Algoritmo de Deutsch

Luis Daniel Benavides Navarro, 20-01-2020

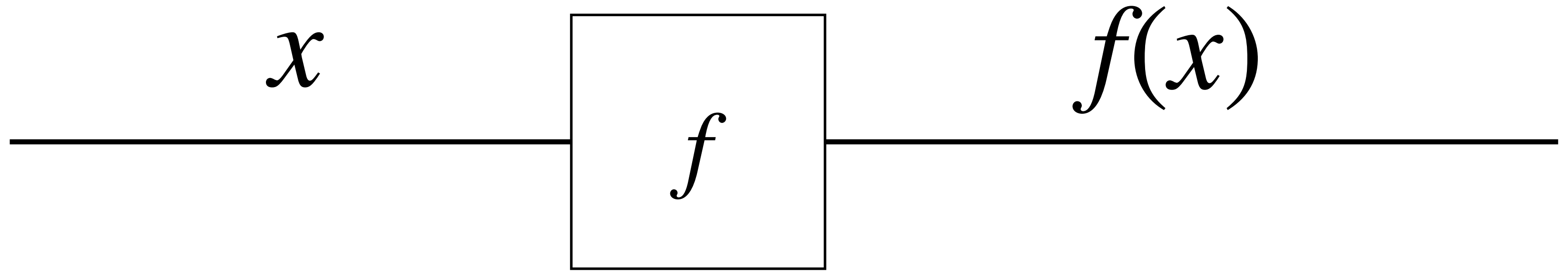
Estrategia General de los Algoritmos cuánticos

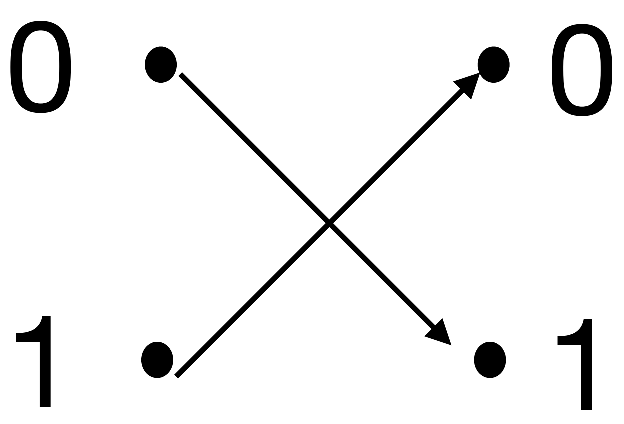
- Iniciar los qubits en un estado clásico.
- Poner los qubits en superposición
- Realizar las operaciones en los qubits.
- Realizar una observación

Problema que deseamos resolver

- Imagine que le dan una caja negra que implementa una función de {0,1} hacia {0,1}.
- Es decir, $f : \{0,1\} \to \{0,1\}$
- Ahora el problema es determinar si la función es balanceada o constante:
    - Balanceada si $f(1) \neq f(0)$
    - Constante si $f(1) = f(0)$
- **Ejercicio** dibuje las funciones posibles, cree un modelo con matrices, y determine si son balanceadas o constantes.

¿Podemos representar el problema con compuertas y matrices?

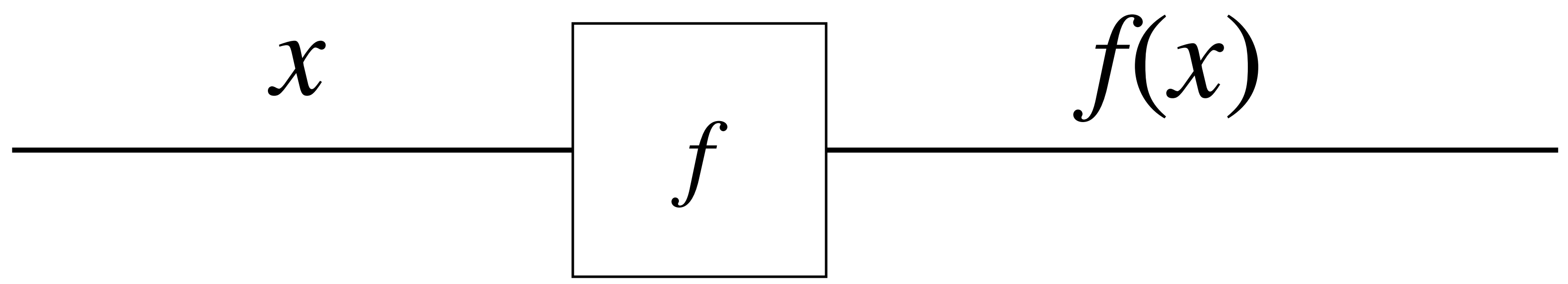


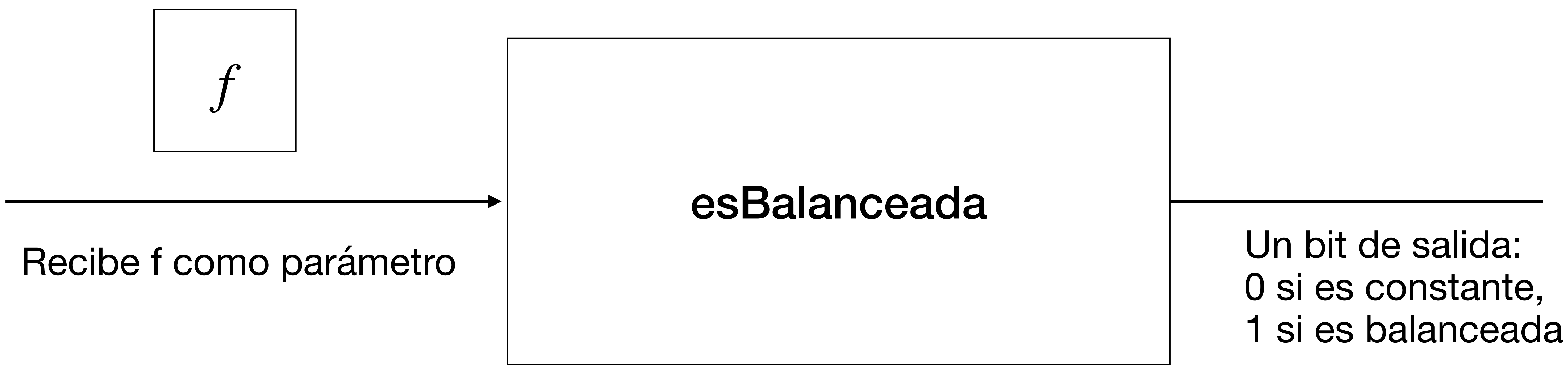


	0	1
0	0	1
1	1	0

Ejercicio. Representar las otras funciones.

¿Cómo sería la solución?





Vamos a resolverlo en computador clásico

1. Escriba la función es balanceada en pseudo código

Vamos a resolverlo en computador clásico

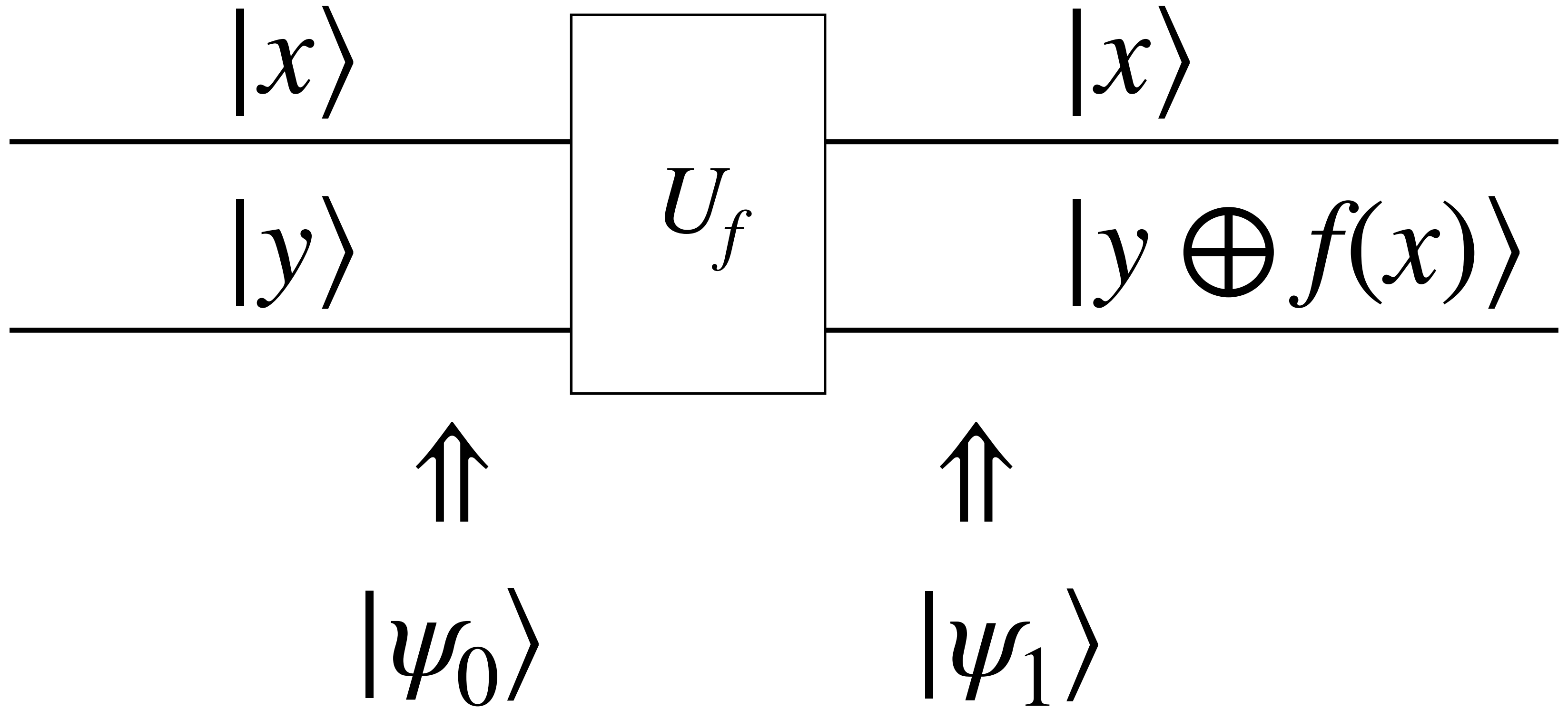
```
boolean esBalanceada(function f){
      return f(0) ≠ f(1)
}
```

- Análisis:
    - ¿Cuántos llamados se hacen a la función f?

¿Podemos hacerlo mejor con un sistema cuántico?

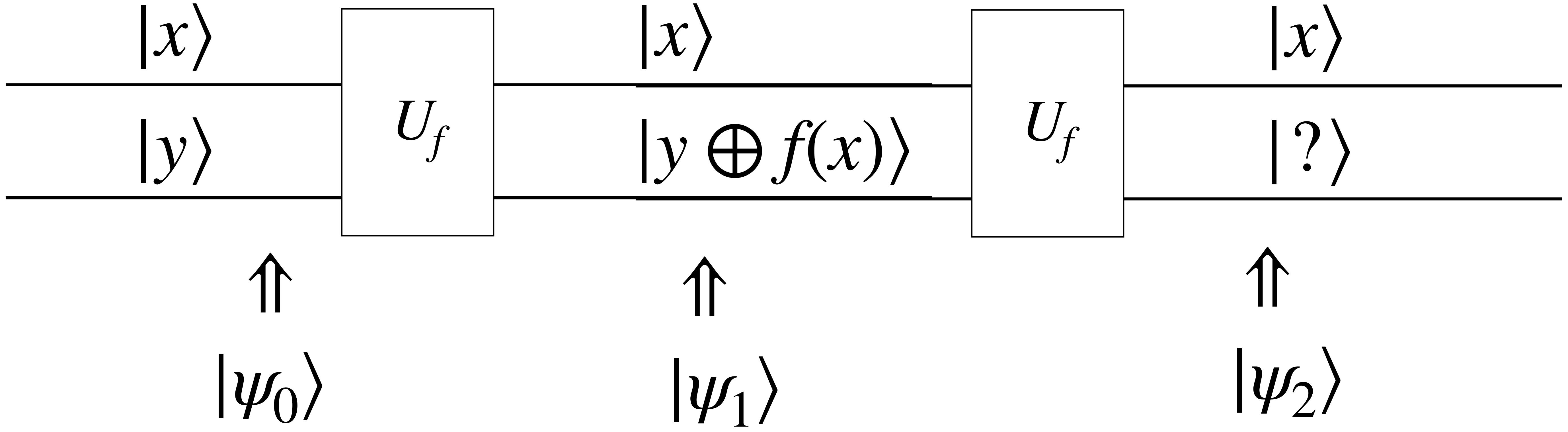
Primero modelemos la función

- Recuerde que la función debe ser reversible y la vamos a modelar así:



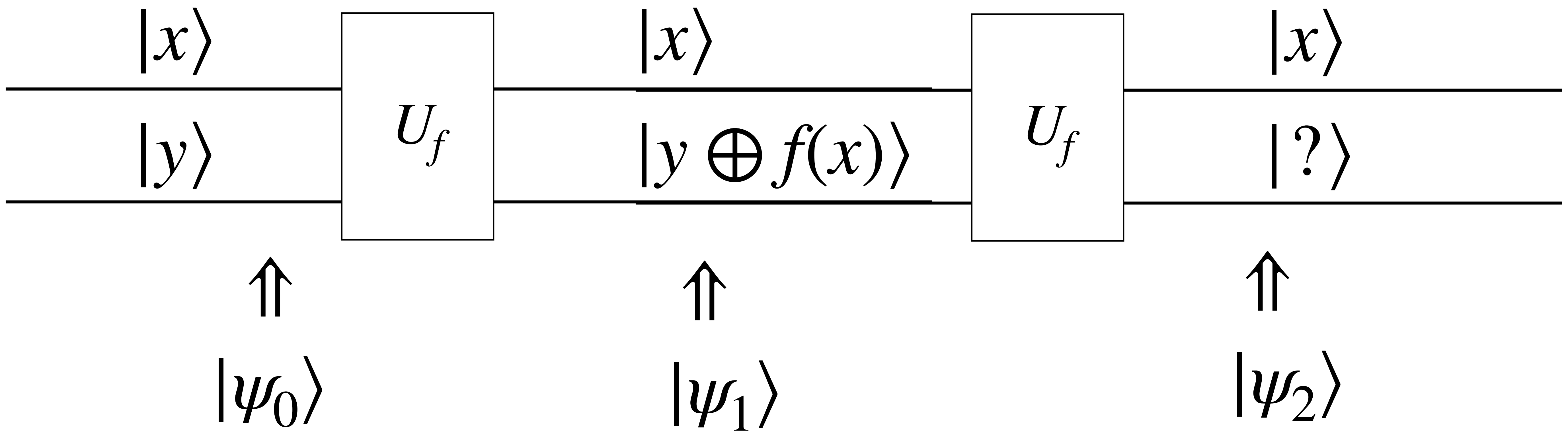
- Algo sobre notación
  - $|\psi_0\rangle = |x, y\rangle$ y $|\psi_1\rangle = |x, y \oplus f(x)\rangle$

Verifique que es su propia inversa



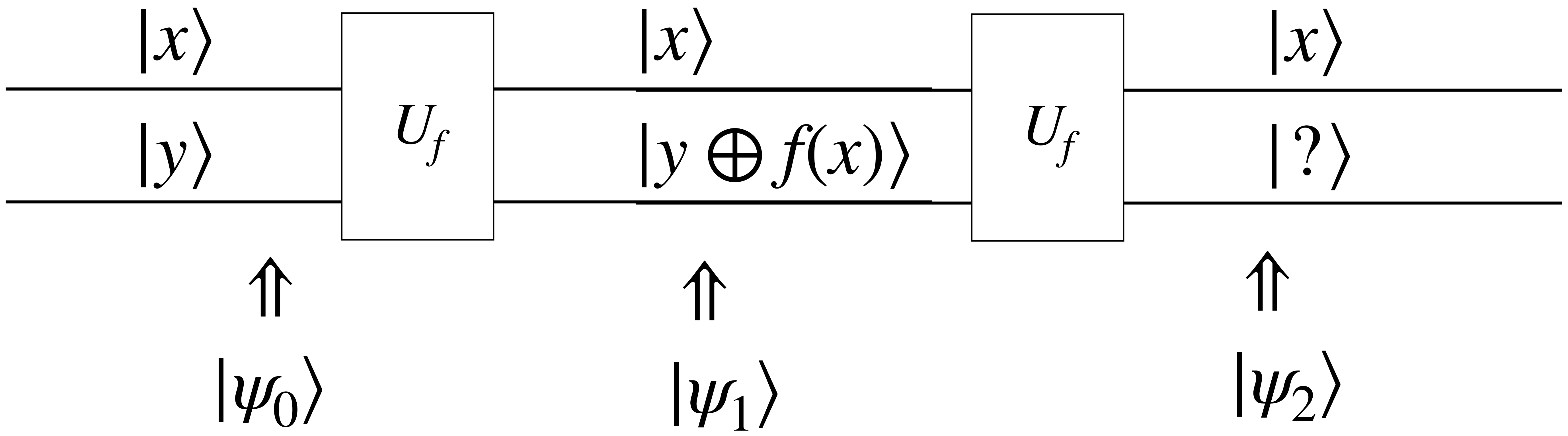
$$|\psi_2\rangle = ? = |\psi_0\rangle$$

Verifique que es su propia inversa



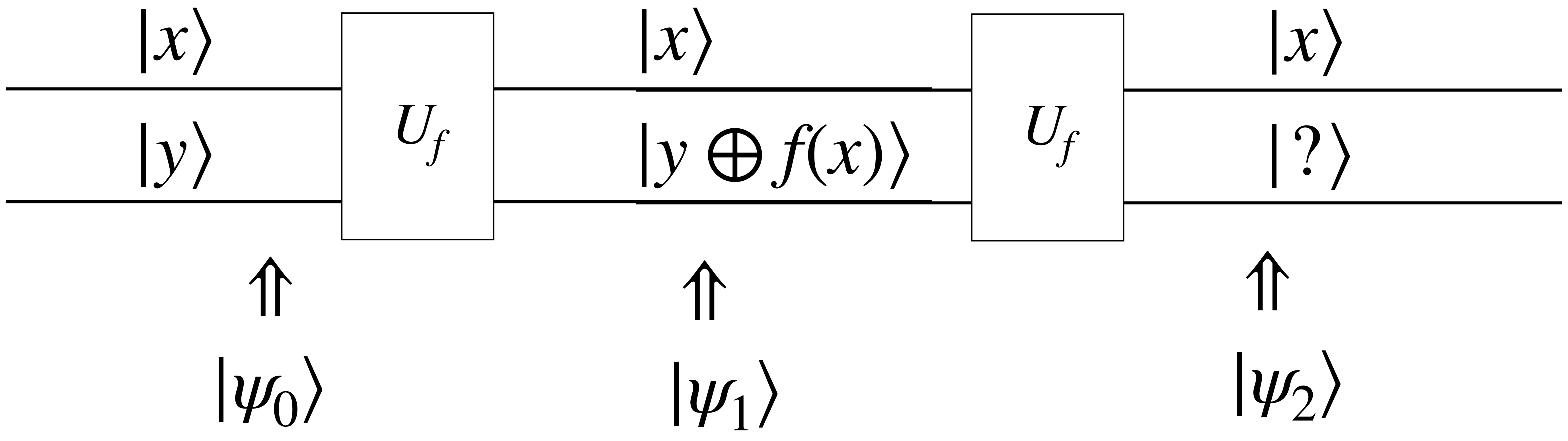
$$|\psi_2\rangle = |x, (y \oplus f(x)) \oplus f(x)\rangle$$

