

INGENIERÍA MECATRÓNICA



DI_CERO

DIEGO CERVANTES RODRÍGUEZ

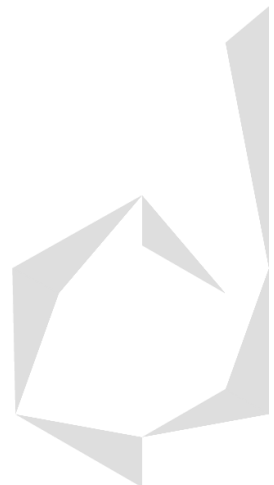
INGENIERÍA ASISTIDA POR COMPUTADORA

COMSOL MULTIPHYSICS 5.6, MATLAB R2021A Y CÁLCULO ANALÍTICO

2: Análisis de Fuerzas de Reacción y Esfuerzos en Estructuras 2D

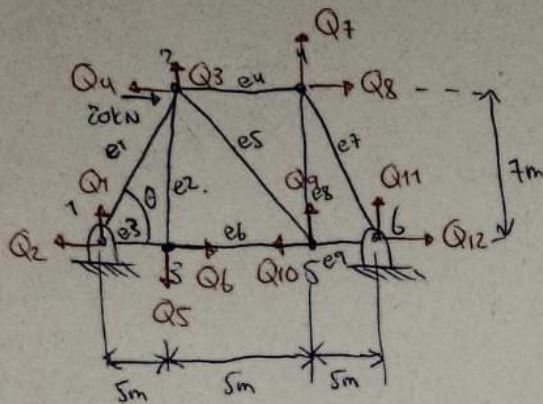
Contenido

Método Analítico:	2
Diagrama de cuerpo libre:	3
Código MATLAB:	3
Funciones de Apoyo:.....	3
Programa Principal:.....	4
Instrucciones del Análisis Mecánico:	7
a) Obtener la matriz global de rigidez K.....	7
b) Obtener los desplazamientos horizontales y verticales en los nodos 2, 3, 4 y 5.....	7
c) Encontrar las reacciones horizontales y verticales en los nodos 1 y 6.	10
d) Encontrar el esfuerzo en cada elemento de la estructura.....	11
Resultados del Modelo COMSOL:	18
Diagrama de cuerpo libre	18
Fuerza Axial de Reacción.....	18
Esfuerzo Axial	19
Desplazamientos.....	19



Método Analítico:

Cervantes Rodríguez Diego

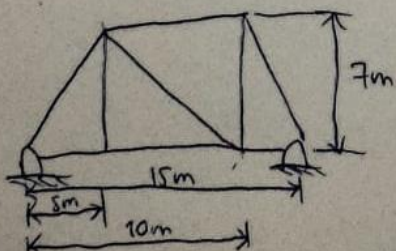


$$\theta = \tan^{-1}\left(\frac{7}{5}\right) = 54.4623$$

Elemento
Nodo inicial

Nodo final.

e1	1	2	$\theta = 54.4623^\circ$	$F_x = 0$	$F_y = 0$	$L_1 = 5m$
e2	3	2	$\theta = 90^\circ$	$F_x = 0$	$F_y = 20kN$	
e3	1	3	$\theta = 0^\circ$	$F_x = 0$	$F_y = 0$	
e4	2	4	$\theta = 0^\circ$	$F_x = 0$	$F_y = 0$	
e5	5	2	$\theta = 125.5376^\circ$	$F_x = 0$	$F_y = 0$	
e6	3	5	$\theta = 0^\circ$	$F_x = 0$	$F_y = 0$	
e7	6	4	$\theta = 125.5376^\circ$	$F_x = 0$	$F_y = 0$	
e8	5	4	$\theta = 90^\circ$	$F_x = 0$	$F_y = 0$	
e9	5	6	$\theta = 0^\circ$	$F_x = 0$	$F_y = 0$	



$$Q_1 = 0 \quad Q_{11} = 0$$

$$Q_2 = 0 \quad Q_{12} = 0$$

$$A = 0.005m^2$$

$$L_1 = 8.6023m$$

$$L_2 = 7m$$

$$L_3 = 5m$$

$$L_4 = 5m$$

$$L_5 = 8.6023m$$

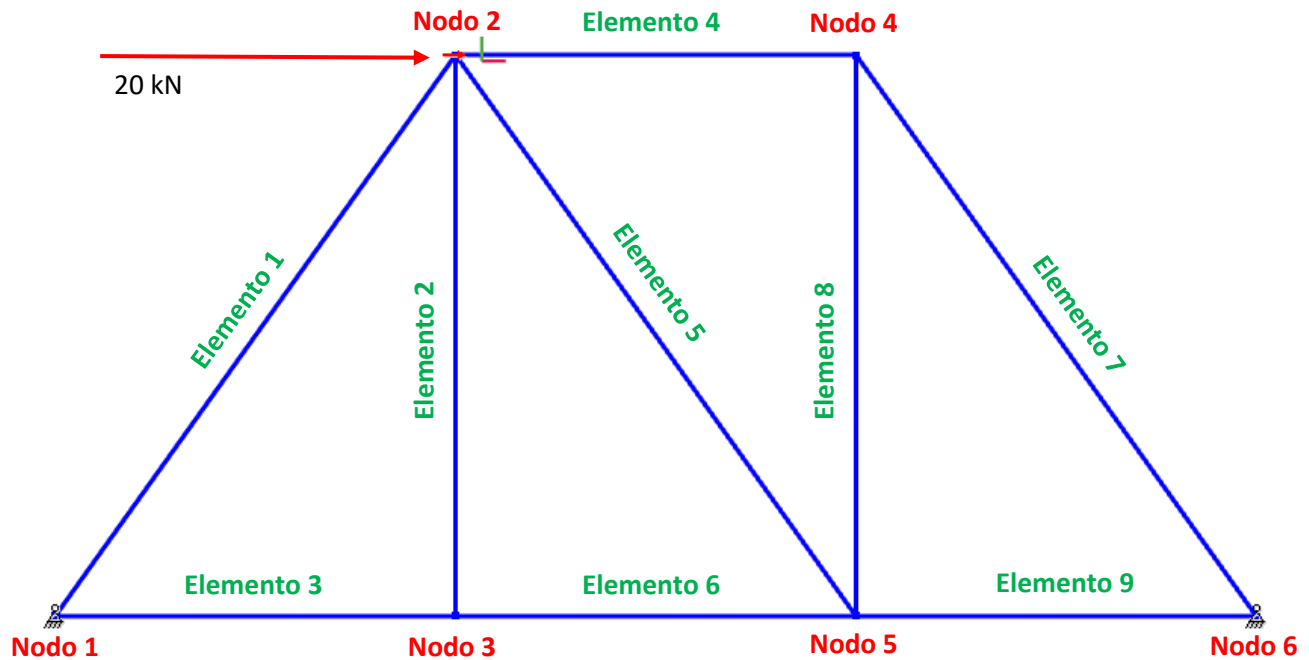
$$L_6 = 5m$$

$$L_7 = 8.6023m$$

$$L_8 = 7m$$

	Q_1	Q_2	Q_3	Q_4	Q_5	Q_6	Q_7	Q_8	Q_9	Q_{10}	Q_{11}	Q_{12}
Q_1												
Q_2												
Q_3												
Q_4												
Q_5												
Q_6												
Q_7												
Q_8												
Q_9												
Q_{10}												
Q_{11}												
Q_{12}												

Diagrama de cuerpo libre:



Código MATLAB:

