

Het sleutelwoord is verhouding, *proportio*.⁴ Verschillen, bijvoorbeeld verschillende snelheden van planeten, kunnen als verhoudingen begrepen worden: als object a tweemaal zo snel beweegt als object b, dan verhouden a en b zich (wat betreft hun snelheid) als 2:1. Een dergelijke verhouding is Keplers uitgangspunt: hij kiest de zogeheten extreme hoeksnelheden van de planetenbanen gezien vanaf de zon, dus de verhoudingen tussen de schijnbare snelheden van de planeten in aphelium (het verst van de zon) en perihelium (het dichtst bij de zon).⁵ Met schijnbare snelheid wordt bedoeld dat het niet handelt om een absolute snelheid, gemeten bijvoorbeeld langs de baan van een planeet, maar dat het handelt om een zogenaamde hoeksnelheid als gezien door een waarnemer vanaf de zon, waarbij de zon is gekozen als middelpunt van het zonnestelsel en als bron van de beweging van de planeten.

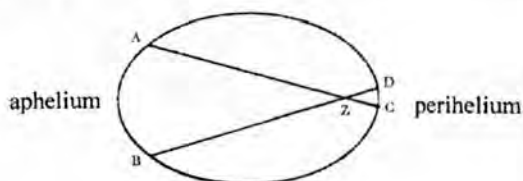
Uit Afbeelding 2⁶ wordt direct duidelijk dat een planeet (wanneer een constante snelheid wordt aangenomen) meer tijd nodig heeft voor de afstand AB, dan voor de afstand CD: de hoeksnelheid AB is geringer dan die van CD. (In werkelijkheid is de snelheid van een planeet niet constant: in het perihelium is de reële snelheid van een planeet onder invloed van het zwaartekrachtsveld van de zon groter. Hierdoor wordt het verschil in snelheid tussen aphelium en perihelium nog vergroot.)

In de volgende gedeelten wil ik in een aantal stappen het

zjuist getoonde accoord verklaren: hoe Kepler de harmonieeler gebruikt om de verschillende snelheden van de planeetbanen met elkaar in verband te brengen, het soort berekeningen en de betekenis daarvan voor Kepler; met tot besluit een conclusie waarin een en ander in een breder perspectief zal worden geplaatst.

Keplers afleiding: van een tabel naar een toonladder

In hoofdstuk 4 (boek v) van *HM* geeft Kepler een tabel voor de schijnbare hoeksnelheden, gebaseerd op zijn jarenlange waarnemingen, en deze tabel dient als uitgangspunt voor verdere harmonische speculaties; zie Tabel 1 (of Afbeelding 3, het origineel uit *HM*). De middelste kolom bevat de (schijnbare) dagelijkse snelheden weergegeven in boogminuten en -seconden in aphelium (A) en perihelium (P).⁷ De rechterkolom bevat geen reële, maar ideale snelheden, uitgaande van de harmonische proporties; zij worden verkregen door een van de extreme snelheden aan te passen: de extreme snelheid in aphelium van Aarde, Mars, Jupiter en Saturnus, en de extreme snelheid in perihelium van Venus en Mercurius. De overeenkomst tussen de reële en de ideale snelheden is, zo merkt Kepler op, zeer groot.⁸ De linkerkolom bevat een vergelijking tussen de verhoudingen van twee naburige planeten met elkaar, divergerend (van elkaar weg bewegend) en convergerend (naar elkaar toe bewegend).⁹



Afbeelding 2

Aphelium en perihelium afgezet op een ellips (z = zon).

- 4 Kepler zelf besteedt in zowel boek i, iii als iv ruim aandacht aan het begrip 'verhouding'. Zie o.m. Bruce Stephenson, *The Music of the Heavens*. New Jersey 1994. pp. 4-8 over de structuur van *HM*; en daarnaast, voor een verhandeling over de inhoud van het begrip verhouding in de 17e eeuw, zie Rolf Damman, *Der Musikbegriff im deutschen Barock*, Köln 1967 (met name hoofdstuk 1).
- 5 Andere mogelijkheden, bijvoorbeeld de afstanden van de planeten tot de zon of hun omloopsnelheden schuift Kepler terzijde, zie *HM* v, pp. 192-193. Voor een behandeling van deze punten, zie Bruce Stephenson, *Heavens*, pp. 145-149.
- 6 Uit: Michael Dickreiter, *Der Musiktheoretiker Johannes Kepler*, Bern/München 1973, p. 102.
- 7 Voor de tabel, zie: *HM* v, p. 198. Een boogminuut is het zestigste deel van een graad, de zichtbare hemel (180°) bestaat dus uit $180 \times 60 = 10800$ boogminuten, die elk weer uit 60 boogseconden bestaan (een boogminuut heeft als aanduiding ', een boogseconde ").
- 8 *HM* v, p. 199.
- 9 Deze verhoudingen spelen echter geen rol van betekenis in de komende vergelijking van de schijnbare snelheden met toongeslachten, modi en akkoorden. Zie voor een verdere uiteenzetting over de linkerkolom Bruce Stephenson, *Heavens*, pp. 151-154. Over de verhoudingen in de linkerkolom dient verder te worden opgemerkt dat ook deze ideale verhoudingen zijn, bijvoorbeeld de verhouding jupiter A: mars P als $4'30'' : 38'1''$ komt niet precies overeen met 1:8, maar is iets tussen een diësis en een halve toon groter; deze ideale snelheden zijn echter weer andere dan die van de rechterkolom. Zie hierover Michael Dickreiter, *Musiktheoretiker*, pp. 100-101.

