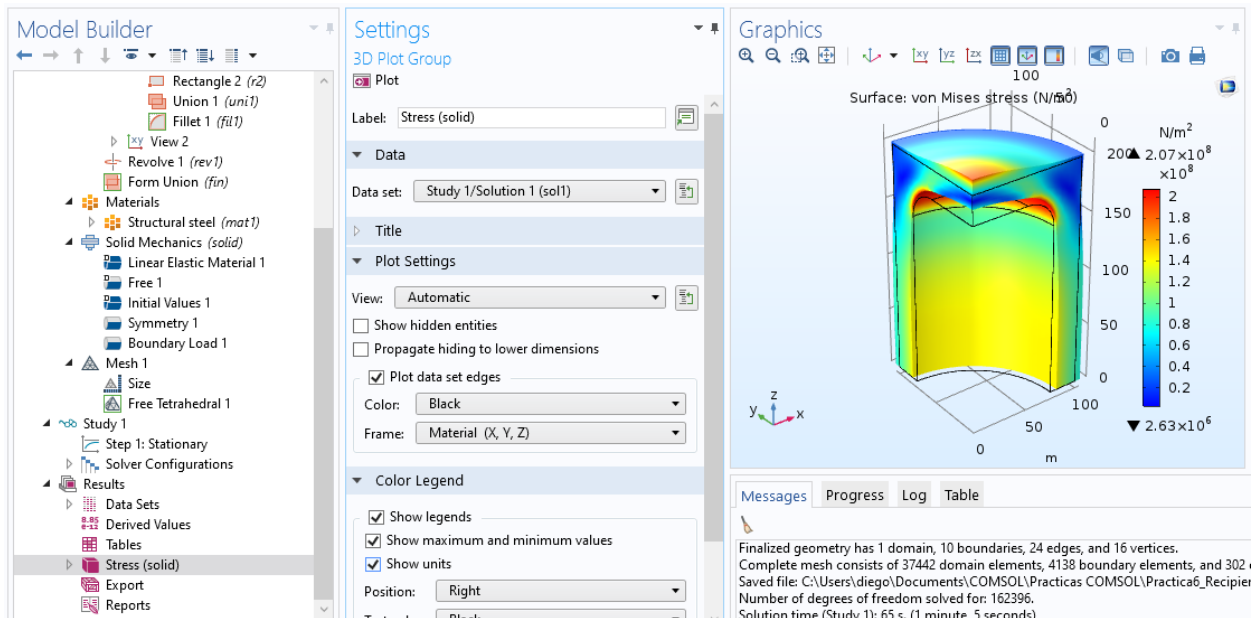
25) ...Mesh → Size → Elegir el tamaño de la malla (Mientras más fina sea la malla más exacto será el resultado obtenido) ...



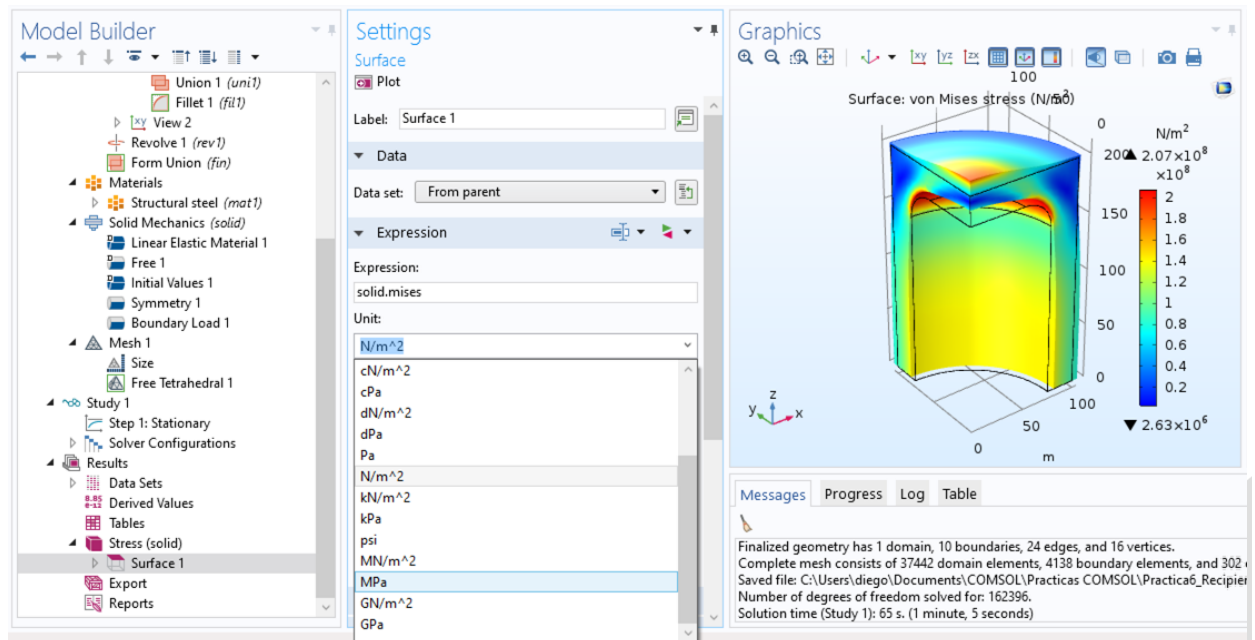
26) Study → Compute (y se generará el cálculo de esfuerzos por default) ...