Funciones de Apoyo:

```
%MATRIZ DE RIGIDEZ EN ESTRUCTURA 2D
%Esta función devuelve la matriz de rigidez del elemento para un elemento
%de armadura 2D con módulo de elasticidad E, área de sección transversal
%A, longitud L y ángulo theta (en grados).
%El tamaño de la matriz de rigidez del elemento es 4 x 4, osea que es para
%asignar sus propiedades mecánicas a cada barra de una estructura 2D.
```

```
function y = a_MatrizRigidezEstructura2D(E, A, L, theta)
x = theta*pi/180;           %Convierte el ángulo de inclinación a radianes
C = cos(x);                 %Componente horizontal del elemento
S = sin(x);                 %Componente vertical del elemento
y = E*A/L*[C*C C*S -C*C -C*S ;
            C*S S*S -C*S -S*S ;
            -C*C -C*S C*C C*S ;
            -C*S -S*S C*S S*S];
```

```
%ENSAMBLE DE LA MATRIZ DE RIGIDEZ CON LA MATRIZ GLOBAL K EN ESTRUCTURA 2D
%Esta función ensambla la matriz de rigidez del elemento k del elemento de
%la armadura 2D con los nodos i y j en la matriz de rigidez global K. Esta
%función devuelve la matriz de rigidez global K después de ensamblar la
%matriz de rigidez del elemento k, creando así las barras de cada elemento
%después de que se le indique su nodo de inicio i y nodo final j.
```

```
function y = b_EnsambleMatricesRigidez_y_MatrizGlobal_K(K,k,i,j)
```

```

K(2*i-1,2*i-1) = K(2*i-1,2*i-1) + k(1,1);
K(2*i-1,2*i) = K(2*i-1,2*i) + k(1,2);
K(2*i-1,2*j-1) = K(2*i-1,2*j-1) + k(1,3);
K(2*i-1,2*j) = K(2*i-1,2*j) + k(1,4);
K(2*i,2*i-1) = K(2*i,2*i-1) + k(2,1);
K(2*i,2*i) = K(2*i,2*i) + k(2,2);
K(2*i,2*j-1) = K(2*i,2*j-1) + k(2,3);
K(2*i,2*j) = K(2*i,2*j) + k(2,4);
K(2*j-1,2*i-1) = K(2*j-1,2*i-1) + k(3,1);
K(2*j-1,2*i) = K(2*j-1,2*i) + k(3,2);
K(2*j-1,2*j-1) = K(2*j-1,2*j-1) + k(3,3);
K(2*j-1,2*j) = K(2*j-1,2*j) + k(3,4);
K(2*j,2*i-1) = K(2*j,2*i-1) + k(4,1);
K(2*j,2*i) = K(2*j,2*i) + k(4,2);
K(2*j,2*j-1) = K(2*j,2*j-1) + k(4,3);
K(2*j,2*j) = K(2*j,2*j) + k(4,4);
y = K;

%VECTOR DE ESFUERZOS EN ESTRUCTURA 2D
%Esta función retorna el esfuerzo del elemento, dado su módulo de
%elasticidad, longitud, ángulo de inclinación en grados y el vector de
%desplazamiento de los grados de libertad de cada nodo (u).
function y = c_VectorEsfuerzoAxialEstructura2D(E, L, theta, u)
x = theta * pi/180;           %Convierte el ángulo de inclinación a radianes
C = cos(x);                   %Componente horizontal del elemento
S = sin(x);                   %Componente vertical del elemento
y = E/L*[-C -S C S]* u;      %Fórmula del esfuerzo axial calculado

```

Programa Principal:

```

%ANÁLISIS DE ELEMENTO FINITO: NODOS DE UNA ESTRUCTURA 2D
%Fuerzas de Reacción y Esfuerzos Axiales en Estructuras 2D con MATLAB Ej 2
E=210e9;    %Módulo de elasticidad
A=0.005;    %Área de sección transversal en todos los elementos
L1=8.6023;  %Longitud barra 1 = 8.6023 m
L2=7;       %Longitud barra 2 = 7 m
L3=5;       %Longitud barra 3 = 5 m
L4=L3;      %Longitud barra 4 = Longitud barra 3 = 5 m
L5=L1;      %Longitud barra 5 = Longitud barra 1 = 8.6023 m
L6=L3;      %Longitud barra 6 = Longitud barra 3 = 5 m
L7=L1;      %Longitud barra 7 = Longitud barra 1 = 8.6023 m
L8=L2;      %Longitud barra 8 = Longitud barra 2 = 7 m
L9=L3;      %Longitud barra 9 = Longitud barra 3 = 5 m

tetha1=54.4623;    %Ángulo de inclinación 1 = 54.4623°
tetha2=90;         %Ángulo de inclinación 2 = 90°
tetha3=0;          %Ángulo de inclinación 3 = 0°
tetha4=tetha3;     %Ángulo de inclinación 4 = Ángulo de inclinación 3 = 0°
tetha5=125.5370;   %Ángulo de inclinación 5 = 125.5370°
tetha6=tetha3;     %Ángulo de inclinación 6 = Ángulo de inclinación 3 = 0°
tetha7=tetha5;     %Ángulo de inclinación 7 = Ángulo de inclinación 5 = 125.5370°
tetha8=tetha2;     %Ángulo de inclinación 8 = Ángulo de inclinación 2 = 90°
tetha9=tetha3;     %Ángulo de inclinación 9 = Ángulo de inclinación 3 = 0°

%CREAR LAS MATRICES DE RIGIDEZ: Esto implica dar el área de sección
%transversal A, coeficiente de elasticidad E, longitud L y ángulo de
%inclinación theta a cada una de las barras para después poderlas crear al
%calcular las matrices globales K.
k1=a_MatrizRigidezEstructura2D(E,A,L1,tetha1);
k2=a_MatrizRigidezEstructura2D(E,A,L2,tetha2);
k3=a_MatrizRigidezEstructura2D(E,A,L3,tetha3);
k4=a_MatrizRigidezEstructura2D(E,A,L4,tetha4);

