

**МИНОБРНАУКИ РОССИИ**  
**САНКТ-ПЕТЕРБУРГСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ**  
**ЭЛЕКТРОТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ**  
**«ЛЭТИ» ИМ. В.И. УЛЬЯНОВА (ЛЕНИНА)**  
**Кафедра МО ЭВМ**

**ОТЧЕТ**  
**по лабораторной работе №4**  
**по дисциплине «Построение и анализ алгоритмов»**  
**Тема: Кнут-Моррис-Пратт**

Студент гр. 9383

\_\_\_\_\_

Крейсманн К.В.

Преподаватель

\_\_\_\_\_

Фирсов М.А.

Санкт-Петербург

**2021**

### **Цель работы.**

Изучить алгоритм Кнута-Морриса-Пратта, реализовать с его помощью 2 программы, первая из которых ищет все вхождения подстроки в строке, а вторая проверяет является ли одна строка циклическим сдвигом другой.

### **Задание.**

1) Реализуйте алгоритм КМП и с его помощью для заданных шаблона  $P$  ( $|P| \leq 15000$ ) и текста  $T$  ( $|T| \leq 5000000$ ) найдите все вхождения  $P$  в  $T$ .

Вход:

Первая строка –  $P$

Вторая строка –  $T$

Выход:

Индексы начал вхождения  $P$  в  $T$ , разделенных запятой, если  $P$  не входит в  $T$ , то вывести -1.

#### **Пример входных данных:**

ab

abab

#### **Пример выходных данных:**

0,2

2) Заданы две строки  $A$  и  $B$ .

Определить, является ли  $A$  циклическим сдвигом  $B$  (это значит, что  $A$  и  $B$  имеют одинаковую длину и  $A$  состоит из суффикса  $B$ , склеенного с префиксом  $B$ ).

Вход:

Первая строка –  $A$

Вторая строка –  $B$

Выход:

Если  $A$  является циклическим сдвигом  $B$ , индекс начала строки  $B$  в  $A$ , иначе вывести -1. Если возможно несколько сдвигов вывести первый индекс.

#### **Пример входных данных:**

defabc

abcdef

### **Пример выходных данных:**

3

## **Теория**

Префикс строки – это какое-то количество первых символов строки.

Суффикс строки – это какое-то количество символов конца строки.

Префикс-функция – это массив чисел, вычисляющийся, как наибольшая длина суффикса, совпадающего с ее префиксом.

Алгоритм Кнута-Морриса-Пратта – эффективный алгоритм, осуществляющий поиск подстроки в строке. Время работы алгоритма линейно зависит от объема входных данных. Алгоритм был разработан Д. Кнутом и В. Праттом и, независимо от них, Д.Моррисом в 1977 году.

### **Алгоритм вычисления префикс-функции**

1) Переменным-индексам  $i$  и  $j$  присваиваются значения 1 и 0 соответственно.  $i$  «отвечает» за суффикс,  $j$  – за префикс.

2) Если  $i$ -ый и  $j$ -ый элементы строк совпадают, то  $i$ -му элементу префикс-функции присваивается значение  $j+1$ . К индексам прибавляется по единице.

3) Если  $i$ -ый и  $j$ -ый элементы не совпадают, то, если  $j=0 \rightarrow i$ -му элементу префикс-функции присваивается значение 0, к индексу  $i$  прибавляется единица.

4) Если  $j \neq 0$ , то  $j$  присваивается значение префикс-функции от  $j-1$ . (то есть сравнение продолжается не сначала префикса, а с какого-то его элемента).

5) 2-4 повторяется, пока не прошлись по всей строке.

Вычислительная сложность алгоритма  $O(n)$ , где  $n$  – количество символов в строке. Т.к. алгоритм проходится по всей строке один раз, при этом

с индексом  $j$  в худшем случае может совершиться  $n$  операций, без продвижения по строке (т.е. максимальное количество операций -  $2n$ ).

### **Алгоритма поиска подстроки в строке**

Дана подстрока  $P$  и строка  $T$ .

1) Строим строку  $P\_T$ , состоящую из строк  $P$  и  $T$ , разделенных пробелами. В данном случае префиксом будет являться шаблон  $P$ , а суффиксом – текущая часть строки  $T$ .

2) Считаем префикс-функцию от данной строки.

3) Проходимся по полученному массиву.

4) Если элемент равен длине шаблона, то это означает, что найдена подстрока  $P$  в строке  $T$ , а найденный элемент является последним символом в подстроке.

Вычислительная сложность алгоритма  $O(P\_T)=O(P+T)$ . Так как префикс-функция считается за  $O(P\_T)$ , проход по полученному массиву также осуществляется за  $O(P\_T)$ .

### **Алгоритм проверки циклического сдвига**

Даны две строки  $A$  и  $B$ .

1) Проверяем, что длины  $A$  и  $B$  совпадают

2) Строим строку состоящую из строк  $B$ ,  $A$  и  $A$ . Т.е.  $B\_AA$ . Например, для строк “qwerty” и “ertyqw” построим строку “qwerty\_ertyqwertyqw”.

3) Считаем префикс-функцию от полученной строки.

4) Если  $A$  является циклическим сдвигом  $B$ , то подстрока  $B$  должна содержаться в строке  $AA$ .

5) Проходимся по полученному массиву, если находим элемент, равный длине  $B$ , то это означает, что  $A$  является циклическим сдвигом  $B$ .

