

# INGENIERÍA MECATRÓNICA



## DI\_CERO

DIEGO CERVANTES RODRÍGUEZ

INGENIERÍA ASISTIDA POR COMPUTADORA

MATLAB R2021A Y CÁLCULO ANALÍTICO

### Introducción a las Cargas Dinámicas: Gráfica de $S_a$ VS $N$

## Contenido

<b>Diseño de Componentes Sometidos a Cargas Variables .....</b>	<b>2</b>
<b>Fórmulas y Teoría de la Carga Dinámica .....</b>	<b>2</b>
1.- Gráficas de Ajuste de una Probeta - Esfuerzo Alternante VS. Ciclos de Vida: .....	5
Cálculo Analítico:.....	5
a) Ajuste Lineal-Logarítmico con Ciclo de Vida Intermedio en una Probeta: .....	5
b) Ajuste Logarítmico-Logarítmico con Ciclo de Vida Intermedio en una Probeta: .....	6
Simulación Matlab: .....	6
a) Gráfica $S_N$ VS. N Ajuste Lineal-Logarítmico Vida Intermedia en una Probeta: .....	6
b) Gráfica $S_N$ VS. N Ajuste Logarítmico-Logarítmico Vida Intermedia en una Probeta: .....	7
2.- Esfuerzo Máximo, Mínimo, Medio ( $S_m$ ) y Alternante ( $S_a$ o $S_N$ ): .....	9
Cálculo Analítico:.....	9
<b>Teoría de Corrección de la Curva <math>S_N</math> vs. N para el Diseño de Componentes.....</b>	<b>10</b>
3.- Gráfica $S_a$ VS. N de Piezas Mecánicas Considerando una Carga Dinámica: .....	15
a) Cálculo Analítico: Ajuste Lineal-Logarítmico Ciclo de Vida Intermedio Componente:.....	16
b) Simulación Matlab: Ajuste Lineal-Logarítmico Ciclo de Vida Intermedio Componente: .	18
<b>Tabla de Fórmulas de Gráfica <math>S_a</math> VS. N aplicadas a Probetas y Componentes.....</b>	<b>18</b>
Referencias: .....	23



## Diseño de Componentes Sometidos a Cargas Variables

Los esfuerzos variables se clasifican en:

- Invertidos: Ciclos que van primero tensionan y luego comprimen.
- Repetidos: Ciclos que solo tensionan o comprimen, pero variando su intensidad, partiendo desde cero.
- Fluctuantes: Ciclos que solo tensionan o comprimen, variando su intensidad, pero no necesariamente partiendo desde cero.
- Alternantes: Ciclos que tensionan y comprimen, pero no siguiendo una secuencia.

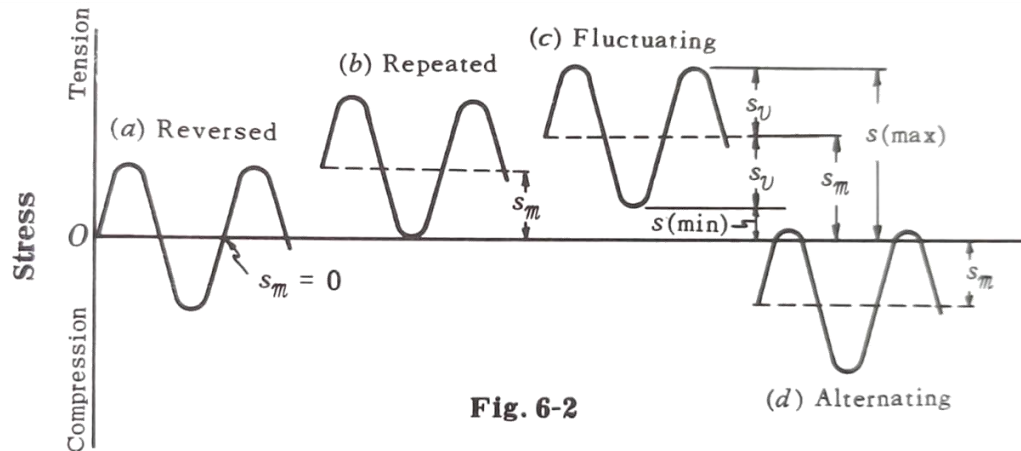

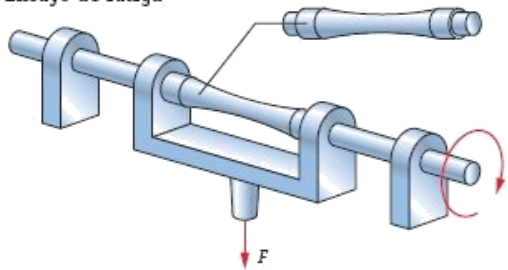


Fig. 6-2

<p><b>1. Ensayo de tracción</b></p>  <p>Consiste en estirar lentamente una probeta, de longitud y sección normalizadas, del material a analizar, hasta que se rompe. A continuación se analizan los alargamientos producidos a medida que aumenta la fuerza. Tensión de rotura: <math>\sigma_R = F_R/S</math>.  <math>F_R</math> = Fuerza de rotura; <math>S</math> = Sección de la probeta en <math>\text{cm}^2</math>.</p>	<p><b>2. Ensayo de fatiga</b></p>  <p>Consiste en hacer girar rápidamente una probeta normalizada del material a analizar, al mismo tiempo que se deforma (flexión) debido a la fuerza <math>F</math>.          Al número de revoluciones que ha girado antes de romperse se le llama <b>límite de fatiga</b>.</p>
---	--

## Fórmulas y Teoría de la Carga Dinámica

A continuación, se describen las fórmulas utilizadas para realizar el análisis mecánico con carga dinámica.

**Las fórmulas utilizadas son las siguientes, considerando que:**

$S_m$  = Esfuerzo Medio

$S_a = S_N$  = Esfuerzo Alternante o Variable

$R$  = Relación de esfuerzos

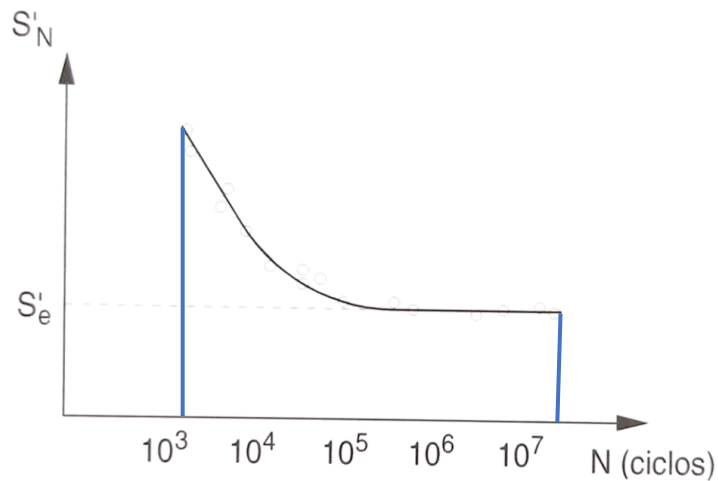
$$S_m = \frac{S_{\max} + S_{\min}}{2}$$

$$S_v = S_a = \frac{S_{m\acute{a}x} - S_{m\acute{i}n}}{2}$$

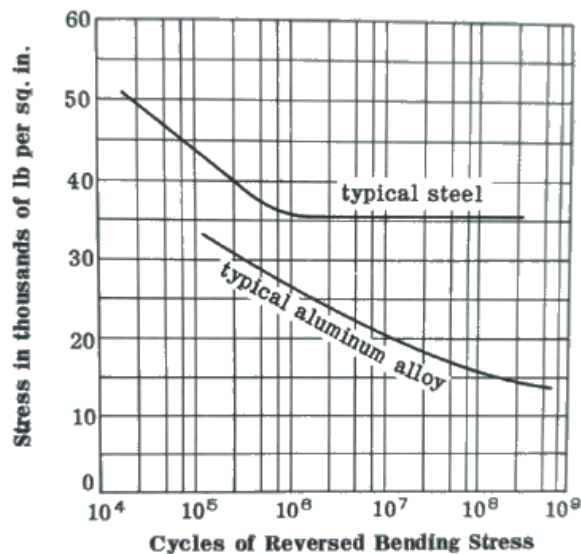
$$R = \frac{S_{m\acute{i}n}}{S_{m\acute{a}x}}$$

**Límite de Endurecimiento:** Después de realizar ensayos experimentales sobre probetas, es habitual representar los esfuerzos alternantes que han dado lugar al fallo por fatiga utilizando una gráfica que muestra el esfuerzo sentido por la pieza contra los ciclos de la carga dinámica:  $S_N$  vs  $N$  (vida en ciclos).

- a) **Esfuerzo causado por Fatiga:**  $S_N$  es el esfuerzo alternante que se representa en las gráficas de esfuerzo contra el ciclo de vida en ciclos ( $S_N$  vs  $N$ ), que origina el fallo por fatiga a  $N$  ciclos. Si se trata de un valor registrado para una probeta normalizada (probeta lisa de flexión rotativa), se designa por  $S'_N$ . El símbolo  $S_N$  se usa para el componente a diseñar.