```



```

k5=a_MatrizRigidezEstructura2D(E,A,L5,tetha5);
k6=a_MatrizRigidezEstructura2D(E,A,L6,tetha6);
k7=a_MatrizRigidezEstructura2D(E,A,L7,tetha7);
k8=a_MatrizRigidezEstructura2D(E,A,L8,tetha8);
k9=a_MatrizRigidezEstructura2D(E,A,L9,tetha9);
%Crea una Matriz de 12x12 esto porque tengo 6 elementos y 2 grados de
%libertad en cada uno ya que es una estructura 2D, 6*2=12
K=zeros(12,12);

%CREAR LAS MATRICES GLOBALES DE MIS ELEMENTOS: Esto implica indicar los
%nodos de dónde a donde va cada una de las barras de la estructura 2D
K=b_EnsambleMatricesRigidez_y_MatrizGlobal_K(K,k1,1,2); %Elemento 1: Va del nodo 1 al 2
K=b_EnsambleMatricesRigidez_y_MatrizGlobal_K(K,k2,3,2); %Elemento 2: Va del nodo 3 al 2
K=b_EnsambleMatricesRigidez_y_MatrizGlobal_K(K,k3,1,3); %Elemento 3: Va del nodo 1 al 3
K=b_EnsambleMatricesRigidez_y_MatrizGlobal_K(K,k4,2,4); %Elemento 4: Va del nodo 2 al 4
K=b_EnsambleMatricesRigidez_y_MatrizGlobal_K(K,k5,5,2); %Elemento 5: Va del nodo 5 al 2
K=b_EnsambleMatricesRigidez_y_MatrizGlobal_K(K,k6,3,5); %Elemento 6: Va del nodo 3 al 5
K=b_EnsambleMatricesRigidez_y_MatrizGlobal_K(K,k7,6,4); %Elemento 7: Va del nodo 6 al 4
K=b_EnsambleMatricesRigidez_y_MatrizGlobal_K(K,k8,5,4); %Elemento 8: Va del nodo 5 al 4
K=b_EnsambleMatricesRigidez_y_MatrizGlobal_K(K,k9,5,6); %Elemento 9: Va del nodo 5 al 6
%Esto se hace para llenar la matriz global con todos los elementos que
%conforman mi estructura, creando una gigante matriz Global que incluya
%todas las barras de mi estructura.

%Q1=Q2=0 Q11=Q12=0
%Se hace un subsistema con los grados de libertad que no sean cero, esto
%se toma en cuenta considerando los nodos donde se encuentren los apoyos
%de la estructura 2D, para ello tomamos las filas y columnas que no se haya
%eliminado, osea donde no existan apoyos, en MATLAB así se extraen:
%Con K(3:10, ...) sacamos de la fila 3 a la 10 de la matriz K
%Con K(..., 1:2) sacamos de las columnas 3 a la 10 de la matriz K
k=[K(3:10, 3:10)];

%Vector f de fuerzas externas xy en cada uno de los 8 nodos:
%4 nodos libres con 2 grados de libertad cada uno donde se pueden aplicar
%fuerzas xy
f=[20e3;0;0;0;0;0;0;0];

%Con esto se calculan los desplazamientos, pero en sus coordenadas xy
q=k\f;
%Desplazamientos en los nodos 2,3,4 y 5; recordando que cada uno tiene 2
%grados de libertad, osea dos coordenadas hacia donde se pueden mover.
desplazamientosNodo2=[q(1);q(2)];
desplazamientosNodo3=[q(3);q(4)];
desplazamientosNodo4=[q(5);q(6)];
desplazamientosNodo5=[q(7);q(8)];

%Este es el vector Q que tiene las que valian cero para poder calcular las reacciones
Q=[0;0;q(1);q(2);q(3);q(4);q(5);q(6);q(7);q(8);0;0]

%Con esto se calculan las reacciones en los apoyos
F=K*Q

%Reacciones nodo 1
R1=[F(1);F(2)];
%Reacciones nodo 6
R2=[F(11);F(12)];

%Así calculo los esfuerzos en todos los elementos
Esfuerzo=F./A;

%El elemento 1 tiene 2 nodos, cada uno con 2 grados de libertad
Q1=[Q(1);Q(2);Q(3);Q(4)];
%Esfuerzo barra 1
%Lo dividimos entre 1e6 para que se vea como MPa el resultado
Esfuerzo1=c_VectorEsfuerzoAxialEstructura2D(E,L1,tetha1,Q1)/1e6
%Esfuerzo barra 2
Q2=[Q(5);Q(6);Q(3);Q(4)]; %Grados de libertad del elemento 2
Esfuerzo2=c_VectorEsfuerzoAxialEstructura2D(E,L2,tetha2,Q2)/1e6
%Esfuerzo barra 3
Q3=[Q(1);Q(2);Q(5);Q(6)]; %Grados de libertad del elemento 3

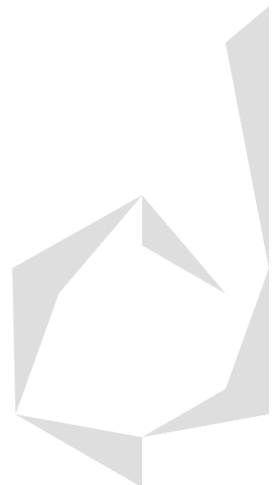
```



```

Esfuerzo3=c_VectorEsfuerzoAxialEstructura2D(E,L3,tetha3,Q3)/1e6
%Esfuerzo barra 4
Q4=[Q(3);Q(4);Q(7);Q(8)]; %Grados de libertad del elemento 4
Esfuerzo4=c_VectorEsfuerzoAxialEstructura2D(E,L4,tetha4,Q4)/1e6
%Esfuerzo barra 5
Q5=[Q(9);Q(10);Q(3);Q(4)]; %Grados de libertad del elemento 5
Esfuerzo5=c_VectorEsfuerzoAxialEstructura2D(E,L5,tetha5,Q5)/1e6
%Esfuerzo barra 6
Q6=[Q(5);Q(6);Q(9);Q(10)]; %Grados de libertad del elemento 6
Esfuerzo6=c_VectorEsfuerzoAxialEstructura2D(E,L6,tetha6,Q6)/1e6
%Esfuerzo barra 7
Q7=[Q(11);Q(12);Q(7);Q(8)]; %Grados de libertad del elemento 7
Esfuerzo7=c_VectorEsfuerzoAxialEstructura2D(E,L7,tetha7,Q7)/1e6
%Esfuerzo barra 8
Q8=[Q(9);Q(10);Q(7);Q(8)]; %Grados de libertad del elemento 8
Esfuerzo8=c_VectorEsfuerzoAxialEstructura2D(E,L8,tetha8,Q8)/1e6
%Esfuerzo barra 9
Q9=[Q(9);Q(10);Q(11);Q(12)]; %Grados de libertad del elemento 9
Esfuerzo9=c_VectorEsfuerzoAxialEstructura2D(E,L9,tetha9,Q9)/1e2

```



Instrucciones del Análisis Mecánico:

a) Obtener la matriz global de rigidez K.

```

Command Window
>> K

K =

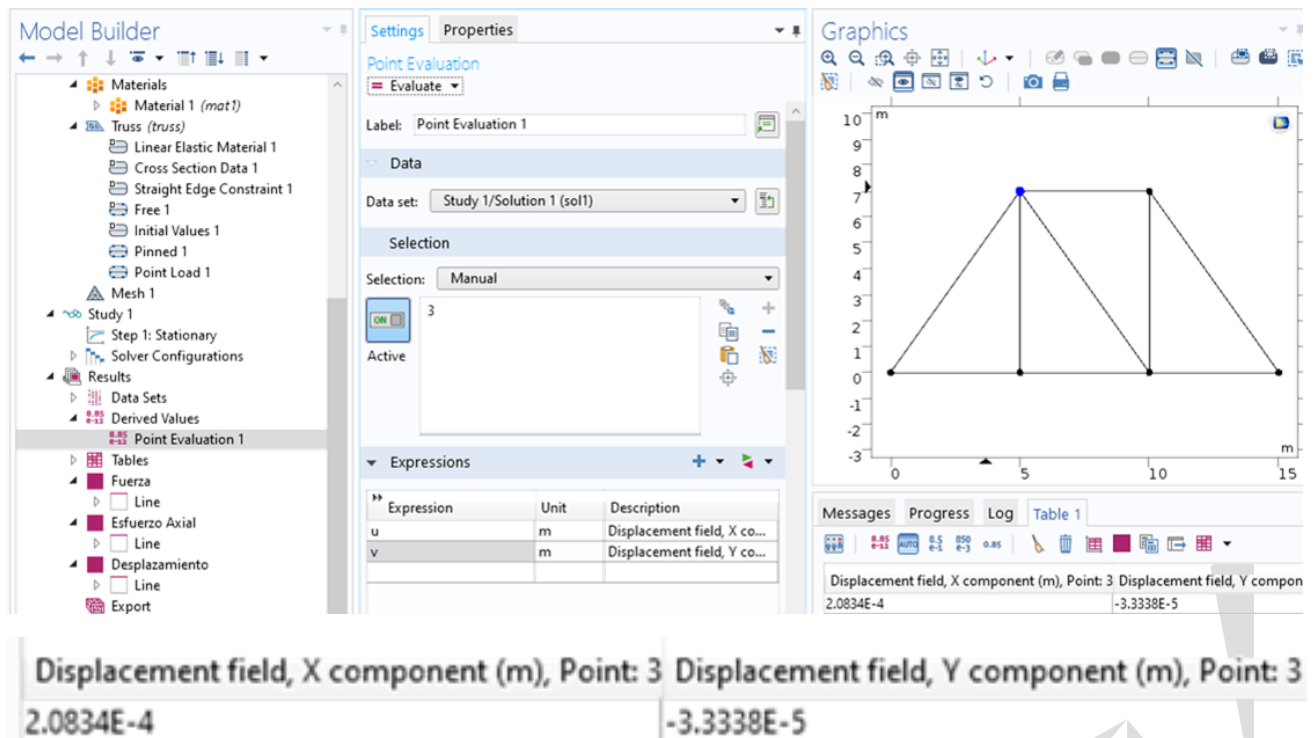
1.0e+08 *

    2.5124    0.5773   -0.4124   -0.5773   -2.1000         0         0         0         0         0         0         0
    0.5773    0.8082   -0.5773   -0.8082         0         0         0         0         0         0         0         0
   -0.4124   -0.5773    2.9247    0.0000   -0.0000   -0.0000   -2.1000         0   -0.4124    0.5773         0         0
   -0.5773   -0.8082    0.0000    3.1165   -0.0000   -1.5000         0         0    0.5773   -0.8083         0         0
   -2.1000         0   -0.0000   -0.0000    4.2000    0.0000         0         0   -2.1000         0         0         0
         0         0   -0.0000   -1.5000    0.0000    1.5000         0         0         0         0         0         0
         0         0   -2.1000         0         0         0    2.5124   -0.5773   -0.0000   -0.0000   -0.4124    0.5773
         0         0         0         0         0         0   -0.5773    2.3083   -0.0000   -1.5000    0.5773   -0.8083
         0         0   -0.4124    0.5773   -2.1000         0   -0.0000   -0.0000    4.6124   -0.5773   -2.1000         0
         0         0    0.5773   -0.8083         0         0   -0.0000   -1.5000   -0.5773    2.3083         0         0
         0         0         0         0         0         0   -0.4124    0.5773   -2.1000         0    2.5124   -0.5773
         0         0         0         0         0         0    0.5773   -0.8083         0         0   -0.5773    0.8083
  
