

Мы никак не учитываем результаты теста при приеме на отделение, сей тест нужен лишь для выяснения того, что мы можем считать известным при построении своих курсов.

Мы обязуемся сохранить конкретные результаты каждого школьника известными лишь тем, кому они нужны — авторам курсов.

1. Задачи

Помните, что решить задачу — это не только угадать ответ, но и объяснить, откуда он взялся (обоснованием может быть перебор вариантов, предварительные выкладки и т. п.). Пожалуйста, не пользуйтесь вычислительной техникой (калькуляторами, телефонами и т. п.) при решении задач.

Задача 1. Вычислите

$$a) \frac{7}{9} + \frac{4}{5}, \quad b) 10^1 + 10^2 + 10^3, \quad c) 25^{\frac{3}{2}}, \quad d) (16^c \cdot 16^d)^3.$$

Задача 2. Имеет ли корни уравнение $x^2 + 2x + 10000 = 0$? Ответ обосновать.

Задача 3. Решите уравнения

$$a) x = \sin 30^\circ, \quad b) \sin 2x = 1, \quad c) \frac{\sin 2x}{\cos x} = 2.$$

Задача 4. В каких точках отрезка $[0; 2\pi]$ функция $\cos x + \sin x$ имеет максимум?

Задача 5. Сравните числа и обоснуйте ответ:

$$a) \sin \frac{\pi}{100} \quad \vee \quad 0.04 \quad b) \sqrt{3} \quad \vee \quad \sqrt{5 - \sqrt{2}}.$$

Задача 6. Решите уравнение $13^{8x-1} = 1$.

Задача 7. Нарисуйте схематически графики функций

$$a) f(x) = (x+2)^2, \quad b) f(x) = x^3 + 1, \quad c) f(x) = |x| - 3, \quad d) f(x) = 2^{x-1},$$

Задача 8. Как, не нарушая правил Московского метро, провезти удочку длиной 81 см, если запрещено провозить предметы, хотя бы по одному из своих измерений (ширина, глубина, высота) превышающие 50 см?

Задача 9. Сколько трёхзначных чисел, делящихся на 3 и на 5, не делится на 21? Ответ обосновать.

Задача 10. Решите уравнение $2^{x^2} = \cos x$.

Задача 11. На озере расцвела одна лилия. Каждый день количество лилий удваивалось, и на 10-й день лилии покрыли цветками всё озеро. На какой день лилиями покрылась половина озера?

Задача 12. В семье двое детей. Известно, что один из них — мальчик. Какова вероятность того, что и второй — тоже мальчик? Вероятности рождения мальчика и девочки считать равными.

Задача 13. Тело массой 3.4 г брошено под углом 45° к горизонту со скоростью $900 \frac{M}{C}$. Найти дальность полёта. Ускорение свободного падения $g = 9.8 \frac{M}{C^2}$.

Задача 14. Найдите хотя бы три решения системы уравнений

$$\begin{cases} 1x + 2y + 3z + 4w = 0, \\ 5x + 6y + 7z + 8w = 0, \\ 9x + 10y + 11z + 12w = 0, \\ 13x + 14y + 15z + 16w = 0. \end{cases}$$

Задача 15. Вычислите производные:

$$a) \frac{d}{dx} \sin x, \quad b) \frac{\partial}{\partial x} (x^2 + y^2 + 1), \quad c) \frac{d}{dx} \ln \left(\frac{x+5}{x-5} \right). \quad (1)$$

Задача 16. Нарисуйте эскиз графика функции $f(x) = \ln \left(\frac{x+5}{x-5} \right)$.

Задача 17. Вычислите (неопределённый) интеграл функции из предыдущей задачи.

Ф.И.О. _____

2. Вопросы

Пожалуйста, *максимально честно* ответьте по 5-балльной шкале на приведённые ниже несколько вопросов про различные математические понятия. Баллы ставьте в квадратике напротив понятия. Не бойтесь ставить цифру 1 или 2! Помните, что если Вы чего-то не знаете, то это *не страшно* — Вас постараются этому научить. Нам важно знать Ваш уровень! Не забудьте подписать листок сверху в отведённом для этого месте.

Если Вы проходили и усвоили какое-либо понятие, пожалуйста, *напишите его определение* ниже (можно своими словами, не пытайтесь механически вспомнить заученное определение из книжки). Если не хватит места — не стесняйтесь писать на обратной стороне листа!

Шкала оценок

1. Не проходили, не знаю
2. Проходили, но лучше объясните еще раз
3. Проходили, но не понял, зачем оно вообще нужно
4. Проходили в школе, вроде понял
5. Знаю, умею использовать, могу рассказать другим

Понятия

<input type="checkbox"/> функция	<input type="checkbox"/> показательная функция
<input type="checkbox"/> корень уравнения	<input type="checkbox"/> логарифм
<input type="checkbox"/> квадратный корень	<input type="checkbox"/> синус (косинус)
<input type="checkbox"/> корень n -й степени	<input type="checkbox"/> производная
<input type="checkbox"/> квадратное уравнение	<input type="checkbox"/> частная производная
<input type="checkbox"/> степень числа	<input type="checkbox"/> вероятность
<input type="checkbox"/> степенная функция	<input type="checkbox"/> интеграл

3. Запасные задачи

Задача 1 («Военный косинус», Юра Ц.). Бывает ли такой угол, что его косинус равен $\frac{\pi}{4}$?

Задача 2 (Народная). Нарисуйте эскиз графика функции

$$f(x) = x \sin \frac{1}{x}. \quad (1)$$

Задача 3 (Юра Ц.). Какова вероятность вынуть наугад два белых шара из корзины, в которой лежат 8 белых и 3 чёрных шара?

Задача 4 (Народная). В прямоугольной плите вырезали квадратное отверстие (так, что вырез не задевает края плиты, см. рис.). Как с помощью циркуля и линейки разрезать плиту на две части одинаковой площади?

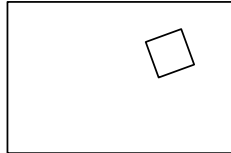


Рис. 1

Задача 5 («Комары», Дима В.). На одном болоте Тверской области к началу июня жило всего 100 комаров (по 50 особей каждого пола). каждая самка откладывает по 150 яиц в неделю, и за эту неделю из каждого из них вылупляется новый комар. при этом $\frac{1}{10}$ всех вылупившихся комаров каждый день погибает по естественным и другим причинам. Оцените (не обязательно очень точно) количество комаров на болоте к началу Летней Школы (24 июля).