Curva de flexión rotativa S-N ajustada a los puntos de fallo por fatiga de varias probetas, con límite de fatiga definido.



$S'_e$  = Límite de Fatiga para la Probeta.

$S_e$  = Límite de Fatiga para el Componente.

Dado el alto costo de un ensayo a fatiga para determinar  $S'_N$  vs  $N$ , se emplean las siguientes ecuaciones, donde las variables  $A$ ,  $B$ ,  $C$  y  $D$  son llamadas constantes de ajuste:

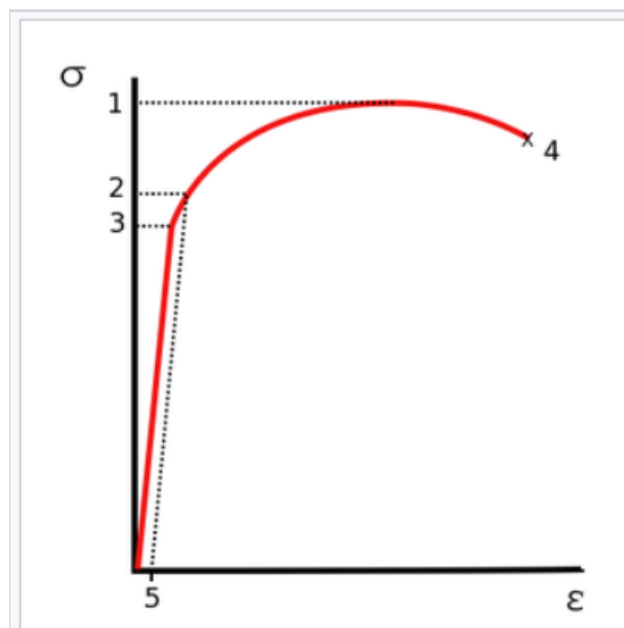
**Lineal-Logarítmica:**

$$S_a = C + D(\log N)$$

**Logarítmica-Logarítmica:**

$$S_a = A(N^B)$$

Para trazar el diagrama o figura  $S_N$  vs  $N$  se propone un número de ciclos que se cree que soportará la pieza con carga dinámica, tomando en cuenta el Esfuerzo de Máximo Rotura  $S_u$  del material:



Curva de Tensión vs. Deformación típica del aluminio.

1. Tensión de rotura
2. Límite elástico
3. Límite de proporcionalidad
4. Fractura
5. Deformación en el punto de límite elástico (típica 0.2%)

**Ciclo de Vida Bajo (Bajo Ciclaje de  $N = 1 \times 10^3$ ):**

$$S'_{10^3} = 0.9(S_u)$$

**Ciclo de Vida Alto (Alto Ciclaje de  $N = 1 \times 10^6$ ):**

$$S'_e = S'_{10^6} = 0.5(S_u); S_u \leq 1,400 \text{ [MPa]}$$

$$S'_e = S'_{10^6} = 700 \text{ [MPa]}; S_u > 1,400 \text{ [MPa]}$$

**Ciclo de Vida Intermedio (Ciclaje de entre  $N = 1 \times 10^3$  y  $N = 1 \times 10^6$ ):**

Lineal-Logarítmica:

$$S_a = C + D(\log N)$$

Logarítmica-Logarítmica:

$$S_a = A(N^B)$$

Se consideran ambos ciclos de vida bajo y alto, obteniendo de dicha manera un sistema de ecuaciones que al resolverse obtiene los valores de las constantes de ajuste (A, B, C y D) de la gráfica  $S_N$  vs  $N$  para la probeta.

## 1.- Gráficas de Ajuste de una Probeta - Esfuerzo Alternante VS. Ciclos de Vida: Cálculo Analítico:

Estimar la curva de  $S_N$  VS.  $N$  (Esfuerzo Alternante VS. Ciclos de Vida) para una **Probeta de acero** con límite de rotura (Esfuerzo Máximo de Rotura) de  $S_u = 792 \text{ MPa}$  ( $S_u \leq 1,400 \text{ MPa}$ ), suponiendo un a) Ajuste Lineal-Logarítmico y b) Ajuste Logarítmico-Logarítmico.

a) Ajuste Lineal-Logarítmico con Ciclo de Vida Intermedio en una Probeta:

**Determinamos los límites considerando un ciclo de vida bajo y alto:**

$$S'_{10^3} = 0.9(S_u) = 0.9(792 \text{ [MPa]}) = 712.8 \text{ [MPa]}; \text{Ciclo de Vida Bajo}$$

$$S'_e = S'_{10^6} = 0.5(S_u); S_u \leq 1,400 \text{ [MPa]} = 0.5(792 \text{ [MPa]}) = 396 \text{ [MPa]}; \text{Ciclo de Vida Alto}$$

**Lineal-Logarítmica Para  $10^3$  ciclos:**

$$S_a = C + D(\log N)$$

$$712.8 = C + D(\log(1 \times 10^3))$$

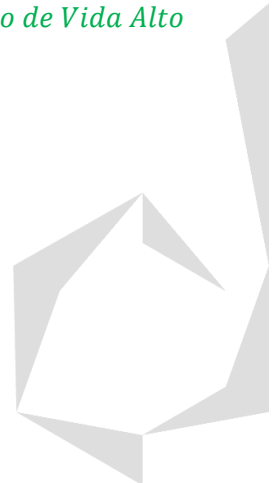
$$712.8 = C + 3D$$

**Lineal-Logarítmica Para  $10^6$  ciclos:**

$$S_a = C + D(\log N)$$

$$396 = C + D(\log(1 \times 10^6))$$

$$396 = C + 6D$$



**Resolviendo el sistema de ecuaciones obtenido para obtener el ciclo de vida intermedio:**

$$712.8 = C + 3D$$

$$396 = C + 6D$$

$$C = 1029.6; D = -105.6$$

$$S'_N = 1029.6 + (-105.6)(\log N)$$

$$S'_N = 1029.6 - 105.6(\log N)$$

b) Ajuste Logarítmico-Logarítmico con Ciclo de Vida Intermedio en una Probeta:

**Determinamos los límites considerando un ciclo de vida bajo y alto:**

$$S'_{10^3} = 0.9(S_u) = 0.9(792 \text{ [MPa]}) = 712.8 \text{ [MPa]}; \text{Ciclo de Vida Bajo}$$

$$S'_e = S'_{10^6} = 0.5(S_u); S_u \leq 1,400 \text{ [MPa]} = 0.5(792 \text{ [MPa]}) = 396 \text{ [MPa]}; \text{Ciclo de Vida Alto}$$

**Logarítmica-Logarítmica Para  $10^3$  ciclos:**

$$S_a = A(N^B)$$

$$712.8 = A((1 \times 10^3)^B) = AX10^{3B}$$

$$A = \frac{712.8}{1 \times 10^{3B}}$$

**Logarítmica-Logarítmica Para  $10^6$  ciclos:**

$$S_a = A(N^B)$$

$$396 = A((1 \times 10^6)^B) = AX10^{6B}$$

$$396 = \frac{712.8}{1 \times 10^{3B}} (1 \times 10^{6B}) = \frac{712.8(1 \times 10^{6B})}{1 \times 10^{3B}} = 712.8(1 \times 10^{(6B-3B)}); \log(1 \times 10^{3B}) = \log\left(\frac{396}{712.8}\right)$$

$$\log_{10}(10^{3B}) = \log\left(\frac{396}{712.8}\right); 3B(\log_{10}(10)) = \log\left(\frac{396}{712.8}\right); 3B(1) = \log\left(\frac{396}{712.8}\right); B = \frac{\log\left(\frac{396}{712.8}\right)}{3}$$

