UNIVERSITAT POLITÈCNICA DE VALÈNCIA

etsinf

GII - Técnicas de Optimización

Segundo examen parcial

6 junio 2024

Apellidos

Nombre

DNI

Firma

Grupo de matrícula ☐ M ☐ T

- Contesta razonada y claramente a las preguntas que se plantean.
- No se permite el uso de ningún tipo de apuntes, anotaciones, etc.
- No se permite desgrapar las hojas.
- No se permite el uso de ningún dispositivo electrónico, excepto calculadoras no programables.
- Se permite escribir las respuestas a lápiz.
- Tiempo estimado: 2 horas y 30 minutos.

Los responsables de Marshmallow, SA quieren planificar conjuntamente la producción y la distribución de los próximos seis meses, para los cuales se conoce ya la demanda de producto. La capacidad y el coste de producción son también conocidos, y varían cada mes por diversas causas. Todo ello se resume en la tabla siguiente.

Mes	Costes de producción (€/ud.)	Capacidad de producción (uds./mes)	Demanda (uds. cada dos meses)
Julio	20	500	300
Agosto	25	400	
Septiembre	20	400	800
Octubre	15	200	
Noviembre	15	200	600
Diciembre	25	300	

NOTA: Las demandas se especifican para cada par de meses. Por ejemplo: durante julio y agosto, conjuntamente, los clientes esperan recibir un total 300 unidades exactamente; la empresa puede decidir si las entrega todas en julio, todas en agosto, o parte en cada mes.

Cada unidad producida en un mes puede ser vendida en ese mes, o bien ser almacenada para ser distribuida en cualquier mes posterior. El coste de almacenamiento es de 5 euros por unidad y mes. No hay límite para la capacidad de almacenamiento.

Al comienzo de julio no existen unidades en almacén, y tampoco es necesario que las haya al final de diciembre.

Marshmallow distribuye su producto mediante furgonetas de alquiler, medianas y grandes. Las furgonetas se alquilan por un periodo de tres meses consecutivos improrrogables. Debido a su capacidad y al kilometraje contratado, cada furgoneta mediana cuesta 1.000 euros (para los 3 meses) y puede transportar hasta 10 unidades/mes; una grande cuesta 2.000 euros (para los 3 meses) y puede transportar hasta 30 unidades/mes. La empresa puede decidir alquilar las furgonetas medianas y grandes que desee al inicio de cada mes. Todos los alquileres deben terminar al final de diciembre, como muy tarde. En el momento actual, no se dispone de ninguna furgoneta.

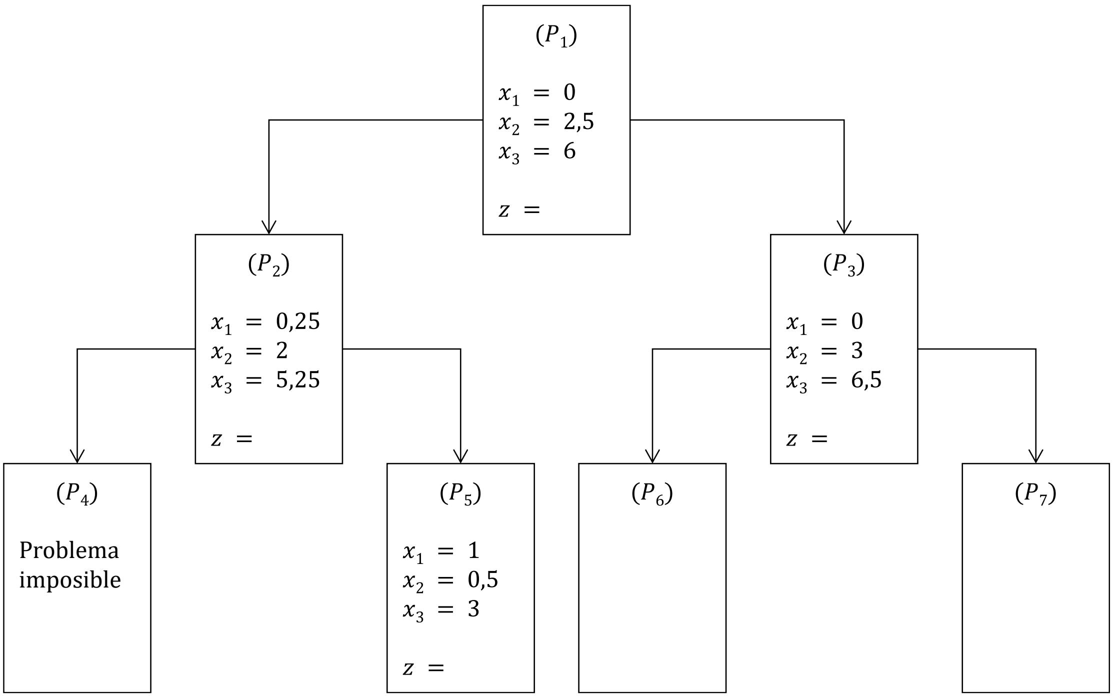
Formula un modelo lineal que permita a los responsables de la empresa conocer qué cantidad de producto fabricar, distribuir y almacenar cada mes, y qué plan de alquiler de furgonetas llevar a cabo, de manera que se satisfaga la demanda con el menor coste posible.

