

CÁLCULO AVANZADO

DEPARTAMENTO DE INGENIERÍA MECÁNICA
FACULTAD REGIONAL LA PLATA
UNIVERSIDAD TECNOLÓGICA NACIONAL

Práctica: 10
Tema: Autovalores y autovectores II.
Profesor Titular: Manuel Carlevaro
Jefe de Trabajos Prácticos: Diego Amiconi
Ayudante de Primera: Lucas Basiuk

Ejercicio 1.

Muestre que se puede formar una base para \mathbb{R}^3 usando los autovalores de la matriz

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 2 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 2 \\ 1 & -1 & 4 \end{bmatrix}$$

Ejercicio 2.

Muestre que ningún conjunto de autovectores de la matriz 3×3

$$\mathbf{B} = \begin{bmatrix} 2 & 1 & 0 \\ 0 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 3 \end{bmatrix}$$

puede formar una base en \mathbb{R}^3 .

Ejercicio 3.

- a) Muestre que los vectores $\mathbf{v}_1 = [0, 4, 2]^\top$, $\mathbf{v}_2 = [-5, -1, 2]^\top$ y $\mathbf{v}_3 = [1, -1, 2]^\top$ forman un conjunto ortogonal.
- b) Use el conjunto anterior para formar una base ortonormal.

Ejercicio 4.

Use el proceso de Gram-Schmidt para determinar un conjunto de vectores ortogonales a partir de los vectores linealmente independientes:

$$\mathbf{x}_1 = [1, 0, 0]^\top, \mathbf{x}_2 = [1, 1, 0]^\top, \mathbf{x}_3 = [1, 1, 1]^\top$$

Ejercicio 5.

Muestre que la matriz

$$\mathbf{Q} = [\mathbf{u}_1, \mathbf{u}_2, \mathbf{u}_3] = \begin{bmatrix} 0 & -\frac{\sqrt{30}}{6} & \frac{\sqrt{6}}{6} \\ \frac{2\sqrt{5}}{5} & -\frac{\sqrt{30}}{30} & -\frac{\sqrt{6}}{6} \\ \frac{\sqrt{5}}{5} & \frac{\sqrt{30}}{15} & \frac{\sqrt{6}}{3} \end{bmatrix}$$

formada a partir del conjunto ortonormal de vectores encontrado en el problema 3, es una matriz ortogonal.