1 Harmonieën tussen naburige planeten	2 Schijnbare dagelijkse beweging		3 Harmonische proporties	
- divergerend - convergerend	planeet	min. sec.	min. sec.	verhouding A:P
$a:d = 1:3$ (duodecime) $b:c = 1:2$ (octaaf)	Saturnus A P	$1'46''$ a $2'15''$ b	$1'48''$ $2'15''$	4:5 (grote tert)
$c:f = 1:8$ (3 octaven) $d:e = 5:24$ (2 octaven+kl. tert)	Jupiter A P	$4'30''$ c $5'30''$ d	$4'35''$ $5'30''$	5:6 (kleine tert)
$e:h = 5:12$ (undecime) $f:g = 2:3$ (kwint)	Mars A P	$26'14''$ e $38'01''$ f	$25'21''$ $38'01''$	2:3 (kwint)
$g:k = 3:5$ (grote sext) $h:l = 5:8$ (kleine sext)	Aarde A P	$7'03''$ g $61'18''$ h	$57'28''$ $61'18''$	15:16 (halve toon)
$i:m = 1:4$ (2 octaven) $k:l = 3:5$ (grote sext)	Venus A P	$94'50''$ i $97'37''$ k	$94'50''$ $98'47''$	24:25 (diesis)
	Mercurius A P	$164'0''$ l $384'0''$ m	$164'0''$ $394'0''$	5:12 (undecime)

Naar: HM v, p. 198.

Tabel 1

Schijnbare (extreme hoek-)snelheden.

Harmonia binorum		Apparentia diurni diurni From Bes.	Harmonia fingentium propria From. Sec.
diver. a b	1 2	h Aphelios 1.48. a. Perihelios 2.31. b.	Inter 1.48 & 2.15. cft $\frac{4}{5}$ Tertia major.
d 3	c 2	h Aphelios 4.30. c. Perihelios 1.30. d.	Inter 4.35. & 5.30. cft $\frac{5}{6}$ Tertiaria minor.
f 1	e 5	h Aphelios 26.14. e. Perihelios 1.81. f.	Inter 25.15. & 38.1. cft $\frac{2}{3}$ Diapente
h 12	B 3	Tcl. Aphelios 57.3. g. Perihelios 61.18. h	Inter 57.28. & 61.18. cft $\frac{15}{16}$ Semicomma
k 5	i 3	h Aphelios 94.50. i. Perihelios 97.37. k.	Inter 94.50. & 98.47. cft $\frac{24}{25}$ Diesis
m 4	l 5	h Aphelios 164.0. l. Perihelios 384.0. m.	Inter 164.0. & 394.0. cft $\frac{5}{12}$ cum tertia minore

Afbeelding 3

Het origineel bij Tabel 1. HM v, p. 198.

Vervolgens (v, 5) brengt Kepler in een aantal stappen het verband aan tussen de planeetbewegingen en een tweetal toongeslachten; een aardige bijkomstigheid van deze toongeslachten is dat zij uit uit Keplers eigen muziektheorie stammen, waarbij er een overeenkomst is met de moderne majeur- en mineurtoonladder. Kepler gebruikt namelijk het zogenaamde *cantus durus* (G-A-B-c-d-e-fis-g) en het *cantus mollis* (G-A-Bes-c-d-es-f-g). Het eerste

toongeslacht (*durus*) wordt gekenmerkt door de aanwezigheid van grote tert (B), grote sext (e) en de leidtoon (fis), het tweede toongeslacht (*mollis*) door kleine tert (Bes) en kleine sext (es). Deze zelfde intervalparen (grote/kleine) tert en sext beheersen ook de akkoorden die Kepler op basis van Tabel 1 opstelt.¹⁰ Als eerste stap reduceert Kepler de snelheden van de planeten om ze binnen het octaaf te kunnen plaatsen. De

¹⁰ Voor een verhandeling over de ontstaanswijze van deze twee toongeslachten en hun verhouding met de opkomst van de majeur/mineur-tonaliteit in de zeventiende eeuw, zie bijv. Michael Dickreiter, *Musiktheoretiker*, pp. 160-170.

reden hiervoor is dat tussen twee consonante intervallen toch dissonanten kunnen ontstaan, wanneer zij niet in een octaaf geplaatst zijn. Kepler geeft het voorbeeld van een grote terts geplaatst op een grote sext, dat een dissonant interval 12:25 zou opleveren.¹¹ De tabel waarin deze reducties worden weergegeven ziet er uit als Tabel 2 (zie ook Afbeelding 4, het origineel uit *HM*):

1	2	3	4
extreme hoeksnelheid	planeet	reductiefactor	resultaat
384°0"	Mercurius	P 2 ⁷ (128)	3°0"
164°0"		A 2 ⁶ (64)	2°34"
97°37"	Venus	P 2 ⁵ (32)	3°03"+
94°50"		A 2 ⁵ (32)	2°58"
61°18"	Aarde	P 2 ⁵ (32)	1°55"-
57°03"		A 2 ⁵ (32)	1°47"
38°01"	Mars	P 2 ⁴ (16)	2°23"-
26°14"		A 2 ³ (8)	3°17"
5°30"	Jupiter	P 2 ² (4)	2°45"
4°30"		A 2 ² (4)	2°15"
2°15"	Saturnus	P -	2°15"
1°46"		A -	1°46"

Naar: *HM* v, p. 203.

Tabel 2

Reductie extreme hoeksnelheden door machten van 2.