Verifique que es su propia inversa



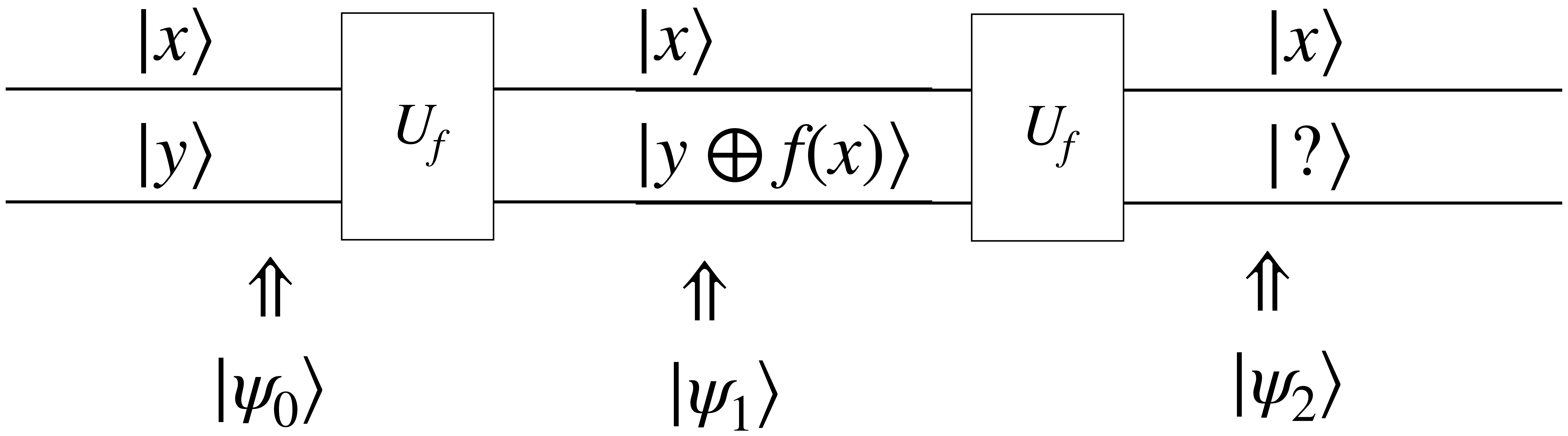
$$|\psi_2\rangle = |x, (y \oplus f(x)) \oplus f(x)\rangle = |x, y \oplus (f(x) \oplus f(x))\rangle$$

Verifique que es su propia inversa



$$|\psi_2\rangle = |x, (y \oplus f(x)) \oplus f(x)\rangle = |x, y \oplus (f(x) \oplus f(x))\rangle = |x, y \oplus 0\rangle$$

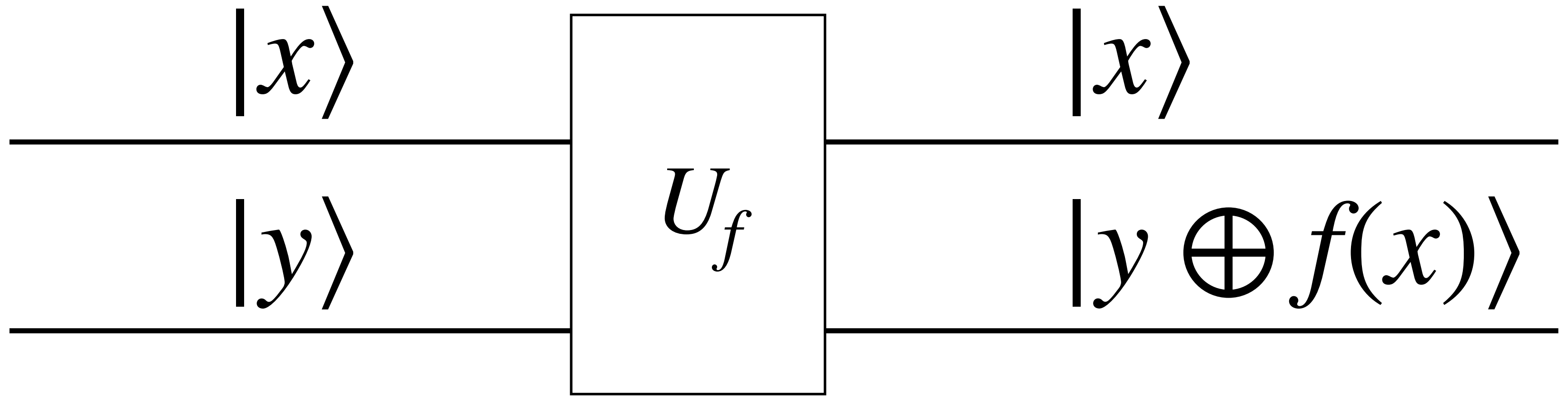
Verifique que es su propia inversa

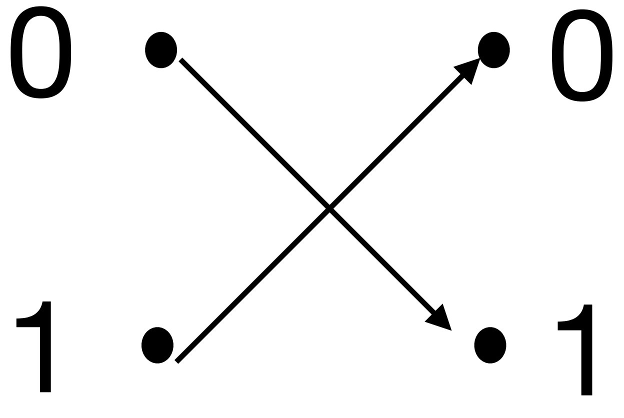


$$|\psi_2\rangle = |x, (y \oplus f(x)) \oplus f(x)\rangle = |x, y \oplus (f(x) \oplus f(x))\rangle = |x, y \oplus 0\rangle = |x, y\rangle = |\psi_0\rangle$$

Calculemos las matrices de las compuertas

Para cada función hay una compuerta. Ahora vamos a calcular las matrices

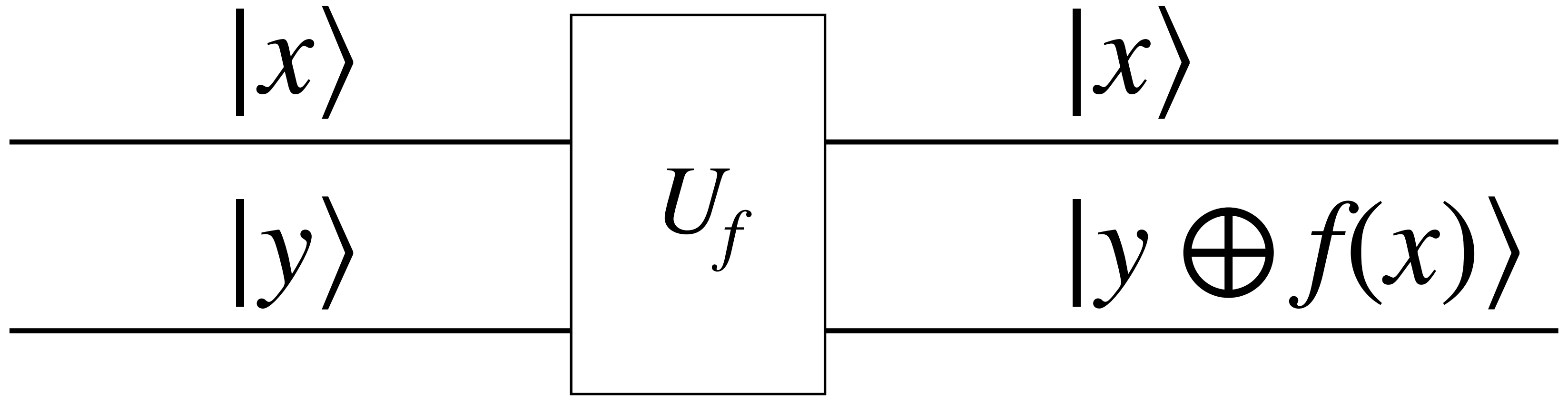


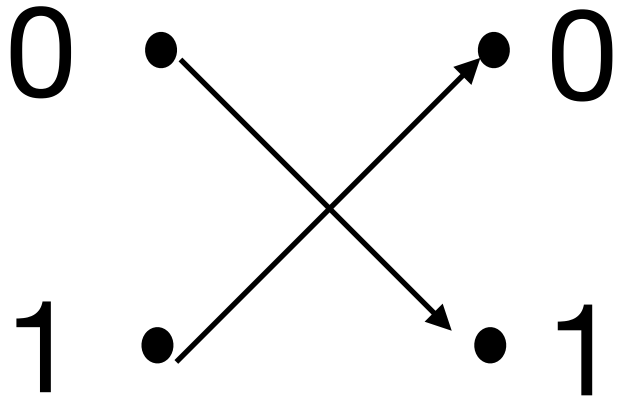


	00	**01**	**10**	**11**
00				
01				
10				
11				

Calculemos las matrices de las compuertas

Para cada función hay una compuerta. Ahora vamos a calcular las matrices

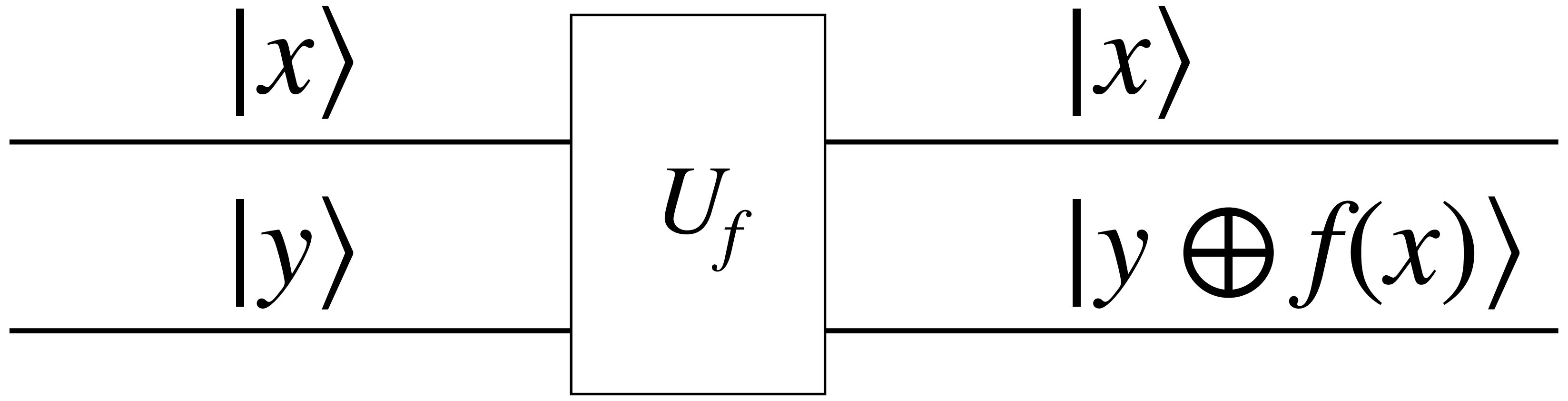


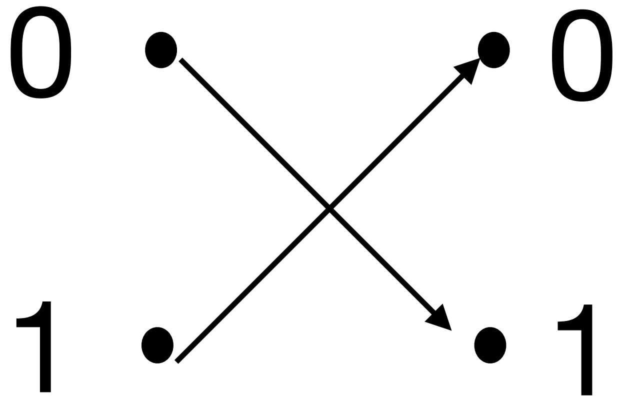


	00	**01**	**10**	**11**
00	0	1	0	0
01	1	0	0	0
10	0	0	1	0
11	0	0	0	1

Calculemos las matrices de las compuertas

Para cada función hay una compuerta. Ahora vamos a calcular las matrices



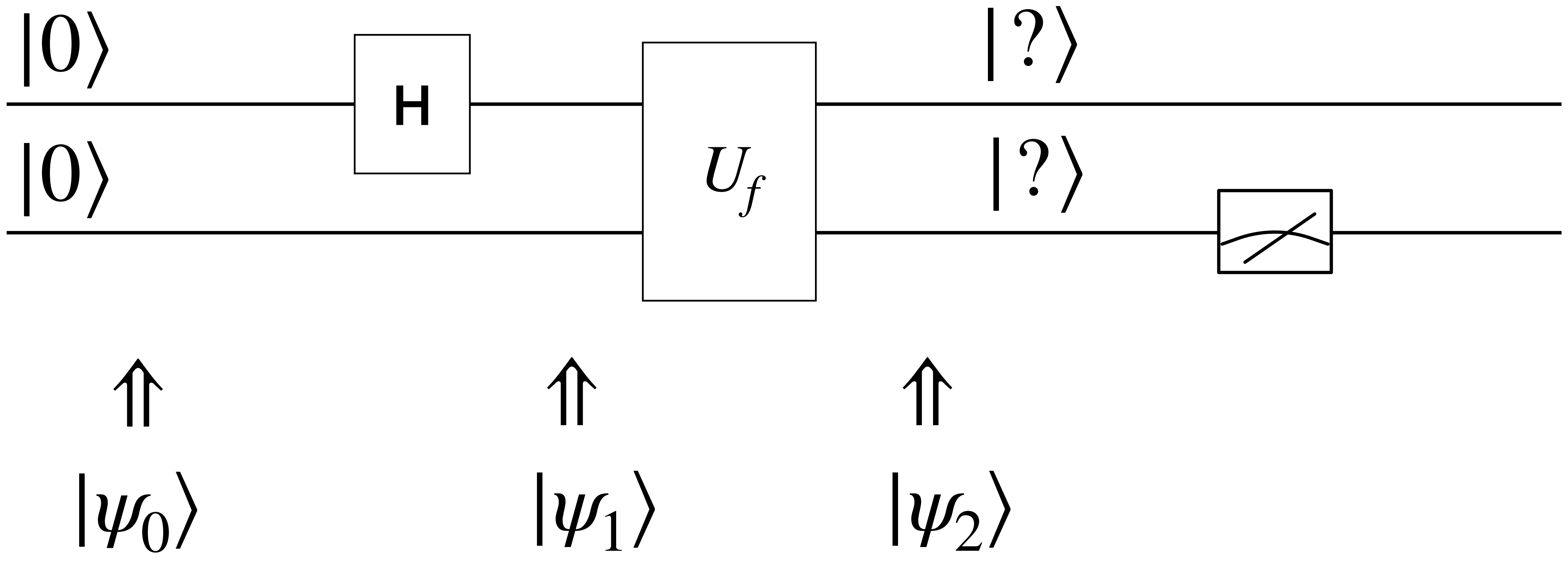


	00	**01**	**10**	**11**
00	0	1	0	0
01	1	0	0	0
10	0	0	1	0
11	0	0	0	1

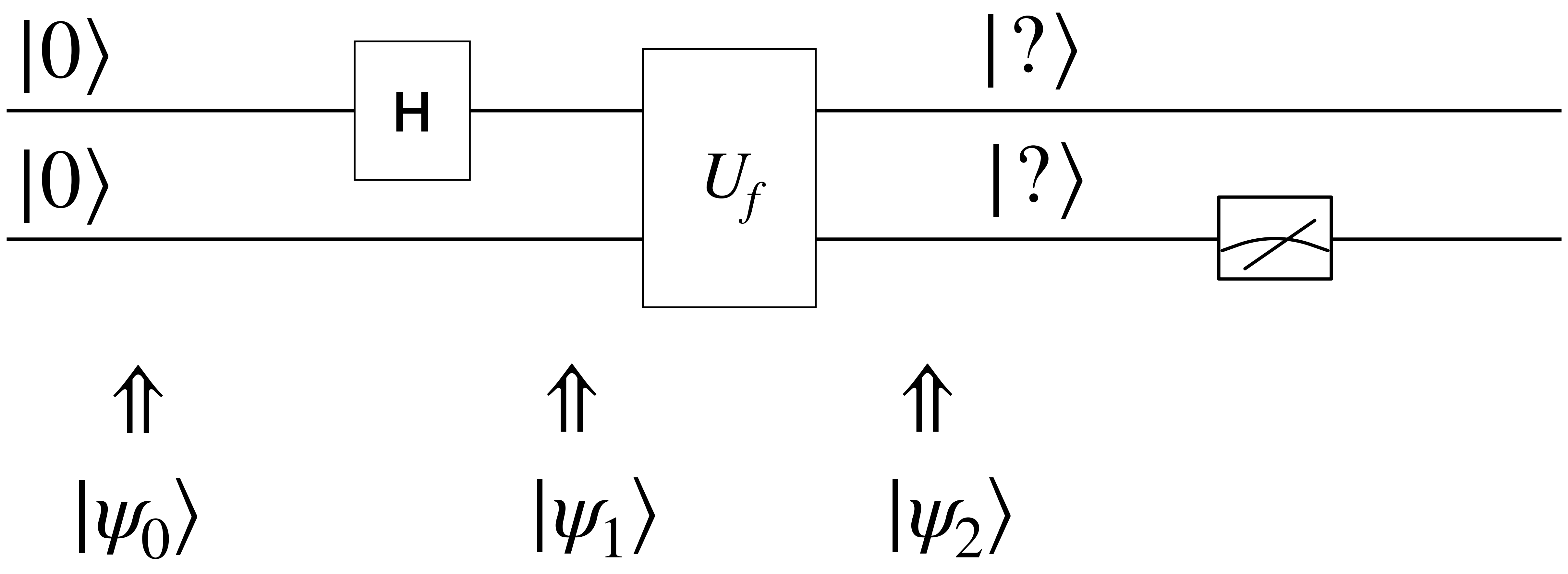
Ejercicio. Calcule la adjunta y muestre que es su propia inversa

