

CÁLCULO AVANZADO

DEPARTAMENTO DE INGENIERÍA MECÁNICA
FACULTAD REGIONAL LA PLATA
UNIVERSIDAD TECNOLÓGICA NACIONAL

Práctica: 3
Tema: Funciones ortogonales. Series de Fourier.
Profesor Titular: Manuel Carlevaro
Jefe de Trabajos Prácticos: Diego Amiconi
Ayudante de Primera: Lucas Basiuk

Ejercicio 1.

Mostrar que el conjunto de funciones

$$\{1, \cos x, \cos 2x, \dots, \cos nx, \dots, \sin x, \sin 2x, \dots, \sin nx, \dots\}$$

es ortogonal en el intervalo $[-\pi, \pi]$.

Ejercicio 2.

Suponga que $f(x)$ es integrable en $[-\pi, \pi]$ y sea

$$F(x) = \sum_{n=0}^{\infty} a_n \cos nx + \sum_{n=1}^{\infty} a_n \sin nx$$

la representación de Fourier de $f(x)$ relativa a $\{1, \cos x, \cos 2x, \dots, \sin x, \sin 2x, \dots\}$. Usar el método descrito en la clase para determinar a_n y b_n .

Ejercicio 3.

Definiendo $f(x)$ en $[-\pi, \pi]$ como

$$f(x) = \begin{cases} -1, & -\pi < x < 0 \\ 1, & 0 < x < \pi \end{cases}$$

- Derive la representación de Fourier de $f(x)$.
- Use la parte a) para evaluar la suma

$$\sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n}{2n+1}$$

Ejercicio 4.

- a) Halle la representación de Fourier de $f(x) = |x|$, $-\pi \leq x \leq \pi$.
- b) Use el resultado de la parte a) para computar

$$\sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{(2n+1)^2}$$

Ejercicio 5.

- a) Encuentre la expansión en serie de Fourier de la función

$$f(x) = \begin{cases} 0, & -\pi < x < 0 \\ x^2, & 0 \leq x \leq \pi \end{cases}$$

- b) Dibuje $y = F(x)$ donde F es la representación de Fourier de f .
- c) Use a) para evaluar

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^2}$$

Ejercicio 6.

Sea f definida por $f(x) = x$, $-1 < x < 1$. Expresé f como una serie trigonométrica.