27) Results → Stress (Para ver el resultado del cálculo de esfuerzos) → Dar clic en las checkbox de Show legends, Show maximum and minimum values y Show units para que en la barra de colores se puedan ver mis resultados correctamente...

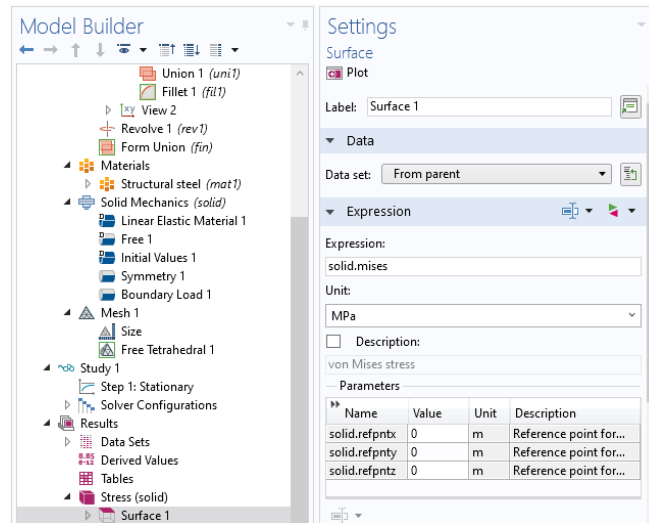


28) ...Results → Stress → Surface 1 → Unit: Para indicar la unidad en la que quiero que se vean mis resultados → MPa...



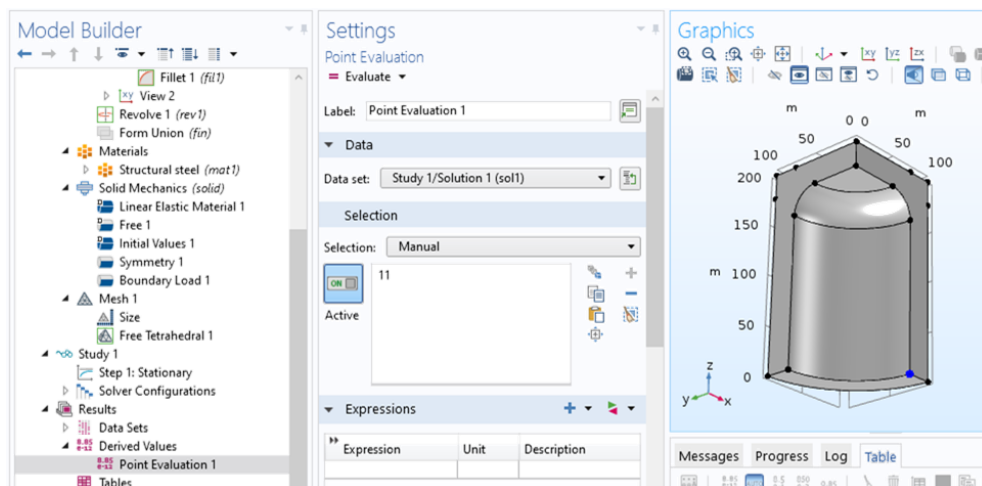
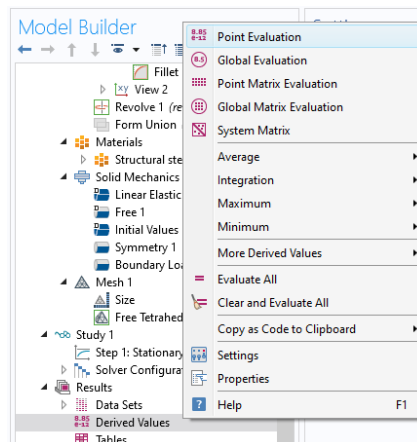
29) Results → Surface 1 → Expression: Si quiero ver el resultado de la teoría de falla de von mises o del esfuerzo cortante máximo debo poner ciertos códigos en para indicar el movimiento que quiero restringir en mi apoyo...