Ejercicio. Representar las matrices para otras funciones. Y mostrar que son sus propias inversas

Primer prototipo cuántico

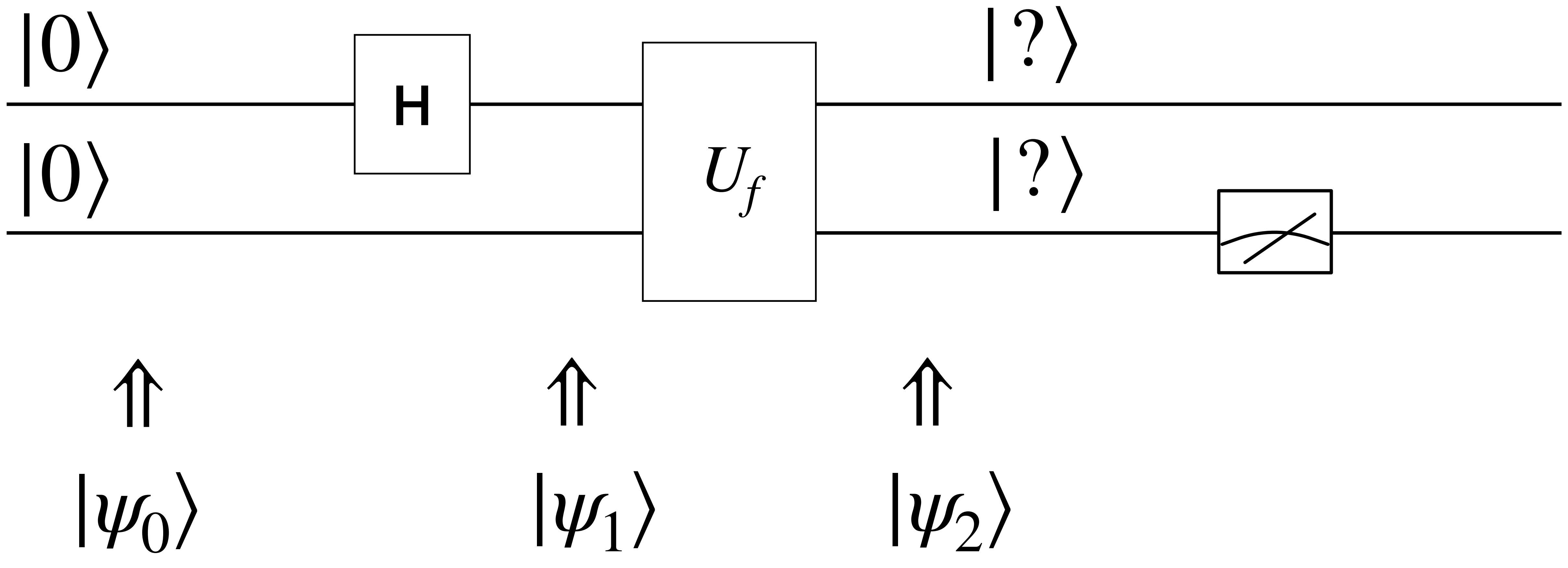


Primer prototipo cuántico



$$|\psi_2\rangle = U_f(H \otimes I)(|0\rangle \otimes |0\rangle)$$

Primer prototipo cuántico



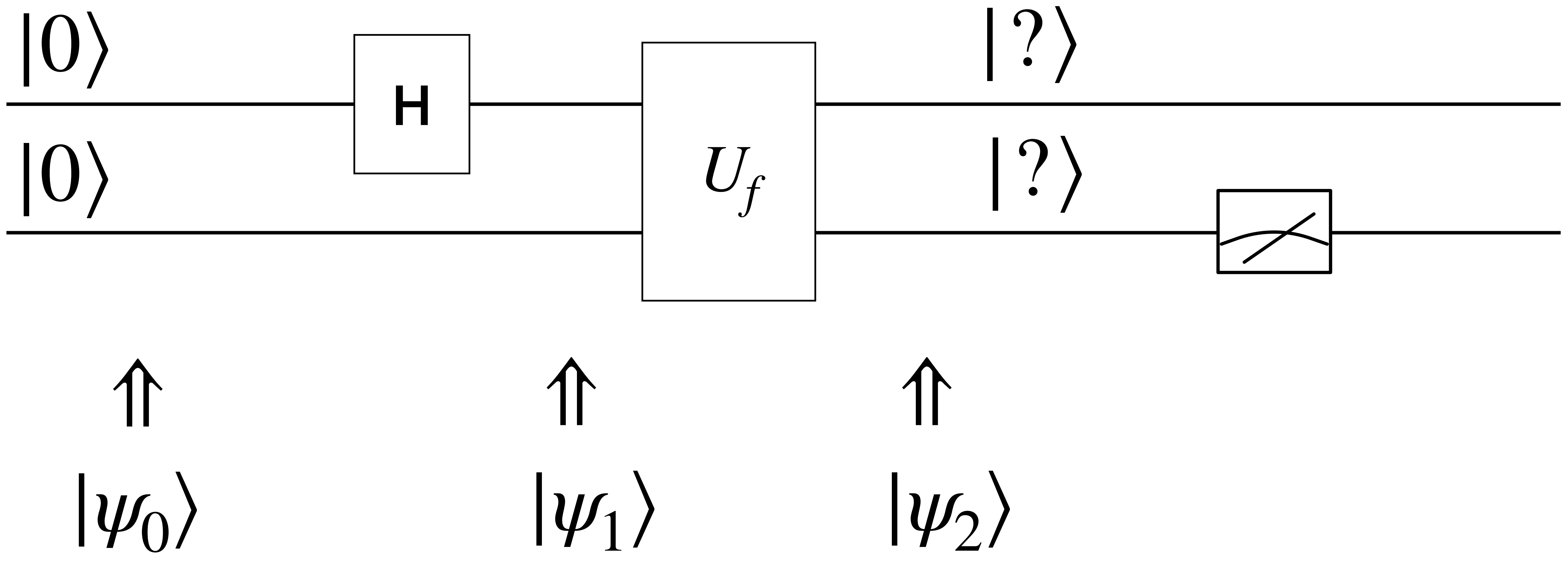
$$|\psi_2\rangle = U_f(H \otimes I)(|0\rangle \otimes |0\rangle)$$

Ejercicio. Calcule los resultados para las cuatro funciones

$$|\psi_0\rangle = |00\rangle \quad |\psi_1\rangle = |?\rangle \quad |\psi_2\rangle = |?\rangle$$

Primer prototipo cuántico

Primer paso: $|\psi_1\rangle$



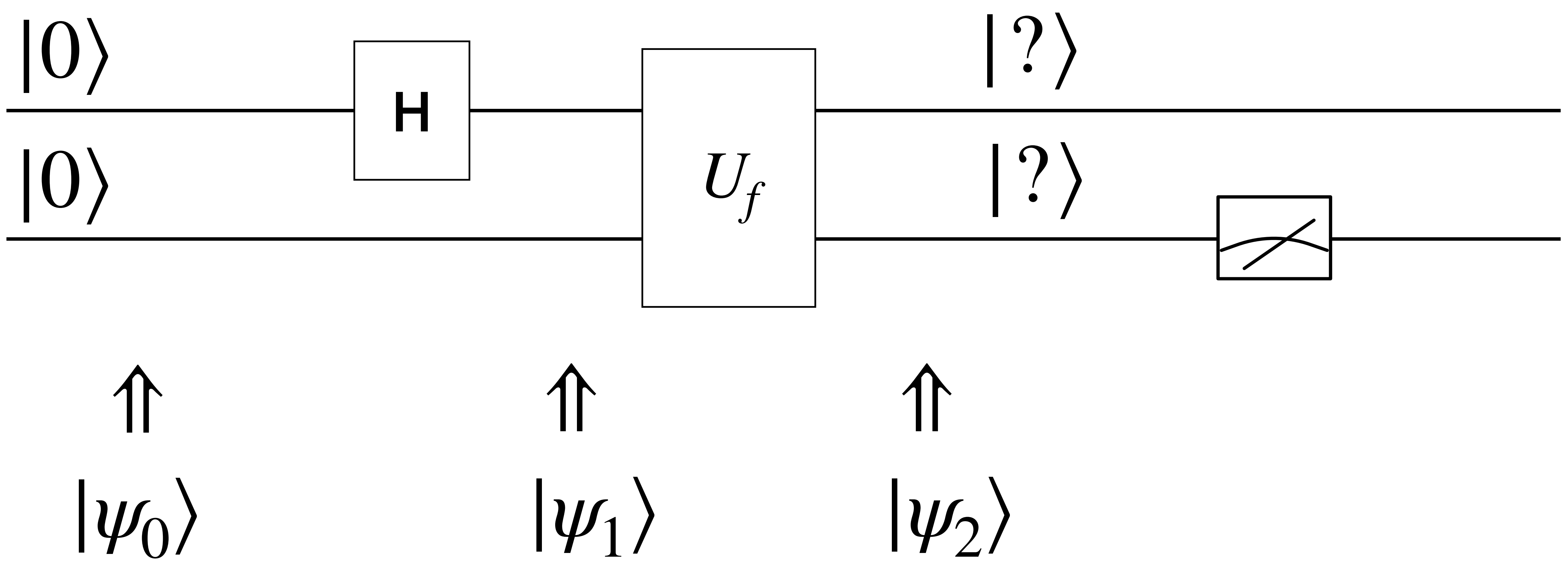
$$|\psi_2\rangle = U_f(H \otimes I)(|0\rangle \otimes |0\rangle)$$

$|\psi_0\rangle = |00\rangle$

$|\psi_1\rangle = |?\rangle$

Primer prototipo cuántico

Primer paso: $|\psi_1\rangle$



$$|\psi_2\rangle = U_f(H \otimes I)(|0\rangle \otimes |0\rangle)$$

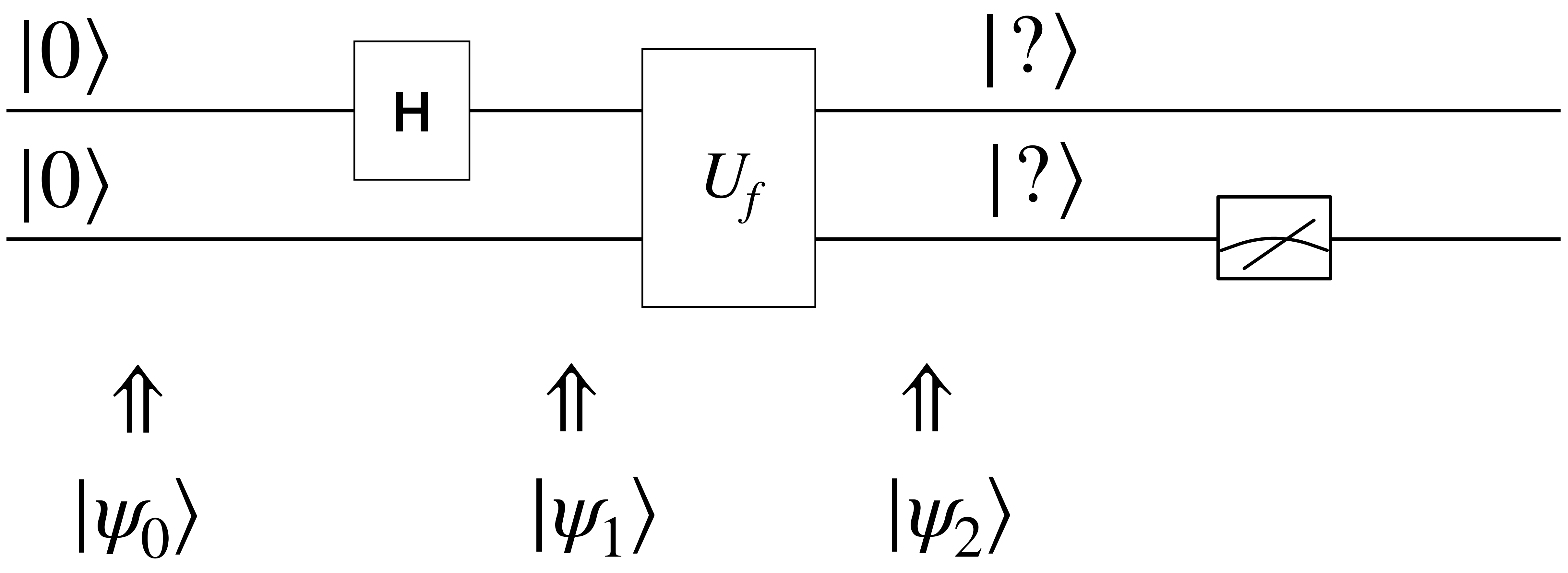
$$|\psi_0\rangle = |00\rangle$$

$$|\psi_1\rangle = |?\rangle$$

$$|\psi_1\rangle = (H \otimes I)(|0\rangle \otimes |0\rangle)$$

Primer prototipo cuántico

Primer paso: $|\psi_1\rangle$



$$|\psi_2\rangle = U_f(H \otimes I)(|0\rangle \otimes |0\rangle)$$

$$|\psi_0\rangle = |00\rangle$$

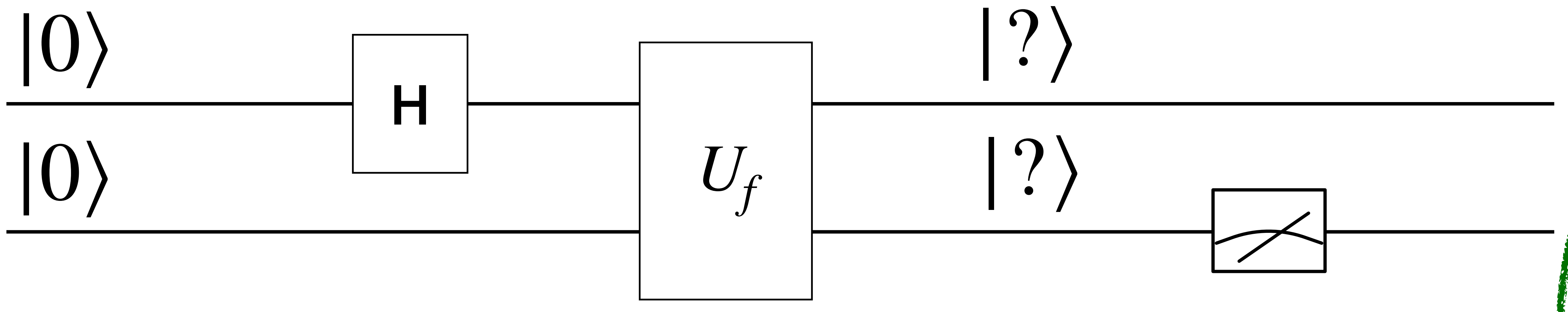
$$|\psi_1\rangle = |?\rangle$$

$$|\psi_1\rangle = (H \otimes I)(|0\rangle \otimes |0\rangle)$$

$$(H \otimes I) = 1/\sqrt{2}\begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{bmatrix} \otimes \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} = 1/\sqrt{2}\begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & -1 \end{bmatrix}$$

Primer prototipo cuántico

Primer paso: $|\psi_1\rangle$



$\Uparrow$ $\Uparrow$ $\Uparrow$

$|\psi_0\rangle$ $|\psi_1\rangle$ $|\psi_2\rangle$

$$|\psi_2\rangle = U_f(H \otimes I)(|0\rangle \otimes |0\rangle)$$

$|\psi_0\rangle = |00\rangle$

$|\psi_1\rangle = |?\rangle$

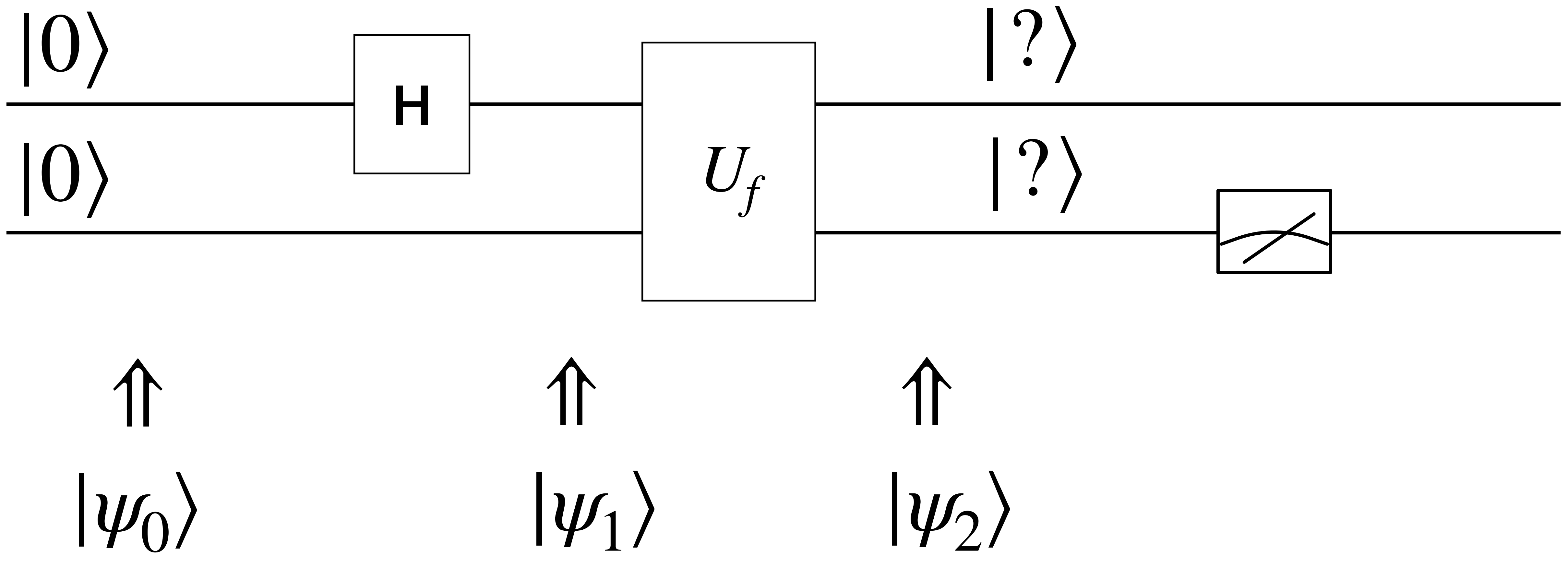
$|\psi_1\rangle = (H \otimes I)(|0\rangle \otimes |0\rangle)$

$$(H \otimes I) = 1/\sqrt{2}\begin{bmatrix}1 & 1\\ 1 & -1\end{bmatrix} \otimes \begin{bmatrix}1 & 0\\ 0 & 1\end{bmatrix} = 1/\sqrt{2}\begin{bmatrix}1 & 0 & 1 & 0\\ 0 & 1 & 0 & 1\\ 1 & 0 & -1 & 0\\ 0 & 1 & 0 & -1\end{bmatrix}$$

$$|\psi_1\rangle = 1/\sqrt{2}\begin{bmatrix}1 & 0 & 1 & 0\\ 0 & 1 & 0 & 1\\ 1 & 0 & -1 & 0\\ 0 & 1 & 0 & -1\end{bmatrix}\begin{bmatrix}1\\0\\0\\0\end{bmatrix} = 1/\sqrt{2}\begin{bmatrix}1\\0\\1\\0\end{bmatrix}$$