**Resolviendo el sistema de ecuaciones obtenido para obtener el ciclo de vida intermedio:**

$$B = \frac{\log\left(\frac{396}{712.8}\right)}{3} = \frac{\log(396) - \log(712.8)}{3} = -0.08509$$

$$A = \frac{712.8}{1 \times 10^{3B}} = \frac{712.8}{1 \times 10^{3(-0.08509)}} = \frac{712.8}{1 \times 10^{(-0.25527)}} = 1283.0325$$

$$A = 1283.04; B = -0.0851$$

$$S'_N = A(N^B)$$

$$S'_N = 1283.04(N^{-0.0851})$$

$$S'_N = 1283.04(N^{-0.0851})$$

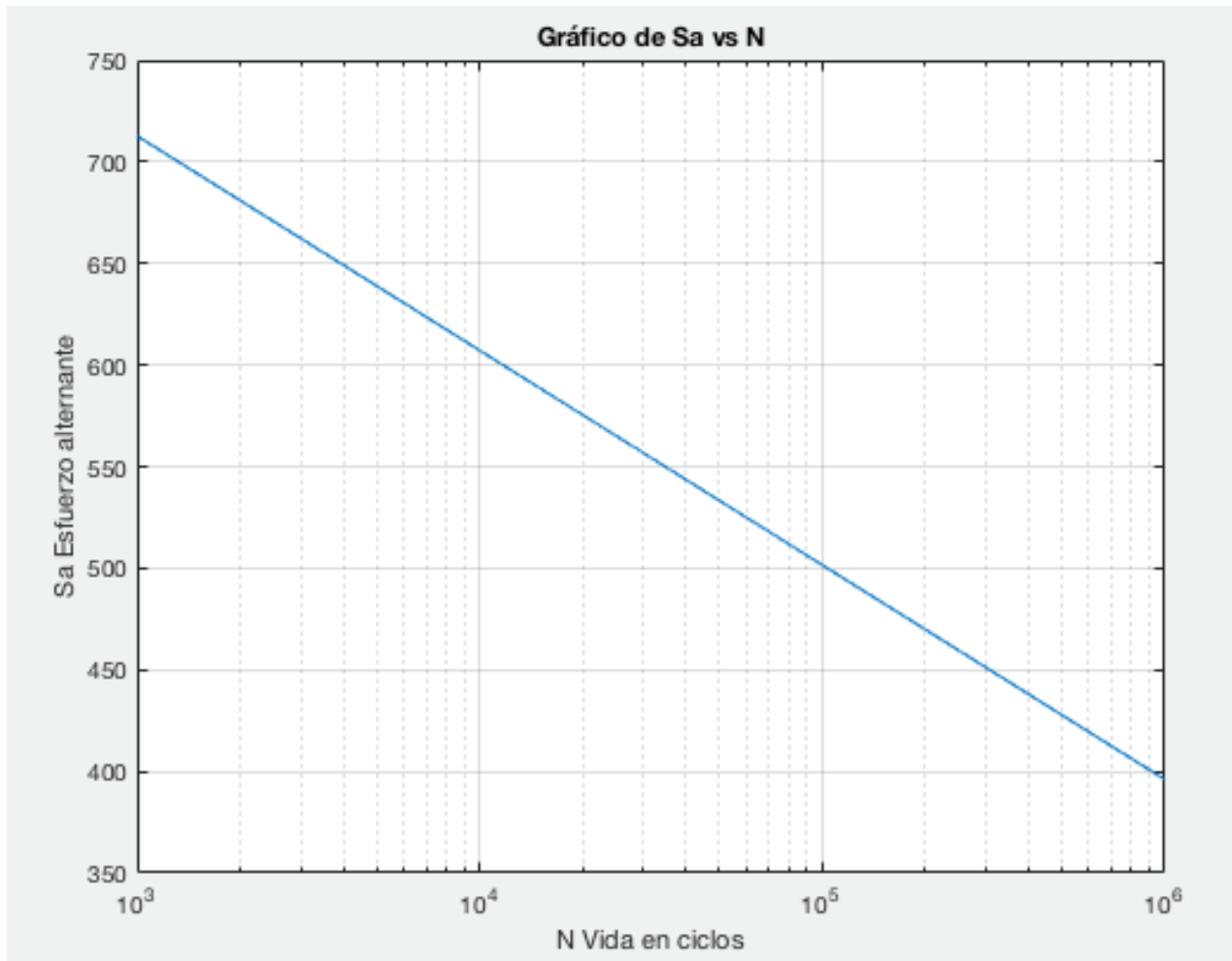
## Simulación Matlab:

a) Gráfica  $S_N$  VS.  $N$  Ajuste Lineal-Logarítmico Vida Intermedia en una Probeta:

En Matlab tenemos que la gráfica de la carga dinámica para vida intermedia  $10^3$  a  $10^6$  con el ajuste Lineal-Logarítmico que usa la siguiente ecuación de descripción será:

$$S'_N = 1029.6 - 105.6(\log N)$$

```
>> N = 1e3:10:1e6;
>> Sa = 1029.6-105.6*log10(N);
>> semilogx(N,Sa)
>> grid on
>> xlabel('N Vida en ciclos')
>> ylabel('Sa Esfuerzo alternante')
>> title('Gráfico de Sa vs N')
```



b) Gráfica  $S_N$  VS.  $N$  Ajuste Logarítmico-Logarítmico Vida Intermedia en una Probeta:

En Matlab tenemos que la gráfica de la carga dinámica para vida intermedia  $10^3$  a  $10^6$  con el ajuste Lineal-Logarítmico que usa la siguiente ecuación de descripción será:

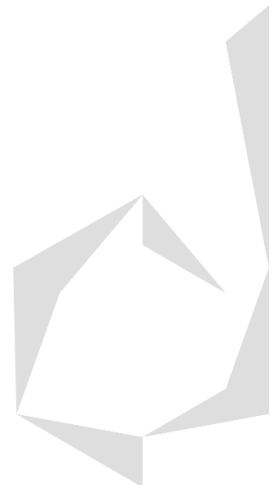
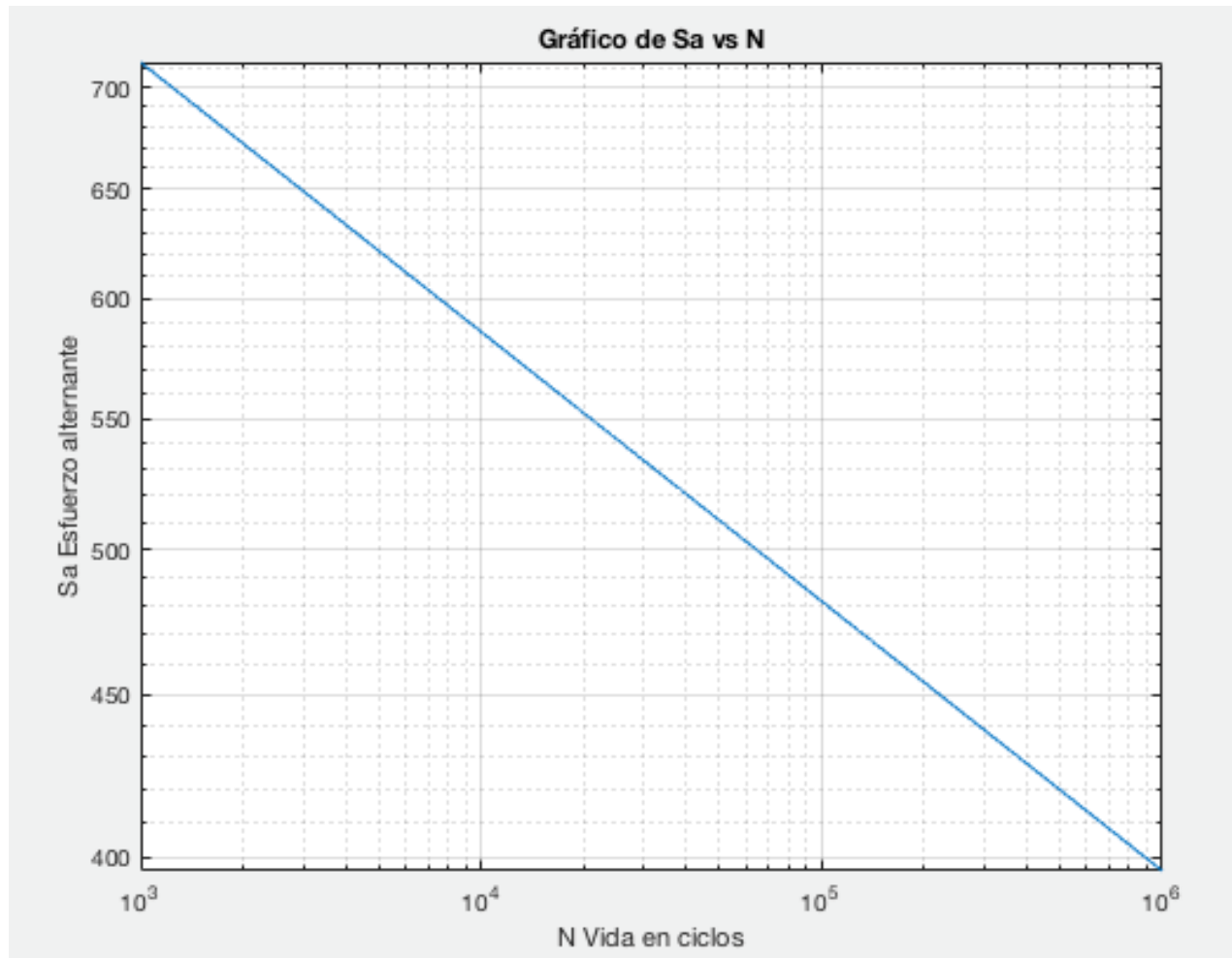
$$S'_N = 1283.04(N^{-0.0851})$$

```
>> N=1e3:10:1e6;
>> Sa=1283.04*N.^-0.0851;
>> loglog(N,Sa)
>> grid on
```