- ✓ solid.mises: Para ver el esfuerzo resultante usando la teoría de von mises.
- ✓ solid.sp: Para ver los esfuerzos principales de mi figura.

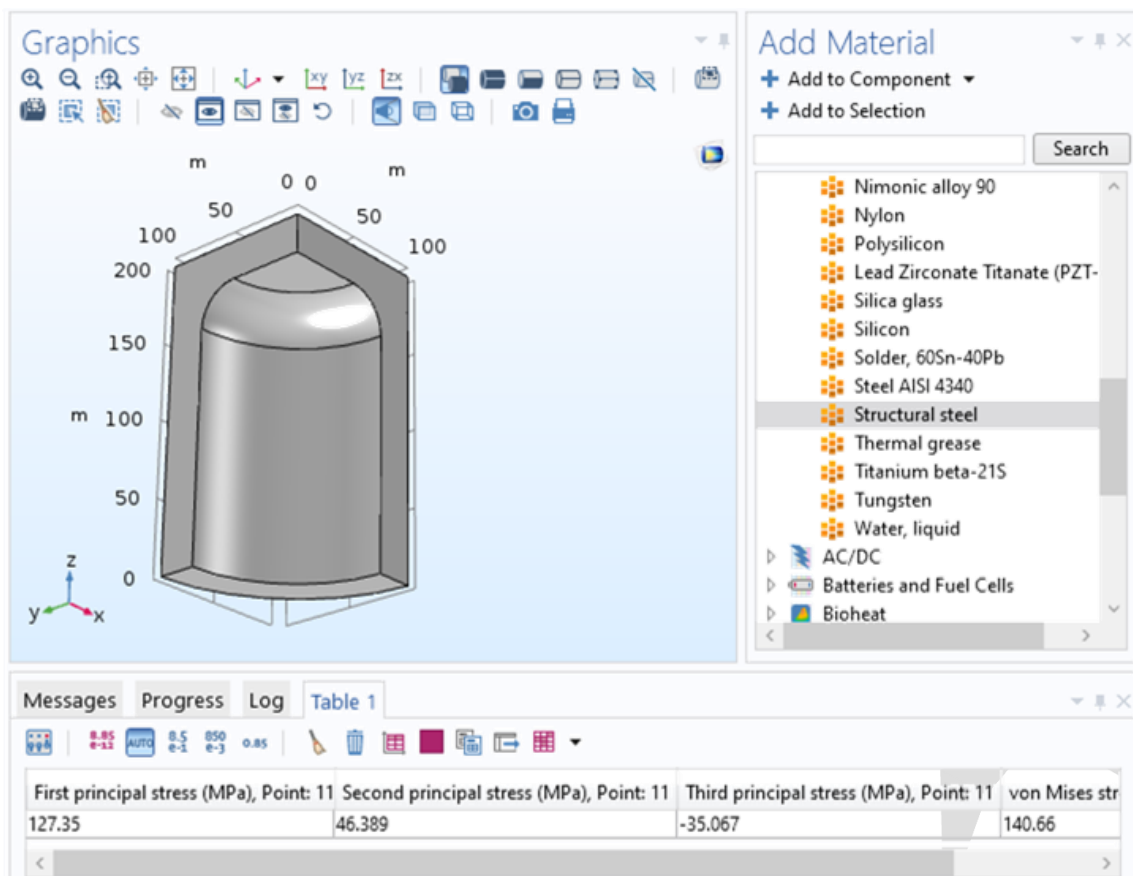
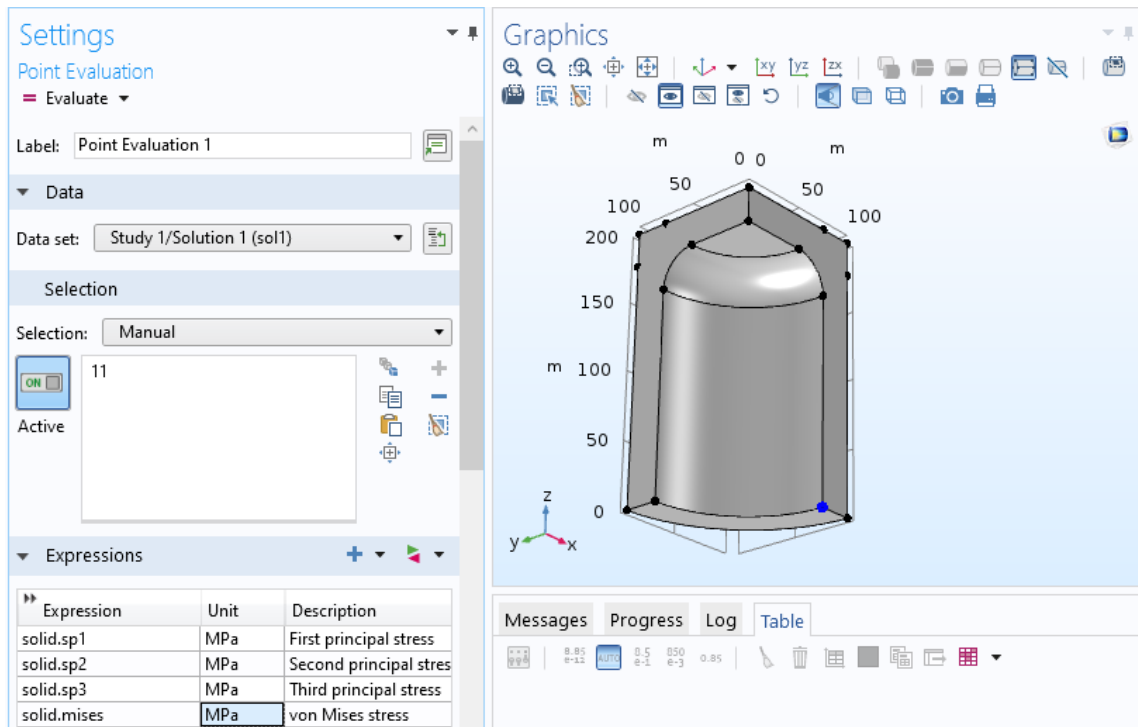