Motu	Prim.	Sec.
Perihelij & seprimum subdupla, seu 19874	3.	0.
Aphelij & sextum subdupla, seu 6428	2.	34.-
Perihelij & quintum subdupla, seu 3214	1.	3.-
Aphelij Veneris quintum subdupla, seu 1214	2.	58.-
Perihelij Terræ quintum subdupla, seu 1214	1.	55.-
Aphelij Terræ quintum subdupla, seu 1214	1.	47.-
Perihelij Martis quintum subdupla, seu 1014	2.	23.-
Aphelij Martis quintum subdupla, seu 1014	1.	17.-
Perihelij Jovis subdupla	2.	45.-
Aphelij Jovis subdupla	2.	15.-
Perihelij Saturni	2.	15.-
Aphelij Saturni	1.	46.-

Afbeelding 4

HM v, p. 203.

Kepler deelt de extreme hoeksnelheden door machten van twee (mogelijk omdat een octaaf zich verhoudt als 1:2). Een voorbeeld uit Tabel 2: Mercurius P 384°0" x 60 sec. = 23040°; 128 (nl. 2⁷) = 180° = 3'.¹² Muzikaal gezien betekent dit dat hij de 'tonen' (de extreme hoeksnelheden) naar beneden octaveert. De langzaamste planeet (Saturnus in aphelium) kent hij de laagste toon toe:

de G (Gamma ut). De Aarde in aphelium komt daarmee overeen: de snelheid van Saturnus is 1°46", die van de Aarde is 1°47" (57°3" gedeeld door 2⁵ is 57°3" = 3423" : 32 = 106,97" = 1°47". Het verschil van één seconde, zo merkt Kepler op, is muzikaal gezien de verhouding 106:107, hetgeen kleiner is dan een komma.¹³ Kepler is nogal laconiek over dit verschil: '... wie?', zo zegt hij, 'wil met de beweging van Saturnus in aphelium om een seconde strijden?'¹⁴ Het octaaf G-g wordt gevormd door Saturnus in aphelium (1°46") en de Aarde in aphelium (2 maal 1°47" = 3°34"), waarbij echter goed bedacht moet

11 *HM* v, p. 202.

12 N.B. De + of - in de tabel betekent 'naar boven of beneden afgerond'. Een voorbeeld met Mars A: 26°14" = 1574" : 8 (24) = 196,75" = 3°16,75" = 3°17".

13 De zogenaamde 'didymische' komma (ook 'syntonische' geheten), 81:80. Een verschijnsel dat ontstaat uit het gegeven dat zuivere octaven, kwinten en tertsen onverenigbaar zijn: het interval van vier op elkaar gestapelde kwinten (c-g-d'-a'-e'') is iets groter (een didymische komma, 81:80) dan het zelfde interval gemaakt door twee octaven plus een terts (c-c'-c''-e'') op elkaar te stapelen. Bijvoorbeeld: (4 kwinten) · (2 octaven + grote terts) = (3:2 + 3:2 + 3:2 + 3:2 = 81:16) · (2:1 + 2:1 + 5:4 = 20:4). Tweede stap, (81:16) · (20:4) = 4 x 81 : 16 x 20 = 324:320 = (4x) 81:80, de didymische komma te groot dus (anders berekend: 81/16 = 5,0625; 20/4 = 5; 5,0625 : 5 = 1,0125 = 81/80). Kepler hanteert, gezien zijn voorkeur voor polyfonie, de middentoonstemming waarin de didymische komma voorkomt. Zie over stemmingsproblemen verder L.P. Grijp en P. Scheepers, *Van Aristoxenos tot Stockhausen I*, pp. 443-451; over Kepler, polyfonie en middentoonstemming zie ook Michael Dickreiter, *Musiktheoretiker*, p. 148 e.v., of Daniel P. Walker, "Kepler's Celestial Music" in: *Journal of the Warburg and Courtauld Institutes* 30 (1967), p. 229 e.v.

14 *HM* v, p. 203: *quis ausit in Saturni aphelio motu de uno Secundo contendere?* Overigens, Kepler heeft een pagina eerder (*HM* v, p. 202) opgemerkt dat verschillen die kleiner zijn dan een halve toon verwaarloosd mogen worden. Hoofdstuk negen (het langste - maar ook meest complexe, - 30 van de 72 folio vellen waaruit boek v bestaat) is

1 extreme hoeksnelheid	2 Saturnus A = G	3 Saturnus P = G
4'30" Jupiter A	(B octaaf lager)	g 4'30"
3'39" Aarde P	–	bijna e 3'45"
3'34" Aarde A	g 3'34"	dis 3'36"
3'17" Mars A	fis 3'21"	bijna d 3'23"
3'03" + Venus P	–	c 3'0"
3'0" Mercurius P	bijna e 2'58"	c 3'0"
2'58" Venus A	e 2'58"	–
2'45" Jupiter P	bijna d 2'41"	Bes 2'42"
2'34" Mercurius A	bijna cis 2'30"	A 2'32"
2'23" Mars P	c 2'23"	–
2'15" Jupiter A	B 2'14"	(g octaaf hoger)
2'15" Saturnus P	B 2'14"	G 2'15"
1'46" Saturnus A	G 1'46"	–

Naar: HM v, p.203-204.