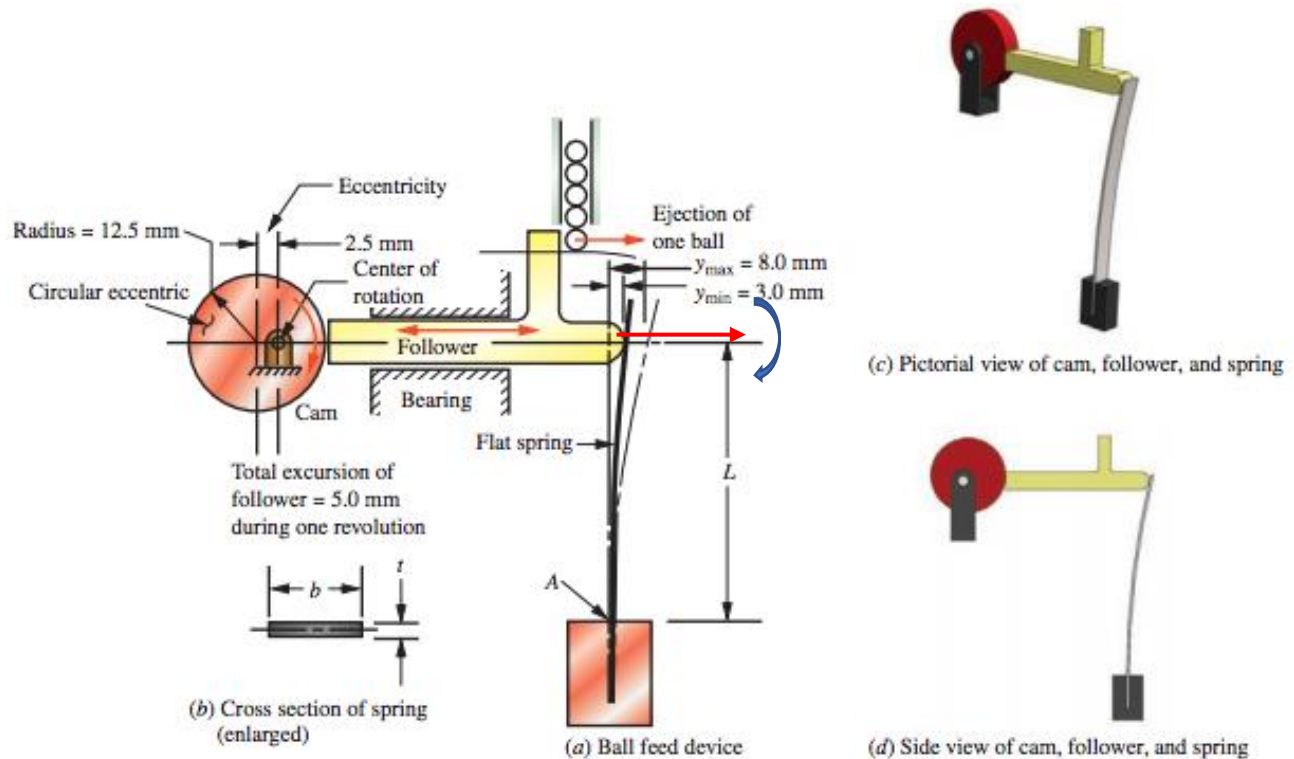


```
>> xlabel('N Vida en ciclos')
>> ylabel('Sa Esfuerzo alternante')
>> title('Gráfico de Sa vs N')
```



## 2.- Esfuerzo Máximo, Mínimo, Medio ( $S_m$ ) y Alternante ( $S_a$ o $S_N$ ):

Para el resorte plano de acero que se muestra en la figura de abajo, calcule el esfuerzo máximo, el esfuerzo mínimo, el esfuerzo medio y el esfuerzo alternante. Calcule también la relación de tensiones,  $R$ . La longitud  $L$  es de 65 mm. Las dimensiones de la sección transversal del resorte son  $t = 0.80$  mm y  $b = 6.0$  mm, mientras que el material es de acero inoxidable con una constante de elasticidad de  $E = 207$  GPa.



### Cálculo Analítico:

Primero se calcula la deflexión de una viga en cantiléver considerando la distancia mínima y máxima de elongación del resorte que restringe su movimiento ( $y_{min} = 3$  [mm] y  $y_{max} = 8$  [mm]):  
 $F$  = Carga en la Viga;  $F_{max}$  = Carga Máxima en la Viga;  $F_{min}$  = Carga Mínima en la Viga;  $L$  = Longitud de la Viga;  $I_{zz}$  = Momento de Inercia de la Sección Transversal.

$E$  = Constante de Rigidez del Material;  $1$  [GPa] =  $1000 \left[ \frac{N}{mm^2} \right] = 1 \times 10^9 \left[ \frac{N}{m^2} \right] = 1 \times 10^9$  [Pa]

$$\text{Deflexión Viga Cantiléver} = y = \frac{F(L^3)}{3(E)I_{zz}}$$

$$F_{VigaCantiléver} = \frac{3(E)I_{zz}(y)}{L^3}; F_{max} = \frac{3(E)I_{zz}(y_{max})}{L^3}; F_{min} = \frac{3(E)I_{zz}(y_{min})}{L^3}$$

$$\text{Momento de Inercia de un Rectángulo} = I_{zz} = \frac{\text{ancho}(\text{alto})^3}{12}$$

$M_{max}$  = Momento de Flexión Máximo;  $M_{min}$  = Momento de Flexión Mínimo;  $S_{max}$  = Esfuerzo Máximo;  $S_{min}$  = Esfuerzo Mínimo.

c = Distancia entre el centroide del Área de Sección Transversal y su Extremo Superior o Inferior.

$$\text{Esfuerzo de Flexión Máximo} = S_{\text{máx}} = \frac{M_{\text{max}}(c)}{I_{zz}} = \frac{F_{\text{max}}(L)c}{I_{zz}}$$

$$\text{Esfuerzo de Flexión Mínimo} = S_{\text{min}} = \frac{M_{\text{min}}(c)}{I_{zz}} = \frac{F_{\text{min}}(L)c}{I_{zz}}$$

$$R = \frac{S_{\text{min}}}{S_{\text{máx}}}$$

$$I_{zz} = \frac{b(t^3)}{12} = \frac{(6 \text{ [mm]})(0.8 \text{ [mm]})^3}{12} = 0.256 \text{ [mm}^4\text{]}$$

$$F_{\text{min}} = \frac{3(E)I_{zz}(y_{\text{min}})}{L^3} = \frac{3 \left( 207 \times 10^3 \left[ \frac{\text{N}}{\text{mm}^2} \right] \right) 0.256 \text{ [mm}^4\text{]} (3 \text{ [mm]})}{(65 \text{ [mm]})^3} = 1.7366 \text{ [N]} = 1.74 \text{ [N]}$$

$$F_{\text{max}} = \frac{3(E)I_{zz}(y_{\text{max}})}{L^3} = \frac{3 \left( 207 \times 10^3 \left[ \frac{\text{N}}{\text{mm}^2} \right] \right) 0.256 \text{ [mm}^4\text{]} (8 \text{ [mm]})}{(65 \text{ [mm]})^3} = 4.631 \text{ [N]} = 4.63 \text{ [N]}$$

$$S_{\text{min}} = \frac{M_{\text{min}}c}{I_{zz}} = \frac{F_{\text{min}}(L) \left( \frac{t}{2} \right)}{I_{zz}} = \frac{-(-1.74 \text{ [N]})(65 \text{ [mm]}) \left( \frac{0.8 \text{ [mm]}}{2} \right)}{0.256 \text{ [mm}^4\text{]}} = 176.718 \text{ [MPa]}$$

$$S_{\text{máx}} = \frac{M_{\text{máx}}c}{I_{zz}} = \frac{F_{\text{max}}(L) \left( \frac{t}{2} \right)}{I_{zz}} = \frac{-(-4.63 \text{ [N]})(65 \text{ [mm]}) \left( \frac{0.8 \text{ [mm]}}{2} \right)}{0.256 \text{ [mm}^4\text{]}} = 470.23 \text{ [MPa]}$$

$$S_m = \frac{S_{\text{máx}} + S_{\text{min}}}{2} = \frac{470.23 + 176.718}{2} = 323.47 \text{ [MPa]}$$

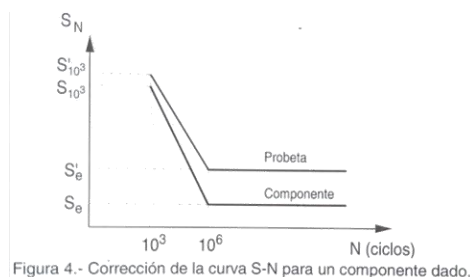
$$S_a = \frac{S_{\text{máx}} - S_{\text{min}}}{2} = \frac{470.23 - 176.718}{2} = 146.75 \text{ [MPa]}$$

$$R = \frac{S_{\text{min}}}{S_{\text{máx}}} = \frac{176.718}{470.23} = 0.3758$$

## Teoría de Corrección de la Curva $S_N$ vs. N para el Diseño de Componentes

Se necesita corregir las curvas de una probeta para diseñar un componente que resiste una carga dinámica. La modificación de la curva disponible para la probeta se efectúa tomando en cuenta distintos y muy variados aspectos concretos del componente, como son: acabado superficial, tamaño, tipo de carga, concentradores de esfuerzos, temperatura, etc.