El siguiente problema lineal se ha resuelto mediante el algoritmo branch-and-bound:

$$\left.\begin{array}{rr} (*) & z = 3{,}5x_1 + 2{,}5x_2 - x_3 \\ \text{s.a:} & x_1 - x_2 + x_3 \leq 3{,}5 \\ & 2x_1 + x_2 \geq 2{,}5 \\ & x_1\,,\, x_2\,,\, x_3 \;\geq\; 0 \;\text{ y enteras} \end{array}\right\} .$$

(*) el criterio de la función objetivo se ha omitido intencionadamente.

A continuación, se representan en forma de árbol las primeras iteraciones del algoritmo. La numeración de los nodos indica el orden en que han sido generados y resueltos. La información del valor de la función objetivo (z) en cada nodo y los nodos 6 y 7 ha sido omitida intencionadamente.



a) De acuerdo con las reglas de funcionamiento del algoritmo, completa la información del árbol, indicando:

   - cuál es el criterio de optimización

   - qué restricción o cota representa cada bifurcación.

   - valor de z* en cada nodo. [0,5 puntos]

b) De los subproblemas que se muestran en la página siguiente, indica cuáles corresponderían a los nodos 6 y 7 del árbol, y por qué. [0,5 puntos]

c) ¿Concuerda el orden de generación de los nodos con alguna de las técnicas vistas en la asignatura? Justifica tu respuesta. [0,5 puntos]

d) Teniendo en cuenta las reglas del algoritmo y el orden de generación de los nodos, explica si en este árbol hay nodos que no deberían haberse generado y si, por el contrario, falta bifurcar algún nodo. Justifica tu respuesta en cualquier caso. [0,5 puntos]

e) Si el árbol está completo, indica cuál es la solución o soluciones óptimas del problema. Si no lo está, indica cuál es la mejor solución entera encontrada. [0,25 puntos]

f) Explica qué problema (función objetivo y restricciones) representa el nodo (P_4). [0,25 puntos]

SUBPROBLEMAS PARA EL APARTADO (b):

Subproblema A			
Var.	Valor	Cota inf.	Cota sup.
x_1	1	1	M
x_2	1	1	2
x_3	3,5	0	M
$z =$	2,5		

Subproblema B			
Var.	Valor	Cota inf.	Cota sup.
x_1	0	0	M
x_2	3,5	3	M
x_3	7	7	M
$z =$	1,75		

Subproblema C			
Var.	Valor	Cota inf.	Cota sup.
x_1	1,25	1	M
x_2	0	0	0
x_3	2,25	0	M
$z =$	2,125		

Subproblema D			
Var.	Valor	Cota inf.	Cota sup.
x_1		1	1
x_2		0	0
x_3		0	M
Problema IMPOSIBLE			

Subproblema E			
Var.	Valor	Cota inf.	Cota sup.
x_1	2	2	M
x_2	0	0	0
x_3	1,5	0	M
$z =$	5,5		

Subproblema F			
Var.	Valor	Cota inf.	Cota sup.
x_1	2	2	M
x_2	0	0	0
x_3	1	0	1
$z =$	6		

Subproblema G			
Var.	Valor	Cota inf.	Cota sup.
x_1		2	M
x_2		0	0
x_3		2	M
Problema IMPOSIBLE			