```

b) Obtener los desplazamientos horizontales y verticales en los nodos 2, 3, 4 y 5.

➤ **Nodo 2**

COMSOL:



MATLAB:

```

Command Window

>> desplazamientosNodo2

desplazamientosNodo2 =

    1.0e-03 *

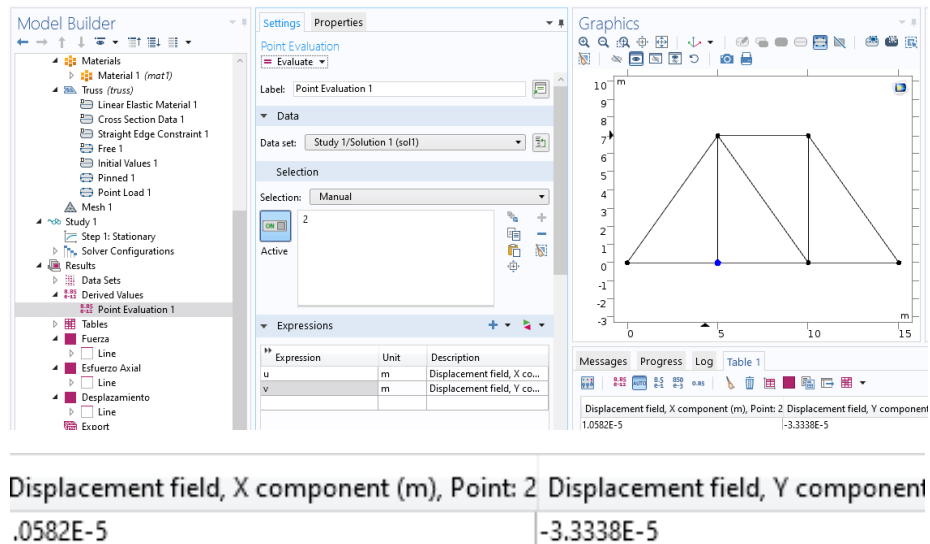
    0.2083
   -0.0333

fx >>

```

➤ **Nodo 3**

COMSOL:



MATLAB:

```

Command Window

>> desplazamientosNodo3

desplazamientosNodo3 =

    1.0e-04 *

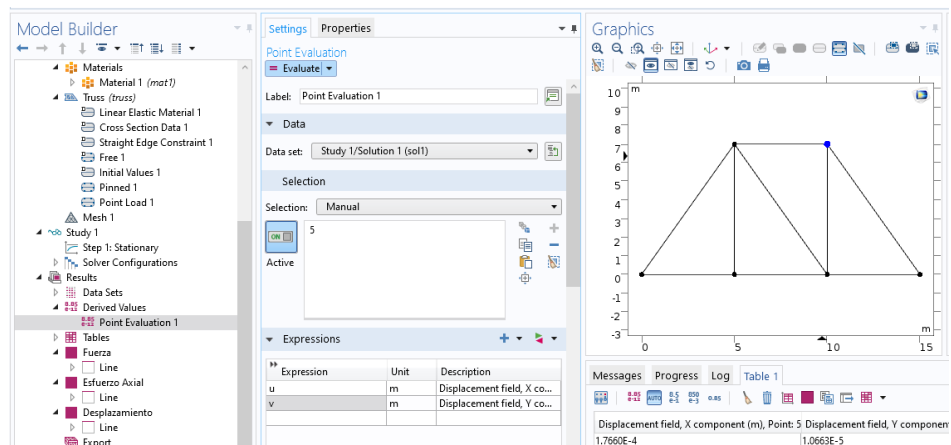
    0.1058
   -0.3334

fx >>

```

➤ Nodo 4

COMSOL:



MATLAB:

```

Command Window
>> desplazamientosNodo4

desplazamientosNodo4 =

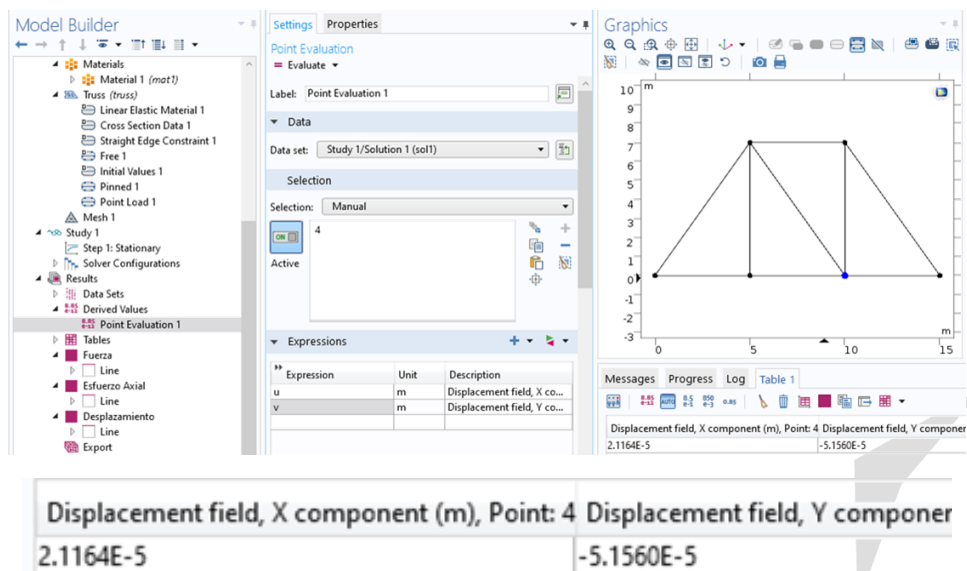
    1.0e-03 *

    0.1766
    0.0107

fx >> |
  