Primer prototipo cuántico

Primer paso: $|\psi_1\rangle$



$$|\psi_2\rangle = U_f(H \otimes I)(|0\rangle \otimes |0\rangle)$$

$$|\psi_0\rangle = |00\rangle$$

$$|\psi_1\rangle = |?\rangle$$

$$|\psi_1\rangle = (H \otimes I)(|0\rangle \otimes |0\rangle)$$

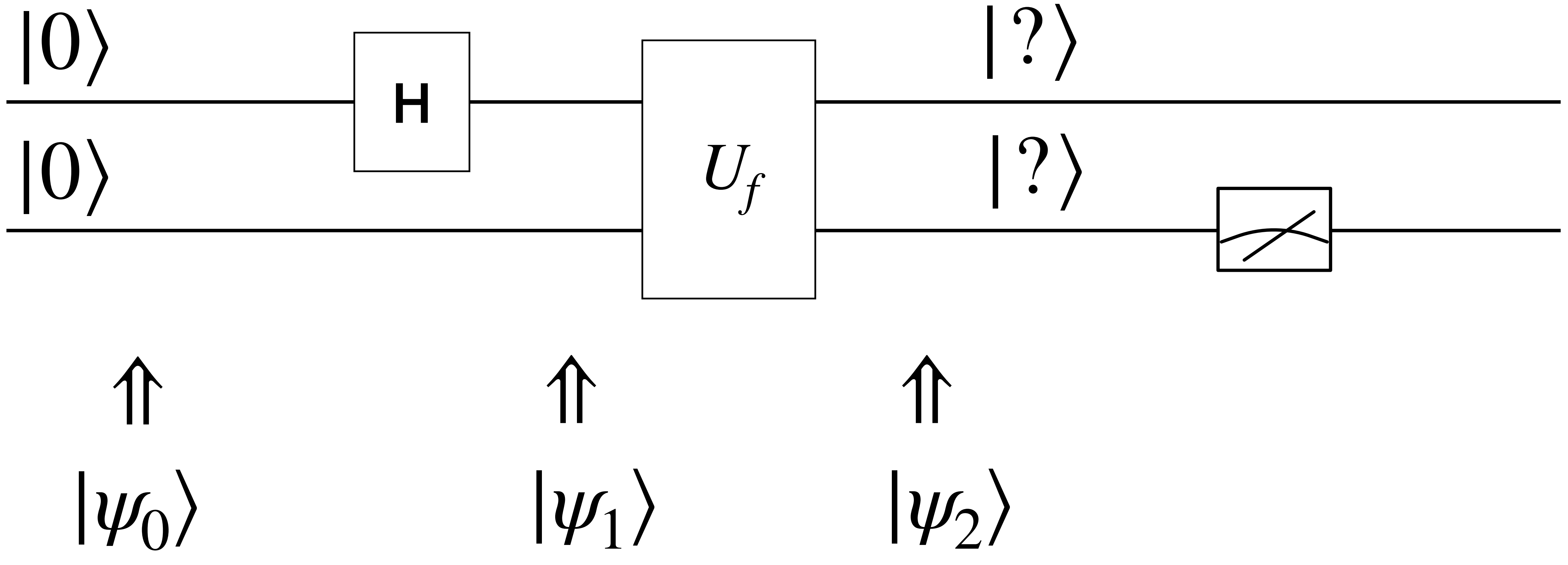
$$(H \otimes I) = 1/\sqrt{2}\begin{bmatrix}1 & 1\\1 & -1\end{bmatrix} \otimes \begin{bmatrix}1 & 0\\0 & 1\end{bmatrix} = 1/\sqrt{2}\begin{bmatrix}1 & 0 & 1 & 0\\0 & 1 & 0 & 1\\1 & 0 & -1 & 0\\0 & 1 & 0 & -1\end{bmatrix}$$

$$|\psi_1\rangle = 1/\sqrt{2}\begin{bmatrix}1 & 0 & 1 & 0\\0 & 1 & 0 & 1\\1 & 0 & -1 & 0\\0 & 1 & 0 & -1\end{bmatrix}\begin{bmatrix}1\\0\\0\\0\end{bmatrix} = 1/\sqrt{2}\begin{bmatrix}1\\0\\1\\0\end{bmatrix}$$

$$|\psi_1\rangle = \frac{|00\rangle + |10\rangle}{\sqrt{2}} \quad \blacksquare$$

Primer prototipo cuántico

Segundo paso: $|\psi_2\rangle$



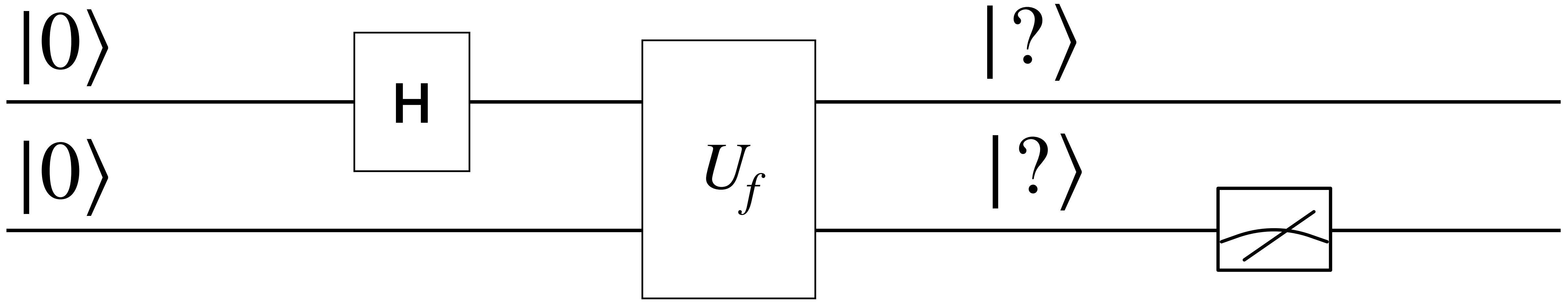
$$|\psi_2\rangle = U_f(H \otimes I)(|0\rangle \otimes |0\rangle)$$

$$|\psi_0\rangle = |00\rangle$$

$$|\psi_1\rangle = \frac{|00\rangle + |10\rangle}{\sqrt{2}}$$

Primer prototipo cuántico

Segundo paso: $|\psi_2\rangle$



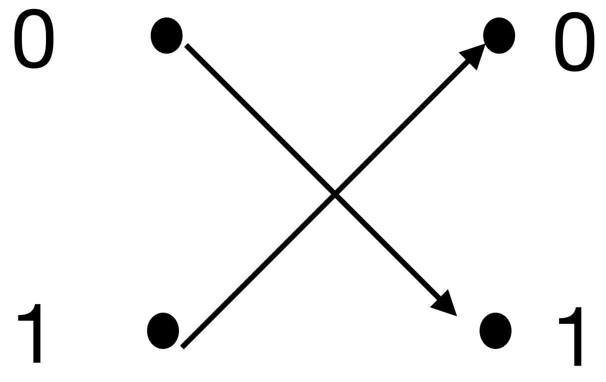
$\Uparrow$ $\Uparrow$ $\Uparrow$

$|\psi_0\rangle$ $|\psi_1\rangle$ $|\psi_2\rangle$

$$|\psi_2\rangle = U_f(H \otimes I)(|0\rangle \otimes |0\rangle)$$

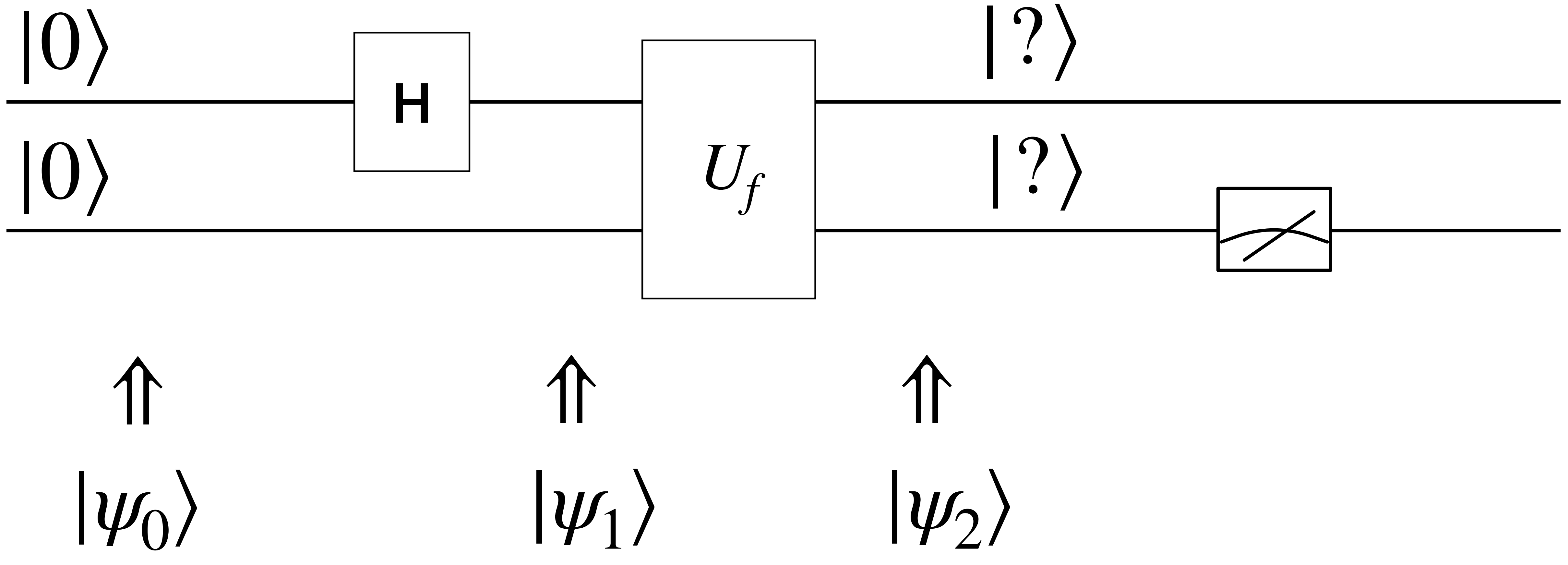
$$|\psi_0\rangle = |00\rangle$$

$$|\psi_1\rangle = \frac{|00\rangle + |10\rangle}{\sqrt{2}}$$



Primer prototipo cuántico

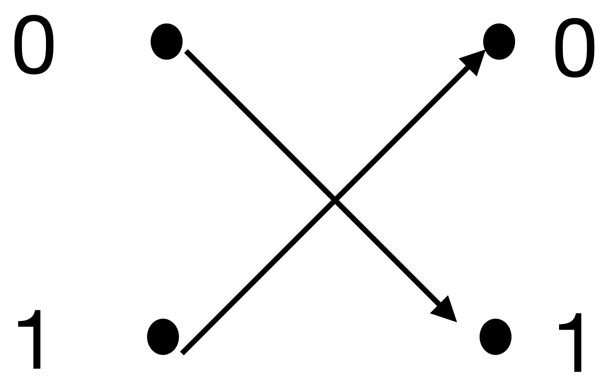
Segundo paso: $|\psi_2\rangle$



$$|\psi_2\rangle = U_f(H \otimes I)(|0\rangle \otimes |0\rangle)$$

$$|\psi_0\rangle = |00\rangle$$

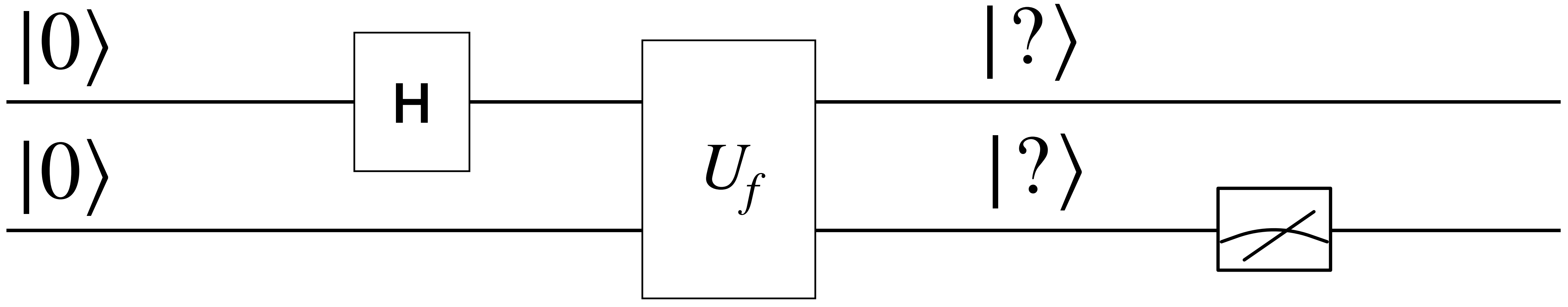
$$|\psi_1\rangle = \frac{|00\rangle + |10\rangle}{\sqrt{2}}$$



	00	01	10	11
00	0	1	0	0
01	1	0	0	0
10	0	0	1	0
11	0	0	0	1

Primer prototipo cuántico

Segundo paso: $|\psi_2\rangle$

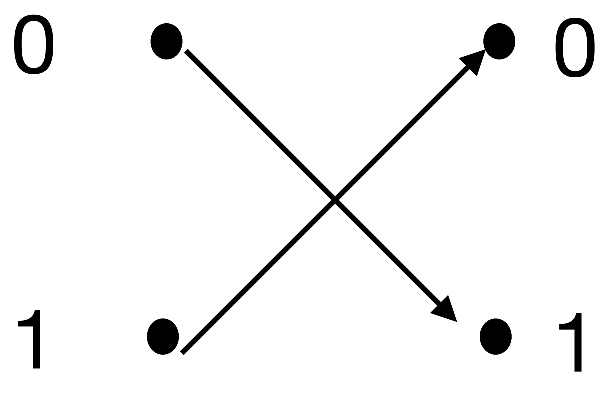


$\Uparrow$ $|\psi_0\rangle$ $\Uparrow$ $|\psi_1\rangle$ $\Uparrow$ $|\psi_2\rangle$

$$|\psi_2\rangle = U_f(H \otimes I)(|0\rangle \otimes |0\rangle)$$

$$|\psi_0\rangle = |00\rangle$$

$$|\psi_1\rangle = \frac{|00\rangle + |10\rangle}{\sqrt{2}}$$

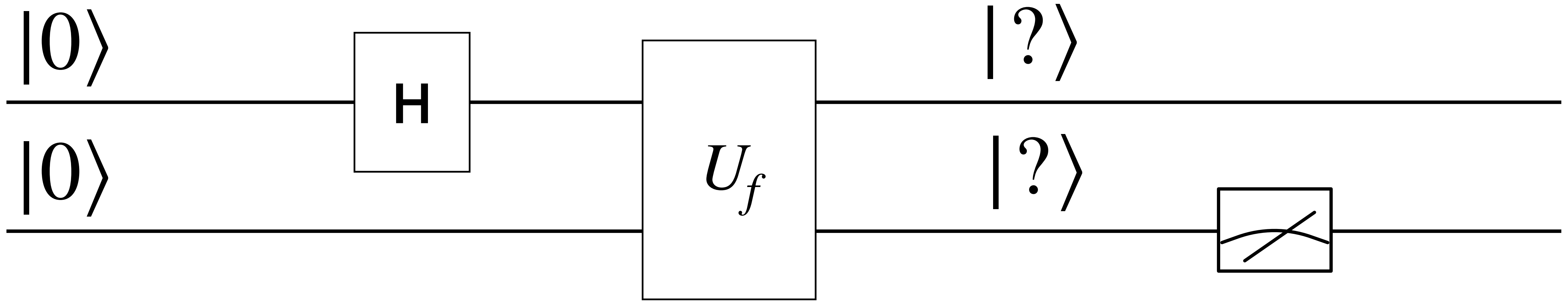


	00	01	10	11
00	0	1	0	0
01	1	0	0	0
10	0	0	1	0
11	0	0	0	1

$$|\psi_2\rangle = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} (1/\sqrt{2} \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix}) = 1/\sqrt{2} \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix}$$

