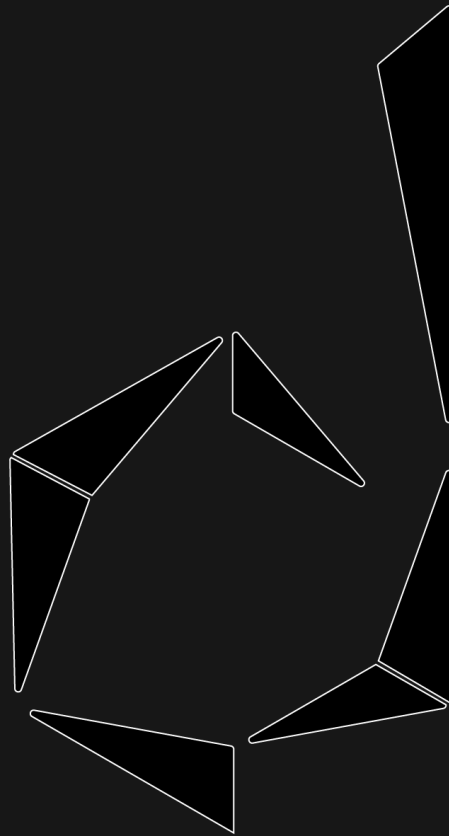


# INGENIERÍA MECATRÓNICA



DI\_CERO

DIEGO CERVANTES RODRÍGUEZ

INGENIERÍA ASISTIDA POR COMPUTADORA

COMSOL MULTIPHYSICS 5.6

## 10: Torsión en Viga con Área de Sección Circular Hueca

## Contenido

OBJETIVOS:.....	2
INTRODUCCIÓN TEÓRICA:.....	2
DESCRIPCIÓN DEL PROBLEMA: .....	2
CREACIÓN DE LA PIEZA EN COMSOL:.....	3
ANÁLISIS MECÁNICO EN COMSOL: .....	8
RESULTADO DEL ELEMENTO FINITO EN COMSOL: .....	11
CONCLUSIÓN:.....	15
ERROR: .....	15
BIBLIOGRAFÍA:.....	16
MÉTODO ANALÍTICO:.....	17



## OBJETIVOS:

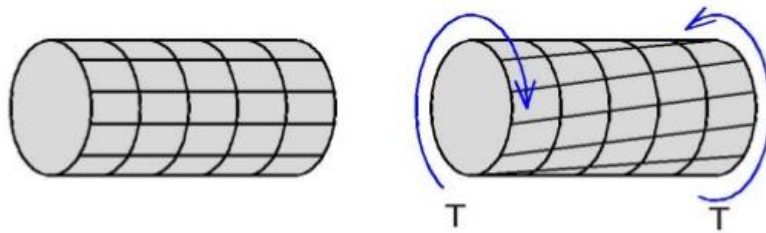
Se examinará el esfuerzo creado en un eje modelado en 3D con un momento de torsión aplicado.

La viga será simulada en COMSOL 5.3a para comprobar los cálculos hechos en el método analítico.

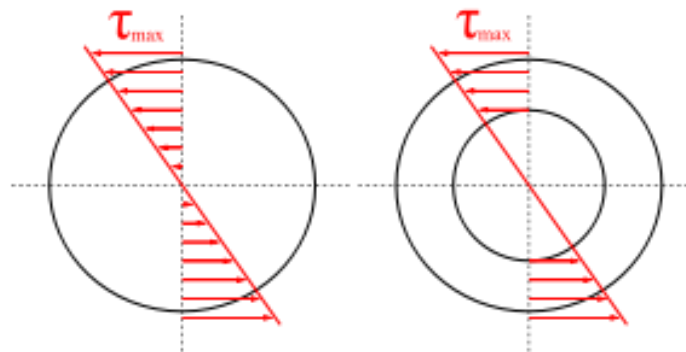
## INTRODUCCIÓN TEÓRICA:

Existen momentos que someten nuestros elementos mecánicos a torsión (cuando al aplicarlos nuestro elemento mecánico se tuerce como trapo) esto usualmente se aplica a ejes de transmisión de potencia conectados a motores o a engranes, pero se debe diseñar de tal forma que no exista falla ni un ángulo de desplazamiento muy grande, al igual que con la flexión el esfuerzo calculado en torsión va directamente relacionado con el área de sección transversal, pero por ser muy usado en ejes no se suele analizar áreas de sección transversales que no sean circulares ya que el momento polar de inercia en estos (que no es lo mismo al momento de inercia) no es tan fácil de calcular por lo que un eje rectangular o de otra forma no es algo común de usar.

La torsión genera un esfuerzo cortante, su esfuerzo normal es básicamente cero.

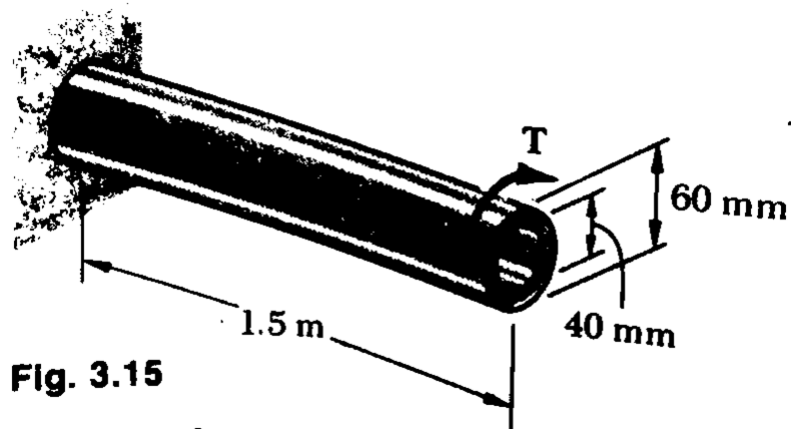


El esfuerzo aumenta mientras más nos alejamos del eje de rotación del momento torsionante.



## DESCRIPCIÓN DEL PROBLEMA:

Un árbol cilíndrico hueco de acero tiene 1.5 m de longitud ¿Cuál es el momento máximo que se puede aplicar si el esfuerzo cortante no debe exceder de 120 MPa?, además ¿Cuál es el valor mínimo correspondiente del esfuerzo en el árbol?



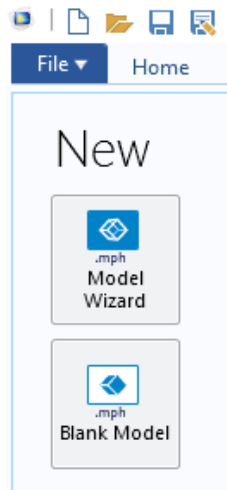
Considerando que el esfuerzo de trabajo en el árbol de transmisión de potencia es de 120 MPa:

- El momento de torsión máximo aplicable en el eje es de  $M_T = 4084.0704 \text{ [N}\cdot\text{m]}$ .

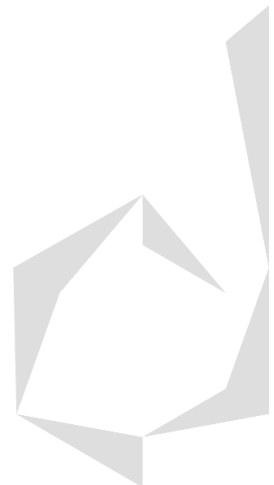
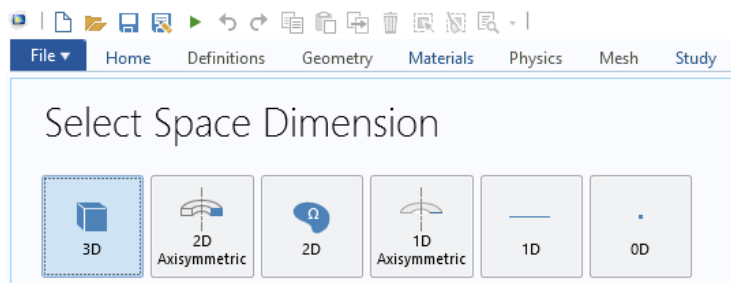
Se comprobarán los datos obtenidos haciendo el modelado de la estructura en COMSOL 5.3a.

## CREACIÓN DE LA PIEZA EN COMSOL:

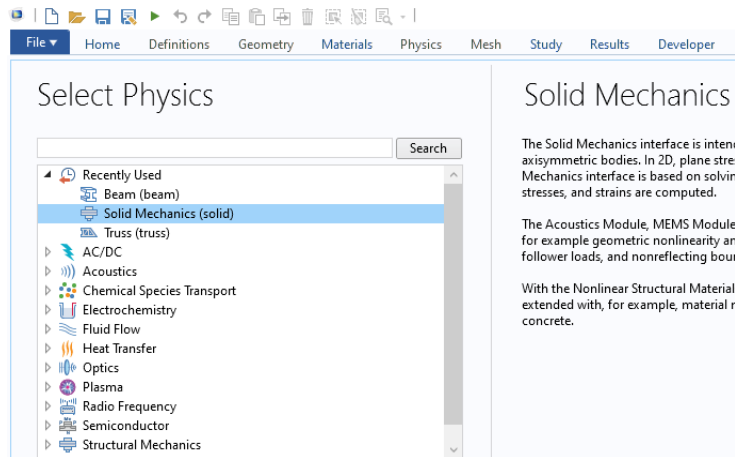
- 1) Software COMSOL → Model Wizard...



