

# CÁLCULO AVANZADO

DEPARTAMENTO DE INGENIERÍA MECÁNICA  
FACULTAD REGIONAL LA PLATA  
UNIVERSIDAD TECNOLÓGICA NACIONAL

**Práctica:** Unidad 10  
**Tema:** Problemas de valores iniciales.  
**Profesor Titular:** Manuel Carlevaro  
**Jefe de Trabajos Prácticos:** Diego Amiconi  
**Ayudante de Primera:** Lucas Basiuk

## Ejercicio 1.

Para cada problema de valor inicial siguiente, determine la constante de Lipschitz  $L$  en el dominio dado.

- a)  $y' = 1 - 3y, y(0) = 0, D = \{(t, y) \mid -1 \leq t \leq 1; 0 \leq y \leq 2\}$ ;
- b)  $y' = y(1 - y), y(0) = 1/2, D = (-1, 1) \times (0, 2)$ ;
- c)  $y' = y^2, y(0) = 1, D = (-1, 1) \times (0, 2)$ .

## Ejercicio 2.

Use el método de Euler con  $h = 1/4$  para calcular aproximadamente los valores de  $y(1)$  para cada problema de valor inicial siguiente. Realizar los cálculos, sin un programa de computadora, para producir una tabla ordenada de pares  $(t_k, y_k)$ .

- a)  $y' = y(1 - y), y(0) = 1/2$ ;
- b)  $ty' = y(\sin t), y(0) = 2$ ;
- c)  $y' = y(1 + e^{2t}), y(0) = 1$ ;
- d)  $y' + 2y = 1, y(0) = 2$ .

## Ejercicio 3.

Escriba un programa en Python que resuelva cada uno de los problemas de valor inicial del Ejercicio 2, utilizando el método de Euler con un paso  $h = 1/16$ .

## Ejercicio 4.

Para cada uno de los problemas de valor inicial siguiente, aproxime la solución utilizando el método de Euler con una secuencia de pasos decreciente  $h^{-1} = 2, 4, 8, \dots$ . Para los problemas en que se da la solución exacta, compare la precisión alcanzada en el intervalo  $[0, 1]$  con la precisión teórica.

a)  $y' + 4y = 1, y(0) = 1; y(t) = \frac{1}{4}(3e^{-4t} + 1);$

b)  $y' = -y \ln y, y(0) = 3; y(t) = e^{(\ln 3)e^{-t}};$

c)  $y' + y = \sin 4\pi t, y(0) = 1/2;$

d)  $y' + \sin y = 0, y(0) = 1.$

**Ejercicio 5.**

Utilize el método de Runge-Kutta de segundo orden para resolver el Ejercicio 2.

**Ejercicio 6.**

Repita el Ejercicio anterior usando el método de Runge-Kutta de cuarto orden. Compare la precisión obtenida con los resultados generados con los métodos anteriores.

**Ejercicio 7.**

Escriba un programa en Python que resuelva los problemas con valores iniciales del Ejercicio 2 utilizando el método de Runge-Kutta de cuarto orden con  $h = 1/16$ . Compare los resultados obtenidos con los del Ejercicio 3.

**Ejercicio 8.**

Repita el Ejercicio 4, pero utilizando ahora el método de Runge-Kutta de cuarto orden.