Primer prototipo cuántico

Segundo paso: $|\psi_2\rangle$



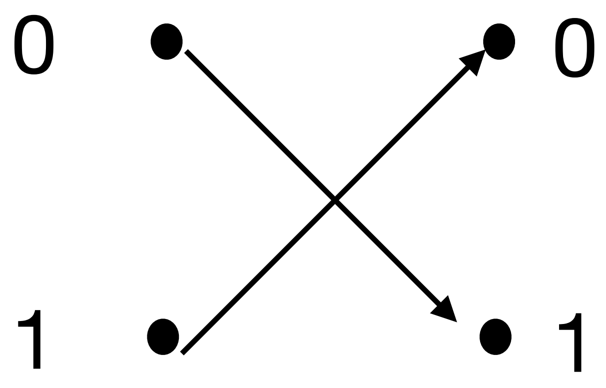
$\Uparrow$ $\Uparrow$ $\Uparrow$

$|\psi_0\rangle$ $|\psi_1\rangle$ $|\psi_2\rangle$

$$|\psi_2\rangle = U_f(H \otimes I)(|0\rangle \otimes |0\rangle)$$

$$|\psi_0\rangle = |00\rangle$$

$$|\psi_1\rangle = \frac{|00\rangle + |10\rangle}{\sqrt{2}}$$



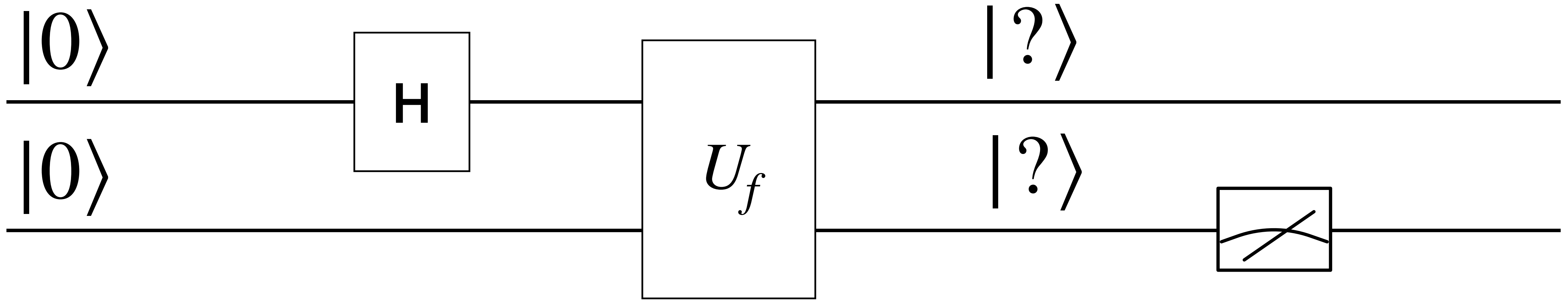
	00	01	10	11
00	0	1	0	0
01	1	0	0	0
10	0	0	1	0
11	0	0	0	1

$$|\psi_2\rangle = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} (1/\sqrt{2} \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix}) = 1/\sqrt{2} \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$|\psi_2\rangle = \frac{|01\rangle + |10\rangle}{\sqrt{2}}$$

Primer prototipo cuántico

Segundo paso: $|\psi_2\rangle$ (Ejemplo2)



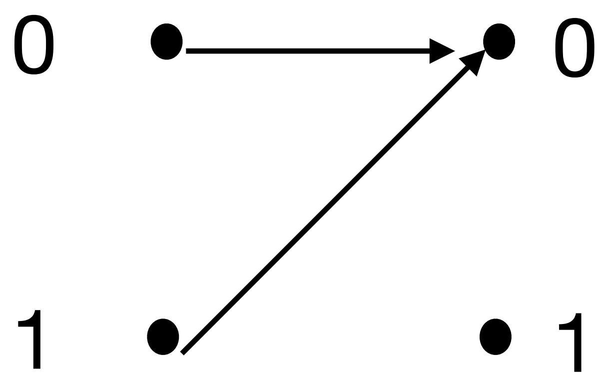
$\Uparrow$ $\Uparrow$ $\Uparrow$

$|\psi_0\rangle$ $|\psi_1\rangle$ $|\psi_2\rangle$

$$|\psi_2\rangle = U_f(H \otimes I)(|0\rangle \otimes |0\rangle)$$

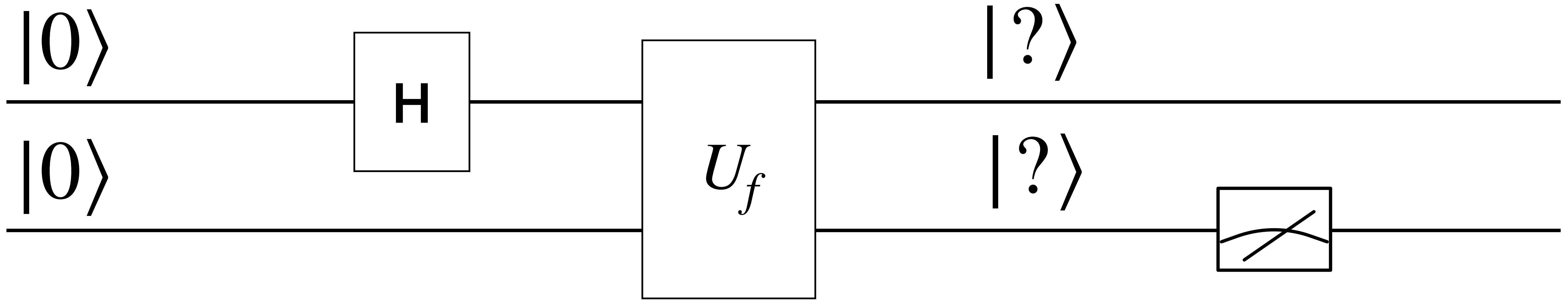
$$|\psi_0\rangle = |00\rangle$$

$$|\psi_1\rangle = \frac{|00\rangle + |10\rangle}{\sqrt{2}}$$



Primer prototipo cuántico

Segundo paso: $|\psi_2\rangle$ (Ejemplo2)



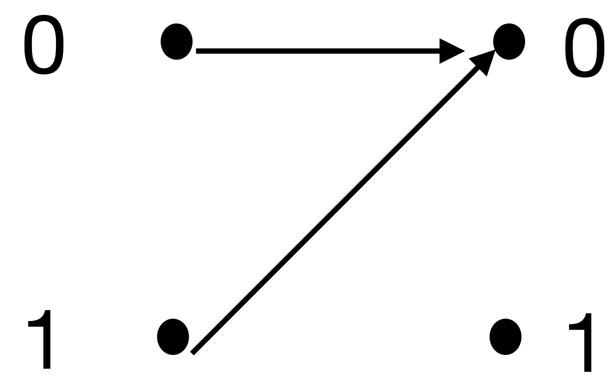
$\Uparrow$ $\quad\quad$ $\Uparrow$ $\quad\quad$ $\Uparrow$

$|\psi_0\rangle$ $\quad\quad$ $|\psi_1\rangle$ $\quad\quad$ $|\psi_2\rangle$

$$|\psi_2\rangle = U_f(H \otimes I)(|0\rangle \otimes |0\rangle)$$

$$|\psi_0\rangle = |00\rangle$$

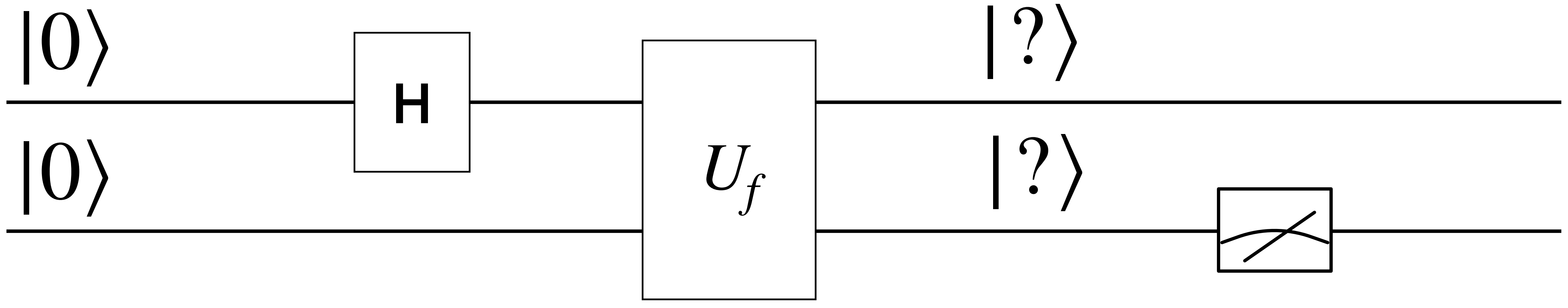
$$|\psi_1\rangle = \frac{|00\rangle + |10\rangle}{\sqrt{2}}$$



	00	**01**	**10**	**11**
00	1	0	0	0
01	0	1	0	0
10	0	0	1	0
11	0	0	0	1

Primer prototipo cuántico

Segundo paso: $|\psi_2\rangle$ (Ejemplo2)



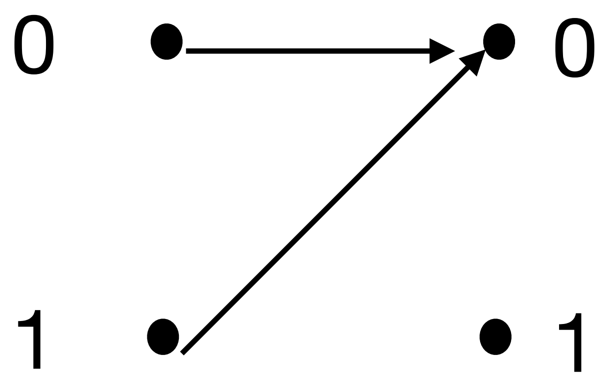
$\Uparrow$ $\quad$ $\Uparrow$ $\quad$ $\Uparrow$

$|\psi_0\rangle$ $\quad$ $|\psi_1\rangle$ $\quad$ $|\psi_2\rangle$

$$|\psi_2\rangle = U_f(H \otimes I)(|0\rangle \otimes |0\rangle)$$

$$|\psi_0\rangle = |00\rangle$$

$$|\psi_1\rangle = \frac{|00\rangle + |10\rangle}{\sqrt{2}}$$

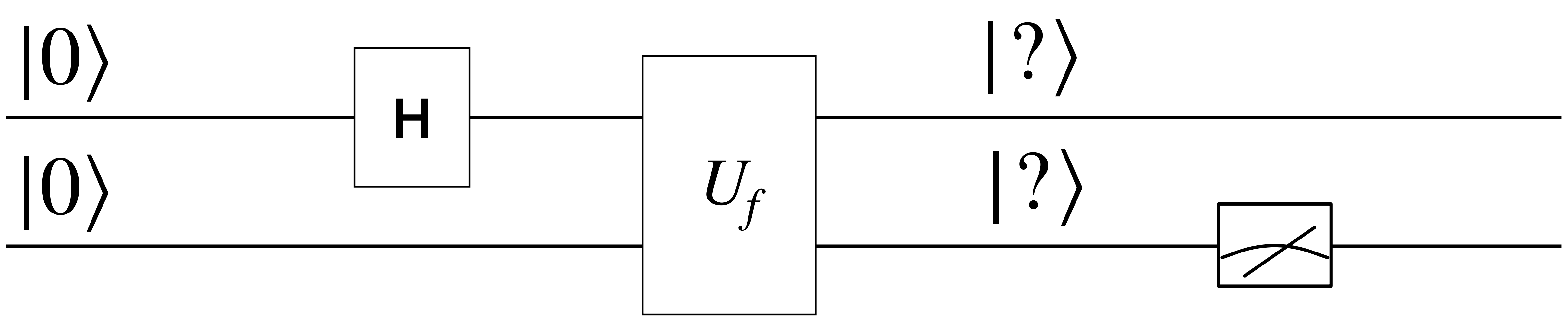


	00	01	10	11
00	1	0	0	0
01	0	1	0	0
10	0	0	1	0
11	0	0	0	1

$$|\psi_2\rangle = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} (1/\sqrt{2} \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix}) = 1/\sqrt{2} \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix}$$

Primer prototipo cuántico

Segundo paso: $|\psi_2\rangle$ (Ejemplo2)



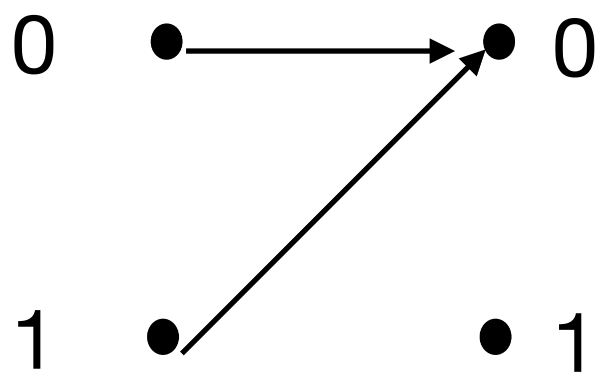
$\Uparrow$ $\Uparrow$ $\Uparrow$

$|\psi_0\rangle$ $|\psi_1\rangle$ $|\psi_2\rangle$

$$|\psi_2\rangle = U_f(H \otimes I)(|0\rangle \otimes |0\rangle)$$

$$|\psi_0\rangle = |00\rangle$$

$$|\psi_1\rangle = \frac{|00\rangle + |10\rangle}{\sqrt{2}}$$



	00	01	10	11
00	1	0	0	0
01	0	1	0	0
10	0	0	1	0
11	0	0	0	1

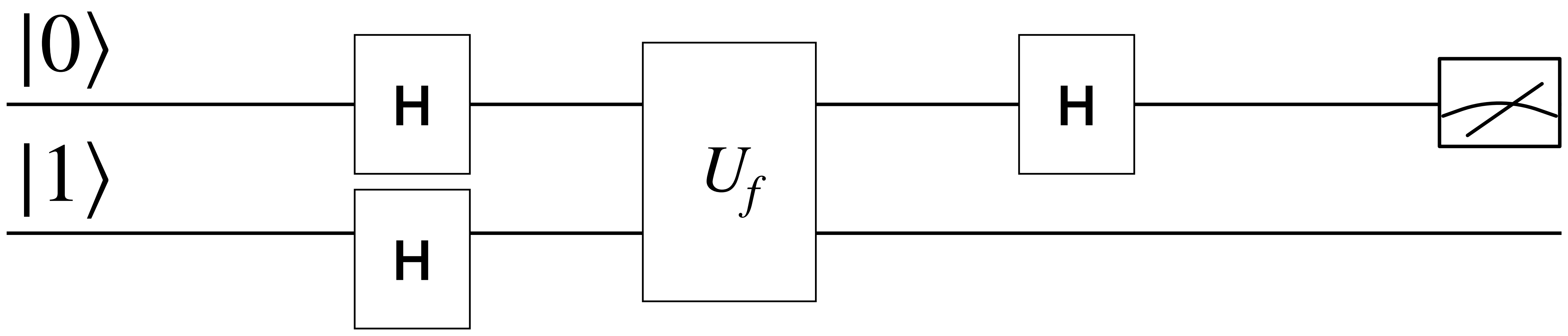
$$|\psi_2\rangle = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} (1/\sqrt{2} \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix}) = 1/\sqrt{2} \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$|\psi_2\rangle = \frac{|00\rangle + |10\rangle}{\sqrt{2}}$$

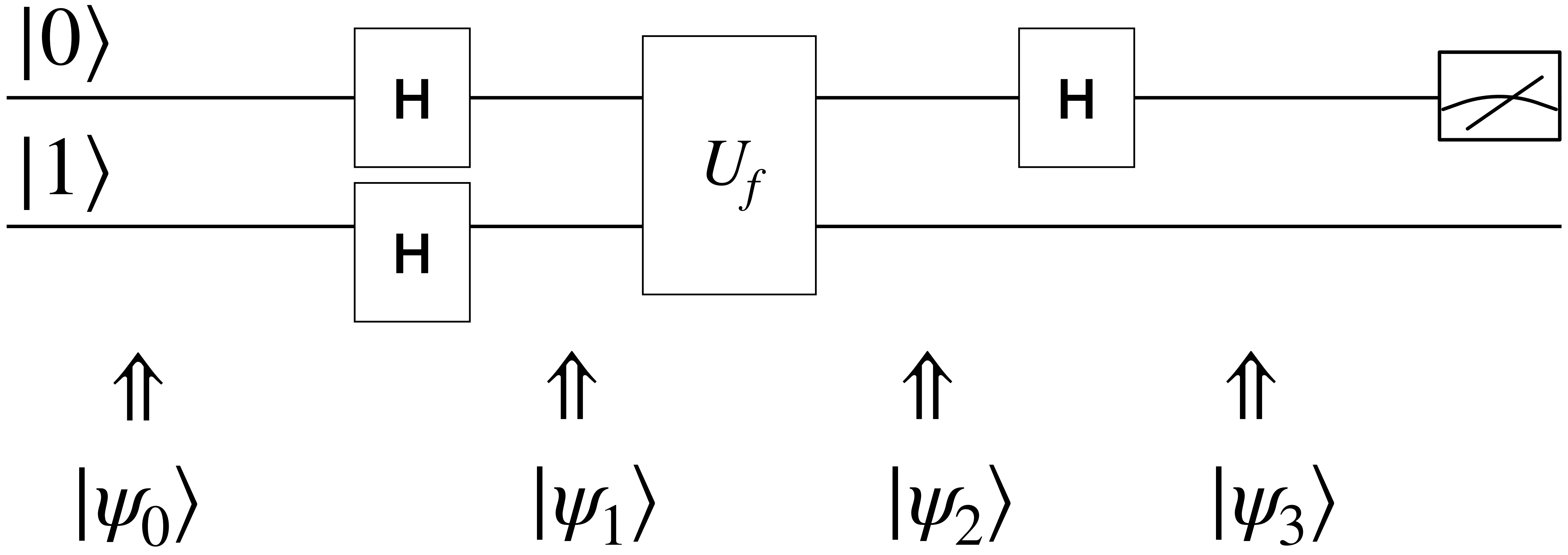
Tarea

- Complete la lectura y ejercicios de la sección 6.1
- Mañana pasamos a explicar los otros prototipos incluyendo el algoritmo definitivo
- Quiz y taller de programación en computador cuántico de IBM