Tabel 3

Planeetbewegingen in twee toongeslachten; naar HM v, pp. 202-205.

worden dat de Aarde in feite vijf octaven hoger ligt. Dit geldt voor alle 'noten' (extreme snelheden) die Kepler binnen een octaaf plaatst: in werkelijkheid 'klinken' zij zoveel octaven hoger als machten van twee waarmee zij gereduceerd zijn. Nadat Kepler het octaaf heeft vastgesteld, gaat hij uit van de snelheid van Aarde in aphelium (1'47") om de overige intervallen te verkrijgen. Hij doet dit door 1'47" te vermenigvuldigen met de harmonische delingen.¹⁵ De aldus verkregen getallen vergelijkt Kepler vervolgens met de quotiënten van de delingen uit Tabel 2. De producten komen niet exact maar slechts ongeveer overeen met de quotiënten uit de tabel (echter wel binnen Keplers marge); alleen voor de beweging van Venus P en Aarde P kan Kepler geen waarde vinden. Een voorbeeld: 1'47" x 5 : 4 (grote terts) = 2'14" (107" x 1,25 = 133,75"), hetgeen vrijwel overeenkomt met Saturnus in aphelium en Jupiter in aphelium (2'15"). Op deze wijze berekent Kepler alle intervallen, zie Tabel 3.¹⁶

De verhouding Mars A : P als kwint uit Tabel 1 kent Kepler in Tabel 3 enkel schijnbaar een overmatige kwart toe (c-fis, zie Tabel 3). Bedacht moet worden dat Mars P in werkelijkheid een octaaf boven Mars A ligt, en dat Kepler allereerst voor Mars A een f berekent: Mars A f3 en Mars P c4 verhouden zich zo als een kwint. Keplers reden om een fis te noteren is dat de fis dicht bij 3'17" ligt, en dat, volgens Kepler, de fis steeds vaker in de muziek gebruikt wordt.¹⁷ Om het tweede toongeslacht (*cantus mollis*) te verkrijgen herhaalt Kepler het procédé, maar ditmaal neemt hij Saturnus in perihelium (2'15") als laagste toon G.¹⁸ De intervallen worden op dezelfde wijze als de eerste maal afgeleid, maar nu door 2'15" met de harmonische delingen te vermenigvuldigen. Bijvoorbeeld: 2'15" x 9 : 8 = 2'32", hetgeen vrijwel overeenkomt met Mercurius in aphelium. De overige intervallen in het tweede toongeslacht worden evenzo afgeleid, maar ditmaal kan Kepler voor Venus A en Mars P geen waarden afleiden (daarnaast ontbreekt Saturnus in

geheel gewijd aan de verklaring van die verschillen (en het wiskundig bewijs daarvoor). Voor een volledige behandeling van het negende hoofdstuk, zie Bruce Stephenson, *Heavens*, pp. 185-236.

¹⁵ Deze delingen werden door Kepler reeds besproken, zie HM III, p. 22 e.v. (hoofdstuk 3/4). Het zijn uit hoofdstuk 3 4:5 (grote terts), 3:4 (kwart), 2:3 (kwint) en 3:5 (grote sext) en uit hoofdstuk 4 8:9 (grote secunde) en 15:16 (kleine secunde).

¹⁶ HM pp. 203-204.

¹⁷ *Ibid.*, p. 204: Uitwerking: $2 \times 1'47'' = 3'34''$ (het octaaf van g van G); $3'34'' \times 8:9 = 3'10''$ + voor f3, terwijl $3'34'' \times 15:16 = 3'20''$ voor fis3 iets dicht bij Mars A 3'17" ligt. In werkelijkheid ligt Mars A (3'17") dus tussen f3 (3'10") en fis 3 (3'20").

¹⁸ Het *cantus durus* heeft Saturnus A als basis ("G" in afbeelding 5a), en het *cantus mollis* Saturnus P ("B"). Voor de *mollis* ladder wordt vervolgens ook de G als grondtoon genomen (B-Cis-D enz. wordt G-A-Bes enz.), zie Michael Dickreiter, *Musiktheoretiker*, p. 105 en HM v, p. 204.

aphelium).¹⁹ Tabel 3 toont een overzicht van de resultaten van deze berekeningen.

Het is volgens Kepler duidelijk dat in de hemel de noten van twee toongeslachten (*durus* en *mollis*) voorkomen, de noten waarvan het natuurlijke gezang zich in de muziek bedient.²⁰ Deze 'scala musica' zien er uit als in Afbeelding 5a en b. Op deze wijze brengt Kepler tussen de twee toongeslachten en de planeetbewegingen verband aan: de extreme hoeksnelheid correspondeert met een toon uit een toonladder.

Aan het eind van hoofdstuk vier (boek v) merkt Kepler op



Afbeelding 5a en b
Scala musica (*durus* en *mollis*). HM v, p. 204.

dat er een verschil bestaat tussen de harmonieën (A : P) van de afzonderlijke planeten en de planetenparen. De harmonische verhouding van A en P van een afzonderlijke planeet kan niet op hetzelfde moment worden waargenomen, simpelweg omdat een planeet niet tegelijkertijd in A en P kan zijn, bij een planetenpaar daarentegen is dit wel mogelijk. Er kan dus de volgende analogie gemaakt worden, zo vervolgt Kepler: de beweging van een enkele planeet is vergelijkbaar met eenstemmig gezang, of 'koor'-gezag, het enige dat de 'ouden' kenden, de beweging van meerdere planeten met meerstemmig gezang, ook wel 'gefigureerd' genaamd, hetgeen in de laatste eeuwen is uit-

gevonden.²¹ De gegevens uit Tabel 1 interpreteert Kepler dan ook achtereenvolgens als toongeslacht (boek v, 5 – zojuist getoond), modus (v, 6) en akkoord (v, 7 – zie onder).

Meerstemmigheid

Om nu terug te keren bij de eerder getoonde accoorden, in het zevende hoofdstuk van boek 5 beschrijft Kepler hoe meerstemmigheid kan worden afgeleid uit de schijnbare snelheden; hierbij gaat hij uit van de gegevens uit de rechterkolom van Tabel 1 (Saturnus A : P verhoudt zich als 4 : 5, etc.). Dit hoofdstuk luidt hij als volgt in:

"Nu is nodig, Urania, een groot geluid, terwijl ik op de harmonische ladder van de hemelse bewegingen naar grotere hoogten opklim, naar waar het ware, verborgen origineel van de wereldbouw bewaard wordt."