Por lo general, la inclusión de estos aspectos da lugar a una disminución de los valores de la resistencia a la fatiga.



Por lo tanto, las fórmulas aplicadas para la corrección de la curva de esfuerzo alternante contra el ciclo de vida aplicada a probetas para poder utilizarla en el diseño de piezas que soportan cargas dinámicas son las siguientes, donde los esfuerzos que llevan la comilla se refieren al esfuerzo de la probeta ( $S'$ ) y los esfuerzos que no la llevan se refieren al esfuerzo de la pieza ( $S$ ):

**Ciclo de Vida Bajo (Bajo Ciclaje de  $N = 1 \times 10^3$ ):**

$$S'_{10^3} = 0.9(S_u)$$

$$S_{10^3} = \frac{ka(kb)kc(kd)ke(S'_{10^3})}{kf}$$

**Ciclo de Vida Alto (Alto Ciclaje de  $N = 1 \times 10^6$ ):**

$$S'_e = S'_{10^6} = 0.5(S_u); S_u \leq 1,400 [MPa]$$

$$S'_e = S'_{10^6} = 700 [MPa]; S_u > 1,400 [MPa]$$

$$S_{10^6} = \frac{ka(kb)kc(kd)ke(S'_{10^6})}{kf} = \frac{ka(kb)kc(kd)ke(S'_e)}{kf}$$

*El factor de superficie  $ka$  tiene en cuenta la calidad del acabado superficial:*

$$ka = \text{factor de superficie} = a(S_u)^b$$

Tabla 1.- Definición del factor de acabado superficial para aceros.

ACABADO SUPERFICIAL	Factor a (MPa)	Exponente b
Rectificado	1.58	-0.085
Mecanizado o laminado en frío	4.51	-0.265
Laminado en caliente	57.70	-0.718
Forjado	272.00	-0.995

**Excepciones:**

- Para  $N = 10^3$  ciclos, tómese  $k_a = 1$ .
- Para fundición gris, tómese  $k_a = 1$ , tanto para vidas altas como para vidas bajas.

*El factor de tamaño  $kb$  tiene en cuenta el tamaño del componente bajo condiciones de flexión y/o torsión. Las fórmulas descritas a continuación se utilizan considerando que la pieza que resistirá la carga dinámica es de sección transversal circular:*

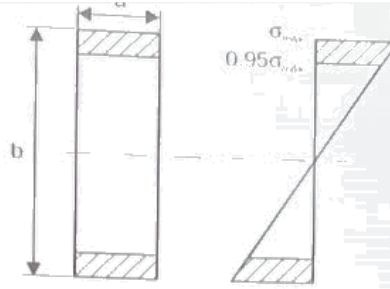
$$kb = \text{factor de tamaño} = \left(\frac{d}{7.62}\right)^{-0.1133}; 2.79 [mm] \leq d \leq 51 [mm]$$

$$0.6 < kb < 0.75; d > 51 [mm]$$

Cuando una sección circular no está sometida a flexión rotativa o no se utiliza una sección circular, es posible aplicar la ecuación anterior considerando una dimensión efectiva o diámetro equivalente  $d_e$ . Para obtener esta  $d_e$  se iguala el área de material sometido a una tensión igual o superior al 95% de la máxima tensión en la sección estudiada al correspondiente de una sección circular sometida a flexión rotativa cuya tensión máxima sea igual a la de la pieza.

**Excepciones:**

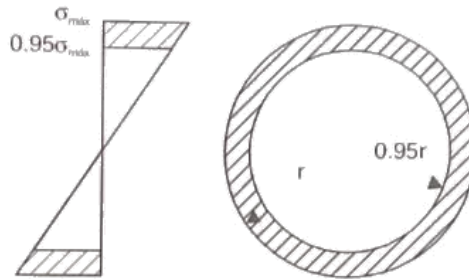
- Para  $N = 10^3$  ciclos, tómese  $k_b = 1$ .
- Para carga axial, tómese  $k_b = 1$ , tanto para vidas altas como para vidas bajas.



Por lo tanto el área de esta sección sometida a más del 95% de  $\sigma_{m\acute{a}x}$  es:

$$A_{>95\%} = 0.05 a b$$

Para hallar el diámetro equivalente de esta sección rectangular, ésta ha de asimilarse a una sección circular sometida a flexión rotativa cuya tensión máxima sea también  $\sigma_{m\acute{a}x}$ . En una sección circular sometida a flexión rotativa, el área sometida a tensiones mayores del 95% de la máxima forma una corona circular como se muestra en la figura:



El área de dicha corona es:

$$A_{corona} = \pi (r^2 - (0.95 r)^2) = 0.0975 \pi r^2$$

Por tanto, para hallar el diámetro equivalente únicamente han de igualarse ambas áreas:

$$A_{>95\%} = A_{corona} \rightarrow 0.05 a b = 0.0975 \pi r^2$$

Despejando el valor de  $r$  se obtiene:

$$r = 0.404 \sqrt{ab}$$

y por tanto el valor del diámetro equivalente es:

$$d_e = 0.808 \sqrt{ab}$$

que para las dimensiones de la sección resulta  $d_e = 13.99$  mm. Finalmente, el factor de tamaño del componente es:

$$k_b = \left( \frac{d_e}{7.62} \right)^{-0.1133} = 0.93$$

*La fórmula descrita a continuación para el factor de tamaño  $k_b$  se utiliza considerando que la pieza que resistirá la carga dinámica NO es de sección transversal circular, sino de sección transversal rectangular, donde se utiliza la variable "de" que representa el diámetro equivalente:*

$$de = \text{Sección transversal rectangular} = 0.808 \sqrt{ab}$$

$$k_b = \left( \frac{de}{7.62} \right)^{-0.1133}$$

*El factor de tipo de carga  $k_c$  adopta distintos valores dependiendo del tipo de carga dinámica que esté soportando la pieza mecánica:*

**$k_c = \text{factor de tipo de carga}$**

Tiene en cuenta el tipo de carga y viene dado por:

$$k_c = \begin{cases} 0.923 & \text{Carga axial } S_u \leq 1520 \text{ MPa} \\ 1 & \text{Carga axial } S_u > 1520 \text{ MPa} \\ 1 & \text{Flexión} \\ 0.577 & \text{Torsión y cortante} \end{cases}$$

*El factor de temperatura  $k_d$  toma en cuenta la temperatura de operación del componente:*

**$k_d = \text{factor de temperatura}$**

Tabla 2.- Efecto de la temperatura en el límite de fatiga de aceros. Factor  $k_d$

T °C	$k_d$	T °C	$k_d$
20	1.000	300	0.975
50	1.010	350	0.927
100	1.020	400	0.922
150	1.025	450	0.840
200	1.020	500	0.766
250	1.000	550	0.670
		600	0.546

*El factor de otras influencias  $k_e$  toma en cuenta otros factores que modifican el límite de fatiga como lo son el grado de confiabilidad, que puede ser modificado para obtener un factor de corrección que entregue un cálculo más certero después de haber realizado pruebas de esfuerzos con la carga dinámica ya habiendo sido aplicada al elemento mecánico:*

**$k_e = \text{factor de otras influencias}$**

Otros factores que modifican el límite de fatiga son el grado de confiabilidad deseado y los tratamientos superficiales (tensiones residuales de compresión, *shot-penning*, etc.). La siguiente tabla cuantifica el factor  $k_e$  según la confiabilidad deseada.

Tabla 3.- Factor de corrección del límite de fatiga por confiabilidad.

Confiabilidad	Factor de corrección
0.5	1.000
0.9	0.897
0.95	0.868
0.99	0.814
0.999	0.753

*El factor de reducción del límite de fatiga por entalla  $k_f$  tiene en cuenta el esfuerzo de los concentradores de esfuerzo de la pieza, si es que hay alguno:*

**$k_f$  = factor de reducción del límite de fatiga por entalla**

*Entalla  $q$  del Concentrador de Esfuerzo:*

$\rho$  = Radio de Curvatura de la Entalla, perteneciente al Concentrador de Esfuerzo.

$\alpha$  = Constante del Material.

$q$  = Entalla.

$k_t$  = Factor de Concentración de Esfuerzo.

$$q = \frac{1}{1 + \frac{\alpha}{\rho}}$$

*Concentrador de Esfuerzo Real Causado por la Carga Dinámica:*

$$k_f = 1 + q(k_t - 1)$$

Tiene en cuenta el efecto de la elevación local de tensiones en las denominadas entallas o concentradores de tensiones (agujeros, cambios de sección, chaveteros, etc.), ya que favorecen la iniciación de grietas. Se calcula como:

$$k_t = 1 + q(k_t - 1)$$

donde  $k_t$  es el factor de concentración de tensiones y  $q$  es el factor de sensibilidad a la entalla. El factor de concentración de tensiones  $k_t$  se define como:

$$k_t = \sigma / \sigma^{nom}$$

Es decir, es la relación entre la tensión local  $\sigma$  presente en la entalla y la tensión nominal  $\sigma^{nom}$  aplicada genéricamente al componente. Su valor depende de la geometría y tipo de entalla y se puede encontrar en la literatura apropiada.

