

# CÁLCULO AVANZADO

DEPARTAMENTO DE INGENIERÍA MECÁNICA  
FACULTAD REGIONAL LA PLATA  
UNIVERSIDAD TECNOLÓGICA NACIONAL

**Práctica:** 2

**Tema:** Introducción a la variable compleja.

**Profesor Titular:** Manuel Carlevaro

**Jefe de Trabajos Prácticos:** Diego Amiconi

**Ayudante de Primera:** Lucas Basiuk

## Ejercicio 1.

a) Calcular:

$$\int_0^{2i} z dz$$

b) Calcular:

$$\int_0^{2i} \bar{z} dz$$

primero a lo largo del segmento de línea  $C_1$  que une 0 con  $2i$ , y luego a lo largo de la curva  $C_2$ , donde  $C_2$  es la mitad derecha del círculo centrado en  $i$  con radio 1.

## Ejercicio 2.

Explicar por qué la integral:

$$\int_1^i 2e^{2z} dz$$

no es ambigua, y encontrar el valor de esta integral.

## Ejercicio 3.

Calcular:

$$\int_1^i \bar{z}^2 dz$$

a lo largo de las siguientes curvas  $C$ :

a)  $C$  es el segmento de línea que une 1 con  $i$ .

b)  $C = \{z : z = e^{i\theta}, 0 \leq \theta \leq \frac{\pi}{2}\}$ , es decir,  $C$  es el primer cuadrante del círculo  $|z| = 1$ .

**Ejercicio 4.**

Sea  $f(z) = (z - z_0)^m$ , donde  $m$  es un entero y  $z_0$  una constante. Integrar la función sobre una trayectoria circular  $C$  de radio  $\rho$  con centro en  $z_0$  en sentido antihorario.

**Ejercicio 5.**

Suponga que  $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n = L_1$  y  $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n = L_2$ . Probar que  $L_1 = L_2$ .

**Ejercicio 6.**

Sea  $f(z)$  definida por

$$f(z) = 1 - 2z + 3z^2 - 4z^3 + \dots = \sum_{n=0}^{\infty} (-1)^n (n+1) z^n$$

- a) Encuentre el radio de convergencia de  $f$ .
- b) Calcule  $f(\frac{i}{12})$  con una precisión dada por un disco de radio 0.001.
- c) Calcule  $f'(\frac{i}{12})$  con una precisión de un dígito decimal.