

# 《人工智能逻辑》作业W6

朱致远 3220101842 人工智能

2024.4.4

**Q1.** 在如下表达式中，哪些是项，哪些是公式？

- (a)  $x$
- (b)  $f(x, a)$
- (c)  $c$
- (d)  $g(c, f(y, z))$
- (e)  $g(F, d)$
- (f)  $\forall x F(x)$

一阶逻辑的项的BNF形式为

$$t ::= x | a | f(t_1, t_2, \dots, t_n)$$

一阶逻辑的公式的BNF形式为

$$\phi ::= F(t_1, t_2, \dots, t_n) | t_1 \equiv t_2 | (\neg \phi) | (\phi \wedge \phi) | (\phi \vee \phi) | (\phi \rightarrow \phi) | (\phi \leftrightarrow \phi) | \forall x \phi | \exists x \phi$$

因此(a) (b) (c) (d)都是项

(f) 是公式

(e)既不是项也不是公式

**Q2.** 设语言 $L$ 包含一个个体常元 $c$ , 一个二元函数符合 $f$ 和一个一元关系符号 $F$ 。给出两个解释，其中一个使得 $\forall x F(f(x, c))$ 为真，另外一个使得该公式为假。

假设 $L$ 的论域 $D$ 为整数域

- (a)
  - $f(x, y)$ 表示 $x + y$
  - $c = 1$

- $F(x)$ 解释为 $x$ 是整数

此时对于 $x + 1$ ，当 $x$ 为任意整数的时候必然为整数，则此时 $\forall x F(f(x, c))$ 为真

- (b)

- $f(x, y)$ 表示 $x + y$
- $c = 1$
- $F(x)$ 解释为 $x$ 是偶数

此时对于 $x + 1$ ，当 $x$ 为任意整数的时候为整数，但当 $x$ 为偶数时为奇数，当 $x$ 为奇数时为偶数，因此 $\forall x F(f(x, c))$ 为假

### Q3. 证明 $\forall x(F(x) \rightarrow G(f(x))) \wedge \forall x F(x) \wedge \exists x \neg G(x)$ 是可满足的

设定领域  $D = a, b$

若要证 $\forall x(F(x) \rightarrow G(f(x))) \wedge \forall x F(x) \wedge \exists x \neg G(x)$ 是可满足的，需要一组解释，使得该解释下 $\forall x(F(x) \rightarrow G(f(x))) \wedge \forall x F(x) \wedge \exists x \neg G(x)$ 的值为真

这意味着以下条件为真

- $\forall x(F(x))$
- $\forall x G(f(x))$
- $\exists x \neg G(x)$

设  $f(x) = a$  对所有  $x \in D$ 。

设  $G(a)$  为真，满足  $\forall x(F(x) \rightarrow G(f(x)))$ 。

为了满足  $\exists x \neg G(x)$ ，我们可以让  $G(b)$  为假。

此时 $\forall x(F(x) \rightarrow G(f(x))) \wedge \forall x F(x) \wedge \exists x \neg G(x)$ 的值为真

因此，给出的公式是可满足的。