El esfuerzo resultante de von mises es el que está por default.

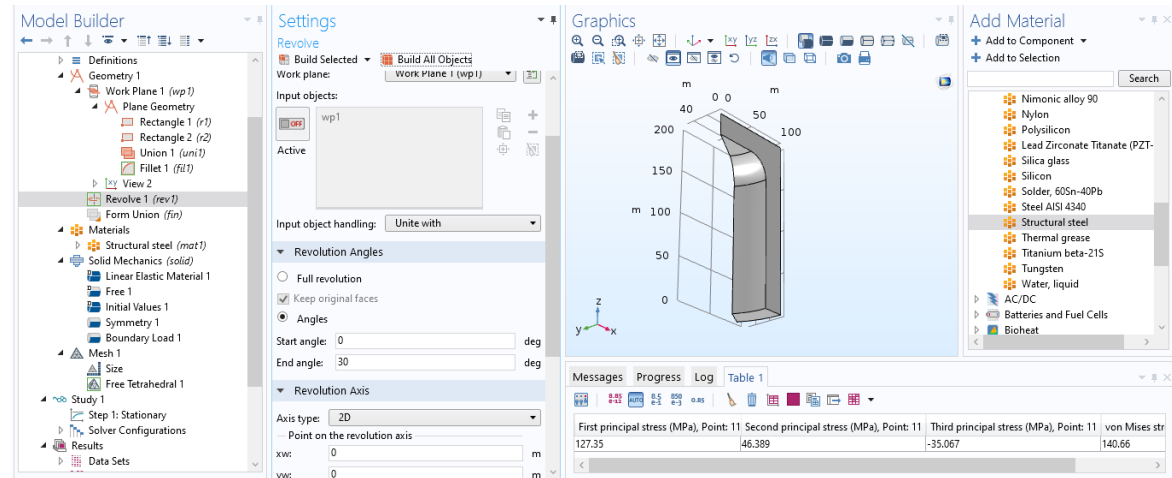
30) Results → Clic derecho en Derived Values → Point Evaluation (para cuando quiero saber el valor de cualquier cosa solo en un punto en específico) → Seleccionar un nodo de los mostrados donde quiero saber algún resultado → Expression (poner la expresión de lo que quiero saber), Unit (poner la unidad en la que quiero que me lo muestre) ...