De meerstemmige muziek, die in de oudheid onbekend was, zo vervolgt Kepler, is de waarachtige spiegel van de wereld: in haar openbaren zich de geheimen van de schepping aan de geesten van de mensen.²²

Meerstemmigheid in de harmonie der sferen is Keplers grote vernieuwing. Deze meerstemmigheid kan voorkomen als twee-, drie-, vier-, vijf- of zesstemmigheid, dus tussen twee tot zes planeten. In de hemel klinken niet meer dan zes stemmen, want de Maan heeft geen eigen stem, maar 'zingt' met de aarde mee. Kepler begint met de opmerking dat hij de harmonische verhoudingen tussen snelheden van naburige planeten reeds getoond heeft (Tabel 1, linkerkolom). Meer bijzonder echter, zo vervolgt hij, is de harmonie die ontstaat wanneer twee planeten tegelijkertijd in hun apsis staan.²³ Deze gebeurtenis is zeer zeldzaam, zeker wat betreft de buitenste planeten (in Keplers tijd Jupiter en Saturnus), die immers het langzaamst bewegen. Kepler geeft Jupiter en Saturnus dan ook als voorbeeld voor de zeldzaamheid van deze gebeurtenis.

In de tijd tussen het bereiken van hun respectievelijke

¹⁹ HM v, p. 204 e.v. Bruce Stephenson (*Heavens* p. 159) merkt op dat Kepler wel waarden had kunnen noteren, maar dit om een of andere reden niet heeft gedaan (Stephenson geeft dan ook een aantal voorbeelden van de mogelijkheden die Kepler nog openstonden).

²⁰ HM v, p. 205: *Est igitur in coelo duplici via, et in duobus quasi generibus cantus, expressa scala musica, seu systema unius Octavae, cum locis omnibus, per quae in Musica traducitur cantus naturalis.*

²¹ HM v, pp. 201-202: *Adeoquae quae proportio est Cantus simplicis seu Monodiae, quam Chorem Musicam dicimus, et quae sola Veteribus fuit cognita, ad cantum plurium vocum, Figuratum dictum, inventum proximorum saeculorum: eadem est proportio Harmoniarum, quas singuli designant Planetas ad Harmonia iunctorum.*

²² HM v, pp. 207: *Nunc opus, Vranie, sonitu majore: dum per scalam Harmonicam coelestium motuum, ad altiora conscendo; qua genuinus Archetypus fabricae Mundanae reconditus asservatur.* Maar zie ook p. 208.

²³ De apsis wordt gedefinieerd als elk der uiteinden van de lijn die de twee uiterste punten van de grote as van een ellips met elkaar verbindt, deze uiterste punten komen natuurlijk overeen met aphelium en perihelium. Bruce Stephenson (*Heavens* p. 171) merkt op dat de zeldzaamheid natuurlijk afhangt van hoe precies men de momenten aphelium en perihelium definieert. Omdat de planeetsnelheden slechts langzaam veranderen rond de apsiden kan Kepler uitgaan van een bepaalde periode in plaats van enkel het precieze apsis-moment.

apsis kunnen de planeten ook harmonieën produceren. Saturnus beweegt (zie Tabel 3) van G naar B en Jupiter van B naar d (gezien de reductie in Tabel 2 in werkelijkheid een octaaf hoger, vandaar intervallen als een decime etc.). Dit betekent dat buiten de apsis-intervallen (Saturnus A en Jupiter P: G-d, een duodecime of Saturnus P en Jupiter A: B-B, een octaaf) bijvoorbeeld een grote of kleine decime (G-B, B-d, A-c) kan ontstaan, of een undecime (G-c, A-d), en, gezien de continue (glissando) beweging, alles daartussenin. Hierdoor komt harmonie tussen twee stemmen, dus tussen twee planeten, het meeste voor. Wanneer de overige planeten erbij betrokken worden kunnen nog veel meer harmonieën tussen twee planeten worden vastgesteld, daar zij (Mercurius, Venus, Aarde en Mars) sneller bewegen, en dus vaker harmonische verhoudingen samenstellen. Dit laatste is zeker het geval wat betreft Mercurius: vanwege diens grote snelheid, en dus grote ambitus, kan deze bijna altijd in een harmonie worden ingepast.²⁴ Ook driestemmige harmonieën komen redelijk vaak voor, hoewel minder vaak dan tweestemmige. Het lijkt erop, zo zegt Kepler, dat driestemmige harmonieën vanwege de relatief grote snelheid van Mars, Aarde en Mercurius tussen deze drie vaker voorkomen. Maar vooral Venus moet, vanwege haar geringe beweeglijkheid, geduldig wachten tot haar toon mee kan klinken met de anderen.²⁵ Harmonieën tussen vier planeten hebben echter al honderden jaren nodig om te ontstaan, harmonieën tussen vijf planeten meer dan duizenden jaren (*in Myriadas annorum*) en een eeuwigheid scheidt de harmonieën van zes planeten.²⁶

Kepler vermoedt dat er zich slechts éénmaal een harmonie tussen zes planeten heeft voorgedaan, namelijk bij de schepping, aan het begin van de tijd, en hij weet niet of er ooit twee zulke momenten zullen zijn (misschien dat Kepler zich voorstelde dat op de jongste dag in de hemelen voor de tweede en laatste maal een harmonieus akkoord van zes stemmen, zes planeten, zou klinken, waarna de hemelen voor eeuwig zouden verstommen).²⁷ Wanneer er nu een zestemmige harmonie in de hemel te vinden is, dan is deze volgens Kepler de constellatie van de planeten aan het begin van de schepping (men zou

dus, als deze harmonie aanwijsbaar is, in de tijd terug kijken naar het begin). "Te vragen is derhalve", zo vervolgt Kepler, "óf, en op hoeveel manieren de bewegingen van de planeten in één gemeenschappelijke harmonie kunnen worden samengebracht."²⁸ Het uitgangspunt bij de samenstelling van deze zesstemmige harmonieën wordt gevormd door de bewegingen van Aarde en Venus, omdat deze vanwege hun geringe beweging maar twee consonanten met elkaar kunnen vormen.²⁹