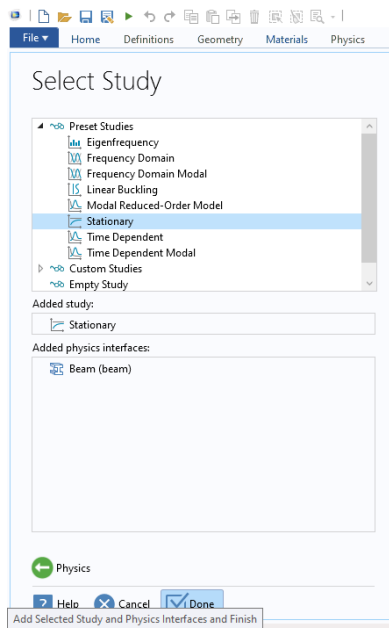
- 2) ... → 3D (estructura 3D) ...



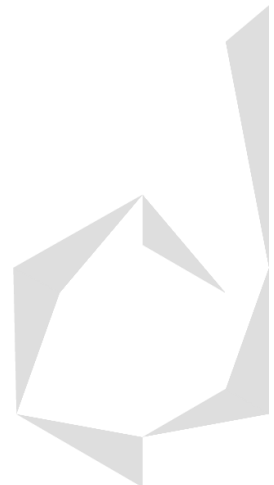
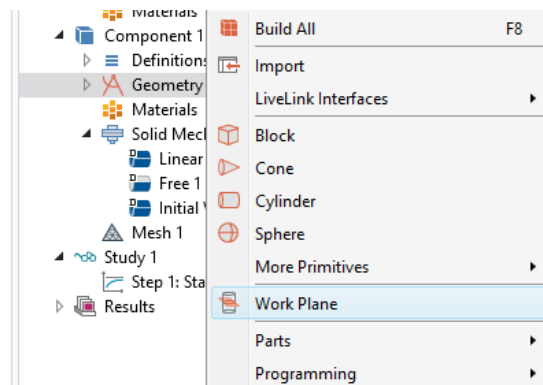
3) ... → Structural Mechanics → Solid Mechanics → Add...



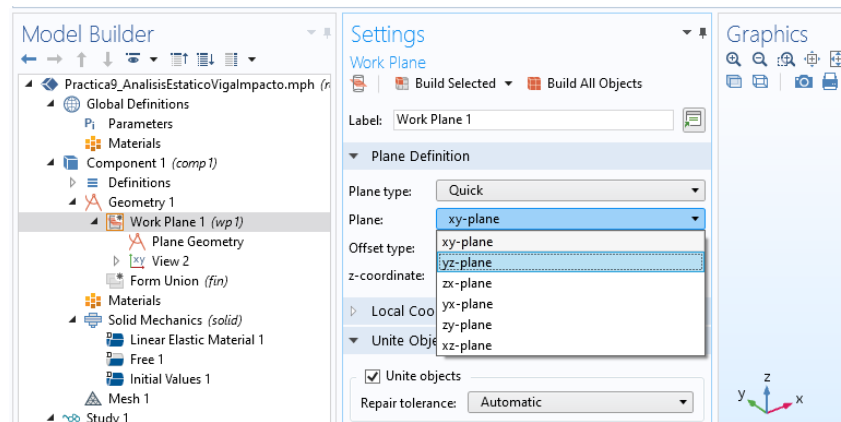
4) ... → Study → Preset Studies → Stationary → Done...



5) Clic derecho Geometry → Work Plane (para indicar el área de sección transversal en mi elemento 3D) ...

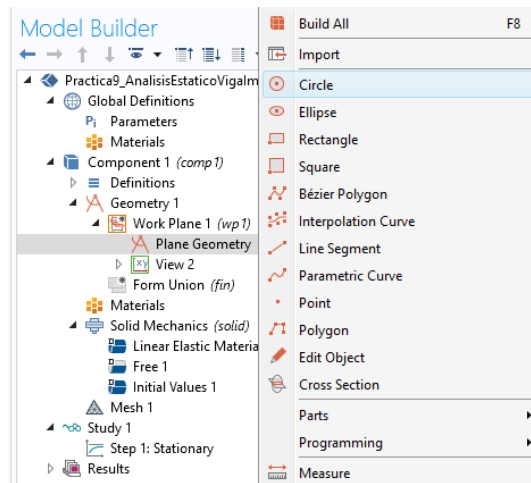


- 6) Geometry → Work Plane (para indicar el área de sección transversal en mi elemento 3D) → Plane Definition → Plane (para saber hacia qué dirección estará el área de sección transversal de la figura): → xy-plane, yz-plane, zx-plane, yx-plane, zy-plane, xz-plane...

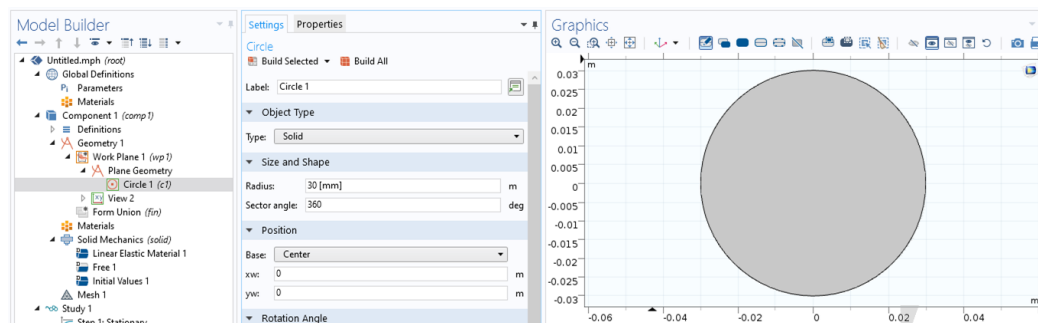


Quiero que mi área de sección transversal se encuentre en el plano yz y para que extruya mi figura 3D en x y se cree mi viga en forma de tubo.

- 7) ... → Geometry → Work Plane → Plane Geometry → Elegir la figura del área de sección transversal de la figura → círculo, rectángulo, cuadrado, etc...