El factor de sensibilidad a la entalla  $q$  se calcula como:

$$q = \frac{1}{1 + \frac{\alpha}{\rho}}$$

Ecuación 2.7

donde  $\rho$  es el radio de curvatura de la entalla y  $\alpha$  es una constante de material con dimensiones de longitud, siendo algunos valores típicos en el caso de carga axial y/o flexión los siguientes:

$\alpha = 0.510 \text{ mm}$  (aleaciones de aluminio)

$\alpha = 0.250 \text{ mm}$  (aceros de bajo contenido en carbono recocidos o normalizados)

$\alpha = 0.064 \text{ mm}$  (aceros templados y revenidos)

Ecuación 2.8

Una estimación más específica de  $\alpha$  utilizada para aceros de alta resistencia relativa es

$$\alpha = 0.025 \cdot \left( \frac{2070 \cdot \text{MPa}}{S_u} \right) \cdot \text{mm} \quad (S_u \geq 550 \cdot \text{MPa})$$

Ecuación 2.9

**Excepciones:**

- Para carga de torsión, redúzcase el valor anterior de  $\alpha$  multiplicando por 0.6.
- Si el material es dúctil, tómese  $k_t = 1$  para vidas bajas ( $N = 10^3$ ).



### En conclusión:

Para la corrección a  $10^6$  ciclos se utiliza la expresión:

$$S_e = k_a k_b k_c k_d k_e S'_e / k_f$$

Para la corrección a  $10^3$  ciclos se utiliza la expresión:

$$S_{10}^3 = k_a k_b k_c k_d k_e S'_{10}^3 / k_f$$

donde:

$S_e$  = Límite de fatiga del punto del componente

$S'_e$  = Límite de fatiga de la probeta

$S_{10}^3$  = Tensión de fatiga del componente a  $10^3$  ciclos

$S'_{10}^3$  = Tensión de fatiga de la probeta a  $10^3$  ciclos

$k_a$  = Factor de superficie

$k_b$  = Factor de tamaño

$k_c$  = Factor de tipo de carga

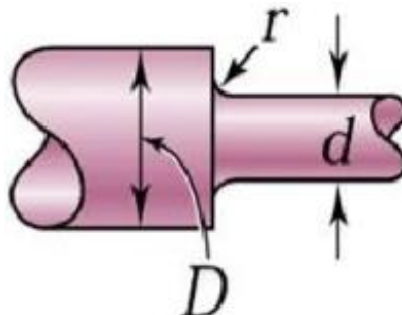
$k_d$  = Factor de temperatura

$k_e$  = Factor de otras influencias

$k_f$  = Factor de reducción del límite de fatiga por entalla

### 3.- Gráfica $S_a$ VS. N de Piezas Mecánicas Considerando una Carga Dinámica:

Estime la resistencia por durabilidad real de un componente de acero AISI 1050 (al bajo carbono trabajado en frío) cold-drawn cuando se utiliza en un eje o flecha sujeta a flexión rotativa solamente. Además, determine la curva para el componente (flecha) con respecto a la probeta del mismo material. Temperatura de operación  $250^\circ\text{C}$ , radio de entalla  $\rho = r = 3\text{ mm}$ . Relación de diámetros  $D/d = 1.2$ , relación de entalla y diámetro menor  $r/d = 0.15$ .





a) Cálculo Analítico: Ajuste Lineal-Logarítmico Ciclo de Vida Intermedio Componente:

**El Acero AISI 1050 Cold Drawn tiene un Esfuerzo de Máximo Rotura de:**

$$S_u = 100 \text{ [ksi]} = 689.4649 \text{ [MPa]}$$

$$1 \text{ [ksi]} = 1 \times 10^3 \text{ [psi]}; 1 \text{ [psi]} = 1 \left[ \frac{\text{lb}}{\text{in}^2} \right]; 1 \times 10^9 \left[ \frac{\text{N}}{\text{m}^2} \right] = 1 \times 10^9 \text{ [Pa]} = 1 \text{ [GPa]}; 1 \left[ \frac{\text{N}}{\text{mm}^2} \right] = 1 \text{ [MPa]} = 1 \times 10^6 \text{ [Pa]}$$

$$\text{Factor de Conversión: } \frac{1 \text{ [ksi]}}{1 \text{ [MPa]}} = 6.8946; \frac{1 \text{ [ksi]}}{6.8946 \text{ [MPa]}} = 1; \frac{1 \text{ [MPa]}}{1 \text{ [ksi]}} = 0.14504; \frac{1 \text{ [MPa]}}{0.14504 \text{ [ksi]}} = 1$$

**Determinamos los factores para el Componente un ciclo de vida bajo ( $N = 10^3$  ciclos):**

$k_a$  = factor de superficie = 1; Siempre para  $N = 10^3$  ciclos,  $k_a = 1$

$k_b$  = factor de tamaño = 1; Siempre para  $N = 10^3$  ciclos,  $k_b = 1$

$k_c$  = factor de tipo de carga = 1; Tipo de Carga = Flexión,  $k_c = 1$

$k_d$  = factor de temperatura = 1; Temperatura de Operación = 250°C,  $k_d = 1$

$k_e$  = factor de otras influencias = 0.814; Confiabilidad = 0.99 = 99%,  $k_e = 0.814$

$k_f$  = factor de reducción del límite por fatiga de entalla = 1; Siempre para  $N = 10^3$  ciclos,  $k_f = 1$

**Determinamos el límite de fatiga de la probeta y pieza considerando un ciclo de vida bajo:**

$$S'_{10^3} = 0.9(S_u) = 0.9(100 \text{ [ksi]}) = 90 \text{ [ksi]}$$

$$S_{10^3} = \frac{k_a(k_b)k_c(k_d)k_e(S'_{10^3})}{k_f} = \frac{1(1)1(1)0.814(90)}{1} = 73.26 \text{ [ksi]}$$

**Determinamos los factores para el Componente un ciclo de vida alto ( $N = 10^6$  ciclos):**

$$k_a = \text{factor de superficie} = a(S_u)^b = 4.51(689.4649 \text{ [MPa]})^{-0.265} = 0.7979;$$

AISI 1050 Mecanizado, trabajado o laminado en frío,  $a = 4.51$ ;  $b = -0.265$

$$k_b = \text{factor de tamaño} = \left( \frac{d}{7.62} \right)^{-0.1133} = \left( \frac{20 \text{ [mm]}}{7.62} \right)^{-0.1133} = 0.8964;$$

$$d = 20 \text{ [mm]} \therefore 2.79 \text{ [mm]} \leq d \leq 51 \text{ [mm]}, \quad k_b = \left( \frac{d}{7.62} \right)^{-0.1133}$$

$k_c$  = factor de tipo de carga = 1; Tipo de Carga = Flexión,  $k_c = 1$

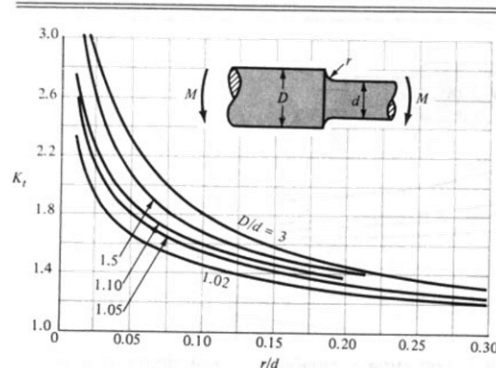
$k_d$  = factor de temperatura = 1; Temperatura de Operación = 250°C,  $k_d = 1$

$k_e$  = factor de otras influencias = 0.814; Confiabilidad = 0.99 = 99%,  $k_e = 0.814$

$k_f$  = factor de reducción del límite por fatiga de entalla; Concentrador de Esfuerzo

TABLA A-15

Diagramas de factores de concentración de esfuerzo teórico  $K_t$  (Cont.)



$$r = 3 \text{ [mm]}; d = 20 \text{ [mm]}; D = 24 \text{ [mm]}; = \frac{D}{d} = 1.2; \frac{r}{d} = 0.15 \therefore kt = 1.4682$$

*AISI 1050 de bajo contenido en carbono recocido o normalizado;  $\alpha = 0.250$*

$$q = \frac{1}{1 + \frac{\alpha}{\rho}} = \frac{1}{1 + \frac{0.250}{3 \text{ [mm]}}} = 0.9230$$

$$k_f = 1 + q(k_t - 1) = 1 + 0.9230(1.4682 - 1) = 1.4321$$

**Determinamos el límite de fatiga de la probeta y pieza considerando un ciclo de vida alto:**

$$S'_e = S'_{10^6} = 0.5(S_u); S_u \leq 1,400 \text{ [MPa]} (201.6 \text{ [ksi]}) = 0.5(100 \text{ [ksi]}) = 50 \text{ [ksi]}$$

$$S_e = S_{10^6} = \frac{ka(kb)kc(kd)ke(S'_e)}{k_f} = \frac{0.7979(0.8964)1(1)0.814(50)}{1.4321} = 20.3269 \text{ [ksi]}$$