Subproblema H			
Var.	Valor	Cota inf.	Cota sup.
x_1	0	0	M
x_2	3	3	M
x_3	6	0	6
$z =$	1,5		

Una factoría tiene la posibilidad de abastecerse de energía por medio de hasta cinco proveedores distintos. Cada proveedor certifica que el origen de la energía que proporciona se distribuye tal como indica la tabla siguiente:

Origen de la energía		Prov. 1	Prov. 2	Prov. 3	Prov. 4	Prov. 5
Renovable	Eólica (%)	65	50	35	—	—
	Minihidráulica (%)	25	10	10	—	—
	Solar fotovoltaica (%)	5	5	3	5	—
	Biogás (%)	5	5	2	5	—
Convencional	C.C. gas natural (%)	—	15	10	20	25
	Carbón (%)	—	15	15	25	25
	Fuel/gas (%)	—	—	5	10	10
	Nuclear (%)	—	—	20	35	40
Coste (€/kWh)		0,100	0,090	0,085	0,080	0,075

Se conocen, además, los siguientes parámetros de impacto ambiental para cada fuente de energía:

Origen de la energía	Emisiones de CO_2 (Kg/kWh)	Residuos radioactivos (mg/kWh)
Eólica	0,0074	0
Minihidráulica	0,0066	0
Solar fotovoltaica	0,0059	0
Biogás	0,0000	0
C.C. gas natural	0,8240	0
Carbón	1,0582	0
Fuel/gas	0,8930	0
Nuclear	0,0086	3,641

Los responsables de la factoría desean decidir su política de abastecimiento de energía de acuerdo con las condiciones que se enuncian a continuación:

- Al menos la mitad de la energía adquirida debe provenir de fuentes renovables.
- No más del 25% de la energía adquirida debe tener origen nuclear.
- Las emisiones de CO_2 asociadas a la energía adquirida no deben ser superiores a 0,2 Kg/kWh.
- Los residuos radioactivos generados por la energía adquirida no deben ser superiores a 0,4 mg/kWh.
- Cada proveedor con el que se decida trabajar no debe proporcionar menos del 10% ni más del 90% de la energía total adquirida.

– El consumo mensual estimado es de 5.000kWh por lo que la empresa se ha comprometido a adquirir esa cantidad.

a) Formula un modelo de Programación Lineal que permita a los responsables de la factoría decidir qué cantidad de energía adquirir a cada proveedor de modo que el coste mensual sea el menor posible, respetándose todas las condiciones enunciadas. [1,75 puntos]

Indica cómo modificar el modelo construido en el apartado (a) para que incluya las condiciones que se detallan a continuación, de forma que el modelo resultante continúe siendo lineal en todos los casos:

Nota: La modelización de cada apartado es independiente.

b) El proveedor 2 ofrece a la factoría un descuento de 0,005 €/kWh en el precio de la energía que le proporciona si se contrata con él más de la mitad de la energía mensual adquirida. [0,75 puntos]

c) Si se adquiere energía a los proveedores 1 o al 2, entonces hay que contratar energía del proveedor 4 y del 5. [0,5 puntos]

d) Si la factoría contrata energía a 3 o más proveedores, recibirá una ayuda de fondos públicos de 100€ en compensación por la diversificación energética. Esta es una cantidad fija independiente de la cantidad de energía recibida. [0,75 puntos]

e) Si la factoría contrata al proveedor 3, solo puede contratar como mucho a dos del resto de proveedores. [0,5 puntos]

f) Si la energía proveniente de fuentes renovables que se adquiere es mayor del 75%, el proveedor 1 debe proporcionar entre el 50% y el 60% de toda la energía mensual adquirida. [0,75 puntos]

Segundo examen parcial. 6 junio 2024. RESOLUCIÓN

Ejercicio 1

Se trata de un problema de optimización de la producción multiperiodo donde, además, la disponibilidad de recursos necesarios para la distribución (las furgonetas) puede modelizarse como en un problema de 'turnos' o de 'cubrimiento'.

