

《人工智能逻辑》作业W3

朱致远 3220101842 人工智能

2024.3.12

Q1. 把如下句子翻译为命题公式：

- (a) 如果今天天晴，那么明天不会天晴。
用 p 表示今天天晴，用 q 表示明天天晴。
则(a)可表示为 $p \rightarrow \neg q$
- (b) 今天张三不开心，或者他状态不好。
用 p 表示张三开心，用 q 表示张三状态好。
则(b)可表示为 $\neg p \vee \neg q$
- (c) 如果有一个请求，那么该请求最终被接受，或者不会有任何进展。
用 p 表示有一个请求，用 q 表示请求被接受，用 r 表示有进展。
则(c)可表示为 $p \rightarrow (q \vee \neg r)$
- (d) 癌症不会被治愈，除非可以确定其原因并且找到了抗癌新药。
用 p 表示癌症会被治愈，用 q 表示找到确定原因，用 r 表示找到了抗癌新药。
则(d)可表示为 $\neg(q \wedge r) \rightarrow \neg p$ ，即 $p \rightarrow (q \wedge r)$

Q2. 用真值表证明 $\neg p \vee q$ 和 $p \rightarrow q$ 是等值的。

真值表如下：

p	q	$\neg p \vee q$	$p \rightarrow q$
0	0	1	1
0	1	1	1
1	0	0	0
1	1	1	1

从图表中可得 $\neg p \vee q$ 和 $p \rightarrow q$ 在任何 p, q 的真值组合下真值均相同，那么可得 $\neg p \vee q \Leftrightarrow p \rightarrow q$

Q3. 证明：设 ϕ 是命题公式。那么， ϕ 是可满足的，当且仅当 $\neg\phi$ 不是有效的； ϕ 是有效的，当且仅当 $\neg\phi$ 不是可满足的。

- ϕ 是可满足的当且仅当 $\neg\phi$ 不是有效的
 - 正向证明：假设 ϕ 是可满足的，这意味着存在至少一种变量的赋值方式使得 ϕ 为真。如果 $\neg\phi$ 是有效的，那么 $\neg\phi$ 在所有可能的赋值下都为真，包括那些使 ϕ 为真的赋值，这与 ϕ 是可满足的矛盾。因此，如果 ϕ 是可满足的， $\neg\phi$ 不能是有效的。
 - 反向证明：假设 $\neg\phi$ 不是有效的，这意味着存在至少一种变量的赋值方式使得 $\neg\phi$ 为假，即 ϕ 为真。因此， ϕ 是可满足的。
- ϕ 是有效的当且仅当 $\neg\phi$ 不是可满足的
 - 正向证明：假设 ϕ 是有效的，这意味着在所有可能的变量赋值下， ϕ 都为真。因此，不存在任何变量的赋值方式使得 $\neg\phi$ 为真，即 $\neg\phi$ 不是可满足的。
 - 反向证明：假设 $\neg\phi$ 不是可满足的，这意味着不存在任何变量的赋值方式使得 $\neg\phi$ 为真，即在所有可能的变量赋值下， ϕ 都为真。因此， ϕ 是有效的。