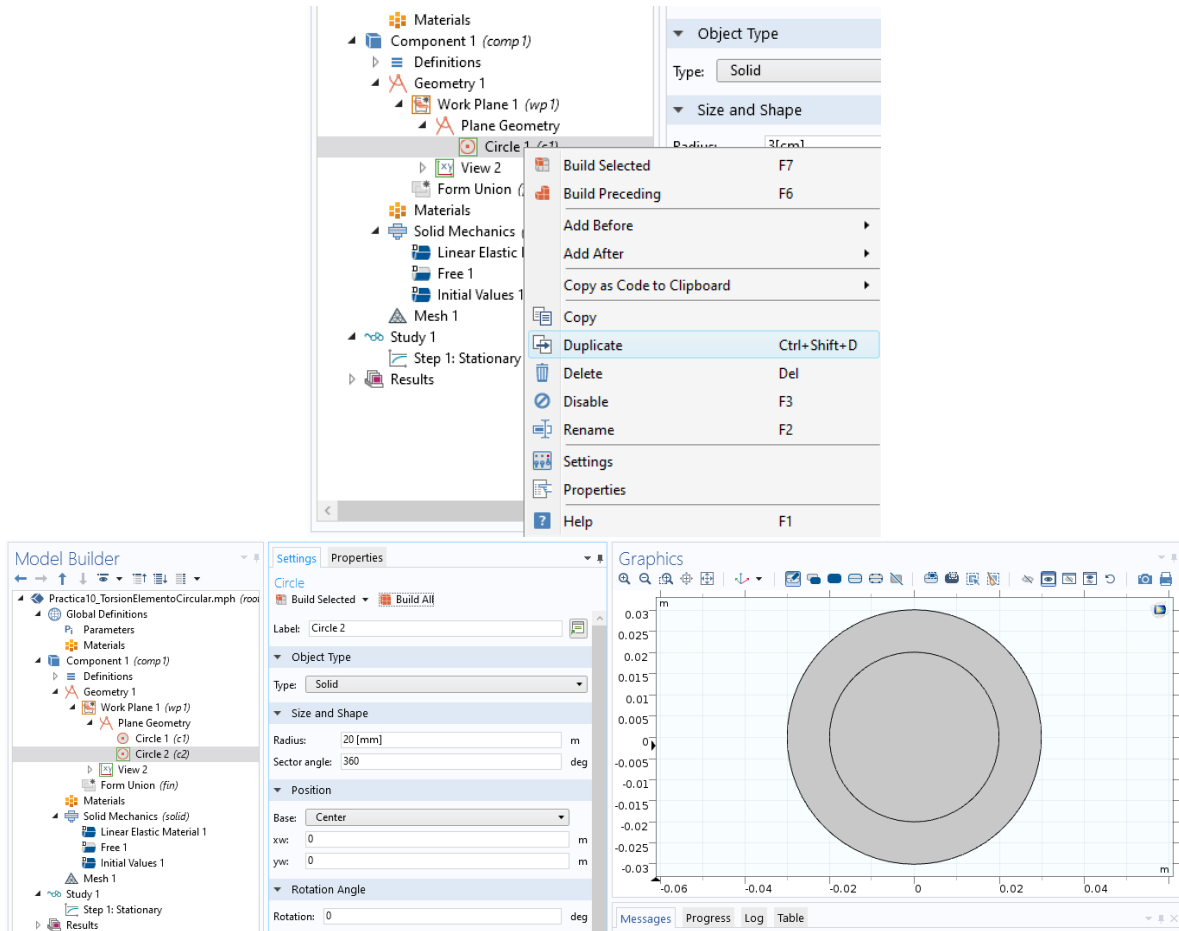


- 8) ... → Plane Geometry → Circle (figura del área de sección transversal) → Radius (dar dimensiones al perfil) → Sector angle (es para cuando mi círculo no estará completo, sino que solo se formará hasta cierto ángulo) → Base (fijar un punto base desde donde se formará la figura) → Build All...

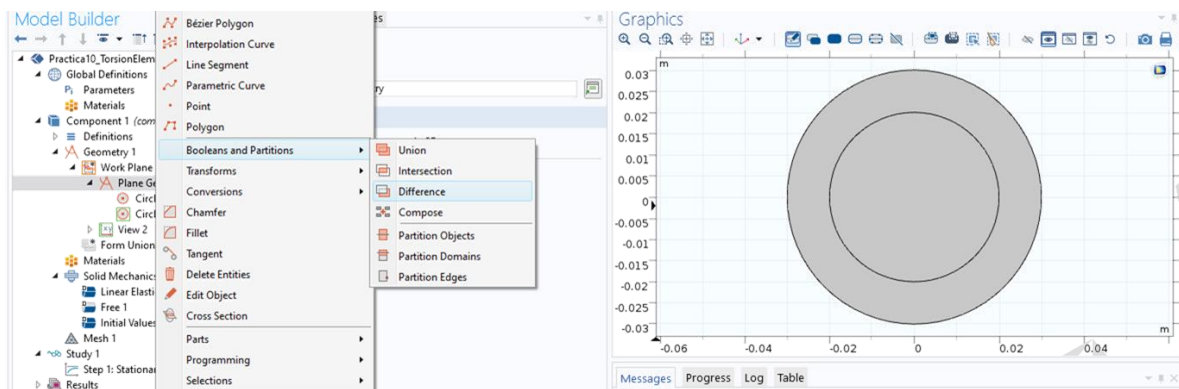


Si quiero usar una unidad que no sea la que está indicada en el Plane Geometry la debo poner entre corchetes, La unidad de dimensión de esta parte se elige desde Geomerty.

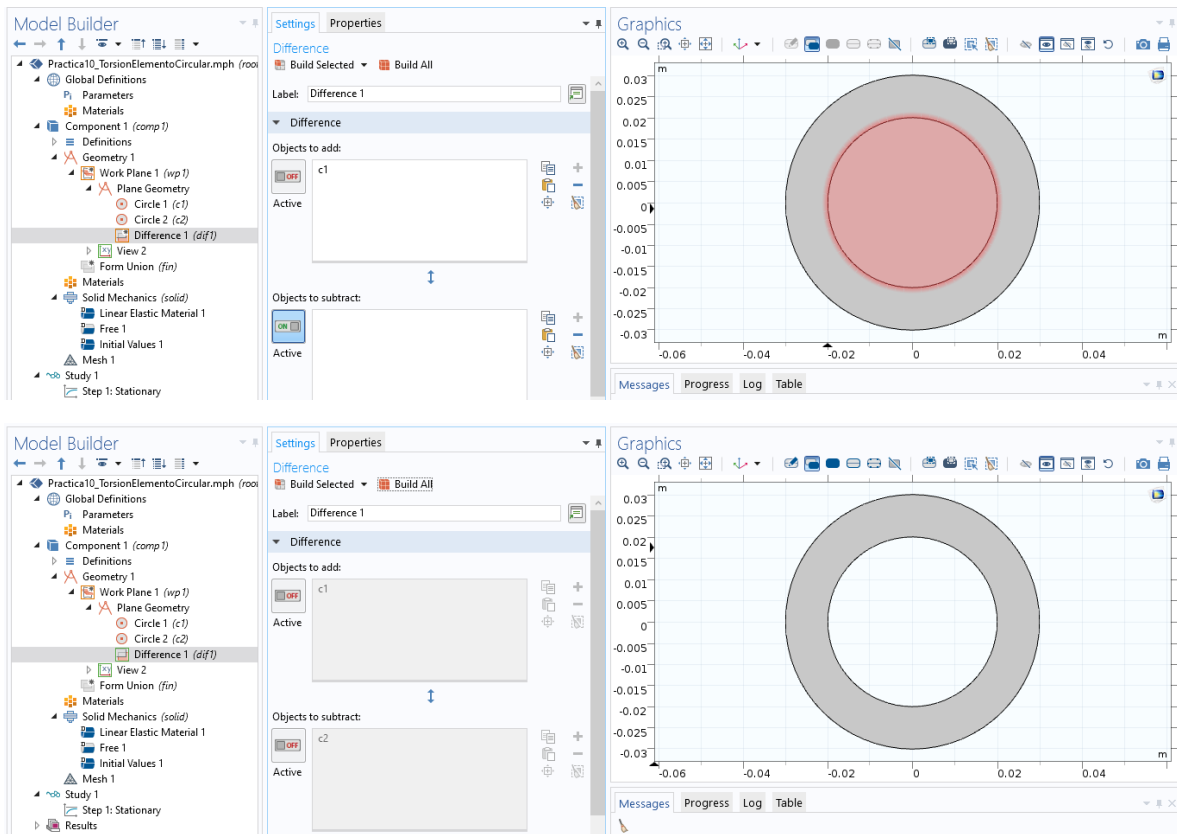
Debo repetir este proceso para crear el círculo que dará el radio interior de mi tubo.



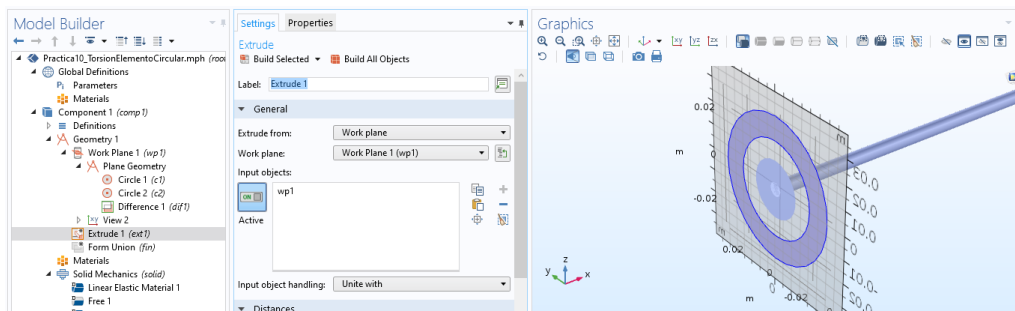
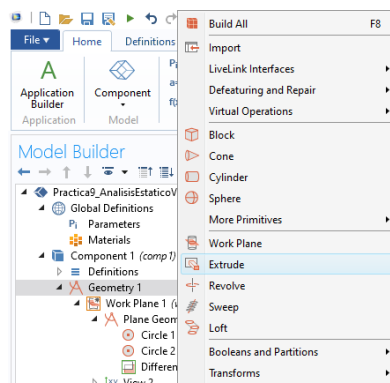
9) ... → Plane Geometry → Booleans and Partitions (Para extruir o unir dos áreas de sección transversal y así crear una figura compuesta) → Difference (Para extruir una figura de la otra) ...



