Definición : Autovalor y autovector.

Sea $\boldsymbol{A} \in K^{n \times n}$ y $\boldsymbol{v} \in K^{n}$. $\boldsymbol{v}$ es un **autovector** de $\boldsymbol{A}$ si

$$\boldsymbol{A}\boldsymbol{v} = \lambda \boldsymbol{v}$$

donde λ es un escalar en K, denominado **autovalor** asociado con $\boldsymbol{v}$.

Definición : Autovalor y autovector.

Sea $\boldsymbol{A} \in K^{n\times n}$ y $\boldsymbol{v} \in K^n$. $\boldsymbol{v}$ es un **autovector** de $\boldsymbol{A}$ si

$$\boldsymbol{A}\boldsymbol{v} = \lambda \boldsymbol{v}$$

donde λ es un escalar en K, denominado **autovalor** asociado con $\boldsymbol{v}$.

En forma equivalente:

$$(\boldsymbol{A} - \lambda \boldsymbol{I})\boldsymbol{v} = \boldsymbol{0} \tag{1}$$

Este sistema tiene solución $\boldsymbol{v} \neq \boldsymbol{0}$ si y solo si:

$$\det(\boldsymbol{A} - \lambda \boldsymbol{I}) = 0$$

denominado **polinomio característico**, $p_A(\lambda)$, y por el teorema fundamental del álgebra: $\mapsto n$ raíces.

Definición : Autovalor y autovector.

Sea $\boldsymbol{A} \in K^{n\times n}$ y $\boldsymbol{v} \in K^n$. $\boldsymbol{v}$ es un **autovector** de $\boldsymbol{A}$ si

$$\boldsymbol{A}\boldsymbol{v} = \lambda \boldsymbol{v}$$

donde λ es un escalar en K, denominado **autovalor** asociado con $\boldsymbol{v}$.

En forma equivalente:

$$(\boldsymbol{A} - \lambda \boldsymbol{I})\boldsymbol{v} = \boldsymbol{0} \tag{1}$$

Este sistema tiene solución $\boldsymbol{v} \neq \boldsymbol{0}$ si y solo si:

$$\det(\boldsymbol{A} - \lambda \boldsymbol{I}) = 0$$

denominado **polinomio característico**, $p_A(\lambda)$, y por el teorema fundamental del álgebra: $\mapsto n$ raíces.

Ejemplo:

$$\boldsymbol{A} = \begin{bmatrix} 3 & -1 & 0 \\ -1 & 2 & -1 \\ 0 & -1 & 3 \end{bmatrix}$$

$$p_A(\lambda) = \det(\boldsymbol{A} - \lambda \boldsymbol{I}) = \begin{vmatrix} 3-\lambda & -1 & 0 \\ -1 & 2-\lambda & -1 \\ 0 & -1 & 3-\lambda \end{vmatrix}$$

$$= -\lambda^3 + 8\lambda^2 - 19\lambda + 12 = 0$$

Solución: $\lambda_1 = 1, \lambda_2 = 3, \lambda_3 = 4$. Reemplazando cada autovalor en (1):

$$\boldsymbol{v}_1 = a \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \\ 1 \end{bmatrix}, \boldsymbol{v}_2 = b \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ -1 \end{bmatrix}, \boldsymbol{v}_3 = c \begin{bmatrix} 1 \\ -1 \\ 1 \end{bmatrix}$$

Métodos:

- Analítico: $n < 5$.
- Parciales: computan solo autovalores **extremos** (módulo máximo o mínimo). Método de las potencias.
- Globales: aproximan a todo el **espectro** de $\boldsymbol{A}$, $\sigma(\boldsymbol{A})$. Método QR.

- R.L. Burden, D.J. Faires y A.M. Burden. *Análisis numérico*. 10.ª ed. Mexico: Cengage Learning, 2017. Capítulo 7.
- Carlos Moreno González. *Introducción al cálculo numérico*. Madrid, España: Universidad Nacional de Educación a Distancia, 2014. Capítulo 2.
- B. Bradie. *A Friendly Introduction to Numerical Analysis*. New Jersey, United States: Pearson Education Inc., 2006. Sección 3.3.
- A. Quarteroni, R. Sacco y F. Saleri. *Numerical Mathematics*. New York, United States: Springer-Verlag, 2000. Capítulo 1.