Primero, enumeramos todos los posibles 'turnos' u 'horarios' para una furgoneta dada, sabiendo que se contratan al inicio de un mes, que están disponibles tres meses consecutivos, y que todos los alquileres deben terminar a finales de diciembre o antes:

	Mes al inicio del cual se alquila la furgoneta			
	JUL	AGO	SEP	OCT
JUL	×			
AGO	×	×		
SEP	×	×	×	
OCT		×	×	×
NOV			×	×
DIC				×

VARIABLES

Por un lado, definimos las variables propias de un problema multiperiodo; tienen que ver con la decisión de cómo organizar la producción:

- x_i = Cantidad de producto a fabricar en el mes i (unidades/mes).
- v_i = Cantidad de producto a vender en el mes i (unidades/mes).
- s_i = Cantidad de producto en stock al final del mes i (unidades/mes).

$i = 1, \dots, 6$.

Por otro lado, definimos las variables propias de un problema de cubrimiento; permiten modelizar la decisión de cómo organizar la distribución:

- m_i = Cantidad de furgonetas medianas a alquilar al comienzo del mes i (furgonetas/mes). $i = 1, \dots, 4$.
- g_i = Cantidad de furgonetas grandes a alquilar al comienzo del mes i (furgonetas/mes). $i = 1, \dots, 4$.

FUNCIÓN OBJETIVO

Se desea minimizar los costes totales del proceso de producción y distribución; es decir:

$$\text{Min } z = (20x_1 + 25x_2 + 20x_3 + 15x_4 + 15x_5 + 25x_6) + 5\sum_{i=1}^{6} s_i + 1000\sum_{i=}^{4} m_i + 2000\sum_{i=}^{4} g_i \quad \text{(euros)}$$

RESTRICCIONES

Restricciones de equilibrio propias de un problema multiperiodo:

$$0 + x_1 = v_1 + s_1$$

$$s_{i-1} + x_i = v_i + s_i\,, \quad \forall\, i = 2, \dots, 6$$

Capacidad máxima de producción en cada mes:

$$x_1 \le 500 \qquad x_3 \le 400 \qquad x_5 \le 200$$

$$x_2 \le 400 \qquad x_4 \le 200 \qquad x_6 \le 300$$

Demandas a satisfacer:

$$v_1 + v_2 = 300 \qquad v_3 + v_4 = 800 \qquad v_5 + v_6 = 600$$

Cada mes tiene que haber suficiente capacidad de distribución (se tiene en cuenta la tabla construida al principio, en la que se indica qué furgonetas están disponibles cada mes):

$$v_1 \le 10m_1 + 30g_1$$

$$v_2 \le 10(m_1 + m_2) + 30(g_1 + g_2)$$

$$v_3 \le 10(m_1 + m_2 + m_3) + 30(g_1 + g_2 + g_3)$$

$$v_4 \le 10(m_2 + m_3 + m_4) + 30(g_2 + g_3 + g_4)$$

$$v_5 \leq 10(m_3 + m_4) + 30(g_3 + g_4)$$

$$v_6 \leq 10m_4 + 30g_4$$

Naturaleza de las variables:

$x_i , v_i , s_i \geq 0,\ \ i = 1, \dots ,6$ $\qquad$ $m_i , g_i \geq 0$ y enteras, $\ i = 1, \dots ,4$

Ejercicio 2

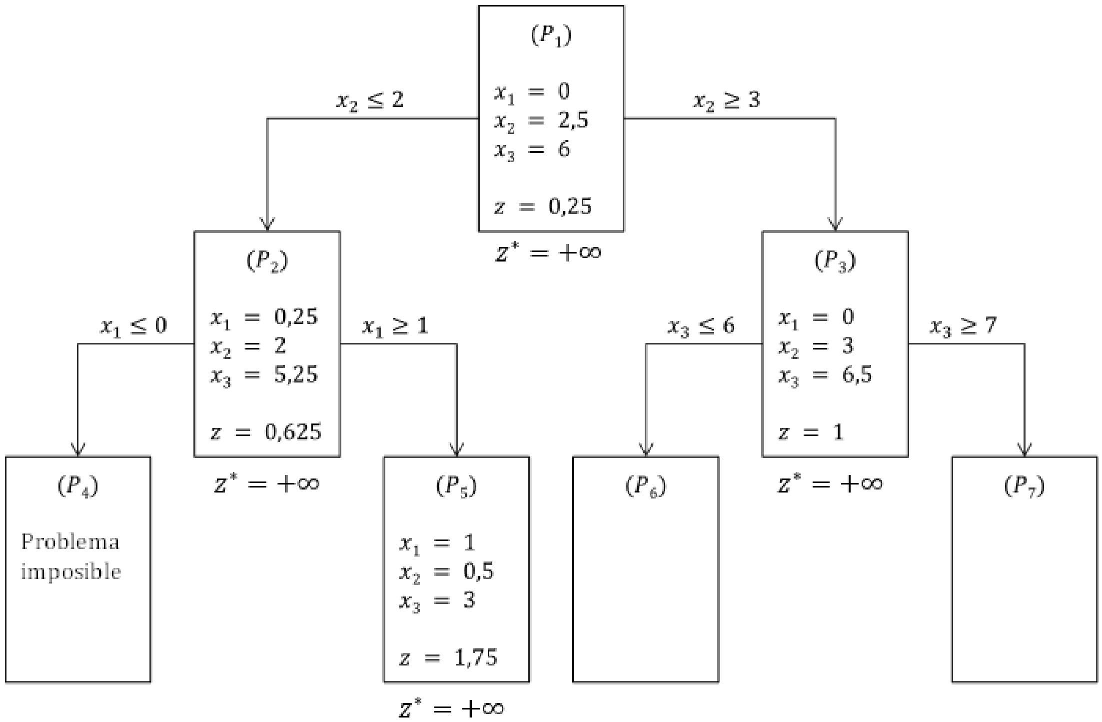
a)

