Resolución numérica del problema no lineal de mínimos cuadrados. Aplicaciones a las estimación de parámetros de modelos matemáticos.

Dídac Blanco Morros

14 de febrero de 2023

USC UNIVERSIDADE DE SANTIAGO DE COMPOSTELA FACULTADE DE MATEMÁTICAS

Table of Contents

Table of Contents

Conceptos previos

Un problema de optimización sin restricciones tiene la forma

$$\min_{x} f(x)$$

- $x \in \mathbb{R}^n$ y $f : \mathbb{R}^n \to \mathbb{R}$ es continuamente diferenciable.
- A f se le llama función objetivo.

Conceptos previos

- Norma euclídea: $\|x\|_2 = \left(\sum_{i=1}^{n} |x_i|^2\right)^{1/2}$.
- Punto estacionario de f: $\nabla f(x) = 0$.
- Mínimo x^*: existe $\delta > 0$ tal que $f(x^*) \leq f(x)$.
- Mínimo estricto x^*: existe $\delta > 0$ tal que $f(x^*) < f(x)$ con $x \neq x^*$.
  - Local: para todo $x \in \mathbb{R}^n$ que satisface $\|x - x^*\| < \delta$.
  - Global: para todo $x \in \mathbb{R}^n$
- Producto escalar de x e y en $\mathbb{R}^n$: $\langle x, y \rangle = \sum_{i=1}^{n} x_i y_i$.
- Dirección descendente de f en x: $d \in \mathbb{R}^n$ tal que $\langle \nabla f(x), d \rangle < 0$.

Condiciones de optimalidad

Consideremos el problema inicial

$$\min_{x} f(x)$$

Condiciones de optimalidad

Consideremos el problema inicial

$$\min_x f(x)$$

Teorema: Condición Necesaria de Primer Orden

Sea $f : D \subset \mathbb{R}^n \to \mathbb{R}$ continuamente diferenciable en un conjunto abierto D. Si x^* es un mínimo local, entonces $\nabla f(x^*) = 0$.

Condiciones de optimalidad

Consideremos el problema inicial

$$\min_x f(x)$$

Teorema: Condición Necesaria de Primer Orden

Sea $f : D \subset \mathbb{R}^n \to \mathbb{R}$ continuamente diferenciable en un conjunto abierto D. Si x^* es un mínimo local, entonces $\nabla f(x^*) = 0$.

Teorema: Condición Necesaria de Segundo Orden

Sea $f : D \subset \mathbb{R}^n \to \mathbb{R}$ dos veces continuamente diferenciable en un conjunto abierto D. Si x^* es un mínimo local, entonces $\nabla f(x^*) = 0$ y $\nabla^2 f(x^*)$ es definida positiva.

Condiciones de optimalidad

Consideremos el problema inicial

$$\min_{x} f(x)$$

Teorema: Condición Necesaria de Primer Orden

Sea $f : D \subset \mathbb{R}^n \to \mathbb{R}$ continuamente diferenciable en un conjunto abierto D. Si x^* es un mínimo local, entonces $\nabla f(x^*) = 0$.

Teorema: Condición Necesaria de Segundo Orden

Sea $f : D \subset \mathbb{R}^n \to \mathbb{R}$ dos veces continuamente diferenciable en un conjunto abierto D. Si x^* es un mínimo local, entonces $\nabla f(x^*) = 0$ y $\nabla^2 f(x^*)$ es definida positiva.

Teorema: Condición Suficiente de Segundo Orden

Sea $f : D \subset \mathbb{R}^n \to \mathbb{R}$ dos veces continuamente diferenciable en un conjunto abierto D. Si $\nabla f(x^*) = 0$ y $\nabla^2 f(x^*)$ es definida positiva, entonces $x^* \in D$ es un mínimo local.

Table of Contents

Table of Contents

Table of Contents