31) ...El resultado aparecerá en la tabla que se encuentra debajo de la figura → Para borrar los resultados debo dar clic en la escoba...

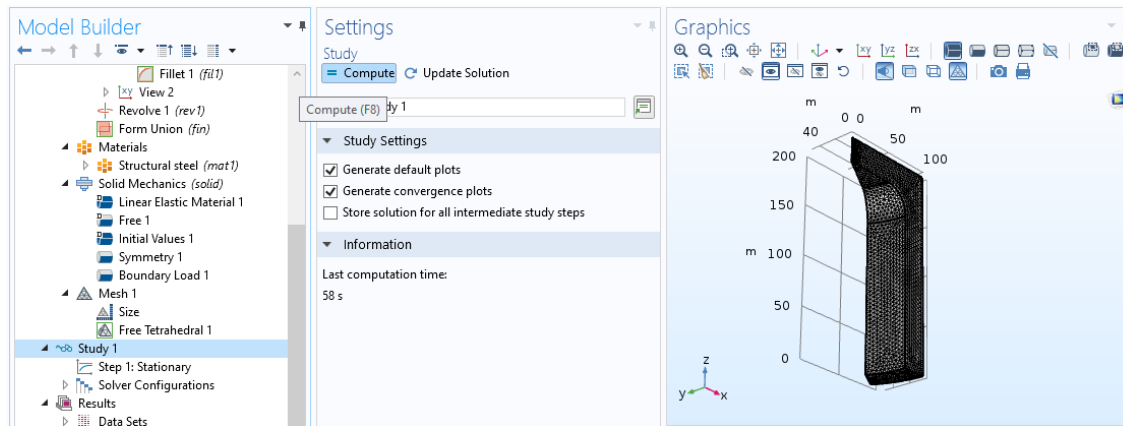


The screenshot displays the SolidWorks CAD environment. On the left, the 'Model Builder' tree shows a part with a 'Revolve' feature. The 'Settings' panel on the right shows the 'Revolve' feature settings, including 'Unite with' and 'Revolution Angles'. The 'Graphics' area shows a 3D model of the part with dimensions. The 'Add Material' panel on the far right shows a list of materials, with 'Nimonic alloy 90' selected.