En primer lugar, calcularemos el valor de la función objetivo en cada uno de los nodos dado, sustituyendo el valor de las variables en la expresión de la función objetivo del modelo.

- En la aplicación del algoritmo de bifurcación y acotación, el valor de la función objetivo va empeorando en cada ramificación, ya que cada vez se va restringiendo más el problema. Por tanto, visto que en este caso el valor de la función objetivo de la relajación lineal del problema es 0,25 y va aumentado en los problemas subsiguientes, se concluye que el criterio de la función objetivo del problema (P) es MINIMIZACIÓN.

- Además, nos piden completar qué cota o restricción representa cada bifurcación del árbol y actualizar el valor de z*.

Esto se puede deducir teniendo en cuenta que: (1) las cotas para bifurcar un nodo dado son el entero más cercano por defecto y por exceso al valor que toma la variable por la que se bifurca ese nodo; (2) en un nodo dado, sólo es posible bifurcar por una variable de naturaleza entera cuyo valor no sea entero en ese nodo; y (3) en cada nodo 'hijo', la variable por la cual se acaba de bifurcar (para dar lugar a ese nodo) toma el valor de su cota.

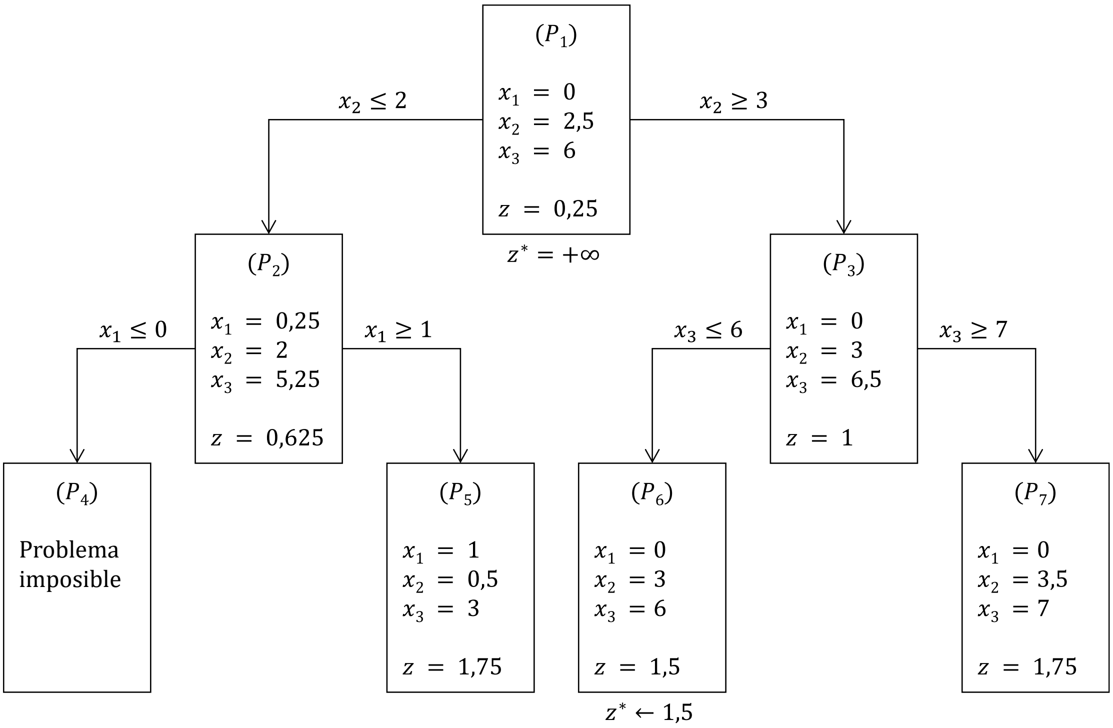


b)

El nodo (P_6) se corresponde con el subproblema H, porque es con el que concuerdan las cotas que hace falta añadir al problema original para llegar a ese nodo: $x_2 \geq 3$ (cota inferior de 3 para x_2) y $x_3 \leq 6$ (cota superior de 6 para x_3).

Por motivos análogos, el nodo (P_7) se corresponde con el subproblema B.

El árbol quedaría así (se añade también, como información complementaria, en qué nodos se actualiza la cota de la solución óptima entera):



c)

El orden de generación o recorrido del árbol es compatible con el <u>criterio de la mejor cota</u>: en cada iteración, de todos los nodos no bifurcados ni saturados, se elige para ser bifurcado aquel que presente mejor valor de la función objetivo (menor valor de z, en este caso, pues el problema es de minimización), y se resuelven sus dos hijos.

Por ejemplo, tras generar los nodos (P_4) y (P_5), quedan 'abiertos' los nodos (P_3) y (P_5); se elige (P_3) como siguiente nodo a bifurcar, que es el que presenta, de los dos, un menor valor de z (1 vs 1,75).