Als nu voor de Aarde weer de 'g' wordt genomen en voor Venus een 'e' respectievelijk een 'es', dan weet Kepler hiermee twee 'scelela (*sic*) Harmoniarum"³⁰ samen te stellen (te vertalen als 'harmonisch raamwerk', hoewel 'akkoord' alleszins ook mogelijk is): een durus-raamwerk, gebaseerd op het interval g-e (de grote sext), en een mollis-raamwerk, gebaseerd op het interval g-es (de kleine sext). Er kunnen verschillende noten uit een planeetinterval in een raamwerk gepast worden wanneer deze consoneren. Een 'sceletus' is dus een verzameling mogelijke akkoorden, waarvan er echter maar één op een bepaald moment 'klinkt'.

Kepler hanteert twee stemmingen ('tensiones'): een lage stemming en een hoge. De reden hiervoor is dat de schijnbare snelheid van een planeet continu varieert (dichterbij de zon sneller, omgekeerd wanneer verder weg). Als alle tonen uit een raamwerk binnen hun eigen maximale (schijnbare) snelheid blijven dan kunnen de tonen (die met een bepaalde schijnbare snelheid corresponderen) binnen een bepaalde stemming verhoogd of verlaagd worden, om zo de verschuivingen in snelheid op te vangen.

Durus-raamwerk

In het durus-raamwerk worden de grondwaarden bepaald door Aarde A (57'3") voor de laagste stemming, en door Venus P (97'37") voor de hoogste stemming. Een voorbeeld: uit Venus P (97'37") ontstaat in de hoge stemming Jupiter A als volgt: $97'37'' : 16 = 4/3$ = 4'34", hetgeen de waarde is van Jupiter A in Afbeelding 1, en binnen de marge Jupiter A-P (4'30"-5'30") valt. De

24 HM v, p. 208; maar zie ook Bruce Stephenson, *Heavens*, p. 171 e.v., of Daniel P. Walker, *Celestial Music*, p. 248.

25 HM v, p. 208.

26 *Ibid.*

27 *Ibid.* Zie ook Daniel P. Walker, *Celestial Music*, p. 249.

28 HM v, p. 209: *Quaerendum igitur, an et quot omnino formis redigantur omnium sex planetarum motus in unam communem harmoniam?*

29 *Ibid.*: *Methodus inquisitionis haec est, ut incipimus a Terra et Venere; quia hi duo faciunt consonantias non plures duabus, et (quod huius rei causam continet) per intensiones motuum brevissimas.* Toch is dit niet geheel correct: Aarde en Venus vormen de consonanten g-e en g-es, maar ook de kleine sext as-e en de kwint as-es, intervallen die Kepler niet gebruikt. Michael Dickreiter merkt hierover op dat de as niet in Keplers toonsysteem voorkomt, in de zin dat de as niet past in Keplers op Ptolemaeus (Zarlino!) gebaseerde reine stemming, zie *Musiktheoretiker*, p. 108 en pp. 154-158.

30 HM v, p. 209.

overige waarden worden evenzo afgeleid.

Door deze wijze van berekenen ontstaan er ander tonen (corresponderend met andere schijnbare snelheden) voor de verschillende planeten; nogmaals, de enige eis die Kepler stelt is dat de nieuwe waarden binnen de maximale waarden voor A en P van de verschillende planeten vallen.³¹ Gevolg hiervan is bijvoorbeeld dat Mercurius' e7 in de hoogste stemming is weggevallen: de hoogste stemming zou zijn 390'28" (2 x 195'14" van het octaaf e6 daaronder), dit is meer dan de maximale waarde van 384'0".

Er zijn echter wel enige 'onzuiverheden' in Afbeelding 1. Kepler gaat namelijk niet helemaal nauwkeurig te werk: de waarde van Mars P (38'2") in Afbeelding 1 (lage stemming, tweede akkoord) is één seconde groter dan toegegaan; één seconde meer dan 38'1" (zie Tabel 1). Deze afwijking wordt gecompenseerd door het feit dat Mars P nog een toon heeft; hierdoor blijft de universele harmonie aanwezig, zelfs wanneer men zeer strikt zou zijn en Mars P c4 zou weglaten (wanneer een planeet meer tonen heeft is het verlies van één minder erg). Jupiter A echter heeft in de lage stemming (Afbeelding 1, eerste akkoord) geen toon, hierdoor is er in feite geen sprake meer van 'universele harmonie' (er ontbreekt een toon!).³² Hetzelfde kan gedaan worden voor een zesstemmig mollis akkoord en voor een vijf- respectievelijk vierstemmig akkoord.

Uit deze 'universele harmonieën' concludeert Kepler het volgende:

"Derhalve bewijst de astronomische ervaring dat er universele harmonieën van alle bewegingen kunnen ontstaan, en wel in twee geslachten *durus* en *mollis* en in beide geslachten van tweeërlei vorm, of (als dit toegegaan is) van een tweevoudige toonsoort; in elk van de vier gevallen met een zekere stemmingsomvang en ook met een zekere verscheidenheid van de afzonderlijke harmonieën van Saturnus, Mars, en Mercurius, en elk

van deze met de anderen. De ervaring bewijst tevens dat dit niet alleen gebeurt met de tussenliggende bewegingen, maar geheel en al met alle extreme bewegingen, behalve die van het aphelium van Mars en het perihelium van Jupiter."³³

De laatste opmerking is de belangrijkste: de getoonde harmonieën berusten niet op de oneindige variëteit van de tussenliggende bewegingen, maar zij berusten op de extreme bewegingen, uitgedrukt door aphelium en perihelium.