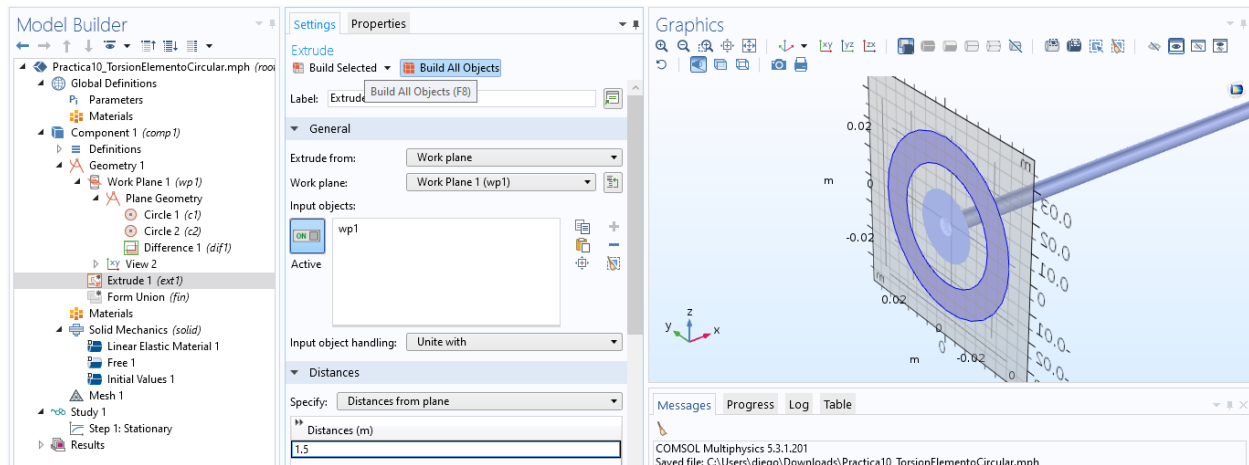
10) ...Difference → Objects to add (Seleccionar el área de sección transversal que sea parte de mi figura 3D) → Objects to subtract (Seleccionar el área de sección transversal que quiero remover de mi figura 3D) → Build All...



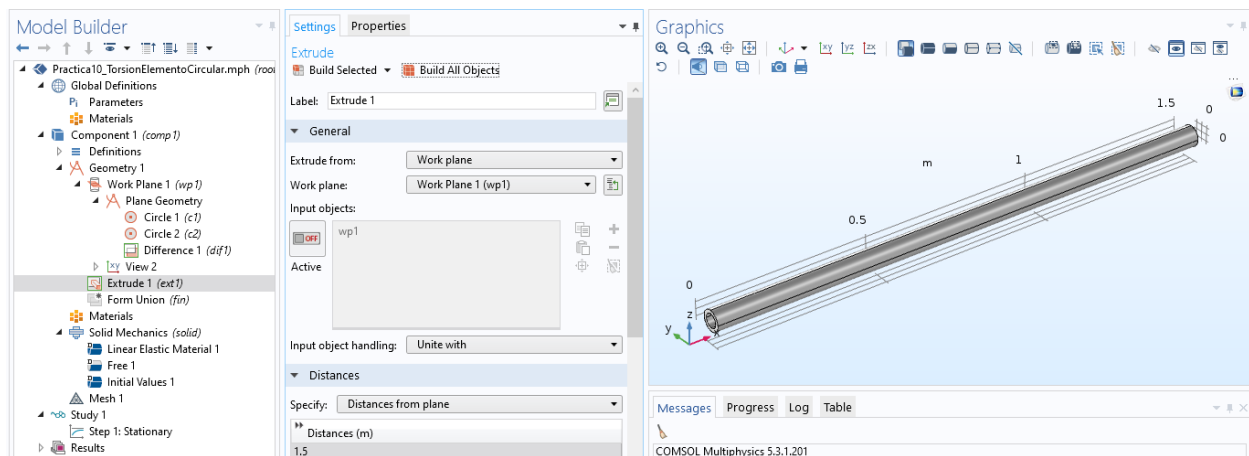
11) Geometry → Extrude (para extraer el área de sección transversal resultante del difference que acabo de aplicar) → Distances (Indicar cuánto voy a extruir mi figura) → Build All...





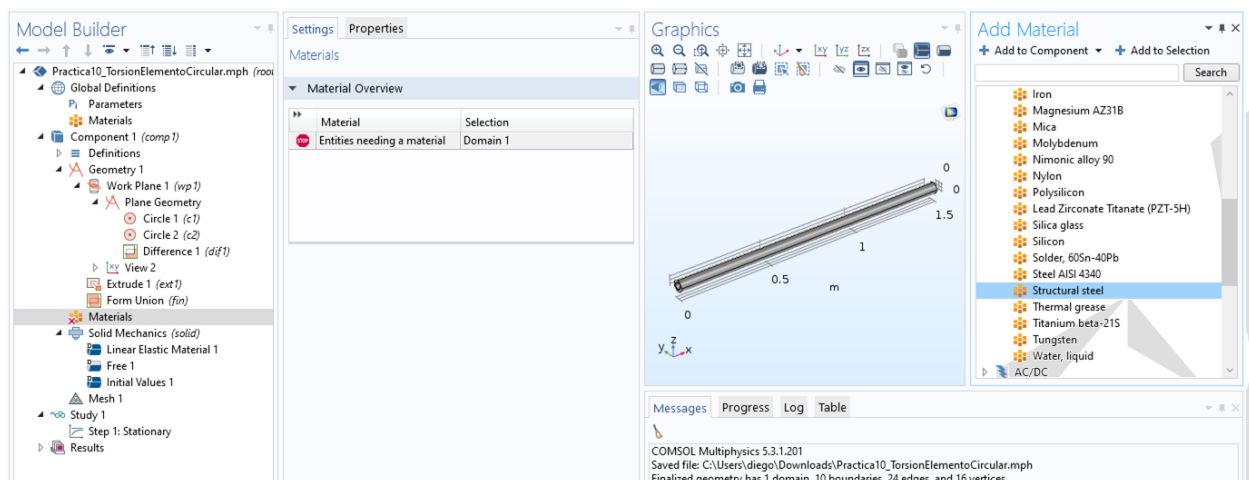


Quiero que lo extruya 1.5 metros en el eje x para crear la viga y como puedo ver el área de sección transversal si se encuentra en el plano yz.

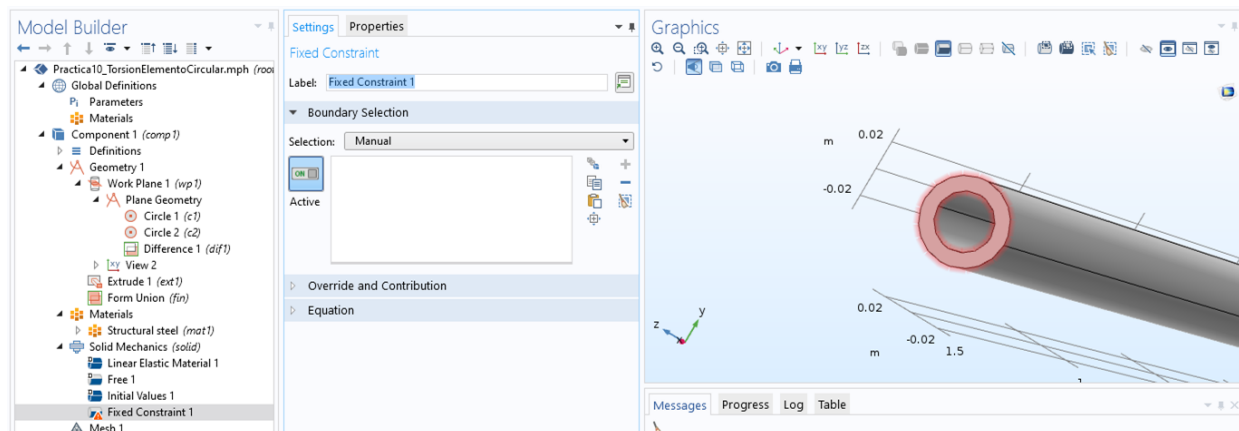
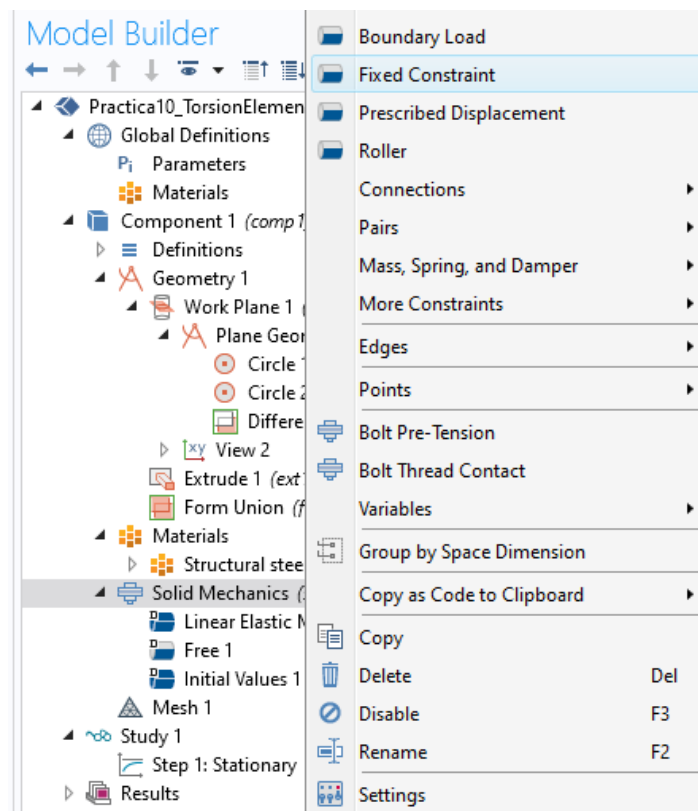
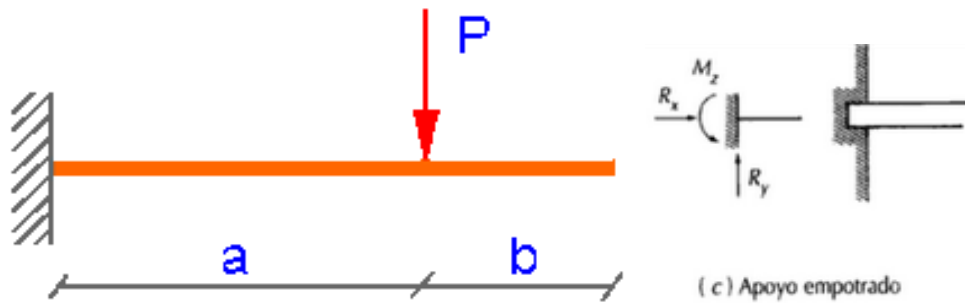