El orden NO coincide con el otro criterio visto en clase, el de la <u>cota más reciente</u> (véase el apartado (f) más adelante).

d) El algoritmo de branch-and-bound establece que un nodo debe saturarse cuando en él se cumpla una de estas tres condiciones:

(1) Se obtiene solución entera al resolverlo.

(2) Es problema imposible.

(3) Se obtiene una solución NO entera al resolverlo, pero PEOR que la mejor solución entera encontrada hasta el momento.

En la resolución de este problema mediante el branch-and-bound,

– todos los nodos terminales están correctamente saturados (no ‘faltan ramas’), ya que: (1) en el nodo (P_6) se encontró una solución entera; (2) el nodo (P_4) se obtuvo un problema imposible; y (3) en los nodos (P_5) y (P_7) se obtuvo una solución NO entera pero PEOR que la mejor solución entera encontrada hasta ese momento (en el nodo (P_7): $z_{(7)} = 1{,}75 > z^* = 1{,}5$, y estamos minimizando; en cuanto al nodo (P_5), este queda ‘abierto’ en un primer momento, pero cuando es momento de bifurcarlo ya se ha encontrado la solución entera del nodo (P_6), que es mejor, y por eso se satura).

Por otro lado,

– todos los nodos bifurcados debían bifurcarse según el algoritmo (no ‘sobran ramas’), ya que en todos ellos ((P_1), (P_2) y (P_3)) se obtuvo una solución NO entera y no peor que la mejor solución entera encontrada hasta ese momento (en todos ellos el valor de z es no superior al de z^*).

e) Como se acaba de justificar en el apartado (d), el árbol está completo. Por tanto, según el algoritmo branch-and-bound, la solución óptima entera será la mejor de todas las soluciones enteras encontradas; es decir, la solución óptima se alcanza en el nodo (P_6): Sol. óptima entera: $(x_1 = 0\,, x_2 = 3\,, x_3 = 6)$; $z^{\text{opt}} = 1{,}5$.

f) Al nodo (P_4) se llega tras añadir las cotas $x_2 \leq 2$ y $x_1 \leq 0$. Por tanto, el problema que se intenta resolver en ese nodo (y cuya solución es ‘problema imposible’) es la relajación lineal del problema original a la que se le añaden ambas cotas; esto es:

$$\left.\begin{array}{ll} \text{Min} & z = 3{,}5x_1 + 2{,}5x_2 - x_3 \\ \text{s.a:} & x_1 - x_2 + x_3 \leq 3{,}5 \\ & 2x_1 + x_2 \geq 2{,}5 \\ & x_1 = 0 \\ & 0 \leq x_2 \leq 2 \\ & x_3 \geq 0 \end{array}\right\} .$$

Ejercicio 3

a) VARIABLES

$x_i =$ cantidad de energía adquirida al proveedor i (kWh).