Kepler kan in deze akkoorden bijna alle extreme hoeksnelheden een plaats bieden, behalve aan Jupiter P en Mars A; want Jupiter zou een 'd' en Mars een fis moeten krijgen, maar deze noten klinken niet goed samen met de 'e' van Venus. Hij voert de volgende bijzondere reden aan voor deze dissonantie: als Venus een grotere vrijheid zou hebben (dan de eeuwigdurende beweging tussen e en dis) dan konden Mars en Jupiter ingepast worden, maar haar 'huwelijk' met de Aarde laat haar die vrijheid niet, zij is gebonden.³⁴

Uiteindelijk weet Kepler dan alle twaalf extreme hoeksnelheden in acht grote akkoorden te laten klinken (akkoorden van wel zeven octaven!). Jammer genoeg niet in één groot akkoord, want om Jupiter plaats te bieden moest Venus verdwijnen en voor Mars verdween de Aarde. Juist die planeten moeten verdwijnen waarvan de noten de basis vormen voor Keplers *durus*- en *mollis*-raamwerken. Het zevende hoofdstuk sluit met de volgende conclusie af:

"Derhalve zijn de bewegingen van de hemelen niets anders dan een voortdurende samenklank (een verstandelijke, niet een klinkende³⁵); een samenklank die zich door dissonante spanningen beweegt, zoals door zekere syncopen of cadensen (door welke de mensen dergelijke natuurlijke dissonanten imiteren), naar vaste en voorgeschreven zesdelige (of zesstemmige) clausulen, (...) en

³¹ Ibid.

³² Bruce Stephenson (*Heavens* p. 176) merkt op dat Jupiter in deze stemming op 4'27" was uitgekomen, hetgeen lager is dan de maximaal toegestane waarde 4'30". Stephenson suggereert verder dat Kepler met Jupiter 4'30" een correcte stemming had kunnen opstellen, en denkt dat dit een fout van Kepler is die hij pas op het laatste moment bij de drukker opmerkte (en de stemming dan maar weglief). Maar het is opvallend dat ook in het *mollis*-skelet de twee stemmingen (voor Jupiter A en Saturnus P) ontbreken. Tweemaal dezelfde fout, terwijl de afbeelding opnieuw gezet had kunnen worden? Dit blijft onduidelijk.

³³ HM v, p. 210: *Testatur igitur experientia Astronomica, posse contingere universales omnium motuum Harmonias, easque duorum generum, Duri et Mollis; et in utroque genere, formae seu (si ita licet) Toni duplicis; et in uno quolibet quatuor casuum, cum aliqua tensionis latitudine, et cum aliqua etiam varietate particularium Harmoniarum Saturni, Martis et Mercurii, cujusque cum caeteris: nec id praestari solis motibus intermediis, sed omnino extremis omnibus, praeterquam aphelio Martis et perihelio Jovis (...)*

³⁴ Ibid.: (...) *quia cum ille [Mars] obtineat fis, hic [Jupiter] d, Venus obtinens die vel e perpetuo, non fert illos suos vincinos dissonos in harmonia universali, quod faceret sin acta fuisset spacium excendendi ex e vel dis. Hoc impedimenti habet coniugium hac Telluris et Veneris, ceu maris et feminae (...)*

³⁵ Ook op andere plaatsen klinkt Keplers verwerping van de mogelijkheid dat er reële klanken in het hemelruim zouden zijn, bijvoorbeeld: 'Nu bestaan er in de hemel geen geluiden, noch is de beweging zo onstuimig; dat uit de wrij-

[kan de mens] tot op zekere hoogte het welgevallen van God de schepper in diens werken proeven, in het allerzotste gevoel van genoeg dat de mens uit deze muziek, de nabootster van God, ontvangt."³⁶

Besluit

Ondanks het religieuze aspect verschilt Johannes Keplers weergave van de harmonie der sferen in een aantal opzichten van hetgeen in oudheid en middeleeuwen werd gedacht. Het grootste verschil met de klassieke weergave is wel Keplers gebruik van de meerstemmigheid, maar daarnaast is er nog een aantal verschillen. Ten eerste zijn Zon en Maan bij Kepler geen aan de harmonie der sferen deelnemende planeten meer. Ten tweede gaat Kepler uit van een heliocentrisch wereldmodel, in plaats van het traditionele geocentrische model. Ten derde bestaat de harmonie der sferen bij Kepler uit de verhoudingen tussen de extreme hoeksnelheden van de verschillende planeten. Hij gaat niet uit van bijvoorbeeld afstanden tussen de planeten, of een constante snelheid van deze, integendeel, na een uitgebreid onderzoek verwierpt hij die oude elementen juist. Ten vierde kan een planeet bij Kepler meer tonen 'voortbrengen', waar in oudheid, middeleeuwen slechts één toon gebruikelijk was. Ook gebruikt Kepler, als hij een toonladder gebruikt, een moderne: Keplers toongeslachten vormen in feite weer een stap in de richting van majeur-mineurtonaliteit.³⁷ Een ander groot verschil is Keplers gebruik van zo nauwkeurig mogelijke astronomische data, waaraan hij zijn hypothesen zou nauw mogelijk wil laten aansluiten.