## ANÁLISIS MECÁNICO EN COMSOL:

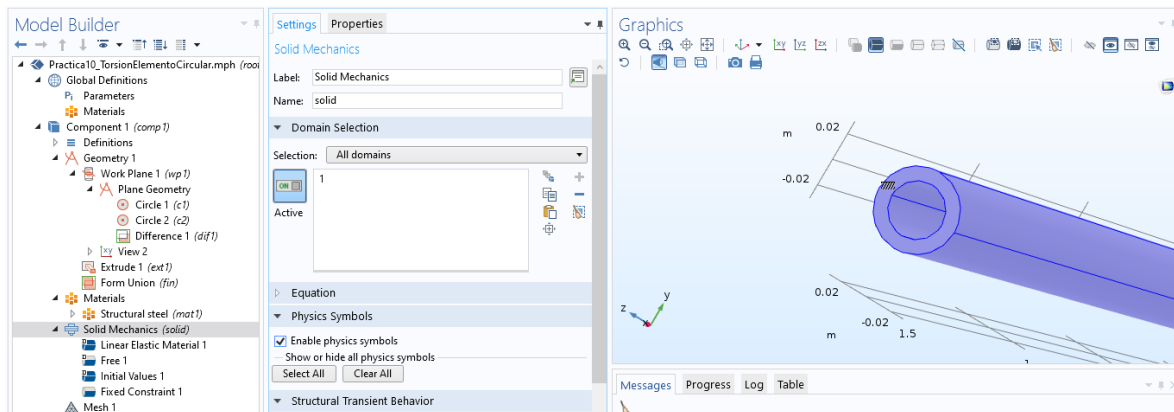
12) Añadir material → Clic derecho en Materials → Add Material from Library (para añadir un material que se encuentre dentro de la librería de materiales de COMSOL) ...



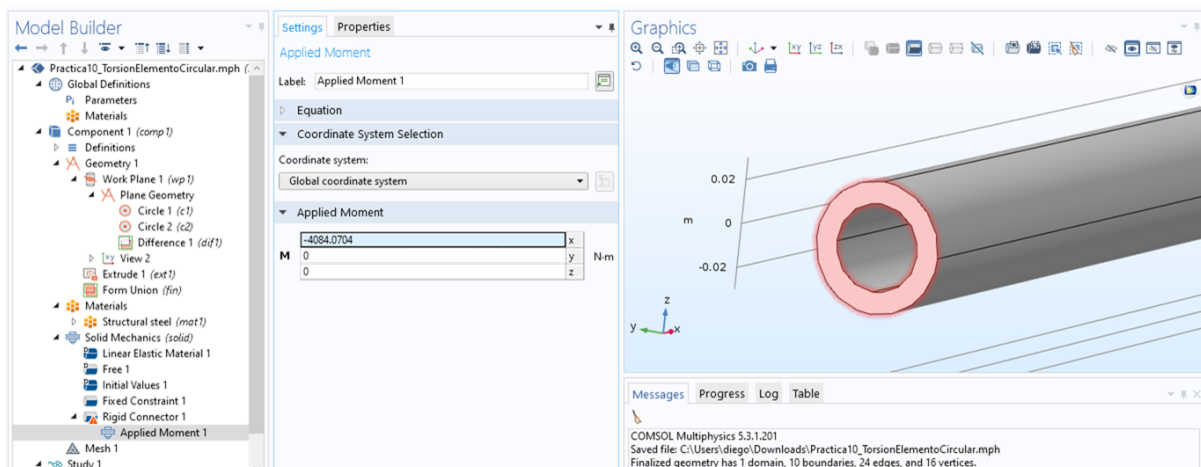
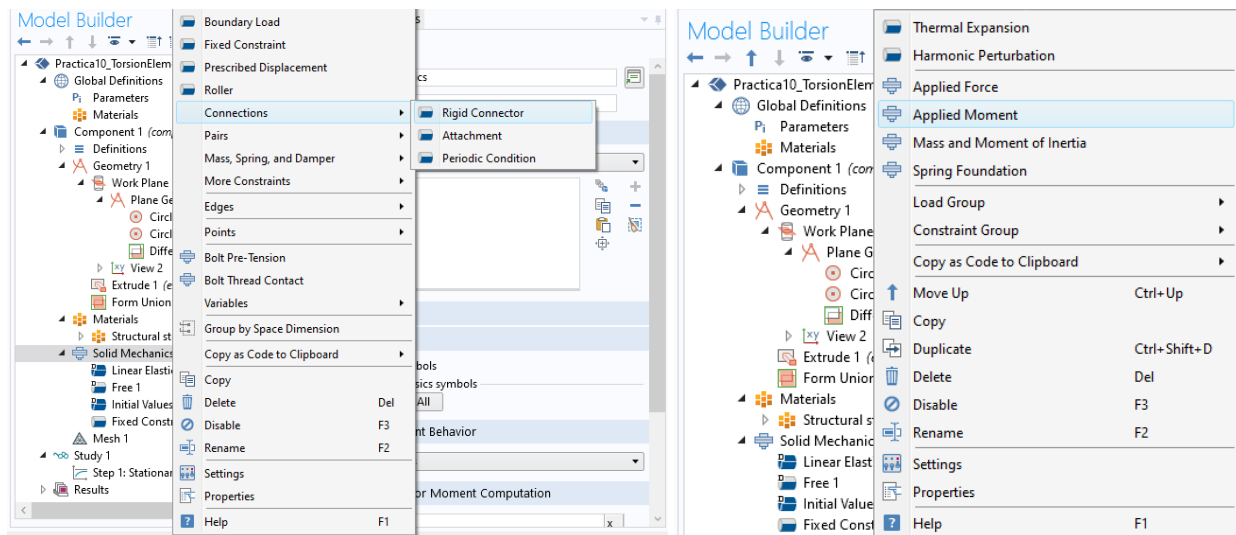
- 13) Clic Solid Mechanics → Fixed Constraint (Para agregar un apoyo fijo o empotrado que tendrá 3 reacciones como se muestra en la figura) → Seleccionar el punto donde se encuentra el apoyo fijo...

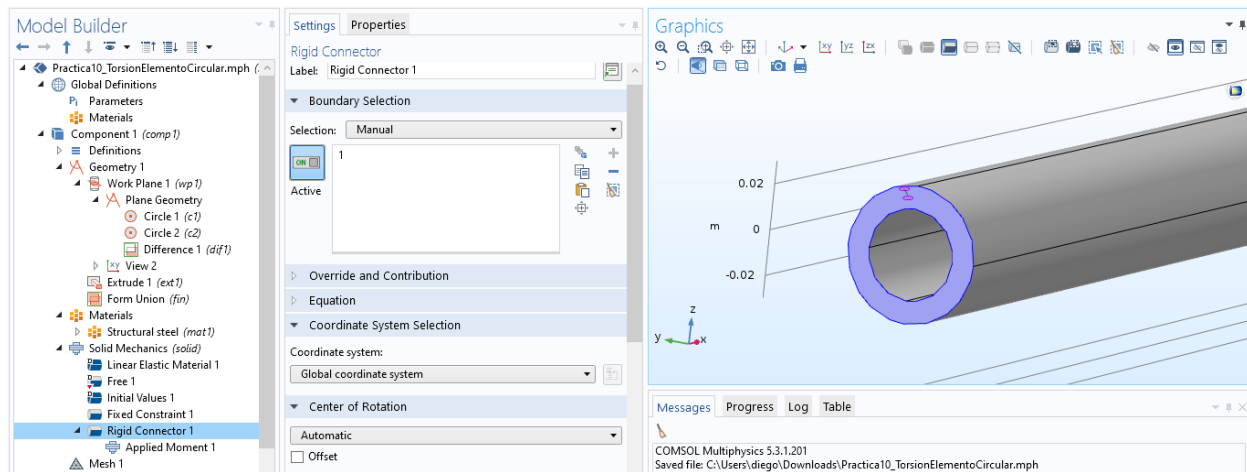


14) Solid Mechanics → dar clic en el checkbox de Enable physics symbols para que se puedan apreciar las cargas y apoyos en el área de trabajo...