```

➤ Nodo 5

COMSOL:



MATLAB:

```
Command Window

>> desplazamientosNodo5

desplazamientosNodo5 =

    1.0e-04 *

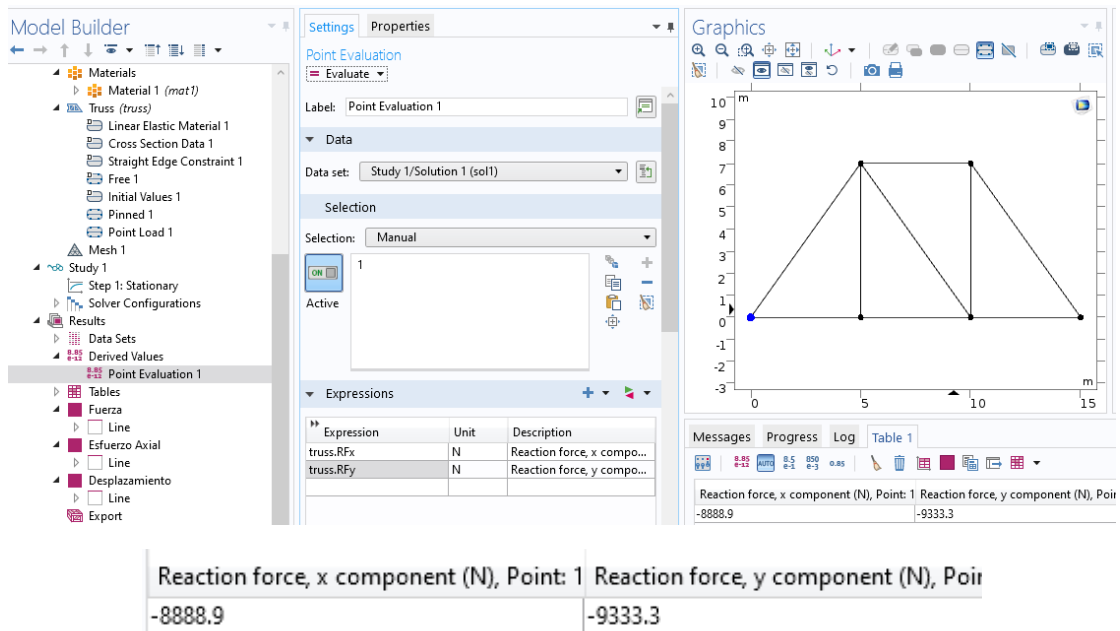
    0.2116
   -0.5156

fx >> |
```

c) Encontrar las reacciones horizontales y verticales en los nodos 1 y 6.

➤ Reacciones nodo 1

COMSOL:



MATLAB:

```
Command Window

>> R1

R1 =

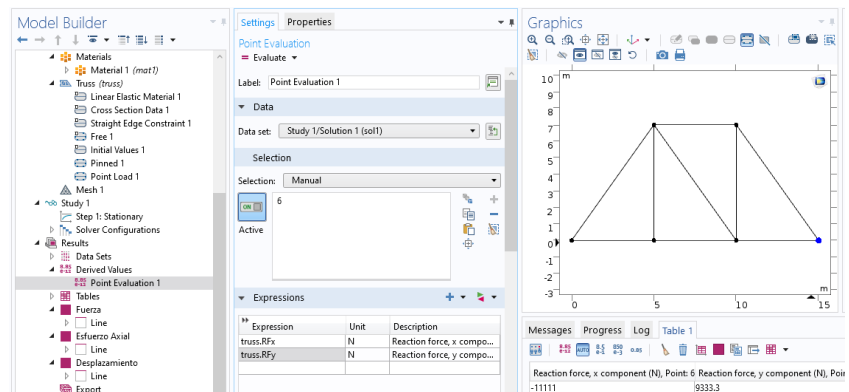
    1.0e+03 *

   -8.8890
   -9.3335

fx >> |
```

➤ Reacciones nodo 6

COMSOL:



Reaction force, x component (N), Point: 6	Reaction force, y component (N), Point: 6
-11111	9333.3

MATLAB:

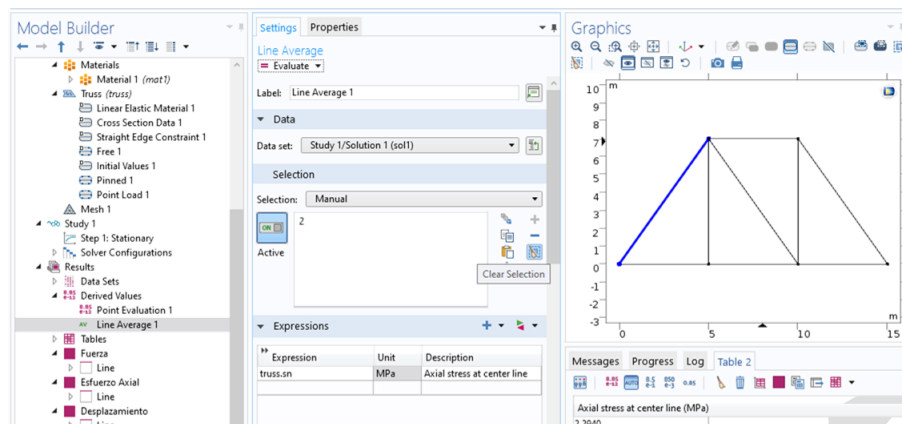
```

Command Window
>> R2
R2 =
    1.0e+04 *
    -1.1111
     0.9333
fx >>
  
```

d) Encontrar el esfuerzo en cada elemento de la estructura.

➤ Elemento 1

COMSOL:



Axial stress at center line (MPa)
2.2940

MATLAB:

```
Command Window

>> Esfuerzol

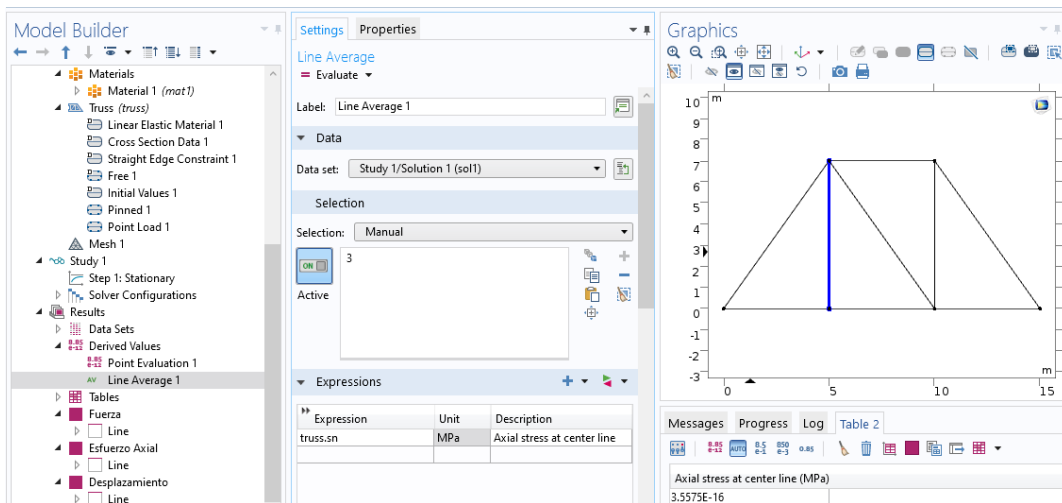
Esfuerzol =

    2.2940

fx >>
```

➤ **Elemento 2**

COMSOL:



Axial stress at center line (MPa)	
3.5575E-16	

MATLAB:

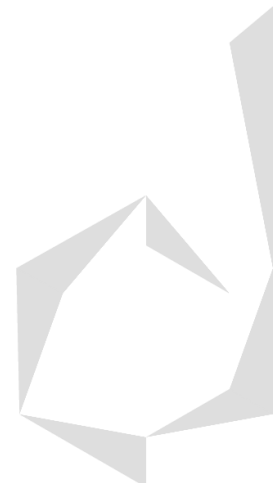
```
Command Window

>> Esfuerzo2

Esfuerzo2 =

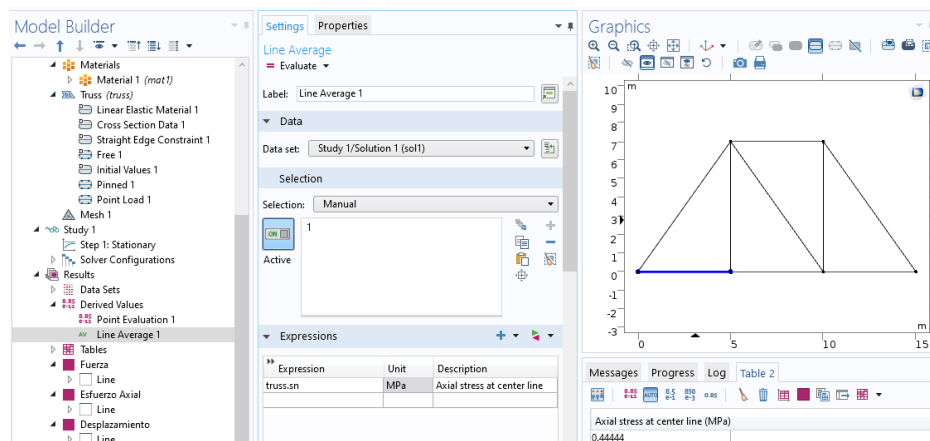
    1.1642e-16

fx >> |
```



➤ Elemento 3

COMSOL:



Axial stress at center line (MPa)

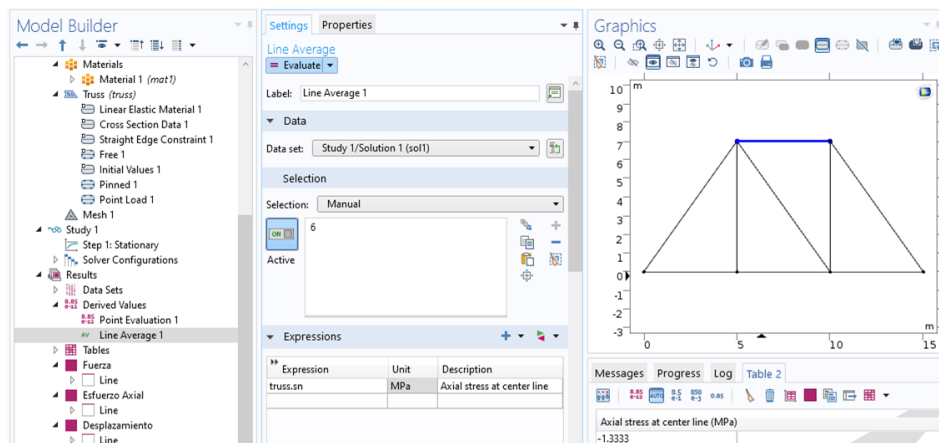
0.44444

MATLAB:

```
Command Window
>> Esfuerzo3
Esfuerzo3 =
0.4444
fx >> |
```

➤ Elemento 4

COMSOL:



Axial stress at center line (MPa)

-1.3333

MATLAB:

```
Command Window

>> Esfuerzo4

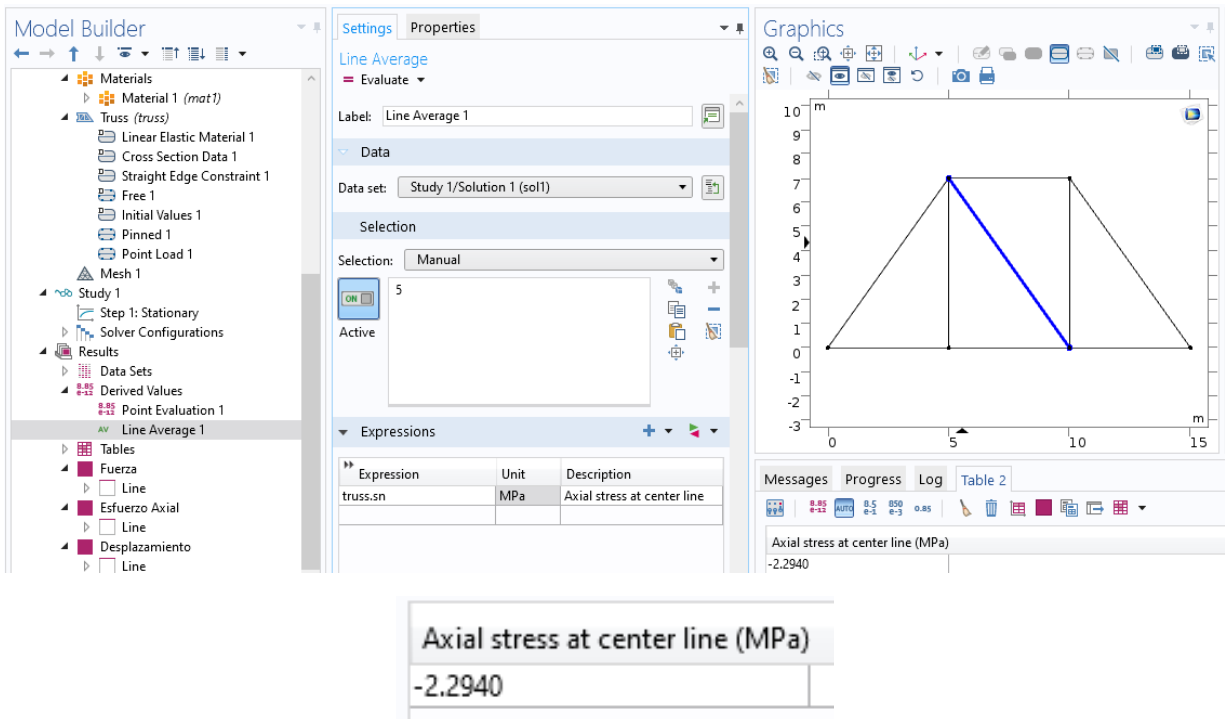
Esfuerzo4 =

    -1.3333

fx >>
```

➤ **Elemento 5**

COMSOL:



MATLAB:

```
Command Window

>> Esfuerzo5

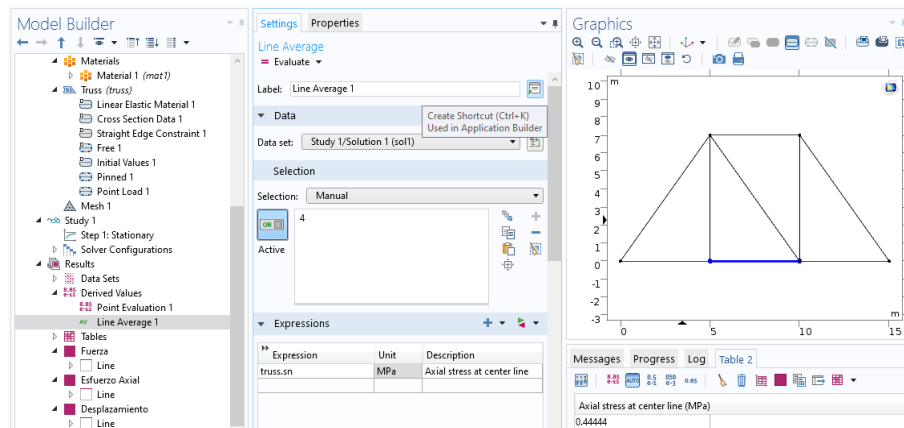
Esfuerzo5 =

    -2.2940

fx >> |
```