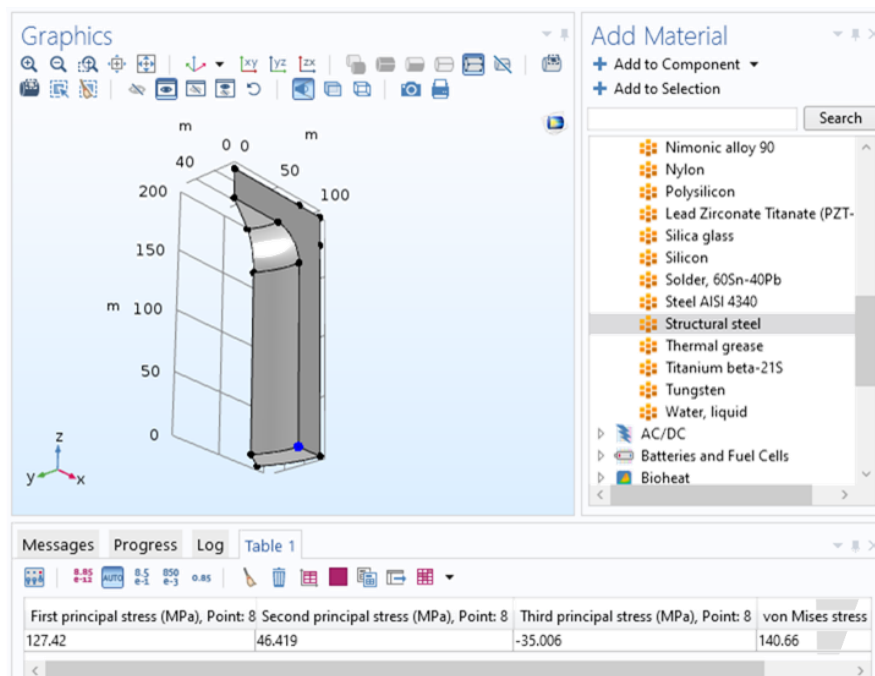
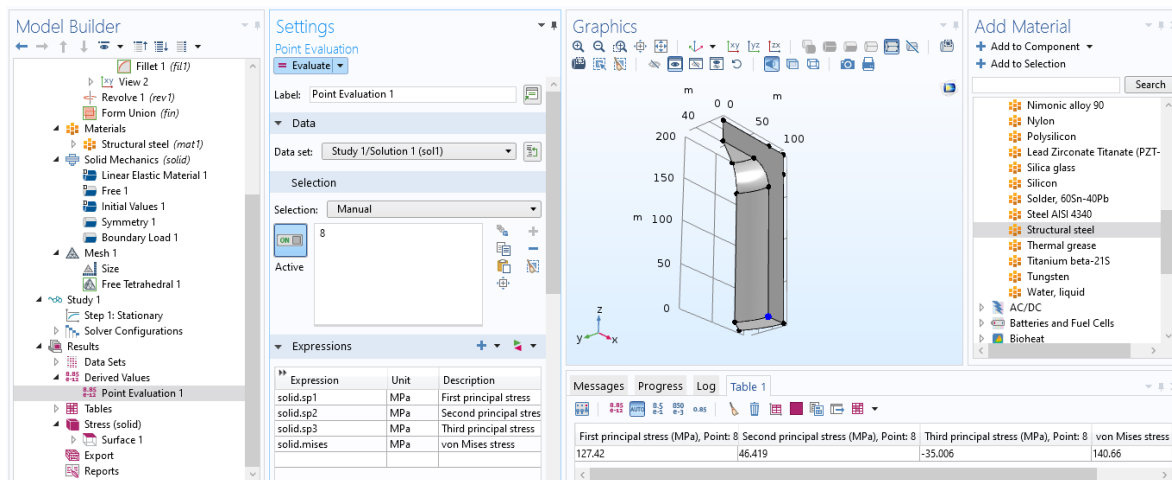


The screenshot displays the ANSYS Workbench environment with three main panels:

- Model Builder:** Shows the hierarchical structure of the model. The 'Geometry' branch is expanded, revealing 'Work Plane 1 (wpl1)', 'Plane Geometry', 'Rectangle 1 (r1)', 'Rectangle 2 (r2)', 'Union 1 (uni1)', and 'Fillet 1 (fil1)'. The 'View 2' branch is also expanded, showing 'Revolve 1 (rev1)' and 'Form Union (fin)'. The 'Materials' branch is expanded, showing 'Structural steel (mat1)'. The 'Solid Mechanics (solid)' branch is expanded, showing 'Linear Elastic Material 1', 'Free 1', 'Initial Values 1', 'Symmetry 1', and 'Boundary Load 1'. The 'Mesh 1' branch is expanded, showing 'Size' and 'Free Tetrahedral 1'.
- Settings:** The 'Size' property of the 'Mesh 1' is selected. The 'Calibrate for:' dropdown is set to 'General physics'. The 'Element Size' dropdown is set to 'Predefined', and the 'Extruded fine' option is selected. The 'Element Size' dropdown is also set to 'Extruded fine'.
- Graphics:** A 3D model of a mechanical part is shown. The part has a rectangular base with a semi-circular top and a central cutout. The dimensions are labeled: 40, 50, 100, 150, and 200. The coordinate system (x, y, z) is shown at the bottom left.



Al hacer un Point Evaluation en el mismo nodo puedo ver que el resultado se mantiene cercano al que habíamos obtenido antes.



CONCLUSIÓN:

Con el método numérico apoyado por el programa COMSOL podemos comprobar que esté bien hecho nuestro método analítico y visualizar los esfuerzos obtenidos con la teoría de falla de von mises, además de comprobar el valor de los esfuerzos principales creados en la partícula del tanque de pared gruesa.

ERROR:

$$error = \frac{|valor\ obtenido\ en\ el\ programa| - |valor\ analítico|}{|valor\ obtenido\ en\ el\ programa|} * 100[\%]$$

Un error menor al 11% es aceptable entre ambos métodos analítico y numérico.

