

# Programación II: Taller 2

## Programa de Estudios Superiores (PES)

Banco de Guatemala  
2025

### Solución numérica de ecuaciones no-lineales

Frank Lampard tiene que decidir cuanto trabajar ( $L$ ) y cuanto consumir ( $C$ ). Frank es un genio dentro y fuera de la cancha por lo que toma esta decisión resolviendo el siguiente problema

$$\begin{aligned} \max_{\{C,L\}} \quad & \left[ C^{\frac{1}{\varepsilon}} + \alpha (1-L)^{\frac{\kappa}{\varepsilon}} \right]^{\varepsilon} \\ \text{s.t.} \quad & C = wL \end{aligned}$$

Donde  $w > 0$  es su salario,  $\varepsilon > 1$ , y  $0 < \kappa \leq 1$ . Escriba un programa de R que resuelva el problema de Super Frank dados unos valores para los parámetros  $\varepsilon, \alpha, \kappa$  y  $w$ . Específicamente

- Reemplace la restricción presupuestal de Frank en su función objetivo para reducir la dimensión del problema.
- Escriba un programa de R que encuentre, de forma simbólica, la condición de primer orden que caracteriza la solución del problema
- Encuentre de forma numérica el nivel de consumo que resuelve la anterior ecuación

### Optimización numérica

Escriba un programa de R que resuelva el problema de Super Frank dados unos valores para los parámetros  $\varepsilon, \alpha, \kappa$  y  $w$ . Esta vez, no solucione la condición de primer orden del problema de Frank. En su lugar, resuelva directamente y de forma numérica el problema de maximización de Lampard como un problema de optimización numérica.

**Nota:** Reporten los resultados para  $\alpha = 2$ ,  $\varepsilon = 3$ ,  $\kappa = 0.8$  y  $w = 1$ .

### Simulación Montecarlo

Frank a regresado. Esta vez, como entrenador para dirigir a su antiguo equipo y enfrentar al malvado Mourinho. Para Frank, el futbol es sencillo:

- El sabe que cada uno de los dos equipos solo puede estar a la ofensiva ( $O$ ) o a la defensiva ( $D$ )
- Si los dos equipos están a la defensiva, la probabilidad de que haya gol es cero
- Si ambos equipos están a la ofensiva, la probabilidad para cada uno de anotar un gol es de 0.05 (note que ambos equipos pueden anotar en el mismo minuto)
- Si el equipo de Frank esta a la ofensiva y el de Mou a la defensiva, la probabilidad de que cada uno anote gol es de 0.03 y 0.01, respectivamente
- Si el equipo de Frank esta a la defensiva y el de Mou a la ofensiva, la probabilidad de que cada uno anote gol es de 0.01 y 0.03, respectivamente
- Frank conoce además a su mentor Mou. El sabe que la probabilidad de que se encierre y decida jugar a la defensiva en un minuto dado es de 0.95.

Suponga que Frank decide en cada minuto jugar a la ofensiva con una probabilidad de  $p = 0.5$  y que cada juego dura exactamente 90 minutos.

1. Cuál es la probabilidad de que Frank gane el partido?
2. Cuál es la probabilidad de jugar a la ofensiva que maximiza la probabilidad de que Frank gane el partido?