

# CÁLCULO AVANZADO

DEPARTAMENTO DE INGENIERÍA MECÁNICA  
FACULTAD REGIONAL LA PLATA  
UNIVERSIDAD TECNOLÓGICA NACIONAL

**Práctica:** 3  
**Tema:** Funciones ortogonales. Series de Fourier.  
**Profesor Titular:** Manuel Carlevaro  
**Jefe de Trabajos Prácticos:** Diego Amiconi  
**Ayudante de Primera:** Lucas Basiuk

## Ejercicio 1.

Mostrar que el conjunto de funciones

$$\{1, \cos x, \cos 2x, \dots, \cos nx, \dots, \sin x, \sin 2x, \dots, \sin nx, \dots\}$$

es ortogonal en el intervalo  $[-\pi, \pi]$ .

## Ejercicio 2.

Suponga que  $f(x)$  es integrable en  $[-\pi, \pi]$  y sea

$$F(x) = \sum_{n=0}^{\infty} a_n \cos nx + \sum_{n=1}^{\infty} a_n \sin nx$$

la representación de Fourier de  $f(x)$  relativa a  $\{1, \cos x, \cos 2x, \dots, \sin x, \sin 2x, \dots\}$ . Usar el método descrito en la clase para determinar  $a_n$  y  $b_n$ .

## Ejercicio 3.

Definiendo  $f(x)$  en  $[-\pi, \pi]$  como

$$f(x) = \begin{cases} -1, & -\pi < x < 0 \\ 1, & 0 < x < \pi \end{cases}$$

- Derive la representación de Fourier de  $f(x)$ .
- Use la parte a) para evaluar la suma

$$\sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n}{2n+1}$$

**Ejercicio 4.**

- a) Halle la representación de Fourier de  $f(x) = |x|$ ,  $-\pi \leq x \leq \pi$ .
- b) Use el resultado de la parte a) para computar

$$\sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{(2n+1)^2}$$

**Ejercicio 5.**

- a) Encuentre la expansión en serie de Fourier de la función

$$f(x) = \begin{cases} 0, & -\pi < x < 0 \\ x^2, & 0 \leq x < \pi \end{cases}$$

- b) Dibuje  $y = F(x)$  donde  $F$  es la representación de Fourier de  $f$ .
- c) Use a) para evaluar

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^2}$$

**Ejercicio 6.**

Sea  $f$  definida por  $f(x) = x$ ,  $-1 < x < 1$ . Expresé  $f$  como una serie trigonométrica.