ASIGNATURA: TÉCNICAS DE OPTIMIZACIÓN
PRÁCTICA: FORMULACIÓN MODELOS DE PROGRAMACIÓN LINEAL: DISTRIBUCIÓN Y ASIGNACIÓN
SESIONES: 1
SOFTWARE: LINGO

1. Un problema de distribución de vehículos

Una compañía fabrica automóviles en 3 plantas y los envía a 4 regiones del país. Las plantas pueden suministrar las cantidades que se indican en la siguiente tabla (Capacidad). Las demandas de los clientes por región se incluyen en la última fila de la tabla, así como los costes de enviar un automóvil desde cada planta a cada región. La compañía desea conocer cuál es el plan de distribución a coste mínimo con el que satisfacer las demandas de las 4 regiones sin sobrepasar las capacidades de las plantas fabricantes.

	Región 1	Región 2	Región 3	Región 4	Capacidad
Planta 1	131	218	266	120	450
Planta 2	250	116	263	278	500
Planta 3	178	132	122	180	300
Demanda	450	200	300	300	

a) Plantea un **modelo de programación lineal** que permita a la compañía determinar el plan de distribución con el **coste mínimo**, cumpliendo la capacidad de las plantas y las demandas regionales.

->Variables decisión:
X_11: cantidad de automóviles fabricados en la planta 1 en la región 1
X_21: cantidad de automóviles fabricados en la planta 2 en la región 1
X_31: cantidad de automóviles fabricados en la planta 3 en la región 1
X_F1: cantidad de automóviles fabricados en la planta F en la región 1
X_12: cantidad de automóviles fabricados en la planta 1 en la región 2
X_22: cantidad de automóviles fabricados en la planta 2 en la región 2
X_32: cantidad de automóviles fabricados en la planta 3 en la región 2
X_F2: cantidad de automóviles fabricados en la planta F en la región 2
X_13: cantidad de automóviles fabricados en la planta 1 en la región 3
X_23: cantidad de automóviles fabricados en la planta 2 en la región 3
X_33: cantidad de automóviles fabricados en la planta 3 en la región 3
X_F3: cantidad de automóviles fabricados en la planta F en la región 3
X_14: cantidad de automóviles fabricados en la planta 1 en la región 1
X_24: cantidad de automóviles fabricados en la planta 1 en la región 1
X_34: cantidad de automóviles fabricados en la planta 1 en la región 1

X_F4: cantidad de automóviles fabricados en la planta 1 en la región 1

->Función objetivo:

```
MIN = 131*X_11 + 218*X_12 + 266*X_13 + 120*X_14 + 250*X_21
+ 116*X_22 + 263*X_23 + 278*X_24 + 178*X_31 + 132*X_32 +
122*X_33 + 180*X_34 ;
```

->Restricciones:

[DEMANDA_R1] X_11 + X_21 + X_31 >= 450;
[DEMANDA_R2] X_12 + X_22 + X_32 >= 200;
[DEMANDA_R3] X_13 + X_23 + X_33 >= 300;
[DEMANDA_R4] X_14 + X_24 + X_34 >= 300;
[CAPACIDAD_P1] X_11 + X_12 + X_13 + X_14 <= 450;
[CAPACIDAD_P2] X_21 + X_22 + X_23 + X_24 <= 500;
[CAPACIDAD_P3] X_31 + X_32 + X_33 + X_34 <= 300;

Resultado: 190450

b) **La demanda de automóviles de la Región 4 se ha incrementado y su nuevo valor es 350. Modifica el apartado a) e intenta obtener la solución óptima del problema. ¿Tiene sentido el comportamiento de Lingo® ante esta modificación en el modelo?**

Lingo nos devuelve un error 'No feasible solution found' ,debido a que la demanda es más alta que la capacidad para fabricar automóviles en las 4 regiones. Estarías demandando 1300 automóviles y solo puedes fabricar 1250.

c) **Teniendo en cuenta lo ocurrido en el apartado b), reformula el modelo matemático de forma que se asegure la máxima distribución de automóviles con el coste mínimo con una demanda en la Región 4 de 350 automóviles. ¿En que regiones y en que cantidad no se podrá satisfacer la demanda?**