σ_1 = *esfuerzo tangencial*:

$$error = \frac{|127.42| - |125|}{|127.42|} * 100 = 1.8992\%$$

σ_2 = *esfuerzo longitudinal*:

$$error = \frac{|46.419| - |45|}{|46.419|} * 100 = 3.0569\%$$

σ_3 = *esfuerzo radial*:

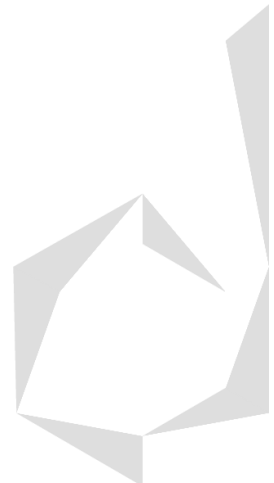
$$error = \frac{|-35.006| - |-35|}{|-35.006|} * 100 = 0.0171\%$$

σ' = *esfuerzo equivalente de Von Mises*:

$$error = \frac{|140.66| - |138.564|}{|140.66|} * 100 = 1.4901\%$$

BIBLIOGRAFÍA:

MECÁNICA DE MATERIALES (5TA EDICIÓN) – FERDINAND P. BEER.



MÉTODO ANALÍTICO:

Práctica 6 Encontrar usando las teorías de falla el esfuerzo resultante en el siguiente tanque:

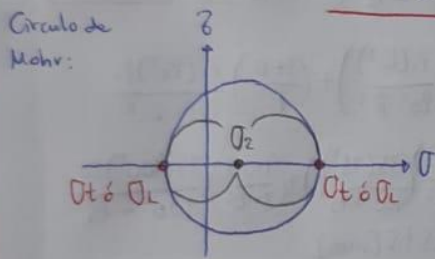
R_e = radio exterior R_i = radio interior t = espesor L = largo r = radio de curvatura en las esquinas del tanque.
 P_i = presión interna en el tanque.

$\frac{R_i}{t} < 10$ | Pared gruesa $\frac{R_i}{t} \geq 10$ | Pared delgada

Pared delgada: Solo presenta dos esfuerzos principales.

esfuerzo tangencial $\rightarrow \sigma_t = \frac{P_i (R_i)}{t}$

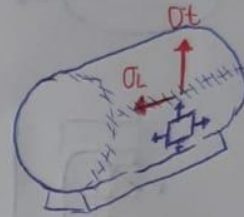
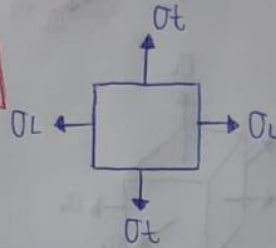
esfuerzo longitudinal $\rightarrow \sigma_L = \frac{\sigma_t}{2}$



$\sigma_1 = \sigma_t$ ó σ_L ← siempre es el mayor.

σ_z = el esfuerzo que tenga un valor intermedio

σ_3 = el esfuerzo que tenga el valor menor (ya sea negativo o cero)
 para pared delgada uno de estos siempre vale cero.



Pared gruesa: Solo presenta tres esfuerzos principales.

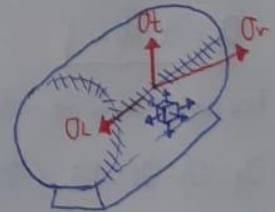
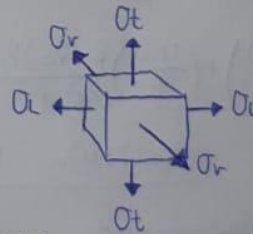
esfuerzo tangencial $\rightarrow \sigma_t = \frac{P_i (R_i^2)}{R_e^2 - R_i^2} \left(1 + \frac{R_e^2}{R_i^2} \right)$

esfuerzo longitudinal:

deflexión radial $\rightarrow u = \left(\frac{1-2\nu}{E} \right) \left(\frac{P_i (R_i^3)}{R_e^2 - R_i^2} \right) + \left(\frac{1+\nu}{E} \right) \left(\frac{R_i (R_e^2) P_i}{R_e^2 - R_i^2} \right)$