**Probeta:**

**Lineal-Logarítmica Para  $10^3$  ciclos:**

$$S_a = S'_{10^3} = C + D(\log N)$$

$$90 \text{ [ksi]} = C + D(\log(1 \times 10^3))$$

$$90 = C + 3D$$

**Lineal-Logarítmica Para  $10^6$  ciclos:**

$$S_a = S'_{10^6} = C + D(\log N)$$

$$50 \text{ [ksi]} = C + D(\log(1 \times 10^6))$$

$$50 = C + 6D$$

**Resolviendo el sistema de ecuaciones obtenido para obtener el ciclo de vida intermedio:**

$$C = 130; \quad D = -13.333$$

$$S'_{NP} = 130 + (-13.333)(\log N)$$

$$S'_{NP} = 130 - 13.333(\log N)$$

**Componente:**

**Lineal-Logarítmica Para  $10^3$  ciclos:**

$$S_a = S_{10^3} = C + D(\log N)$$

$$73.26 \text{ [ksi]} = C + D(\log(1 \times 10^3))$$

$$73.26 = C + 3D$$

**Lineal-Logarítmica Para  $10^6$  ciclos:**

$$S_a = S_{10^6} = C + D(\log N)$$

$$20.3269 \text{ [ksi]} = C + D(\log(1 \times 10^6))$$

$$20.288 = C + 6D$$

**Resolviendo el sistema de ecuaciones obtenido para obtener el ciclo de vida intermedio:**

$$C = 126.1931; \quad D = -17.6443$$

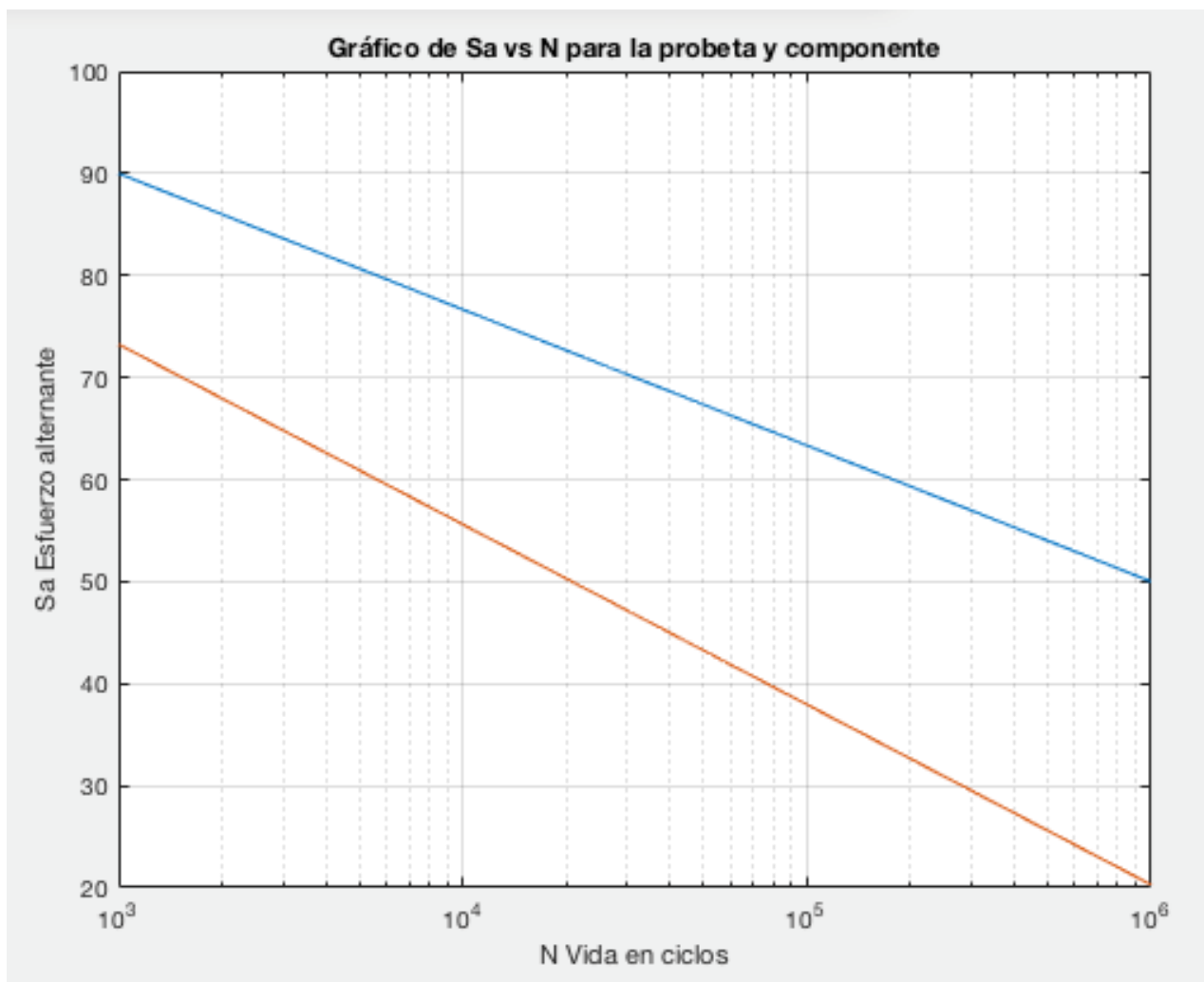
$$S'_{NC} = 126.1931 + (-17.6443)(\log N)$$

$$S'_{NC} = 126.1931 - 17.6443(\log N)$$



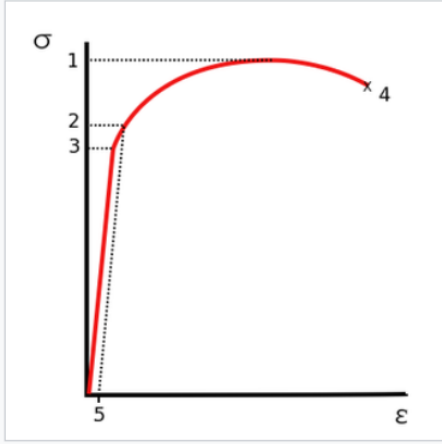
b) Simulación Matlab: Ajuste Lineal-Logarítmico Ciclo de Vida Intermedio Componente:  
En Matlab tenemos que la gráfica para vida intermedia  $10^3$  a  $10^6$  será:

```
>> N=1e3:10:1e6;  
>> Snp=130-13.333*log10(N);  
>> Snc=126.1931-17.6443*log10(N);  
>> semilogx(N,Snp)  
>> hold on;  
>> semilogx(N,Snc)  
>> grid on  
>> xlabel('N Vida en ciclos')  
>> ylabel('Sa Esfuerzo alternante')  
>> title('Gráfico de Sa vs N para la probeta y componente')
```



### Tabla de Fórmulas de Gráfica $S_a$ VS. N aplicadas a Probetas y Componentes

A continuación, se describen las fórmulas utilizadas para realizar el análisis mecánico con carga dinámica de forma simplificada en una tabla.

Carga Dinámica en una <b>Probeta</b>	Carga Dinámica en un <b>Componente</b>
$S_m$ = Esfuerzo Medio; $S_{max}$ = Esfuerzo Máximo; $S_{min}$ = Esfuerzo Mínimo $S_a = S_N$ = Esfuerzo Alternante o Variable. $R$ = Relación de esfuerzos.	
$S_m = \frac{S_{m\acute{a}x} + S_{m\acute{i}n}}{2}$	
$S_N = S_a = \frac{S_{m\acute{a}x} - S_{m\acute{i}n}}{2}$	
$R = \frac{S_{m\acute{i}n}}{S_{m\acute{a}x}}$	
Gráfica de Esfuerzo Alternante ( $S_a$ ) VS. Número de Ciclos (N)	
N = Número de Ciclos.	
Ajuste Lineal-Logarítmico de la Gráfica $S_N$ (Esfuerzo Alternante) VS. N (# de Ciclos)	
$S_a = C + D(\log N)$	
Ajuste Logarítmico-Logarítmico de la Gráfica $S_N$ (Esfuerzo Alternante) VS. N (# de Ciclos)	
$S_a = A(N^B)$	
$S_u$ = Esfuerzo de Máximo Rotura.	
<div style="text-align: center;">  </div> <div> <p>Curva de Tensión vs. Deformación típica del aluminio.</p> <ol style="list-style-type: none"> <li>1. Tensión de rotura</li> <li>2. Límite elástico</li> <li>3. Límite de proporcionalidad</li> <li>4. Fractura</li> <li>5. Deformación en el punto de límite elástico (típica 0.2%)</li> </ol> </div>	
$S'_e$ = Límite de Fatiga para la <b>Probeta</b> .	$S_e$ = Límite de Fatiga para el <b>Componente</b> .
Ciclo de Vida Bajo (Bajo Ciclaje de $N = 1 \times 10^3$ ):	Ciclo de Vida Bajo (Bajo Ciclaje de $N = 1 \times 10^3$ ):
$S'_{10^3} = 0.9(S_u)$	$S_{10^3} = \frac{ka(kb)kc(kd)ke(S'_{10^3})}{kf}$