15) Solid Mechanics → Connections → Rigid Connector (Para poder aplicar un momento externo en el eje) → Applied Moment → Seleccionar el punto de aplicación → Applied Moment → x (momento aplicado alrededor del eje x) y (momento aplicado alrededor del eje y) z (momento aplicado alrededor del eje z) ...

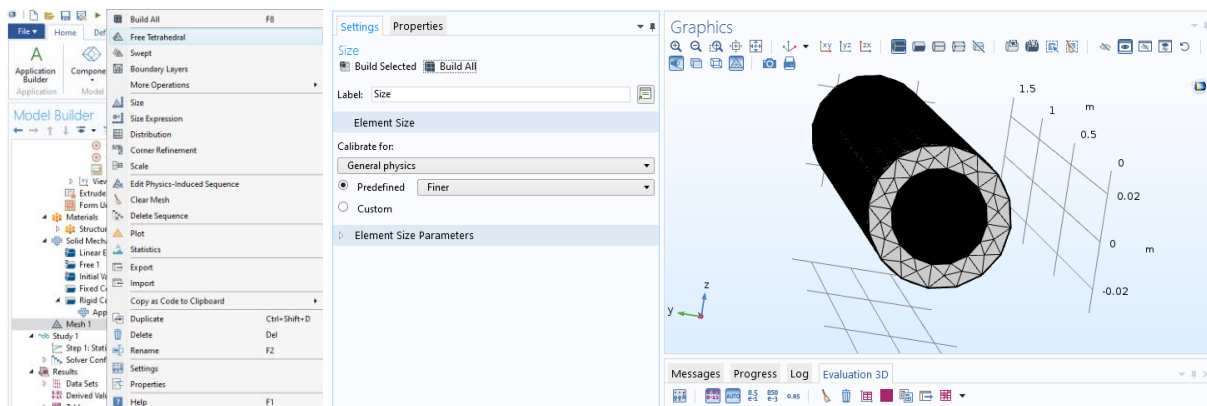




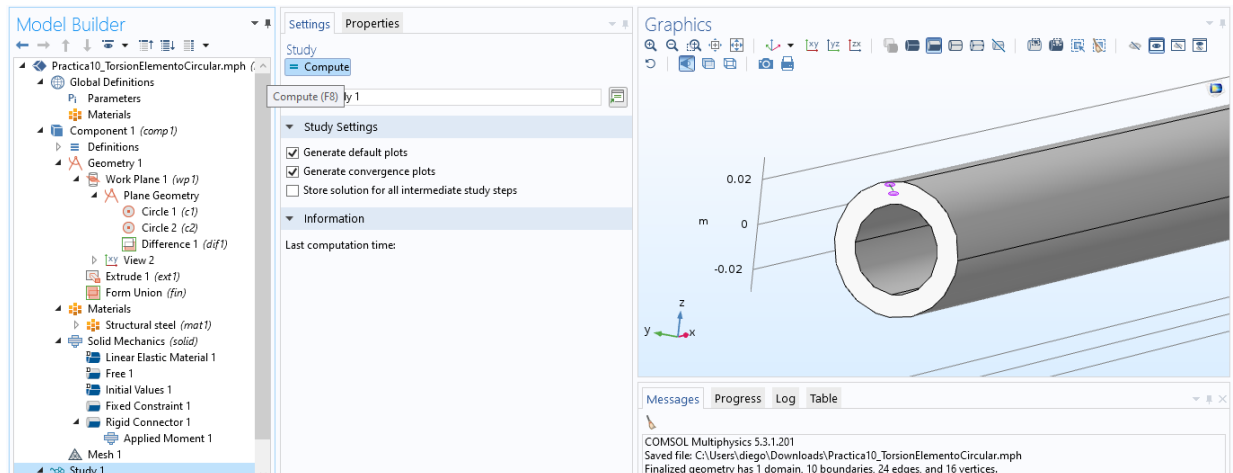
## RESULTADO DEL ELEMENTO FINITO EN COMSOL:

16) ...clic derecho Mesh (Malla para hacer el análisis por medio del método de elemento finito) → Free Tetrahedral → Size → Finer, Fine, Normal, etc. (Mientras más fina sea la malla más exacta será el resultado entregado por el programa) → Build All...

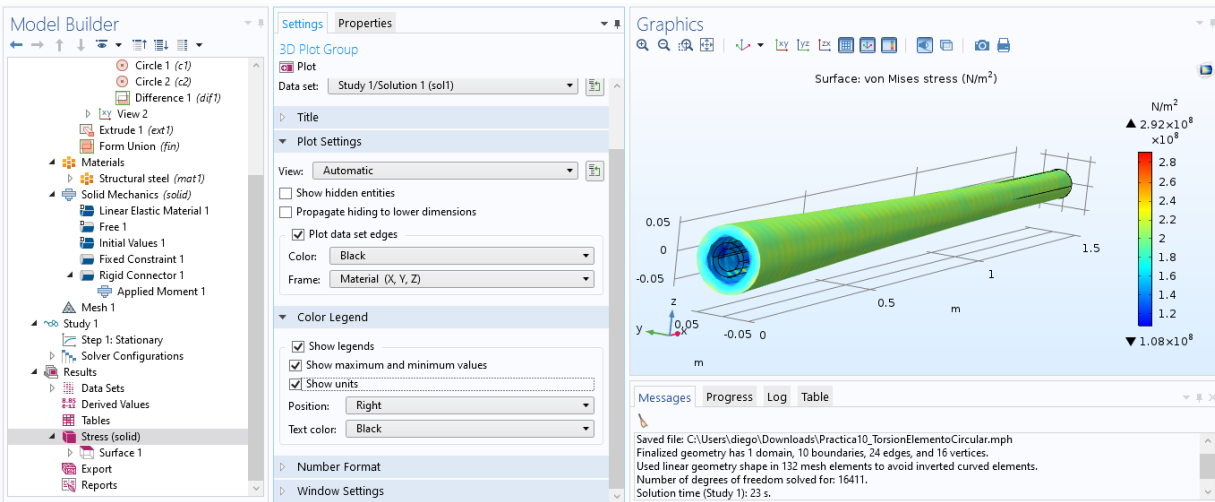
Elegimos una malla de tamaño Finer.



17) Study → Compute (y se generará el cálculo de esfuerzos y momento flexionante por default)

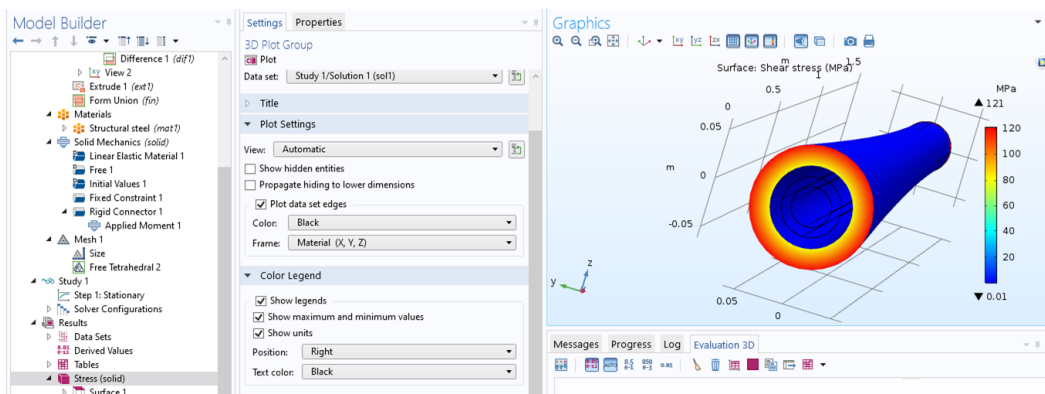
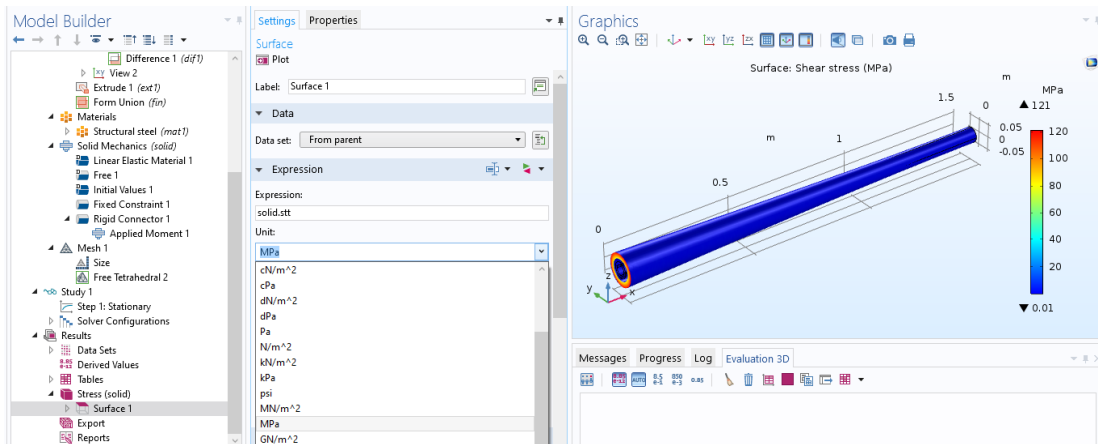


18) Results → Stress (Para ver el resultado del cálculo de esfuerzos) → Dar clic en las checkbox de Show legends, Show maximum and minimum values y Show units para que en la barra de colores se puedan ver mis resultados correctamente...