[DEMANDA_R1] X_11 + X_21 + X_31 + X_F1 >= 450;
[DEMANDA_R2] X_12 + X_22 + X_32 + X_F2 >= 200;
[DEMANDA_R3] X_13 + X_23 + X_33 + X_F3 >= 300;
[DEMANDA_R4] X_14 + X_24 + X_34 + X_F4 >= 350;

[CAPACIDAD_P1] X_11 + X_12 + X_13 + X_14 <= 450;
[CAPACIDAD_P2] X_21 + X_22 + X_23 + X_24 <= 500;
[CAPACIDAD_P3] X_31 + X_32 + X_33 + X_34 <= 300;
[CAPACIDAD_P4] X_F1 + X_F2 + X_F3 + X_F4 <= 50;

```
MIN = 131*X_11 + 218*X_12 + 266*X_13 + 120*X_14 + 250*X_21
+ 116*X_22 + 263*X_23 + 278*X_24
+ 178*X_31 + 132*X_32 + 122*X_33 + 180*X_34 ;
```

Objetivo: 189900

Variable	Value
X_11	100.0000
X_21	300.0000
X_31	0.000000
X_F1	50.00000
X_12	0.000000
X_22	200.0000
X_32	0.000000
X_F2	0.000000
X_13	0.000000
X_23	0.000000
X_33	300.0000
X_F3	0.000000
X_14	350.0000
X_24	0.000000
X_34	0.000000
X_F4	0.000000

Se puede notar que en la región 1 se cubre la demanda, dado que la planta 1 produce 100 automóviles, la planta 2 300, y la planta F 50. Además, al continuar analizando, se observa que la región 2 también cubre su demanda de 200 automóviles, ya que la planta 2 los fabrica. Asimismo, tanto la región 3 como la 4 satisfacen su demanda: la planta 3 produce 300 automóviles y la planta 4 los 350 adicionales necesarios para la región 4.

d) **No satisfacer la demanda en cada región no tiene el mismo coste. Por cada automóvil demandado en cada región y no enviado, se incurre en una penalización de 150, 20, 10 y 80 para las regiones, 1, 2, 3 y 4 respectivamente. Modifica el modelo del apartado c) de modo que se asegure la máxima distribución de automóviles con el coste mínimo. ¿En qué regiones y en qué cantidad no se podrá satisfacer la demanda?**

RESTRICCIONES:

[DEMANDA_R1] X_11 + X_21 + X_31 + X_F1 >= 450;
[DEMANDA_R2] X_12 + X_22 + X_32 + X_F2 >= 200;
[DEMANDA_R3] X_13 + X_23 + X_33 + X_F3 >= 300;
[DEMANDA_R4] X_14 + X_24 + X_34 + X_F4 >= 350;

[CAPACIDAD_P1] X_11 + X_12 + X_13 + X_14 <= 450;
[CAPACIDAD_P2] X_21 + X_22 + X_23 + X_24 <= 500;
[CAPACIDAD_P3] X_31 + X_32 + X_33 + X_34 <= 300;
[CAPACIDAD_P4] X_F1 + X_F2 + X_F3 + X_F4 <= 50;

FUNCIÓN OBJETIVO:

```
MIN = 131*X_11 + 218*X_12 + 266*X_13 + 120*X_14 + 250*X_21
+ 116*X_22 + 263*X_23 + 278*X_24
+ 178*X_31 + 132*X_32 + 122*X_33 + 180*X_34 + 150*X_F1 +
20*X_F2 + 10*X_F3 + 80*X_F4 ;
```

Solución óptima: 193200

Variable	Value
X_11	100.0000
X_21	300.0000
X_31	50.00000
X_F1	0.000000
X_12	0.000000
X_22	200.0000
X_32	0.000000
X_F2	0.000000
X_13	0.000000
X_23	0.000000
X_33	250.0000
X_F3	50.00000
X_14	350.0000
X_24	0.000000
X_34	0.000000
X_F4	0.000000

Podemos observar que la demanda se satisface en todas las regiones.

e) **En la solución óptima obtenida en cada apartado, ¿las variables decisión toman valores enteros o reales?**
Dado que se está especificando la cantidad de automóviles fabricados en cada planta y región, estas variables representan cantidades concretas y completas, lo que las convierte en valores enteros. Puesto que además no se puede fabricar una fracción de un automóvil o 2/4 de automóvil.