$\delta_i =$ Binaria. Vale 1 si se compra energía al proveedor i; vale 0 caso contrario.

$i = 1, \dots, 5.$

FUNCIÓN OBJETIVO

Minimizar el coste total de la energía a adquirir:

Min $z = 0{,}1x_1 + 0{,}09x_2 + 0{,}085x_3 + 0{,}08x_4 + 0{,}075x_5$ (€/kWh)

RESTRICCIONES

– Estamos formulando la composición de los 5.000 kWh:

$$x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 = 5.000$$

– Al menos la mitad de la energía adquirida debe provenir de fuentes renovables. Sumando porcentajes de fuentes renovables para cada proveedor, tenemos:

$$x_1 + 0{,}70x_2 + 0{,}5x_3 + 0{,}1x_4 \geq 0{,}5\,(x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5)$$

– No más del 25% de la energía adquirida debe tener origen nuclear:

$$0{,}20x_3 + 0{,}35x_4 + 0{,}40x_5 \leq 0{,}25\,(x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5)$$

– Las emisiones de CO_2 asociadas a la energía adquirida no deben ser superiores a 0,2 Kg/kWh; combinando la información de las dos tablas que nos proporcionan:

$$\begin{aligned} 0{,}0074(0{,}65x_1 + 0{,}50x_2 + 0{,}35x_3) + 0{,}0066(0{,}25x_1 + 0{,}10x_2 + 0{,}10x_3) + \cdots \\ + 0{,}0086(0{,}20x_3 + 0{,}35x_4 + 0{,}40x_5) \\ \leq 0{,}2\,(x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5) \end{aligned}$$

– De forma análoga modelizamos la restricción de que los residuos radioactivos generados por la energía adquirida no deben ser superiores a 0,4 mg/kWh:

$$3{,}641(0{,}20x_3 + 0{,}35x_4 + 0{,}40x_5) \leq 0{,}4\,(x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5)$$

– Cada proveedor con el que se trabaje ha de proporcionar entre 10% y 90% de la energía adquirida:

$$5000 \cdot 0{,}10\delta_i \leq x_i \leq 5000 \cdot 0{,}90\delta_i\,, \quad \forall i$$

– Naturaleza de las variables: $x_i \geq 0$ y δ_i binaria, $\forall\, i$.

b) El proveedor 2 ofrece a la factoría un descuento de 0,005 €/kWh en el precio de la energía que le proporciona si se contrata con él más de la mitad de la energía adquirida.

VARIABLES

Añadimos dos variables auxiliares para poder representar los diferentes costes asociados al proveedor 2:

x_{2j} = Proporción de energía adquirida al proveedor 2 a precio j (kWh del prov./kWh totales).

$j = 1\,,2.$

δ_{22} = Binaria. Vale 1 si está activo el precio 2 para el proveedor 2; vale 0 en caso contrario.

FUNCIÓN OBJETIVO

El término del coste del proveedor ahora se desdobla en dos:

Min $z = 0{,}1x_1 + 0{,}09x_{21} + 0{,}085x_{22} + 0{,}085x_3 + 0{,}08x_4 + 0{,}075x_5$

RESTRICCIONES

Relación entre las variables nuevas y las antiguas:

$$x_2 = x_{21} + x_{22}$$

Se puede formular como problema de tarifas:

$$x_{21} \leq 5000 \cdot 0{,}50(1 - \delta_{22})$$

$$5000 \cdot 0{,}50\delta_{22} \leq x_{22} \leq 5000 \cdot \delta_{22}$$

Naturaleza de las nuevas variables definidas:

$$x_{21}\,, x_{22} \geq 0, \quad \delta_{22} \text{ binaria.}$$

—≀—

OTRA FORMA DE MODELIZAR EL APARTADO (b):

(mismos cambios en las variables y en la función objetivo)

Si optamos por el precio barato del proveedor 2, entonces debemos comprarle al menos la mitad del total de energía adquirida:

$$x_{22} \leq 5000 \cdot \delta_{22}$$

$$x_2 \geq 5000 \cdot 0{,}50\delta_{22}$$

La primera restricción consigue que, si decidimos usar la tarifa 2 del proveedor 2, entonces la variable binaria δ_{22} tome valor 1. La segunda restricción consigue que cuando la variable δ_{22} tome valor 1, la proporción de energía adquirida al proveedor 2 sea al menos el 50% del total.