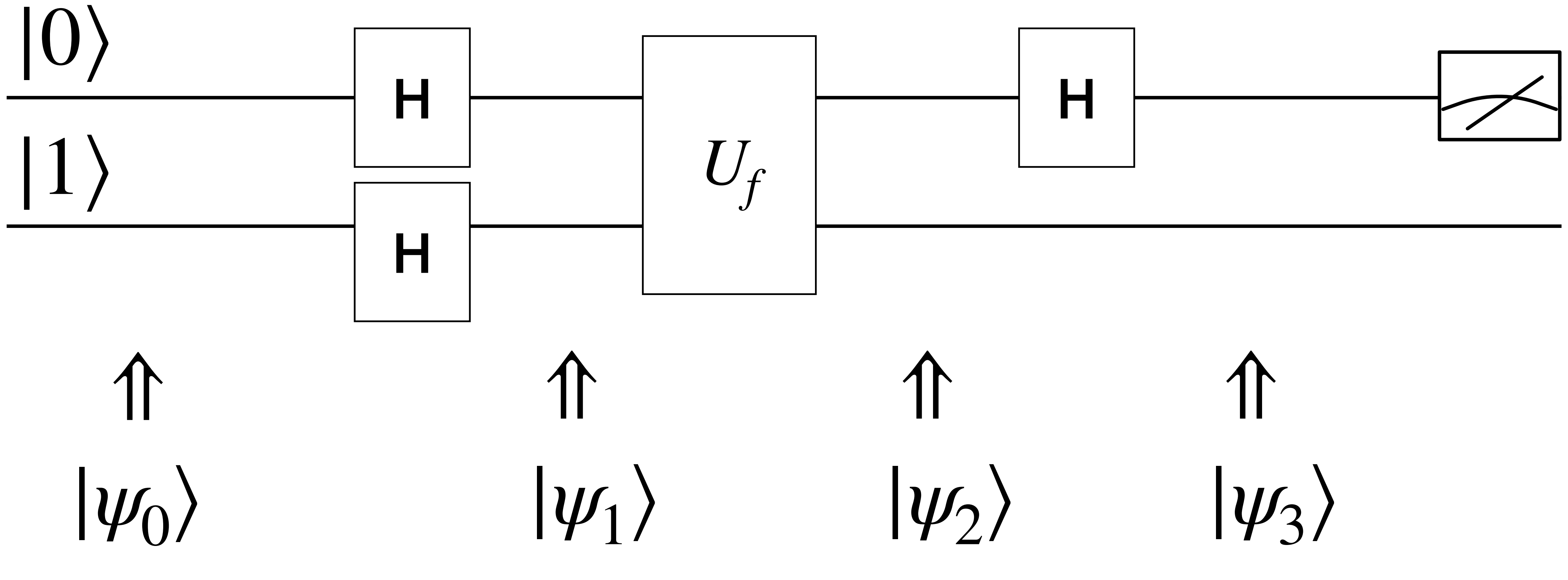
El algoritmo de Deutsch



El algoritmo de Deutsch

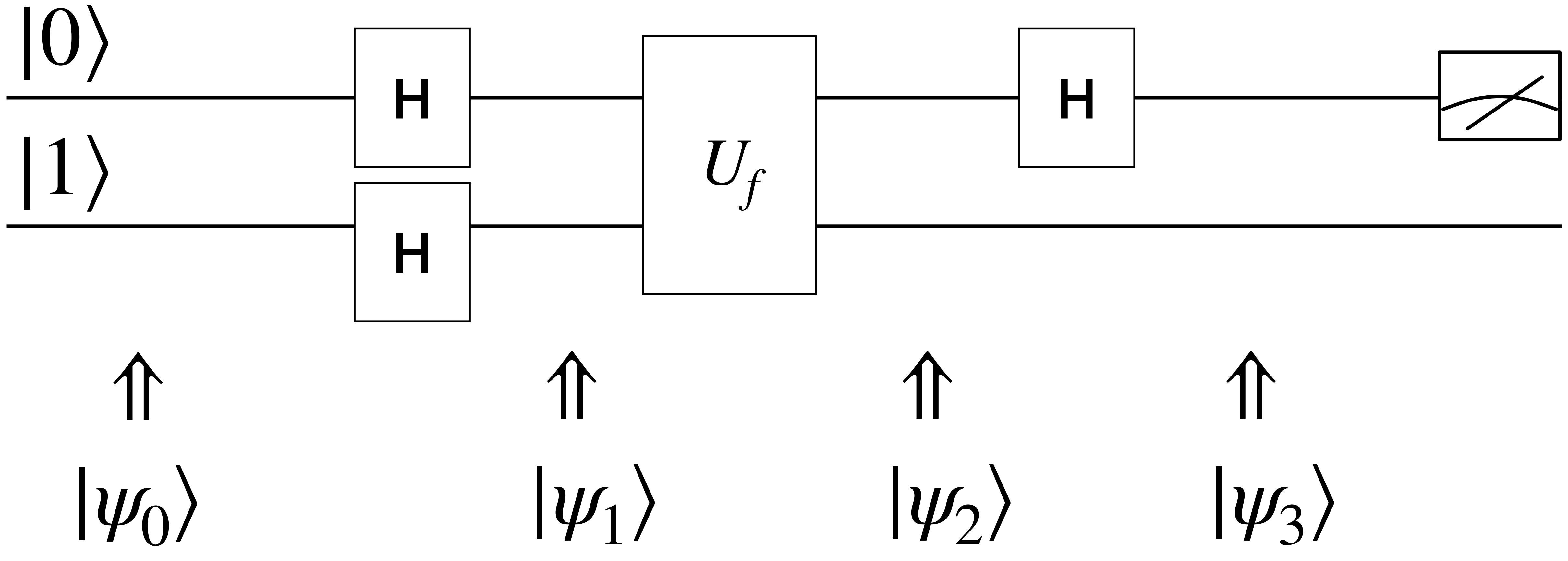


El algoritmo de Deutsch



$$|\psi_3\rangle = (H \otimes I)U_f(H \otimes H)(|0\rangle \otimes |1\rangle)$$

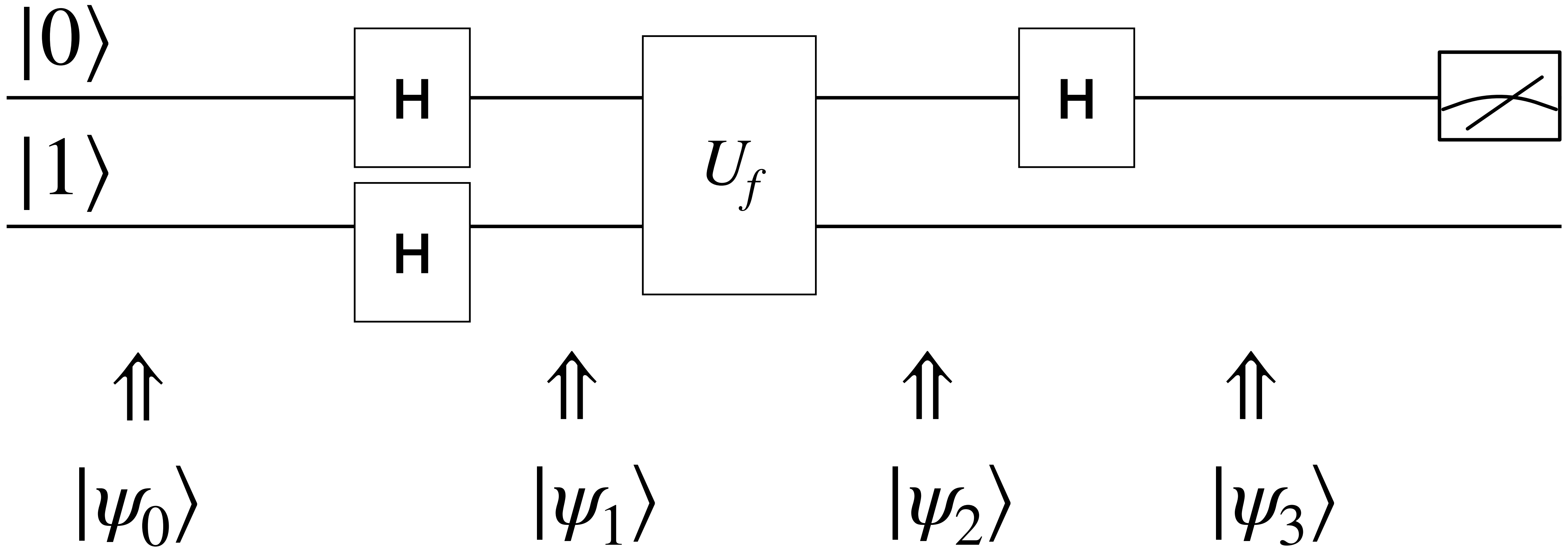
El algoritmo de Deutsch



$$|\psi_3\rangle = (H \otimes I)U_f(H \otimes H)(|0\rangle \otimes |1\rangle)$$

Si el qubit superior está en estado $|0\rangle$ es constante, si es otro valor es balanceada

El algoritmo de Deutsch



$$|\psi_3\rangle = (H \otimes I)U_f(H \otimes H)(|0\rangle \otimes |1\rangle)$$

Si el qubit superior está en estado $|0\rangle$ es constante, si es otro valor es balanceada

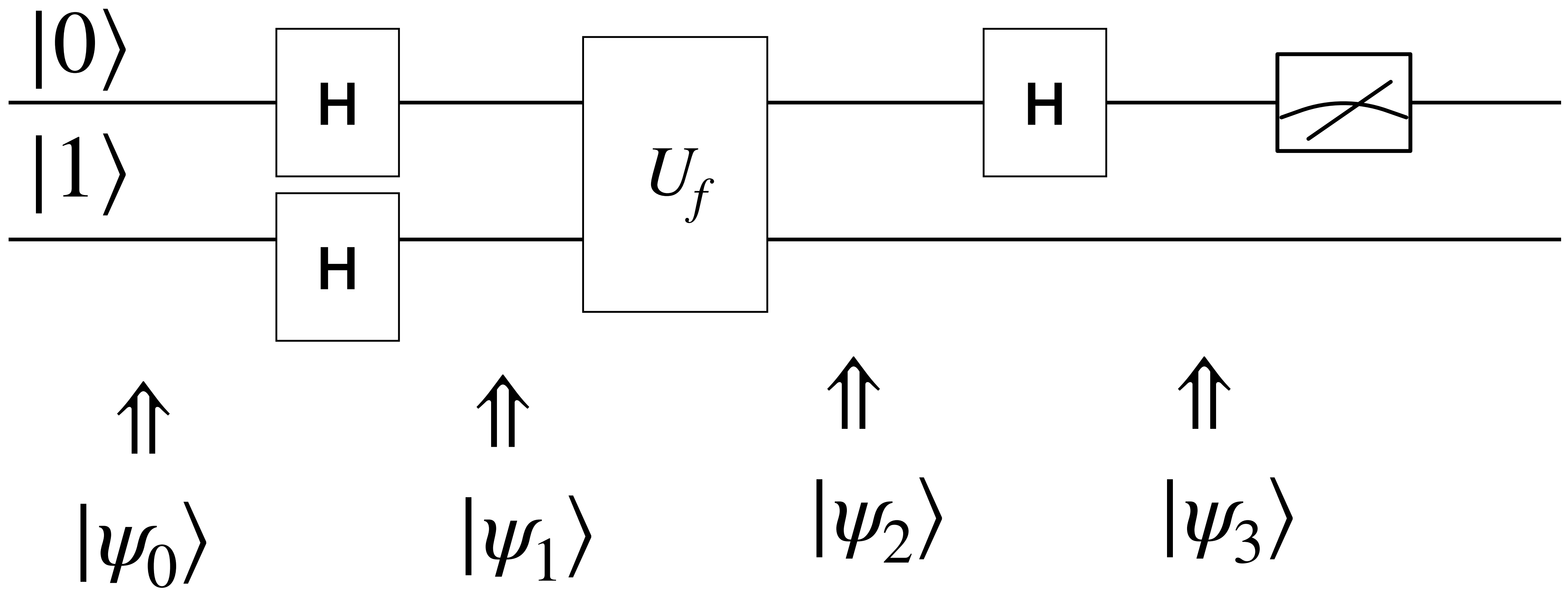
Ejercicio. Analice el algoritmo y calcule los resultados para las cuatro funciones

$|\psi_0\rangle = |01\rangle \quad |\psi_1\rangle = |?\rangle \quad |\psi_2\rangle = |?\rangle$

$|\psi_3\rangle = |?\rangle$

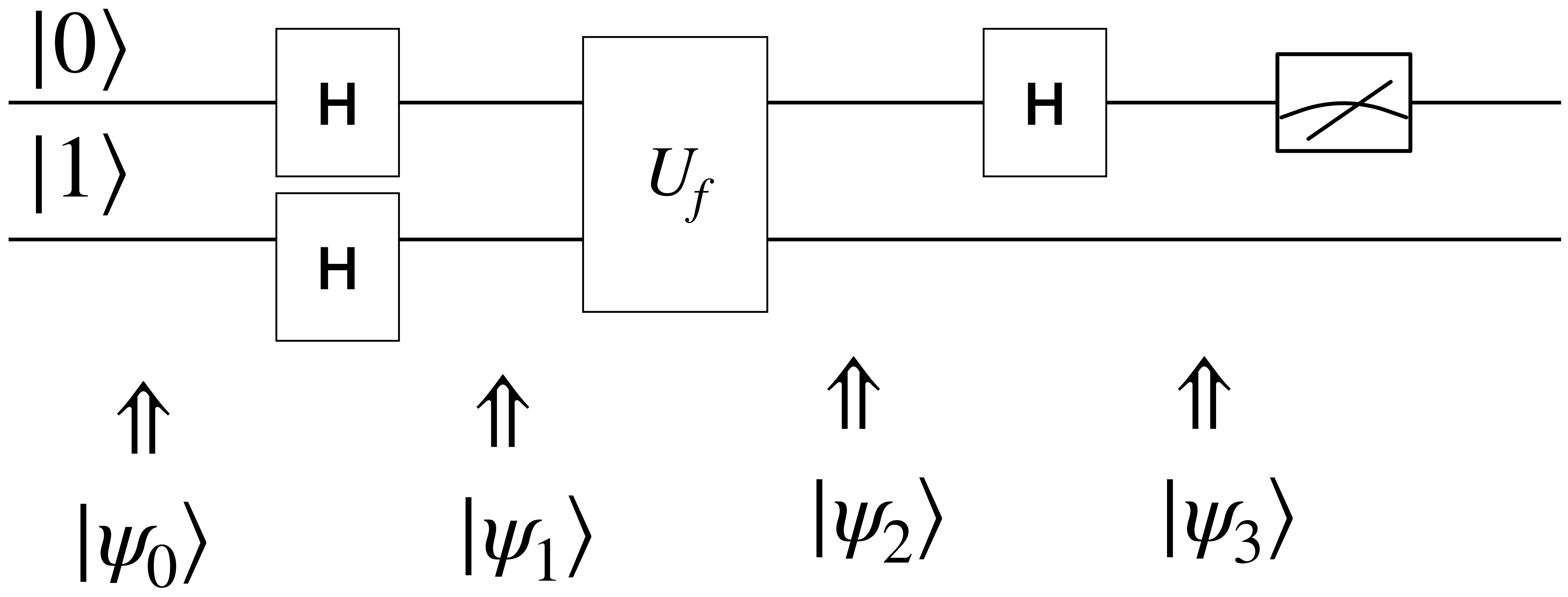
El algoritmo de Deutsch

Paso 1: $|\psi_1\rangle$



El algoritmo de Deutsch

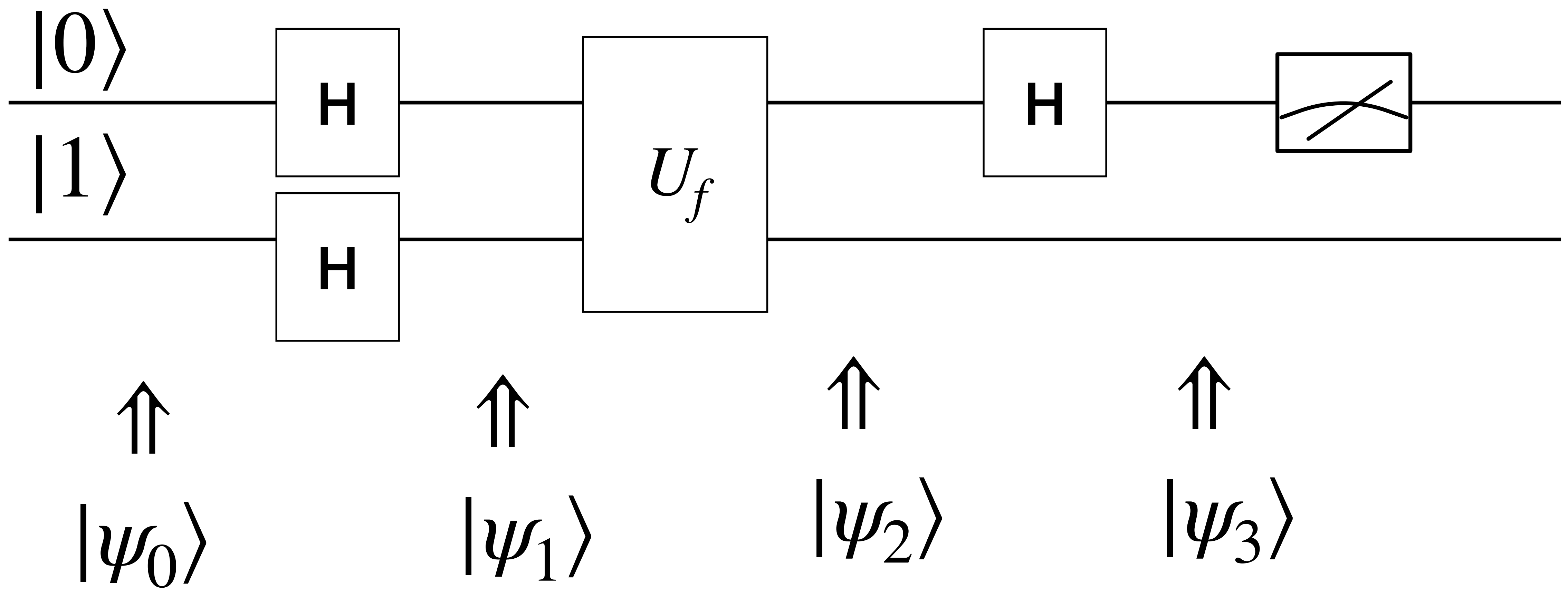
Paso 1: $|\psi_1\rangle$



$$|\psi_3\rangle = (H \otimes I)U_f(H \otimes H)(|0\rangle \otimes |1\rangle)$$

El algoritmo de Deutsch

Paso 1: $|\psi_1\rangle$

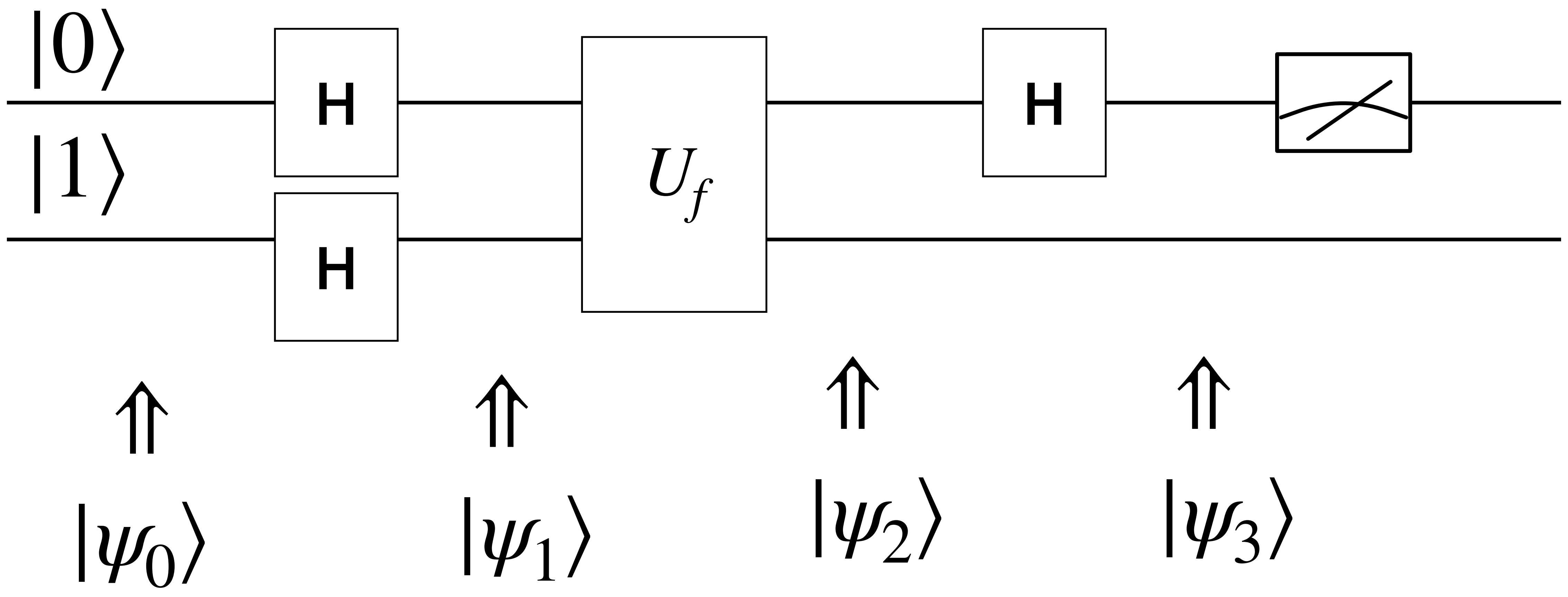


$$|\psi_3\rangle = (H \otimes I)U_f(H \otimes H)(|0\rangle \otimes |1\rangle)$$

Si el qubit superior está en estado $|0\rangle$ es constante, si es otro valor es balanceada