➤ Elemento 6

COMSOL:



Axial stress at center line (MPa)

0.44444

MATLAB:

```
Command Window
>> Esfuerzo6

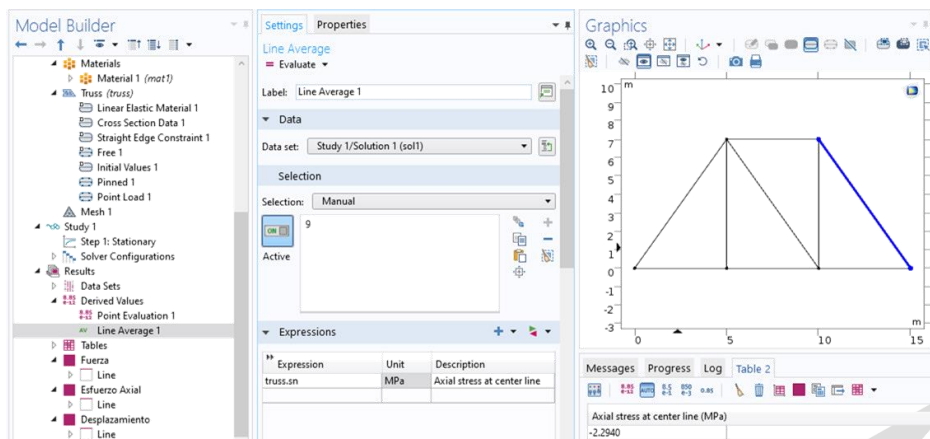
Esfuerzo6 =

    0.4444

fx >>
```

➤ Elemento 7

COMSOL:



Axial stress at center line (MPa)

-2.2940

MATLAB:

```
Command Window

>> Esfuerzo7

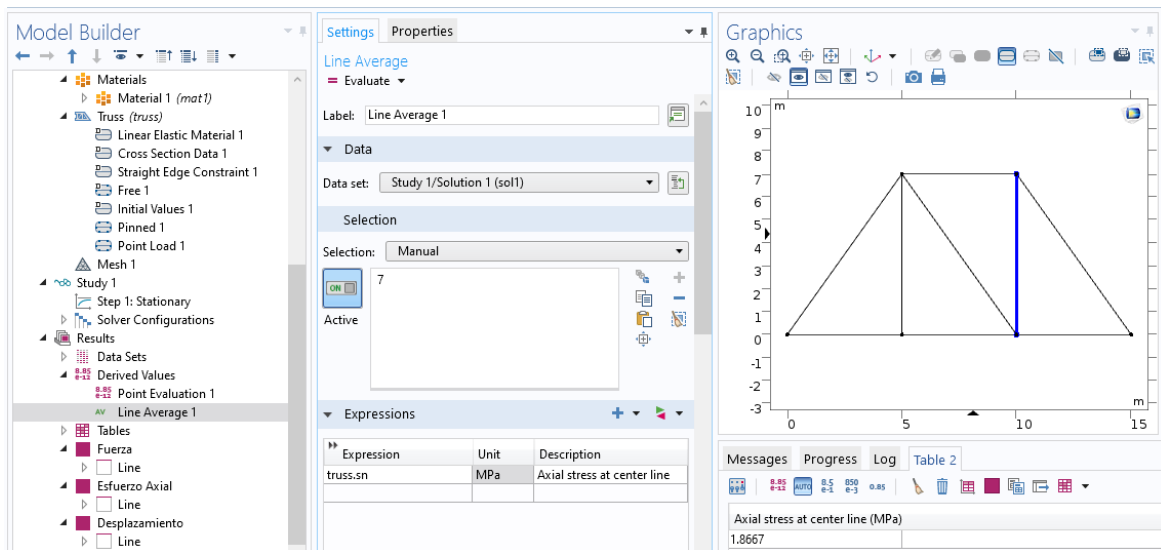
Esfuerzo7 =

    -2.2940

fx >>
```

➤ **Elemento 8**

COMSOL:



Axial stress at center line (MPa)

1.8667

MATLAB:

```
Command Window

>> Esfuerzo8

Esfuerzo8 =

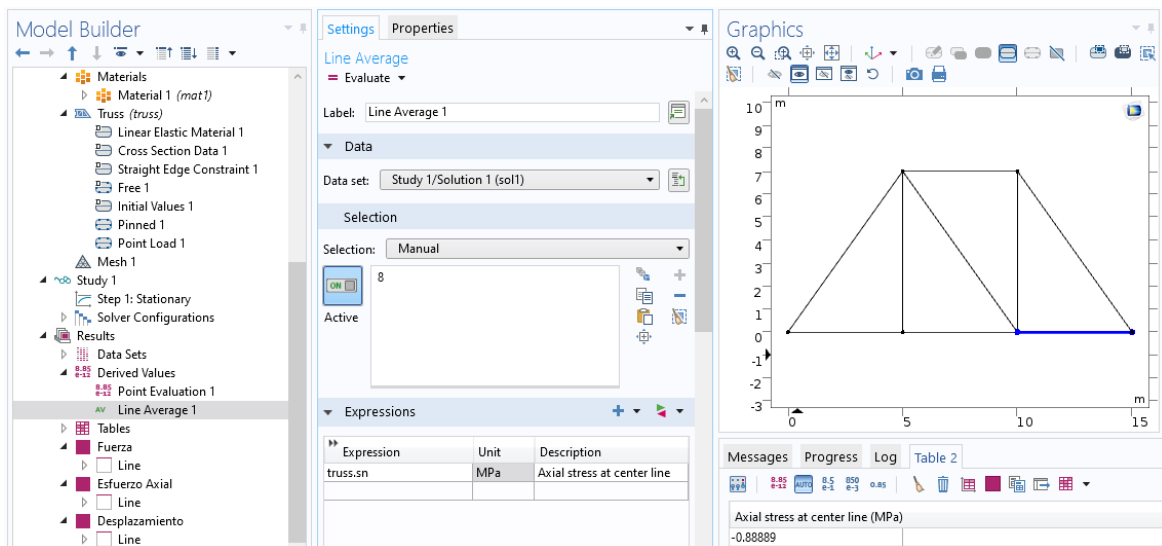
    1.8667

fx >>
```



➤ Elemento 9

COMSOL:



Axial stress at center line (MPa)
-0.88889

MATLAB:

```
Command Window
>> Esfuerzo9

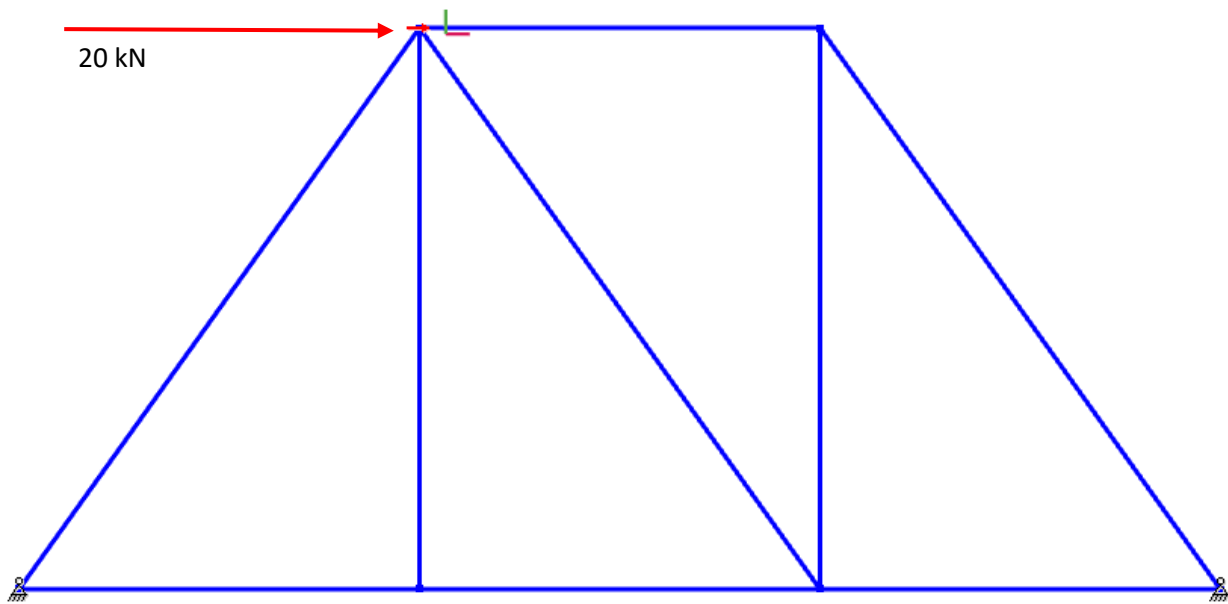
Esfuerzo9 =

    -0.8889

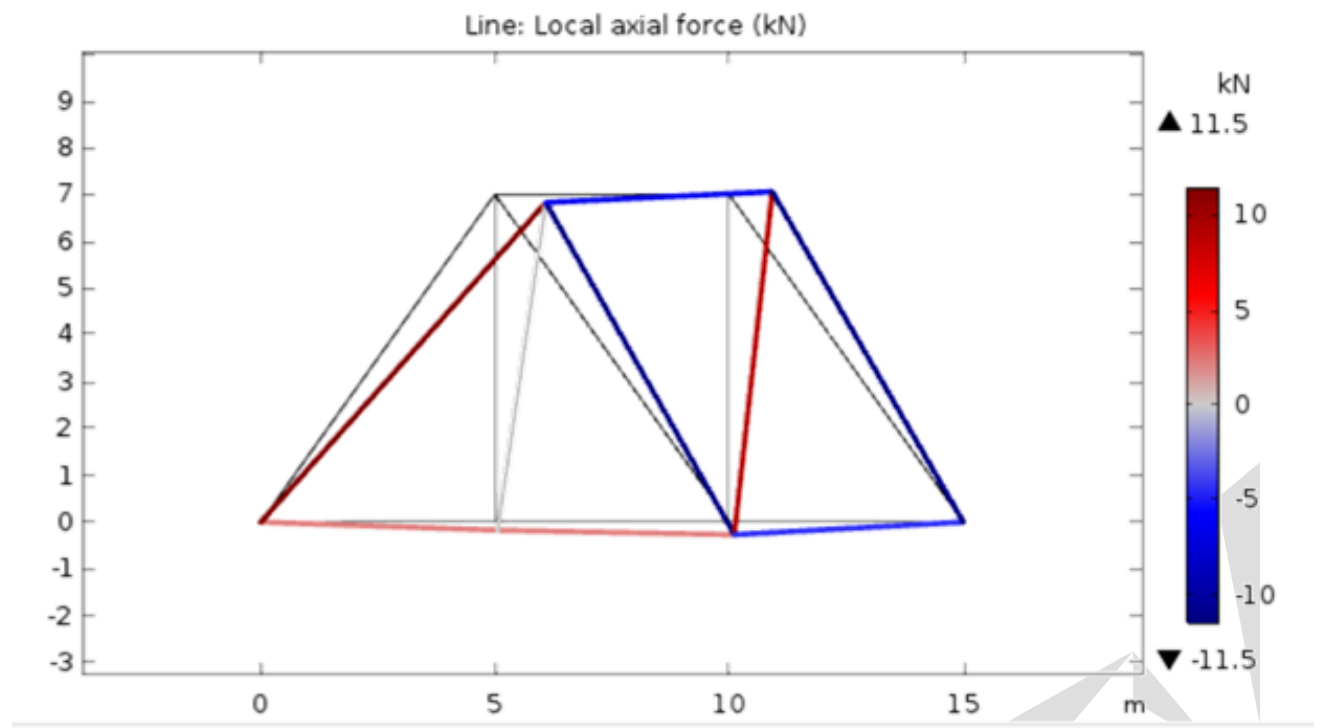
fx >>
```

Resultados del Modelo COMSOL:

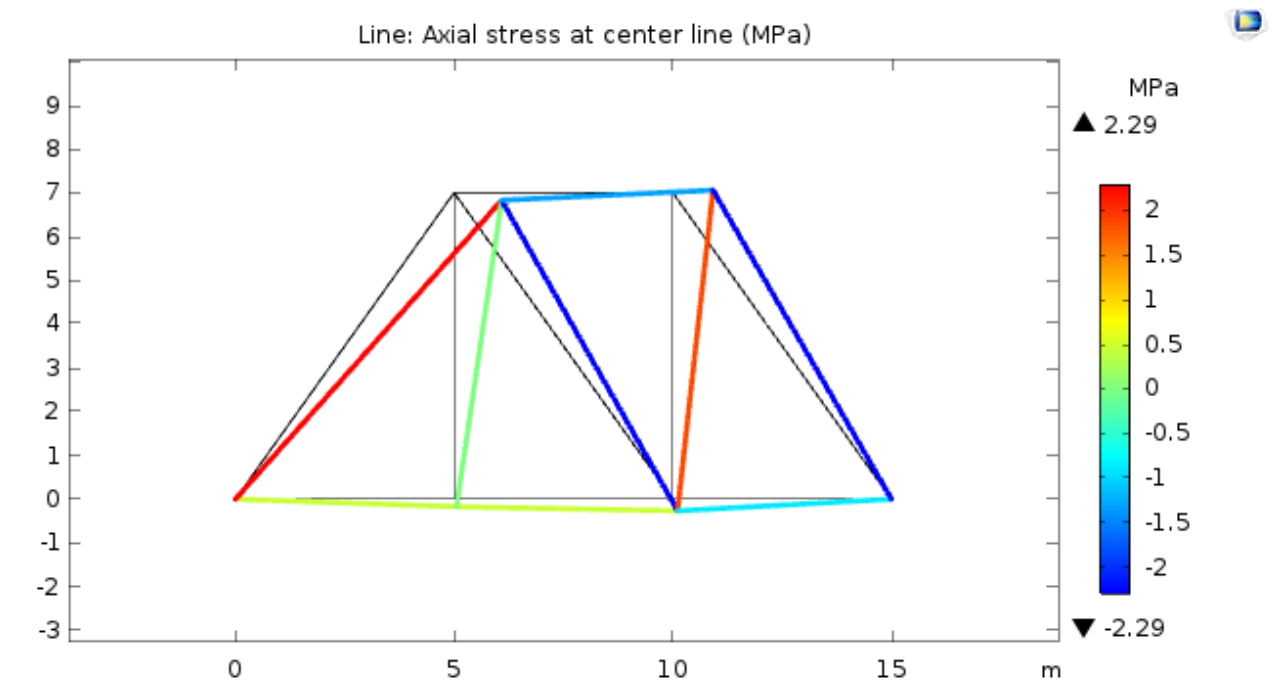
Diagrama de cuerpo libre



Fuerza Axial de Reacción



Esfuerzo Axial



Desplazamientos