Naturaleza de las nuevas variables definidas:

$$x_{21}, x_{22} \geq 0, \quad \delta_{22} \text{ binaria.}$$

—≀—

c) En el caso de que δ_1 o δ_2 tomen el valor 1, entonces δ_4 y δ_5 deben tomar simultáneamente el valor 1. Se puede conseguir modelizar de la siguiente forma:

$$\begin{Bmatrix} \delta_1 \leq \delta_4 \\ \delta_1 \leq \delta_5 \end{Bmatrix}$$

$$\begin{Bmatrix} \delta_2 \leq \delta_4 \\ \delta_2 \leq \delta_5 \end{Bmatrix}$$

O de forma equivalente:

$$2\delta_1 \leq \delta_4 + \delta_5$$

$$2\delta_2 \leq \delta_4 + \delta_5$$

d) Si la factoría contrata a 3 o más proveedores, recibirá una subvención pública de 100€ independientemente de la cantidad de energía recibida. [0,75 puntos]

$\gamma =$ Binaria. 1 si la empresa contrata a 3 o más proveedores; 0 en otro caso.

FUNCIÓN OBJETIVO

Minimizar el coste total de la energía a adquirir:

Min $z = \cdots - 100\gamma$ (€/kWh)

representa que, en caso de contratar a 3 o más proveedores, el coste se reduce en 100€.

Añadimos la siguiente restricción:

[Al menos 3 proveedores] $\quad 3\gamma \leq \delta_1 + \delta_2 + \delta_3 + \delta_4 + \delta_5$

Con esta restricción modelizamos: $\boldsymbol{\gamma = 1 \rightarrow Al\ menos\ 3\ proveedores}$**,** es decir, si la factoría quiere acceder a la subvención, al menos tiene que contratar la energía de al menos 3 proveedores.

NOTA: Debido al papel que tiene **γ** en la función objetivo, la restricción [Al menos 3 proveedores] que hemos añadido es suficiente. También podría haberse expresado de la siguiente forma, aunque el lado derecho NO es estrictamente necesario en este caso:

$$3\gamma \leq \delta_1 + \delta_2 + \delta_3 + \delta_4 + \delta_5 \leq 2 + 3\gamma$$

Naturaleza de la variable: **γ** binaria

e) Si la factoría contrata al proveedor 3, solo puede contratar como mucho a dos del resto de proveedores.

Esta condición se modeliza con la siguiente restricción:

$$\delta_1 + \delta_2 + \delta_4 + \delta_5 \leq 4 - 2 \cdot \delta_3$$

ya que, si la factoría contrata energía al proveedor 3, $\delta_3 = 1$ de modo que, en tal caso, la restricción limita el uso de como mucho 2 de los restantes proveedores.

—≀—

Otra formulación alternativa:

$$\delta_1 + \delta_2 + \delta_4 + \delta_5 \leq 2 + 2 \cdot (1 - \delta_3)$$

—≀—

f) Añadimos la variable:

γ_R = Binaria. 1 si la energía adquirida es renovable en más del 75%

Se pide modelizar una implicación entre restricciones de modo que utilizaremos la implicación material: $A \rightarrow B \equiv \bar{A}\ OR\ B$

Sea

A = $\{x_1 + 0{,}70x_2 + 0{,}5x_3 + 0{,}1x_4 \geq 0{,}75\ (x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5)\}$

B = $\{x_1 \geq 0{,}5\ (x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5)\ AND\ x_1 \leq 0{,}6\ (x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5)\ \}$

Por tanto, la condición planteada, se formula con las siguientes restricciones:

$x_1 + 0{,}70x_2 + 0{,}5x_3 + 0{,}1x_4 \leq 0{,}75\ (x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5) + M\gamma_R$

$x_1 \geq 0{,}5\ (x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5) - M(1 - \gamma_R)$

$x_1 \leq 0{,}6\ (x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5) + M(1 - \gamma_R)$