El algoritmo de Deutsch

Paso 1: $|\psi_1\rangle$



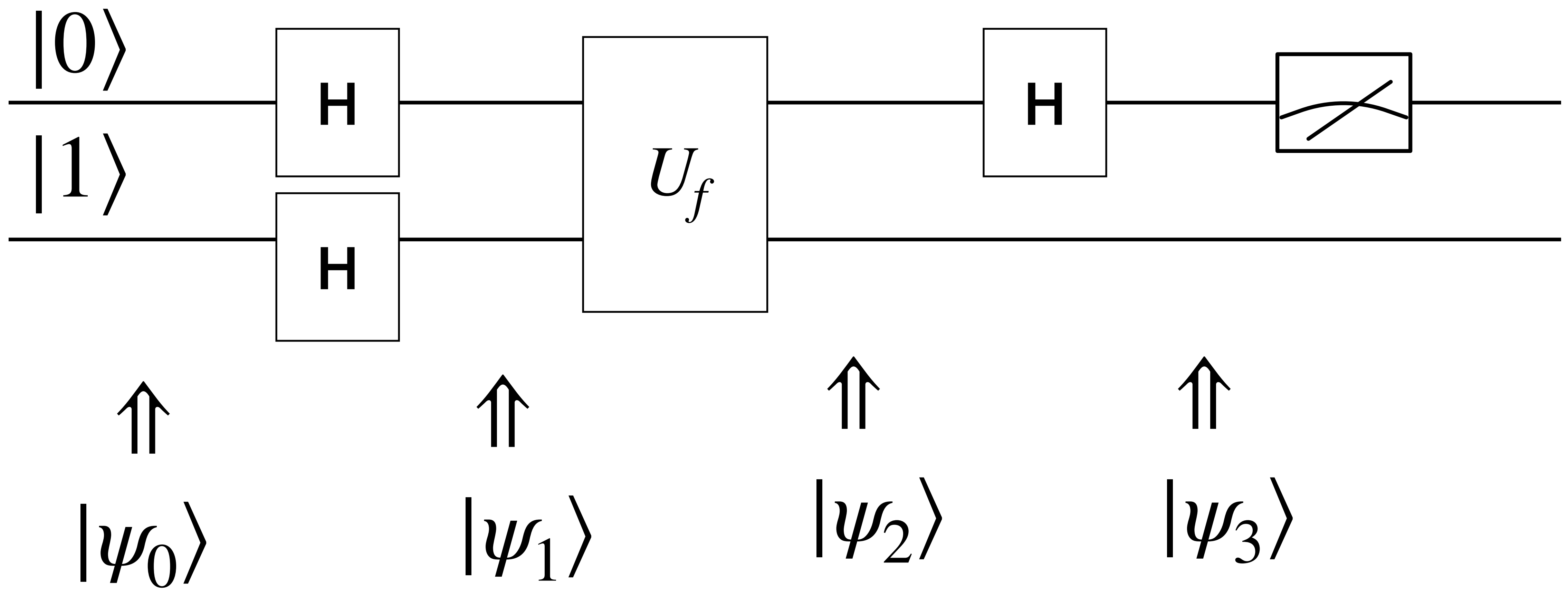
$$|\psi_3\rangle = (H \otimes I)U_f(H \otimes H)(|0\rangle \otimes |1\rangle)$$

Si el qubit superior está en estado $|0\rangle$ es constante, si es otro valor es balanceada

$$|\psi_0\rangle = |01\rangle$$

El algoritmo de Deutsch

Paso 1: $|\psi_1\rangle$



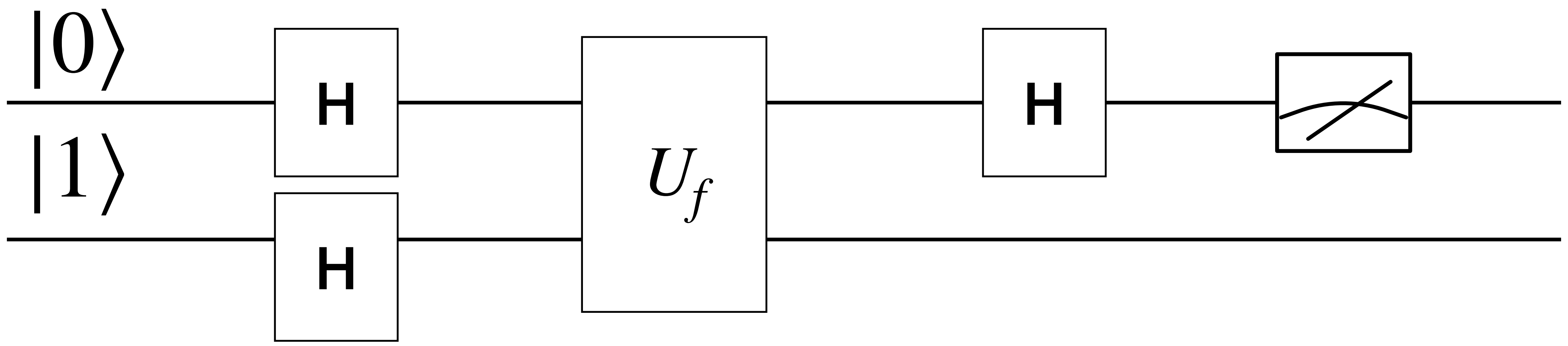
$$|\psi_3\rangle = (H \otimes I)U_f(H \otimes H)(|0\rangle \otimes |1\rangle)$$

Si el qubit superior está en estado $|0\rangle$ es constante, si es otro valor es balanceada

$$|\psi_0\rangle = |01\rangle \qquad H = \frac{1}{\sqrt{2}}\begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{bmatrix}$$

El algoritmo de Deutsch

Paso 1: $|\psi_1\rangle$



$\Uparrow$ $\Uparrow$ $\Uparrow$ $\Uparrow$

$|\psi_0\rangle$ $|\psi_1\rangle$ $|\psi_2\rangle$ $|\psi_3\rangle$

$$|\psi_3\rangle = (H \otimes I)U_f(H \otimes H)(|0\rangle \otimes |1\rangle)$$

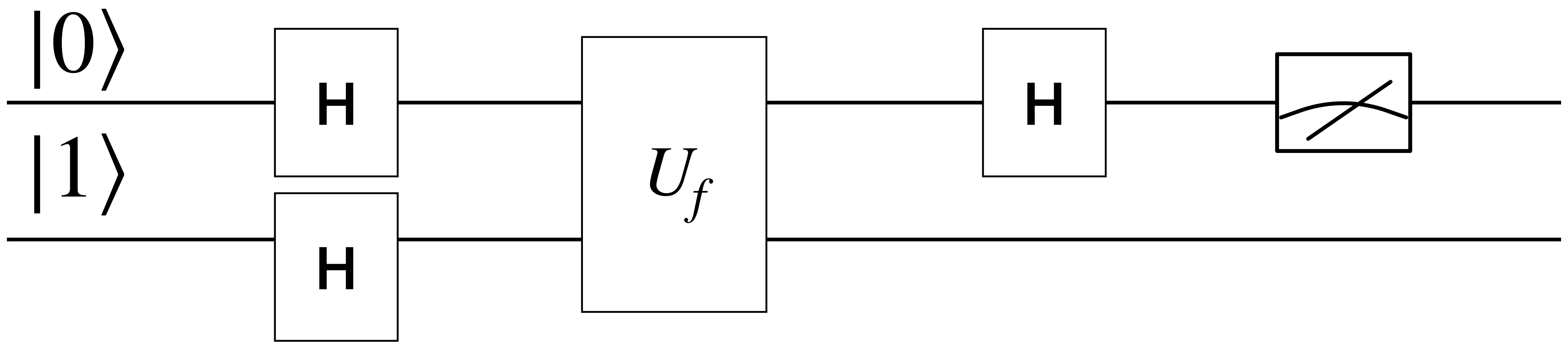
Si el qubit superior está en estado $|0\rangle$ es constante, si es otro valor es balanceada

$$|\psi_0\rangle = |01\rangle \qquad H = \frac{1}{\sqrt{2}}\begin{bmatrix}1 & 1\\ 1 & -1\end{bmatrix}$$

$$(H \otimes H) * |01\rangle = \frac{1}{2}\begin{bmatrix}1 & 1 & 1 & 1\\ 1 & -1 & 1 & -1\\ 1 & 1 & -1 & -1\\ 1 & -1 & -1 & 1\end{bmatrix}\begin{bmatrix}0\\ 1\\ 0\\ 0\end{bmatrix} = \frac{1}{2}\begin{bmatrix}1\\ -1\\ 1\\ -1\end{bmatrix}$$

El algoritmo de Deutsch

Paso 1: $|\psi_1\rangle$



$$\Uparrow \qquad \Uparrow \qquad \Uparrow \qquad \Uparrow$$

$$|\psi_0\rangle \qquad |\psi_1\rangle \qquad |\psi_2\rangle \qquad |\psi_3\rangle$$

$$|\psi_3\rangle = (H \otimes I)U_f(H \otimes H)(|0\rangle \otimes |1\rangle)$$

Si el qubit superior está en estado $|0\rangle$ es constante, si es otro valor es balanceada

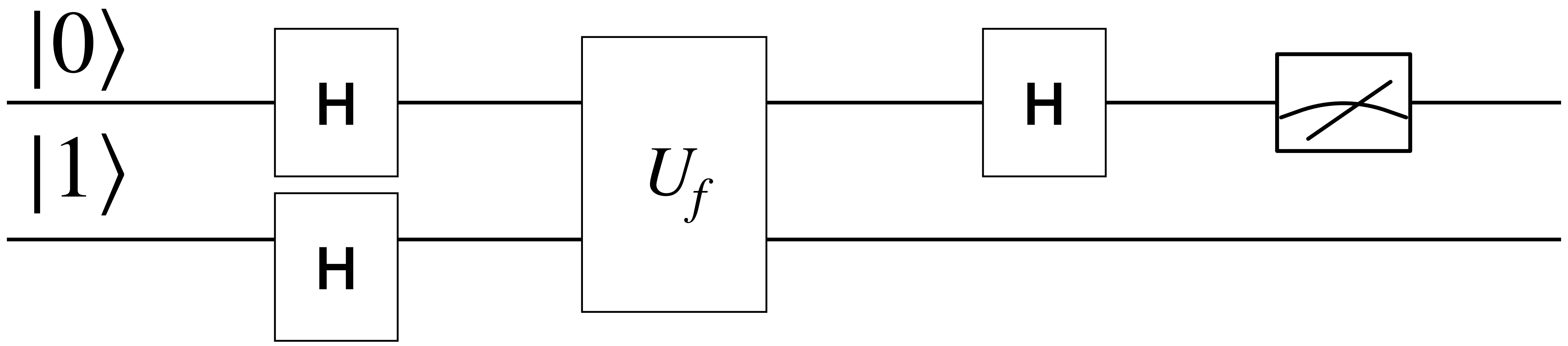
$$|\psi_0\rangle = |01\rangle \qquad H = \frac{1}{\sqrt{2}}\begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{bmatrix}$$

$$(H \otimes H) * |01\rangle = \frac{1}{2}\begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & -1 & 1 & -1 \\ 1 & 1 & -1 & -1 \\ 1 & -1 & -1 & 1 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} = \frac{1}{2}\begin{bmatrix} 1 \\ -1 \\ 1 \\ -1 \end{bmatrix}$$

$$(H \otimes H) * |01\rangle = \frac{1}{2}(|00\rangle - |01\rangle + |10\rangle) - |11\rangle)$$

El algoritmo de Deutsch

Paso 1: $|\psi_1\rangle$



$\Uparrow$ $\Uparrow$ $\Uparrow$ $\Uparrow$

$|\psi_0\rangle$ $|\psi_1\rangle$ $|\psi_2\rangle$ $|\psi_3\rangle$

$$|\psi_3\rangle = (H \otimes I)U_f(H \otimes H)(|0\rangle \otimes |1\rangle)$$

Si el qubit superior está en estado $|0\rangle$ es constante, si es otro valor es balanceada

$$|\psi_0\rangle = |01\rangle \qquad H = \frac{1}{\sqrt{2}}\begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{bmatrix}$$

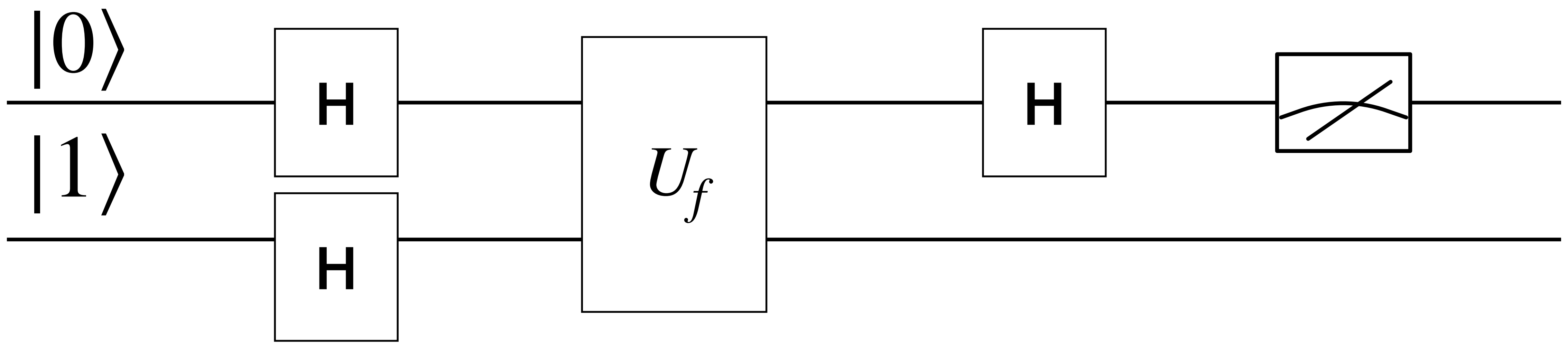
$$(H \otimes H) * |01\rangle = \frac{1}{2}\begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & -1 & 1 & -1 \\ 1 & 1 & -1 & -1 \\ 1 & -1 & -1 & 1 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} = \frac{1}{2}\begin{bmatrix} 1 \\ -1 \\ 1 \\ -1 \end{bmatrix}$$

$$(H \otimes H) * |01\rangle = \frac{1}{2}(|00\rangle - |01\rangle + |10\rangle) - |11\rangle)$$

¿Podemos escribir este vector como el producto tensor de dos vectores en $\mathbb{C}^2$?