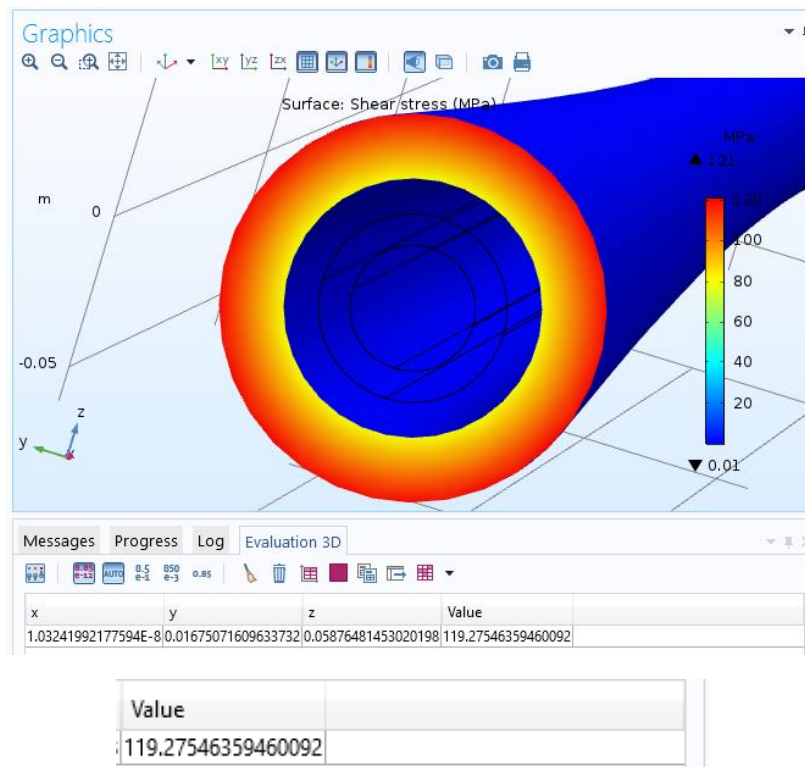


19) Results → Stress → Surface 1 → Unit: Para indicar la unidad en la que quiero que se vean mis resultados → MPa → Expression: Si quiero ver el esfuerzo cortante debo poner la expresión de abajo → Plot...

- ✓ solid.stt: Para ver el esfuerzo cortante máximo en el eje.
- ✓ solid.FdyZ: Para obtener el ángulo de torsión en el eje.

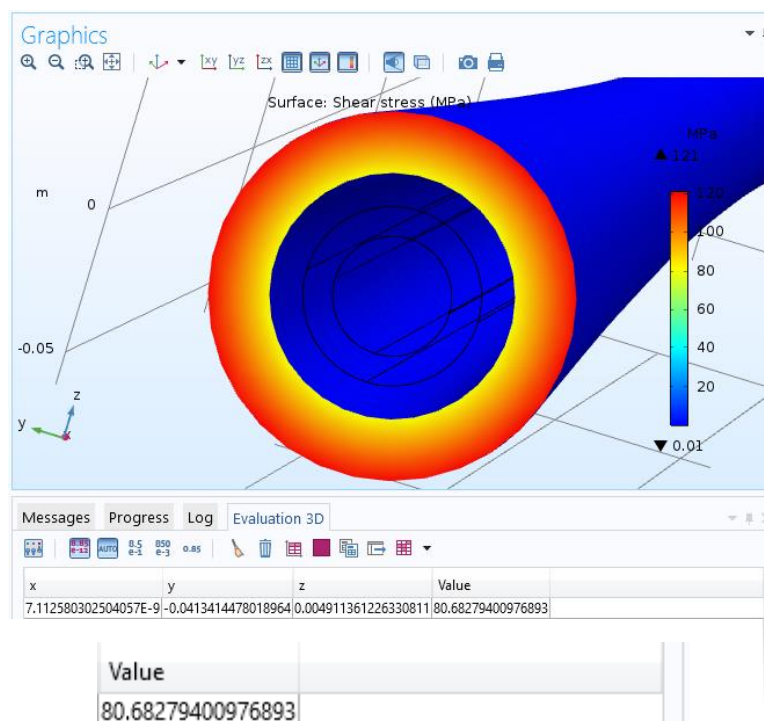


El esfuerzo cortante máximo es de 120 [MPa] y era el esfuerzo permisible que se buscaba.



$$\tau_{max} = 121 \text{ [MPa]}$$

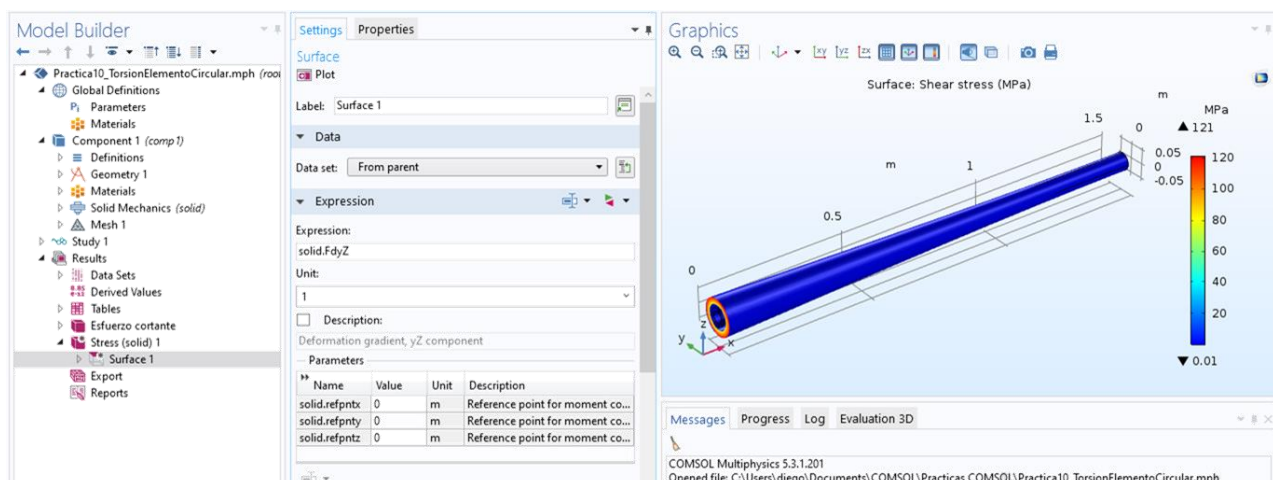
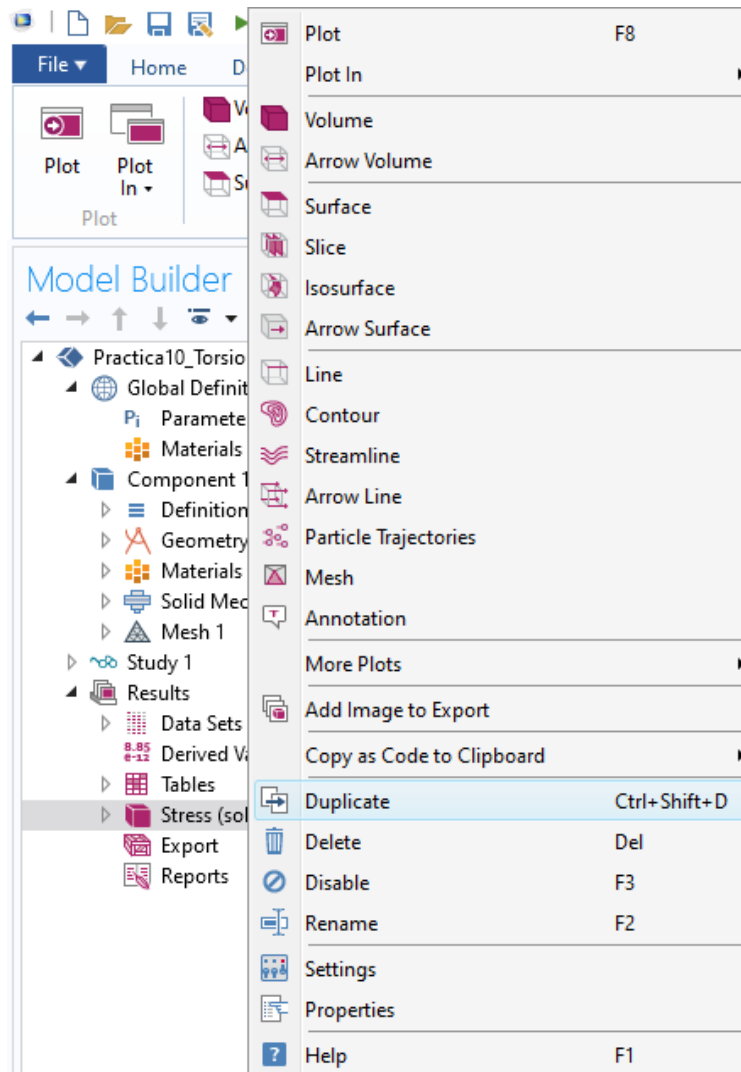
Y si le doy clic a la circunferencia del radio interior del tubo voy a encontrar el esfuerzo cortante mínimo es más o menos de 80 MPa y también era el que se buscaba.