Opvallend is wel dat Keplers handelwijze de uitwerking van het idee van de harmonie der sferen als het ware weer terug brengt naar een van de oudste modellen van sferen-harmonie: net als bij Nicomachus³⁸ krijgt



Afbeelding 6

Johannes Kepler. Uit: Hans Schavernoch, *Harmonie* (tussen p. 144 en 145).

Saturnus bij Kepler de laagste toon omdat deze het langzaamst beweegt. Er lijkt een cirkel rond. Verder overeenkomend met oudere en andere modellen van de harmonie der sferen is de geestesgesteldheid waarmee Kepler zijn onderzoeken doet. Hij zoekt, en gelooft te vinden, hoe God zijn schepping tot stand bracht. Afbeelding 6 toont hem dan ook in die hoedanigheid: met passer en werelddol, een mogelijke verwijzing naar "*sed omnia mensura et numero et pondere disposuisti*" (*Sapientiae* 11:21) en Keplers overtuiging die maat, orde en gewicht in de schepping aangetoond te hebben.

Kepler sluit zijn *Harmonices mundi* dan ook af in gebed en lofzang, met de woorden van de psalmist, zoals hij zelf zegt (hoewel het geen letterlijk citaat is, maar een parafrase, het bevat elementen uit psalm 19 en 148 en Rom. 11:36):

"Groot is onze Heer en groot zijn kracht en zijn wijsheid is ongeteld. Prijst Hem, hemel, prijst Hem, zon, maan, en planeten; welk zintuig jullie ook maar hebben om te ervaren, welke tong jullie ook maar ten dienste staat om jullie Schepper te eren. Prijst Hem, hemelse harmonieën, prijst hem, jullie die van de ontdekte Harmonie

ving van de hemellucht gezoem wordt opgewekt.' (*Iam soni in coeli nulli existunt, nec tam turbulentus est motus; ut ex attritu aurae coelestis eliciatur stridor.* HM v, p. 197. Elders haalt Kepler Cicero's 'tantus et tam dulcis sonus' (zie mijn artikel in TvM 2000 5:3) aan, het geluid dat zou ontstaan uit de snelbewegende hemellichamen en Kepler wijst ook op de redenen die Aristoteles aanvoerde waarom dat geluid op aarde onhoorbaar is (HM iv, p. 106). Maar Kepler spreekt over dit alles in een afwijzende toon, zo klinkt het op (v) p. 178 over Ptolemaeus' astronomische kennis 'dat hij [Ptolemaeus] de indruk lijkt te maken eerder met Cicero's Scipio een lieflijke pythagoreïsche droom voor te dragen, dan filosofische kennis te bevorderen.' (*..., ut qui cum Scipione Ciceroniano potius suave quoddam somnium Pythagoricum recitasse, quam philosophiam adiuvisse videretur.*). Maar zie bijv. ook (v) p. 247. Of Bruce Stephenson, *Heavens*, pp. 98-117 en p. 128.

³⁶ HM v, p. 212: *Nihil igitur aliud sunt motus coelorum, quam perennis quidam concentus (rationalis non vocalis) per dissonantes tensiones, veluti quasdam Syncopationes vel Cadentias (quibus homines imitantur istas dissonantias naturales) tendens in certas et praescriptas clausulas, singulas sex terminorum (veluti Vocem) [...] Deique Opificis complacentiam in operibus suis, suavissimo sensu voluptatis, ex hac Dei imitatrice Musica perceptae, quadamtenus degustaret.*

³⁷ Over de verschillen tussen Kepler en de traditie, zie ook Michael Dickreiter, *Musiktheoretiker*, p. 106-107.

³⁸ Nicomachus van Gerasa (2e eeuw n.Chr.) schreef een *Harmonicon encheiridion*, waarin een voorstelling van een pythagoreïsch georiënteerde planeet-toonladder voorkomt. Zie Grijp/Scheepers, *Aristoxenos*, pp. 41-53; of daarnaast Flora R. Levin, *Nicomachus of Gerasa Manual of Harmonics: Translation and Commentary*, New York 1976.

getuigen zijt. Prijst ook Hem, mijn ziel, jouw Schepper, zolang als ik zal zijn. Want uit Hem en door Hem en in Hem is alles. Dat, wat de zintuigen ervaren, en dat, wat de geest erkent. Zowel dat wat wij niet kennen als dat wat wij kennen en dat slechts het kleinste deel daarvan is, daar er altijd meer is. Hem zij lof, eer en glorie tot in alle eeuwigheid. Amen."³⁹

Abstract

The *Harmonices mundi* is one of the last great works reviving the idea of the harmony of the spheres. Its author, Johannes Kepler, combines science and religion, astronomy, mathematics and music theory in constructing a world view that is modern and old at the same time. This article takes as its starting point one of the great chords Kepler uses, and then explains the science behind it. It concludes by widening the view to show which strains in Keplers thought are modern and which came from the past.

39 HM x, p. 248: *Magnus Dominus noster, et magna virtus eius et Sapientia eius non est numerus: laudate eum coeli, laudate eum Sol, Luna et Planetae, quocunque sensu ad percipiendum, quacunque lingua ad eloquendum Creatorum vestrum utamini: Laudate eum Harmoniae coelestes, laudate eum vos Harmoniarum detectorum arbitri: lauda et tu anima mea Dominum Creatorum tuum, quamdiu fuero: namque ex ipso et per ipsum et in ipso sunt omnia, καὶ τὰ αἰσθητὰ καὶ τὰ νοετὰ; tam ea quae ignoramus penitus, quam ea quae scimus, minima illorum pars; quia adhuc plus ultra est. Ipsi laus, honos et gloria in saecula saeculorum. Amen.*