Вычислительная сложность алгоритм  $O(B+A)$ . Аналогично предыдущему алгоритму.

### Описание основных функций и структур данных

Input() – ввод входных данных.

Output() – вывод результата.

Prefix() – вычисление префикс-функции. (алгоритм описан выше)

KMP () в task1 – ищет подстроки по шаблону P в строке T.  
Возвращает массив, содержащий индексы, с которых шаблон входит в строку.

KMP () в task2 – проверяет, является ли строка A циклическим сдвигом строки B. Если A является циклическим сдвигом B, возвращает первый индекс начала строки B в A, иначе -1.

### Тестирование (задание 1)

Входные данные	Выходные данные
bcd abcdabcdabcd	1,5,9
lolo lolololo	0,2,4
abcd abcefdgabdefal	-1
a lafaoapsalsoaiwaqafaxazajamalapaa	1,3,5,8,12,15,17,19,21,23,25,27,29,31,32

### Тестирование (задание 2)

Входные данные	Выходные данные
woow owwo	2
helloworld heellowo	-1
abrakadabra arbadakarba	-1
qwweerrrrtyuuuiiiop rrtyuuuiiiopqwweerr	8

### Вывод.

В процессе выполнения лабораторной работы был изучен и реализован алгоритм Кнута-Морриса-Пратта. С помощью данного алгоритма построены программы для поиска всех вхождений подстроки в строку и для определения циклического сдвига двух строк.

## Приложение А

### **main.cpp**

```
#include "task1.hpp"
```

```
int main()
{
    std::string P, T;
    input(P, T, std::cin);
    Result result = KMP(P, T);
    output(result, std::cout);
    return 0;
}
```

### **task1.hpp**

```
#include <iostream>
```

```
#include <string>
```

```
#include <vector>
```

```
using Result = std::vector<int>;
```

```
void input(std::string& str1, std::string& str2, std::istream& in);
```

```
Result KMP(std::string P, std::string T);
```

```
void output(Result result, std::ostream& out);
```

```
std::vector<int> prefix(std::string &str);
```

### **task1.cpp**

```
#include "task1.hpp"
```

```
void input(std::string& str1, std::string& str2, std::istream& in)
```

```
{
    in >> str1 >> str2;
}
```

```
std::vector<int> prefix(std::string &str)
```

```
{
    std::vector<int> pi(str.length());
    pi[0]=0;
    int i = 1, j = 0;
    while (i < str.length())
    {
        if (str[i] == str[j])
        {
            pi[i] = j + 1;
            i++;
            j++;
        }
        else if (j == 0)
        {
            pi[i] = 0;
            i++;
        }
    }
}
```

```

    }
    else
    {
        j = pi[j - 1];
    }
}
/*
    std::cout<<"Префикс-функция:"<<\n';
    for(auto i:str)
    {
        std::cout<<i<<' ';
    }
    std::cout<<\n';
    for(auto i:pi)
    {
        std::cout<<i<<' ';
    }
    std::cout<<\n';
*/
return pi;
}

Result KMP(std::string P, std::string T)
{
    std::string P_T = P + " " + T;
    Result result;
    std::vector<int> pi = prefix(P_T);

    for (int k = P.length() + 1; k < P_T.size(); k++)
    {
        if (pi[k] == P.length())
        {
            result.push_back(k - 2 * P.length());
        }
    }
    return result;
}

void output(Result result, std::ostream& out)
{
    if(result.size()==0)
    {
        out<<-1;
        return;
    }
    for (int i = 0; i < result.size()-1; i++)
    {
        out<< result[i] << ',';
    }
    out << result[result.size() - 1];
}

```



### **main.cpp**

```
#include "task2.hpp"
```

```
int main()
{
    std::string A, B;
    input(A, B, std::cin);
    int result = KMP(A, B);
    std::cout<<result;
    return 0;
}
```

### **task2.hpp**

```
#include <iostream>
#include <string>
#include <vector>
#include <algorithm>
```

```
void input(std::string& str1, std::string& str2, std::istream& in);
int KMP(std::string& A, std::string& B);
std::vector<int> prefix(std::string &str);
```

### **task2.cpp**

```
#include "task2.hpp"
```

```
void input(std::string& str1, std::string& str2, std::istream& in)
{
    in >> str1 >> str2;
}
```

```
std::vector<int> prefix(std::string &str)
{
    std::vector<int> pi(str.length());
    pi[0]=0;
    int i = 1, j = 0;
    while (i < str.length())
    {
        if (str[i] == str[j])
        {
            pi[i] = j + 1;
            i++;
            j++;
        }
        else if (j == 0)
        {
            pi[i] = 0;
            i++;
        }
        else
        {

```

```

        j = pi[j - 1];
    }
}

/*std::cout<<"Префикс-функция:"<<"\n";
for(auto i:str)
{
    std::cout<<i<<' ';
}
std::cout<<"\n";
for(auto i:pi)
{
    std::cout<<i<<' ';
}
std::cout<<"\n";*/

return pi;
}

int KMP(std::string& A, std::string& B)
{
    int result = -1;
    if(A.size()!=B.size())
    {
        return result;
    }
    B += " "+A + A;
    std::vector<int> pi = prefix(B);

    for (int k = A.length() + 1; k < B.length(); k++)
    {
        if (pi[k] == A.length())
        {
            result = k - 2 * A.length();
            break;
        }
    }
    return result;
}

```