

# CÁLCULO AVANZADO

DEPARTAMENTO DE INGENIERÍA MECÁNICA  
FACULTAD REGIONAL LA PLATA  
UNIVERSIDAD TECNOLÓGICA NACIONAL

**Práctica:** 9  
**Tema:** Autovalores y autovectores I.  
**Profesor Titular:** Manuel Carlevaro  
**Jefe de Trabajos Prácticos:** Diego Amiconi  
**Ayudante de Primera:** Lucas Basiuk

## Ejercicio 1.

Muestre que se puede formar una base para  $\mathbb{R}^3$  usando los autovalores de la matriz

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 2 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 2 \\ 1 & -1 & 4 \end{bmatrix}$$

## Ejercicio 2.

Muestre que ningún conjunto de autovectores de la matriz  $3 \times 3$

$$\mathbf{B} = \begin{bmatrix} 2 & 1 & 0 \\ 0 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 3 \end{bmatrix}$$

puede formar una base en  $\mathbb{R}^3$ .

## Ejercicio 3.

- a) Muestre que los vectores  $\mathbf{v}_1 = [0, 4, 2]^\top$ ,  $\mathbf{v}_2 = [-5, -1, 2]^\top$  y  $\mathbf{v}_3 = [1, -1, 2]^\top$  forman un conjunto ortogonal.
- b) Use el conjunto anterior para formar una base ortonormal.

## Ejercicio 4.

Use el proceso de Gram-Schmidt para determinar un conjunto de vectores ortogonales a partir de los vectores linealmente independientes:

$$\mathbf{x}_1 = [1, 0, 0]^\top, \mathbf{x}_2 = [1, 1, 0]^\top, \mathbf{x}_3 = [1, 1, 1]^\top$$

**Ejercicio 5.**

Muestre que la matriz

$$\mathbf{Q} = [\mathbf{u}_1, \mathbf{u}_2, \mathbf{u}_3] = \begin{bmatrix} 0 & -\frac{\sqrt{30}}{6} & \frac{\sqrt{6}}{6} \\ \frac{2\sqrt{5}}{5} & -\frac{\sqrt{30}}{30} & -\frac{\sqrt{6}}{6} \\ \frac{\sqrt{5}}{5} & \frac{\sqrt{30}}{15} & \frac{\sqrt{6}}{3} \end{bmatrix}$$

formada a partir del conjunto ortonormal de vectores encontrado en el problema 3, es una matriz ortogonal.