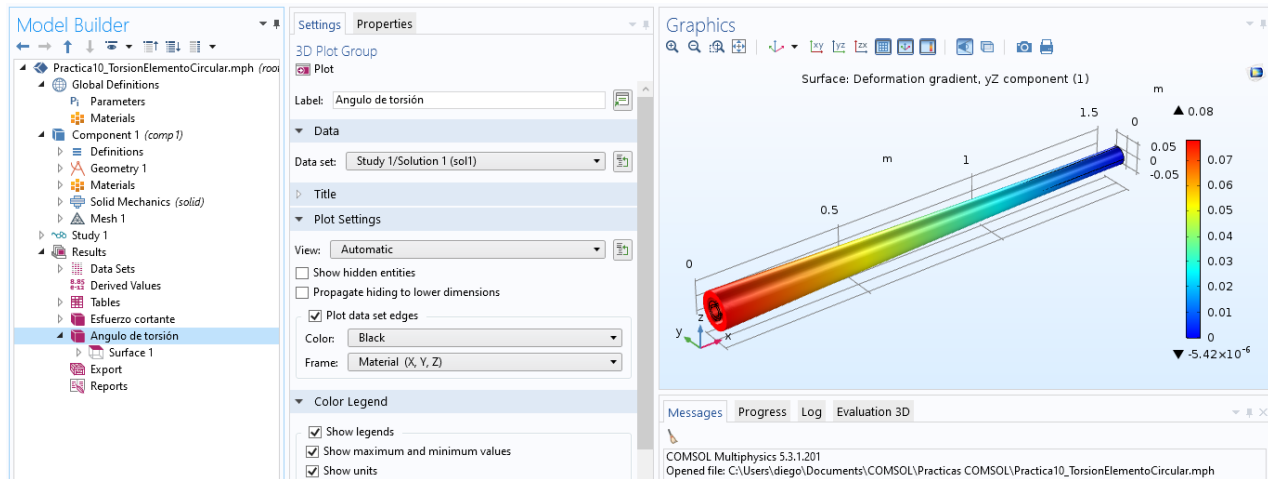


$$\tau_{min} = 80.6827 \text{ [MPa]}$$

20) Results → clic derecho en Stress (Esfuerzo cortante) → Duplicate (para poder crear otro resultado que me muestre ahora la deflexión en la viga con carga dinámica) → Expression: solid.FdyZ ...



Al encontrar el ángulo de torsión dentro de Unit sale un 1 porque así denota la unidad radianes el programa COMSOL.



$$\theta = 0.08 \text{ [rad]}$$

## CONCLUSIÓN:

Con el método numérico apoyado por el programa COMSOL podemos comprobar que esté bien hecho nuestro método analítico y visualizar los efectos causados por el momento torsionante, además cuando se aplica en ejes lo que hace el programa para que la deformación sea visible es que aumenta el diámetro de la figura en las zonas donde se está produciendo el ángulo de torsión.

## ERROR:

$$\text{error} = \frac{|\text{valor obtenido en el programa}| - |\text{valor analítico}|}{|\text{valor obtenido en el programa}|} * 100[\%]$$

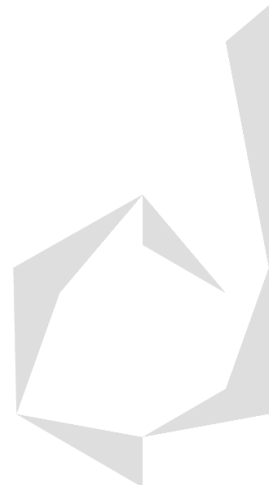
Un error menor al 11% es aceptable entre ambos métodos analítico y numérico.

$\tau_{max}$ :

$$\text{error} = \frac{|121| - |120|}{|121|} * 100 = 0.8264\%$$

$\tau_{min}$ :

$$\text{error} = \frac{|80.6827| - |79.9986|}{|80.6827|} * 100 = 0.8478\%$$



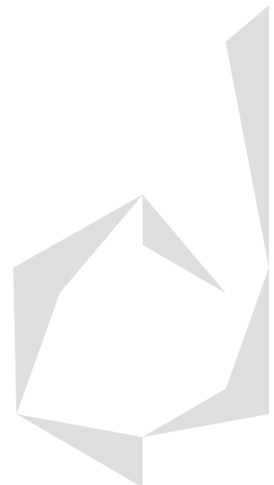


$\theta$ :

$$error = \frac{|0.08| - |0.07792|}{|0.8|} * 100 = 2.6\%$$

## BIBLIOGRAFÍA:

MECÁNICA DE MATERIALES (5TA EDICIÓN) – FERDINAND P. BEER.

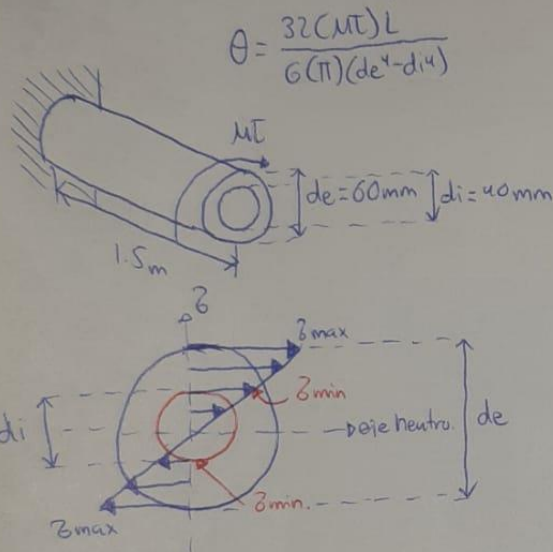


# MÉTODO ANALÍTICO:

## Práctica 10:

Un árbol cilíndrico hueco de acero tiene 1.5m de longitud. ¿Cuál es el momento máximo que puede aplicarse si el esfuerzo cortante no debe exceder de 120 MPa?

¿Cuál es el valor mínimo correspondiente del esfuerzo cortante en el árbol?



$$\theta = \frac{32(M_T)L}{G(\pi)(d_e^4 - d_i^4)}$$

$$z_t = \frac{16(M_T)d_e}{\pi(d_e^4 - d_i^4)} \quad E = 200 \times 10^9$$

$$z = \frac{M_T(r)}{J_{zz}} \quad J_{zz} = \frac{\pi}{32}(d_e^4 - d_i^4)$$

$$z_{\min} = \frac{M_T(r_i)}{J_{zz}} \quad G = \frac{E}{2(1+\nu)} = \frac{200 \times 10^9}{2(1+0.3)}$$

$$G = 76.9230 \text{ [GPa]}$$

$$M_T = 4.084 \text{ kN.m} = 4084.0704 \text{ [N.m]} \quad 120 \times 10^6 = \frac{16(M_T)60 \times 10^{-3}}{\pi[(60 \times 10^{-3})^4 - (40 \times 10^{-3})^4]}$$

$$z_{\min} = \frac{16(M_T)d_i}{\pi(d_e^4 - d_i^4)} = \frac{16(4.084 \times 10^3)40 \times 10^{-3}}{\pi[(60 \times 10^{-3})^4 - (40 \times 10^{-3})^4]} = 79.9986 \text{ [MPa]}$$

$$\theta = \frac{32(4.084 \times 10^3)1.5}{76.9230 \times 10^9 (\pi)(0.06^4 - 0.04^4)} = 0.07792 \text{ [rad]} \quad z_{\max} = 120 \text{ MPa.}$$