2. Un problema de asignación de personal

El director del departamento de marketing digital de una cierta compañía está organizando la reunión anual de ventas para los directores regionales y personal asociado. Como apoyo en el proceso administrativo de la reunión, tiene previsto contratar a 4 empleados temporales (Ana, Iván, Juan y Susana) cada uno de los cuales se hará cargo de una de las siguientes tareas:

1. Procesamiento de los textos en las presentaciones escritas.
2. Procesamiento de los gráficos en las presentaciones orales y escritas
3. Preparación de los packs de la reunión, incluyendo copias del material escrito
4. Manejo del registro de participantes (anticipado y on-site)

En la siguiente tabla se muestran las horas que cada uno de ellos requeriría para realizar cada tarea (se asume que cada empleado realiza la tarea de forma más eficiente que otro si requiere menos tiempo). La columna más a la derecha muestra el sueldo de cada empleado basado en su formación.

	Tiempo requerido por Tarea (horas)				
Empleado	Procesamiento de Textos	Gráficos	Packs	Inscripciones	Sueldo €/h
Ana	35	41	27	40	14
Iván	47	45	32	51	12
Juan	39	56	36	43	13
Susana	32	51	25	46	15

Plantea un **modelo de programación lineal** que permita a la compañía conocer cuál es la asignación de los empleados a las tareas con **mínimo coste** de personal.

Verifica que en la solución óptima se cumplen las mismas conclusiones del apartado e) del ejercicio anterior.

-VARIABLES DECISIÓN:

A_PR: cantidad de horas invertidas de Ana en procesamiento de textos
A_GR: cantidad de horas invertidas de Ana en gráficos
A_P: cantidad de horas invertidas de Ana en packs
A_I: cantidad de horas invertidas de Ana en inscripciones
I_PR: cantidad de horas invertidas de Iván en procesamiento de textos
I_GR: cantidad de horas invertidas de Iván en gráficos
I_P: cantidad de horas invertidas de Iván en packs
I_I: cantidad de horas invertidas de Iván en inscripciones
J_PR: cantidad de horas invertidas de Juan en procesamiento de textos
J_GR: cantidad de horas invertidas de Juan en gráficos
J_P: cantidad de horas invertidas de Juan en packs
J_I: cantidad de horas invertidas de Juan en inscripciones
S_PR: cantidad de horas invertidas de Susana en procesamiento de textos
S_GR: cantidad de horas invertidas de Susana en gráficos
S_P: cantidad de horas invertidas de Susana en packs
S_I: cantidad de horas invertidas de Susana en inscripciones

-RESTRICCIONES:

```
[ANA] A_PR + A_GR + A_P + A_I = 1;
[IVAN] I_PR + I_GR + I_P + I_I = 1;
[JUAN] J_PR + J_GR + J_P + J_I = 1;
[SUSANA]S_PR + S_GR + S_P + S_I = 1;

[PROCES_TEXTO] A_PR + I_PR + J_PR + S_PR = 1;
[GRAFICO] A_GR + I_GR + J_GR + S_GR = 1;
[PACK] A_P + I_P + J_P + S_P = 1;
[INSCRIPCION] A_I + I_I + J_I + S_I = 1;
```

-FUNCIÓN OBJETIVO:

```
MIN = 490*A_PR + 574*A_GR + 378*A_P + 560*A_I + 564*I_PR + 540*I_GR +
384*I_P + 612*I_I +
507*J_PR + 728*J_GR + 468*J_P + 559*J_I + 480*S_PR + 765*S_GR + 375*S_P
+ 690*S_I;
```

Solucion óptima: 1957

Variable	Value
A_PR	0.000000
A_GR	0.000000
A_P	1.000000
A_I	0.000000
I_PR	0.000000
I_GR	1.000000
I_P	0.000000
I_I	0.000000
J_PR	0.000000
J_GR	0.000000
J_P	0.000000
J_I	1.000000
S_PR	1.000000
S_GR	0.000000
S_P	0.000000
S_I	0.000000

Las variables decisión toman valores enteros, ya que los únicos valores que toman son o 0 o 1.