<p><b>Ciclo de Vida Alto (Alto Ciclaje de N = 1X10<sup>6</sup>):</b></p> <p><b>S'<sub>e</sub> = S'<sub>10<sup>6</sup></sub> = 0.5(S<sub>u</sub>); S<sub>u</sub> ≤ 1,400 [MPa]</b></p> <p><b>S'<sub>e</sub> = 700 [MPa]; S<sub>u</sub> &gt; 1,400 [MPa]</b></p> <p>No se necesita corrección de curva.</p>	<p><b>Ciclo de Vida Alto (Alto Ciclaje de N = 1X10<sup>6</sup>):</b></p> <p><b>S<sub>10<sup>6</sup></sub> = <math>\frac{ka(kb)kc(kd)ke(S'_{10^6})}{kf}</math></b></p> <p><b>El factor de superficie ka toma en cuenta la calidad del acabado superficial:</b></p> <p><b>ka = factor de superficie = a(S<sub>u</sub>)<sup>b</sup></b></p> <p>Tabla 1.- Definición del factor de acabado superficial para aceros.</p> <table><tr><th>ACABADO SUPERFICIAL</th><th>Factor a (MPa)</th><th>Exponente b</th></tr><tr><td>Rectificado</td><td>1.58</td><td>-0.085</td></tr><tr><td>Mecanizado o laminado en frío</td><td>4.51</td><td>-0.265</td></tr><tr><td>Laminado en caliente</td><td>57.70</td><td>-0.718</td></tr><tr><td>Forjado</td><td>272.00</td><td>-0.995</td></tr></table> <p><b>Excepciones:</b></p> <ul style="list-style-type: none"><li>- Para N = 10<sup>3</sup> ciclos, tómesse k<sub>a</sub> = 1.</li><li>- Para fundición gris, tómesse k<sub>a</sub> = 1, tanto para vidas altas como para vidas bajas.</li></ul> <p><b>El factor de tamaño kb tiene en cuenta el tamaño del componente bajo condiciones de flexión y/o torsión. Las fórmulas descritas a continuación se utilizan considerando que la pieza que resistirá la carga dinámica es de sección transversal circular:</b></p> <p><b>kb = factor de tamaño = <math>\left(\frac{d}{7.62}\right)^{-0.1133}</math></b></p> <p><b>2.79 [mm] ≤ d ≤ 51 [mm]</b></p> <p><b>0.6 &lt; kb &lt; 0.75</b></p> <p><b>d &gt; 51 [mm]</b></p> <p>Cuando una sección circular no está sometida a flexión rotativa o no se utiliza una sección circular, es posible aplicar la ecuación anterior considerando una dimensión efectiva o diámetro equivalente d<sub>e</sub>. Para obtener este diámetro equivalente, d<sub>e</sub>, se iguala el área de material sometido a una tensión igual o superior al 95% de la máxima tensión en la sección estudiada al correspondiente de una sección circular sometida a flexión rotativa cuya tensión máxima sea igual a la de la pieza.</p> <p><b>Excepciones:</b></p> <ul style="list-style-type: none"><li>- Para N = 10<sup>3</sup> ciclos, tómesse k<sub>b</sub> = 1.</li><li>- Para carga axial, tómesse k<sub>b</sub> = 1, tanto para vidas altas como para vidas bajas.</li></ul> <p><b>La fórmula descrita a continuación para el factor de tamaño kb se utiliza considerando que la pieza que resistirá la carga dinámica NO es de sección transversal circular, sino de sección transversal rectangular, donde se utiliza la variable "de" que representa el diámetro equivalente:</b></p> <p><b>de = Área transversal rectangular = 0.808√ab</b></p> <p><b>kb = <math>\left(\frac{de}{7.62}\right)^{-0.1133}</math></b></p>	ACABADO SUPERFICIAL	Factor a (MPa)	Exponente b	Rectificado	1.58	-0.085	Mecanizado o laminado en frío	4.51	-0.265	Laminado en caliente	57.70	-0.718	Forjado	272.00	-0.995
ACABADO SUPERFICIAL	Factor a (MPa)	Exponente b														
Rectificado	1.58	-0.085														
Mecanizado o laminado en frío	4.51	-0.265														
Laminado en caliente	57.70	-0.718														
Forjado	272.00	-0.995														

**El factor de tipo de carga  $k_c$  adopta distintos valores dependiendo del tipo de carga dinámica que esté soportando la pieza mecánica:**

**$k_c = \text{factor de tipo de carga}$**

Tiene en cuenta el tipo de carga y viene dado por:

$$k_c = \begin{cases} 0.923 & \text{Carga axial } S_u \leq 1520 \text{ MPa} \\ 1 & \text{Carga axial } S_u > 1520 \text{ MPa} \\ 1 & \text{Flexión} \\ 0.577 & \text{Torsión y cortante} \end{cases}$$

**El factor de temperatura  $k_d$  toma en cuenta la temperatura de operación del componente:**

**$k_d = \text{factor de temperatura}$**

Tabla 2.- Efecto de la temperatura en el límite de fatiga de aceros. Factor  $k_d$

T °C	$k_d$	T °C	$k_d$
20	1.000	300	0.975
50	1.010	350	0.927
100	1.020	400	0.922
150	1.025	450	0.840
200	1.020	500	0.766
250	1.000	550	0.670
		600	0.546

**El factor de otras influencias  $k_e$  toma en cuenta otros factores que modifican el límite de fatiga como lo son el grado de confiabilidad, que puede ser modificado para obtener un factor de corrección que entregue un cálculo más certero después de haber realizado pruebas de esfuerzos con la carga dinámica ya habiendo sido aplicada al elemento mecánico:**

**$k_e = \text{factor de otras influencias}$**

Otros factores que modifican el límite de fatiga son el grado de confiabilidad deseado y los tratamientos superficiales (tensiones residuales de compresión, *shot-penning*, etc.). La siguiente tabla cuantifica el factor  $k_e$  según la confiabilidad deseada.

Tabla 3.- Factor de corrección del límite de fatiga por confiabilidad.

Confiabilidad	Factor de corrección
0.5	1.000
0.9	0.897
0.95	0.868
0.99	0.814
0.999	0.753

*El factor de reducción del límite de fatiga por entalla  $k_f$  tiene en cuenta el esfuerzo de los concentradores de esfuerzo de la pieza, si es que hay alguno:*

$k_f =$  factor de reducción del límite de fatiga por entalla

*Entalla  $q$  del Concentrador de Esfuerzo:*

$\rho$  = Radio de Curvatura de la Entalla, perteneciente al Concentrador de Esfuerzo.

$\alpha$  = Constante de Neuber (del Material).

$q$  = Entalla.

$k_t$  = Factor de Concentración de Esfuerzo.

$$q = \frac{1}{1 + \frac{\alpha}{\rho}}$$

$\alpha = 0.510 \text{ mm}$  (aleaciones de aluminio)

$\alpha = 0.250 \text{ mm}$  (aceros de bajo contenido en carbono recocidos o normalizados)

$\alpha = 0.064 \text{ mm}$  (aceros templados y revenidos)

Constante de Neuber  
para aceros

$S_u$ (ksi)	$\alpha$
50	0,130
55	0,118
60	0,108
70	0,093
80	0,080
90	0,070
100	0,062
110	0,055
120	0,049
130	0,044
140	0,039
160	0,031
180	0,024
200	0,018
220	0,013
240	0,009

*Concentrador de Esfuerzo Real Causado por la Carga Dinámica:*

$$k_f = 1 + q(k_t - 1)$$

Excepciones:

- Para carga de torsión, redúzcase el valor anterior de  $\alpha$  multiplicando por 0.6.
- Si el material es dúctil, tómese  $k_t = 1$  para vidas bajas ( $N = 10^3$ ).

**Ciclo de Vida Intermedio (Ciclaje de entre  $N = 1 \times 10^3$  y  $N = 1 \times 10^6$ ):**

*Lineal-Logarítmica:*  $S_a = C + D(\log N)$

*Logarítmica-Logarítmica:*  $S_a = A(N^B)$

Se considera ambos ciclos de vida bajo y alto, obteniendo de dicha manera un sistema de ecuaciones que al resolverse se obtiene los valores de las constantes de ajuste de la gráfica  $S_N$  vs  $N$ .

## Referencias:

Diseño en Ingeniería Mecánica de Shigley 9na Ed. - Richard G. Budynass