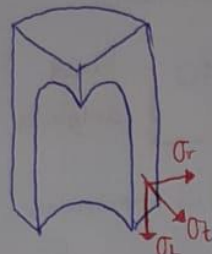
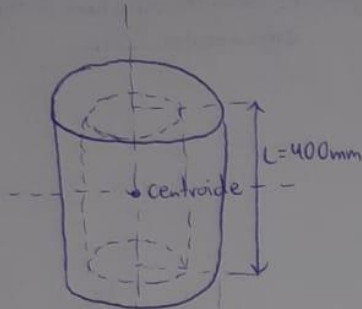
esfuerzo longitudinal $\rightarrow \sigma_L = \left(\frac{1-\nu}{E} \right) \left(\frac{P_i (R_i^3)}{R_e^2 - R_i^2} \right) + \left(\frac{1+\nu}{E} \right) \left(\frac{R_i (R_e^2) P_i}{R_e^2 - R_i^2} \right) - \left(\frac{\nu}{E} \right) R_i (\sigma_t)$

esfuerzo radial $\rightarrow \sigma_r = \frac{P_i (R_i^2)}{R_e^2 - R_i^2} \left(1 - \frac{R_e^2}{R_i^2} \right)$



$$R_e = 100 \text{ mm} \quad t = 25 \text{ mm} \quad L = 400 \text{ mm} \quad r = 25 \text{ mm} \quad R_i = 75 \text{ mm} \quad P_i = 35 \text{ MPa}$$

$$E = 200 \times 10^9 [\text{Pa}] = 200 [\text{GPa}] = 200 \times 10^3 [\text{MPa}] = 2 \times 10^5 [\text{MPa}] \quad \sigma_{pc} = 330 \text{ MPa}$$



$$\frac{R_i}{t} = \frac{75}{25} = 3 < 10 \therefore \text{es de pared gruesa.}$$

En estos ejes usamos el debómetro a la ecuación como MPa.

$$\sigma_t = \frac{P_i (R_i^2)}{R_e^2 - R_i^2} \left(1 + \left(\frac{R_e}{R_i} \right)^2 \right)$$

$$= \frac{35 (75^2)}{100^2 - 75^2} \left(1 + \left(\frac{100}{75} \right)^2 \right) = 125 \text{ MPa}$$

$$u = \frac{1-2\nu}{E} \left(\frac{P_i (R_i^3)}{R_e^2 - R_i^2} \right) + \left(\frac{1+\nu}{E} \right) \frac{R_i (R_e^2) P_i}{R_e^2 - R_i^2}$$

$$= \frac{1-2(0.3)}{2 \times 10^5} \left(\frac{35 (75^3)}{100^2 - 75^2} \right) + \left(\frac{1+0.3}{2 \times 10^5} \right) \frac{75 (100^2) 35}{100^2 - 75^2}$$

$$= 0.04575 [\text{mm}]$$

$$\sigma_r = \frac{P_i (R_i^2)}{R_e^2 - R_i^2} \left(1 - \left(\frac{R_e}{R_i} \right)^2 \right) = \frac{35 (75^2)}{100^2 - 75^2} \left(1 - \left(\frac{100}{75} \right)^2 \right) = -35 \text{ MPa}$$

$$u = \frac{1-\nu}{E} \left(\frac{P_i (R_i^3)}{R_e^2 - R_i^2} \right) + \left(\frac{1+\nu}{E} \right) \frac{R_i (R_e^2) P_i}{R_e^2 - R_i^2} - \left(\frac{\nu C R_i}{E} \right) \sigma_L \rightarrow 0.04575 = 0.0118125 + 0.039 - 1.125 \times 10^{-9} \sigma_L$$

$$\sigma_L = 45 \text{ MPa} \quad \therefore \quad \sigma_1 = 125 \text{ MPa} \quad \sigma_2 = 45 \text{ MPa} \quad \sigma_3 = -35 \text{ MPa}$$

Teoría del esfuerzo cortante máximo:

$$\sigma_y = \sigma_1 - \sigma_3 = 125 - (-35) = 160 \text{ MPa}$$

$$\sigma_y = \frac{\sigma_{pc}}{F.S.} \rightarrow F.S. = \frac{330}{160} = 2.0625$$

Teoría de Von Mises:

$$\sigma' = \sqrt{\sigma_1^2 + \sigma_2^2 + \sigma_3^2 - \sigma_1 \sigma_2 - \sigma_3 \sigma_2 - \sigma_3 \sigma_1}$$

$$= \sqrt{125^2 + 45^2 + (-35)^2 - 125(45) - (-35)45 - (-35)125}$$

$$= 138.5640 \text{ MPa}$$

$$\sigma' = \frac{\sigma_{yp}}{n_s} \rightarrow n_s = \frac{330}{138.5640} = 2.3815$$