El algoritmo de Deutsch

Paso 1: $|\psi_1\rangle$



$\Uparrow$ $\Uparrow$ $\Uparrow$ $\Uparrow$

$|\psi_0\rangle$ $|\psi_1\rangle$ $|\psi_2\rangle$ $|\psi_3\rangle$

$$|\psi_3\rangle = (H \otimes I)U_f(H \otimes H)(|0\rangle \otimes |1\rangle)$$

Si el qubit superior está en estado $|0\rangle$ es constante, si es otro valor es balanceada

$$|\psi_0\rangle = |01\rangle \qquad H = \frac{1}{\sqrt{2}}\begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{bmatrix}$$

$$(H \otimes H) * |01\rangle = \frac{1}{2}\begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & -1 & 1 & -1 \\ 1 & 1 & -1 & -1 \\ 1 & -1 & -1 & 1 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} = \frac{1}{2}\begin{bmatrix} 1 \\ -1 \\ 1 \\ -1 \end{bmatrix}$$

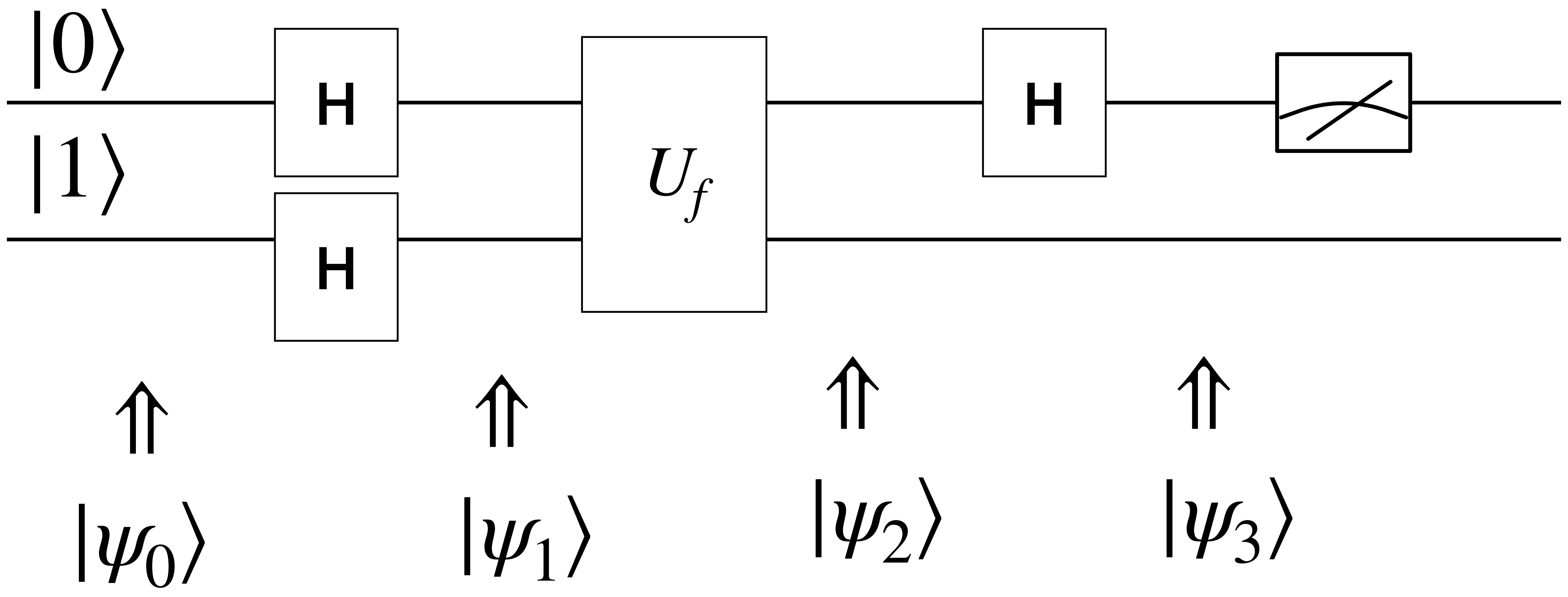
$$(H \otimes H) * |01\rangle = \frac{1}{2}(|00\rangle - |01\rangle + |10\rangle) - |11\rangle)$$

¿Podemos escribir este vector como el producto tensor de dos vectores en $\mathbb{C}^2$?

$$\begin{bmatrix} c1 \\ c2 \end{bmatrix} \otimes \begin{bmatrix} b1 \\ b2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} c1 * b1 \\ c1 * b2 \\ c2 * b1 \\ c2 * b2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ -1 \\ 1 \\ -1 \end{bmatrix}$$

El algoritmo de Deutsch

Paso 1: $|\psi_1\rangle$



$$|\psi_3\rangle = (H \otimes I)U_f(H \otimes H)(|0\rangle \otimes |1\rangle)$$

Si el qubit superior está en estado $|0\rangle$ es constante, si es otro valor es balanceada

$$|\psi_0\rangle = |01\rangle \qquad H = \frac{1}{\sqrt{2}}\begin{bmatrix}1 & 1\\ 1 & -1\end{bmatrix}$$

$$(H \otimes H) * |01\rangle = \frac{1}{2}\begin{bmatrix}1 & 1 & 1 & 1\\ 1 & -1 & 1 & -1\\ 1 & 1 & -1 & -1\\ 1 & -1 & -1 & 1\end{bmatrix}\begin{bmatrix}0\\1\\0\\0\end{bmatrix} = \frac{1}{2}\begin{bmatrix}1\\-1\\1\\-1\end{bmatrix}$$

$$(H \otimes H) * |01\rangle = \frac{1}{2}(|00\rangle - |01\rangle + |10\rangle) - |11\rangle)$$

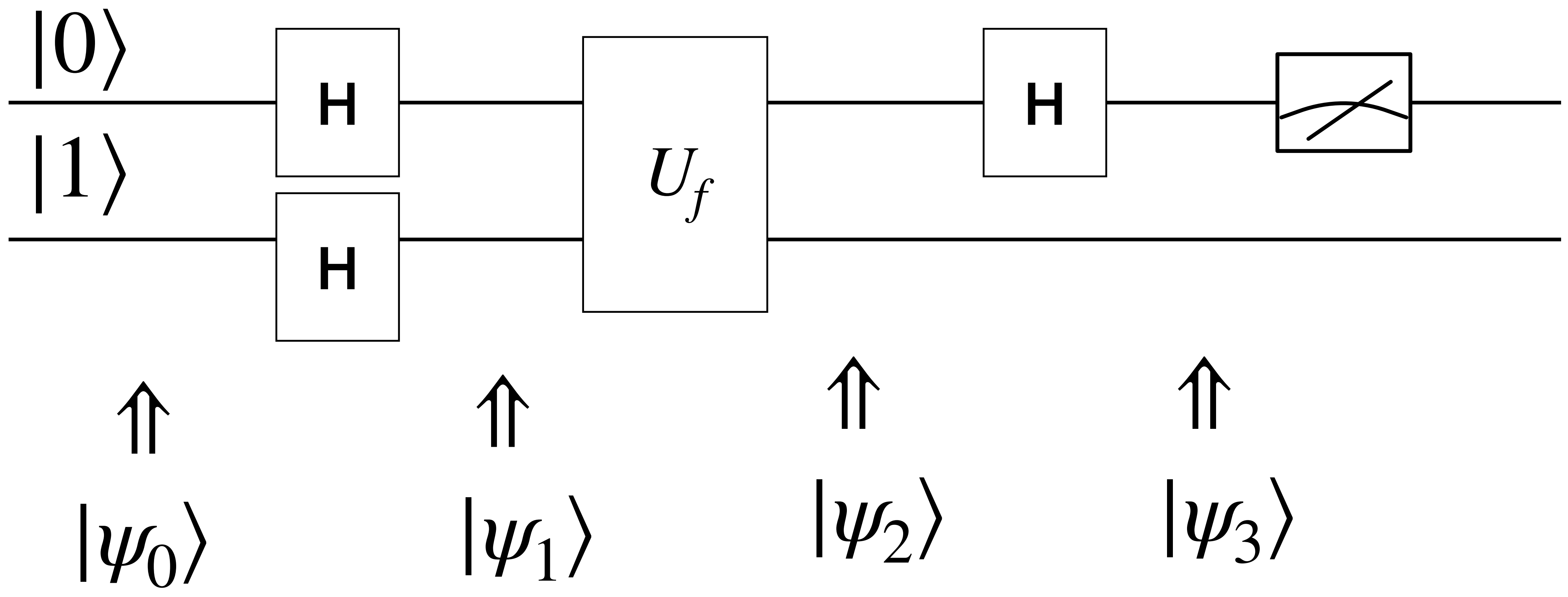
¿Podemos escribir este vector como el producto tensor de dos vectores en $\mathbb{C}^2$?

$$\begin{bmatrix}c1\\c2\end{bmatrix} \otimes \begin{bmatrix}b1\\b2\end{bmatrix} = \begin{bmatrix}c1 * b1\\ c1 * b2\\ c2 * b1\\ c2 * b2\end{bmatrix} = \begin{bmatrix}1\\-1\\1\\-1\end{bmatrix}$$

$$|\psi_1\rangle = (H \otimes H) * |01\rangle = \frac{1}{2}((|0\rangle + |1\rangle) \otimes (|0\rangle - |1\rangle))$$

El algoritmo de Deutsch

Paso 1: $|\psi_1\rangle$



$$|\psi_3\rangle = (H \otimes I)U_f(H \otimes H)(|0\rangle \otimes |1\rangle)$$

Si el qubit superior está en estado $|0\rangle$ es constante, si es otro valor es balanceada

$$|\psi_0\rangle = |01\rangle \qquad H = \frac{1}{\sqrt{2}}\begin{bmatrix}1 & 1\\ 1 & -1\end{bmatrix}$$

$$(H \otimes H) * |01\rangle = \frac{1}{2}\begin{bmatrix}1 & 1 & 1 & 1\\ 1 & -1 & 1 & -1\\ 1 & 1 & -1 & -1\\ 1 & -1 & -1 & 1\end{bmatrix}\begin{bmatrix}0\\1\\0\\0\end{bmatrix} = \frac{1}{2}\begin{bmatrix}1\\-1\\1\\-1\end{bmatrix}$$

$$(H \otimes H) * |01\rangle = \frac{1}{2}(|00\rangle - |01\rangle + |10\rangle) - |11\rangle)$$

$$|\psi_1\rangle = (H \otimes H) * |01\rangle = \frac{1}{2}((|0\rangle + |1\rangle) \otimes (|0\rangle - |1\rangle))$$

Otras formas de representar $|\psi_1\rangle$

$$|\psi_1\rangle = (H \otimes H) * |01\rangle = (\frac{1}{\sqrt{2}}(|0\rangle + |1\rangle)) \otimes (\frac{1}{\sqrt{2}}(|0\rangle - |1\rangle))$$

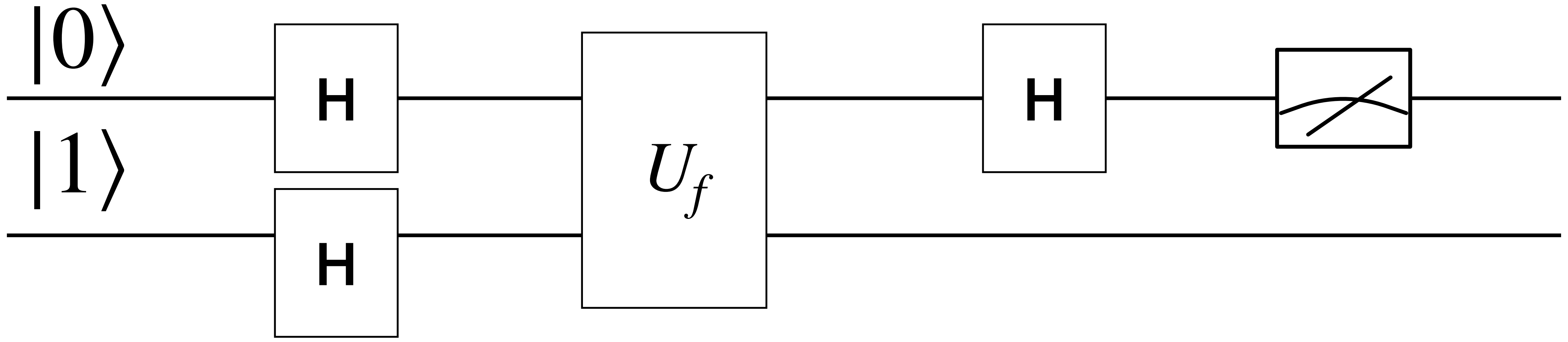
$$|\psi_1\rangle = \frac{1}{2}(|00\rangle - |01\rangle + |10\rangle - |11\rangle)$$

El algoritmo de Deutsch

Paso 1: $|\psi_1\rangle$

$|0\rangle$

$|1\rangle$



$\Uparrow$ $|\psi_0\rangle$ $\Uparrow$ $|\psi_1\rangle$ $\Uparrow$ $|\psi_2\rangle$ $\Uparrow$ $|\psi_3\rangle$

$$|\psi_3\rangle = (H \otimes I)U_f(H \otimes H)(|0\rangle \otimes |1\rangle)$$

Si el qubit superior está en estado $|0\rangle$ es constante, si es otro valor es balanceada

$$|\psi_0\rangle = |01\rangle \qquad H = \frac{1}{\sqrt{2}}\begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{bmatrix}$$

$$(H \otimes H) * |01\rangle = \frac{1}{2}\begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & -1 & 1 & -1 \\ 1 & 1 & -1 & -1 \\ 1 & -1 & -1 & 1 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} = \frac{1}{2}\begin{bmatrix} 1 \\ -1 \\ 1 \\ -1 \end{bmatrix}$$

$$(H \otimes H) * |01\rangle = \frac{1}{2}(|00\rangle - |01\rangle + |10\rangle) - |11\rangle)$$

$$|\psi_1\rangle = (H \otimes H) * |01\rangle = \frac{1}{2}((|0\rangle + |1\rangle) \otimes (|0\rangle - |1\rangle))$$

Otras formas de representar $|\psi_1\rangle$

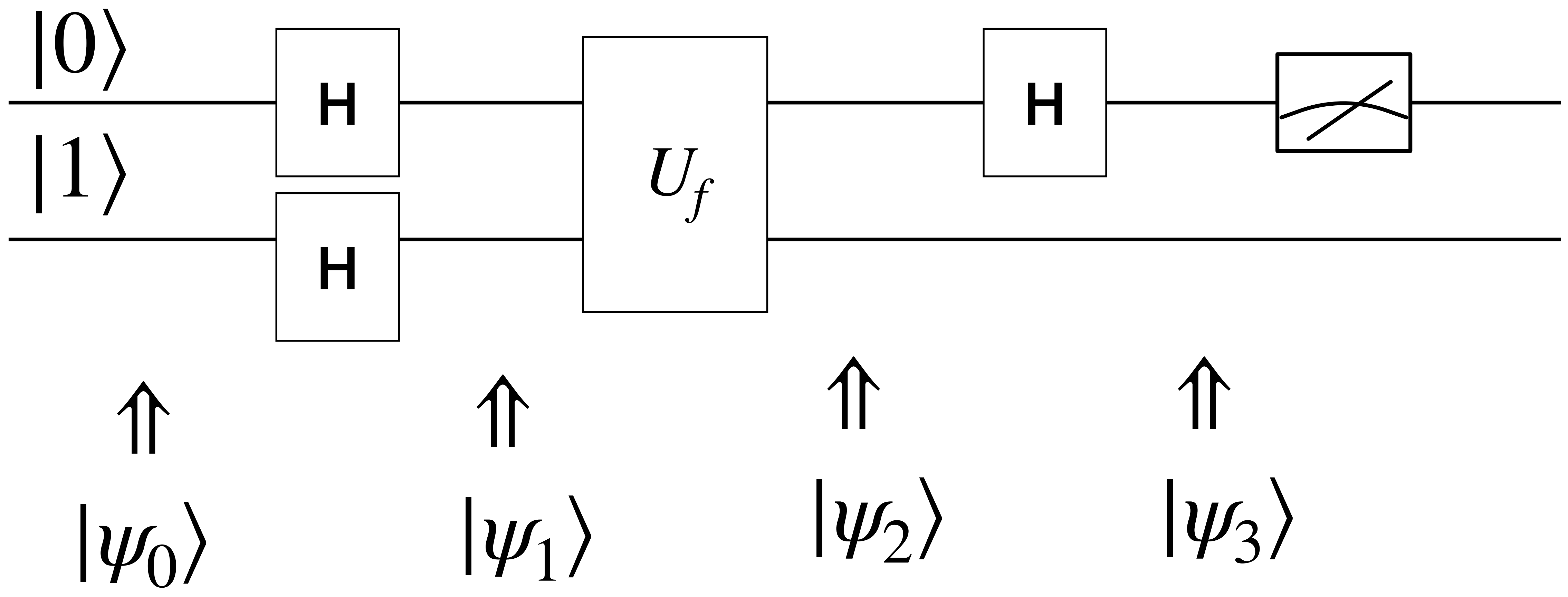
$$|\psi_1\rangle = (H \otimes H) * |01\rangle = (\frac{1}{\sqrt{2}}(|0\rangle + |1\rangle)) \otimes (\frac{1}{\sqrt{2}}(|0\rangle - |1\rangle))$$

$$|\psi_1\rangle = \frac{1}{2}(|00\rangle - |01\rangle + |10\rangle - |11\rangle)$$

Ahora tenemos un sistema con cuatro estados diferentes en cuatro universos diferentes.

El algoritmo de Deutsch

Paso 2: $|\psi_2\rangle$



$$|\psi_3\rangle = (H \otimes I)U_f(H \otimes H)(|0\rangle \otimes |1\rangle)$$

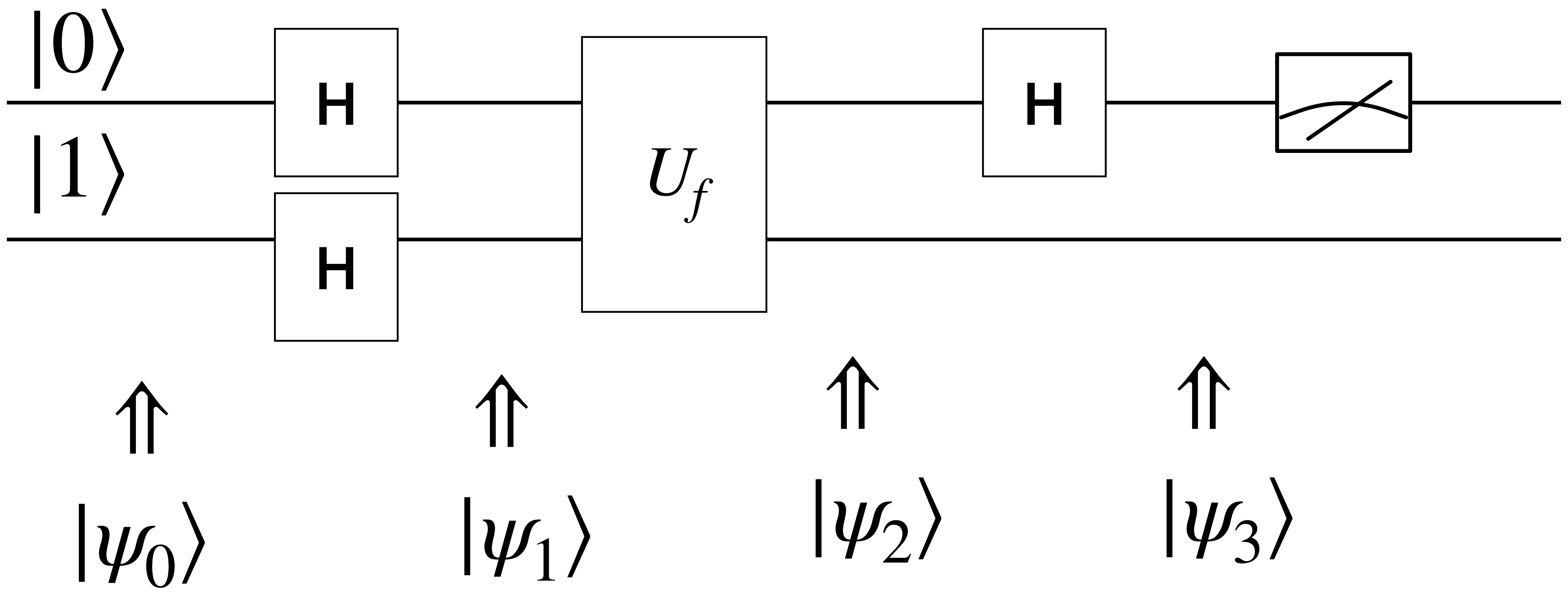
Si el qubit superior está en estado $|0\rangle$ es constante, si es otro valor es balanceada

$$|\psi_0\rangle = |01\rangle$$

$$|\psi_1\rangle = \frac{1}{2}(|00\rangle - |01\rangle + |10\rangle - |11\rangle)$$

El algoritmo de Deutsch

Paso 2: $|\psi_2\rangle$



$$|\psi_3\rangle = (H \otimes I)U_f(H \otimes H)(|0\rangle \otimes |1\rangle)$$

Si el qubit superior está en estado $|0\rangle$ es constante, si es otro valor es balanceada

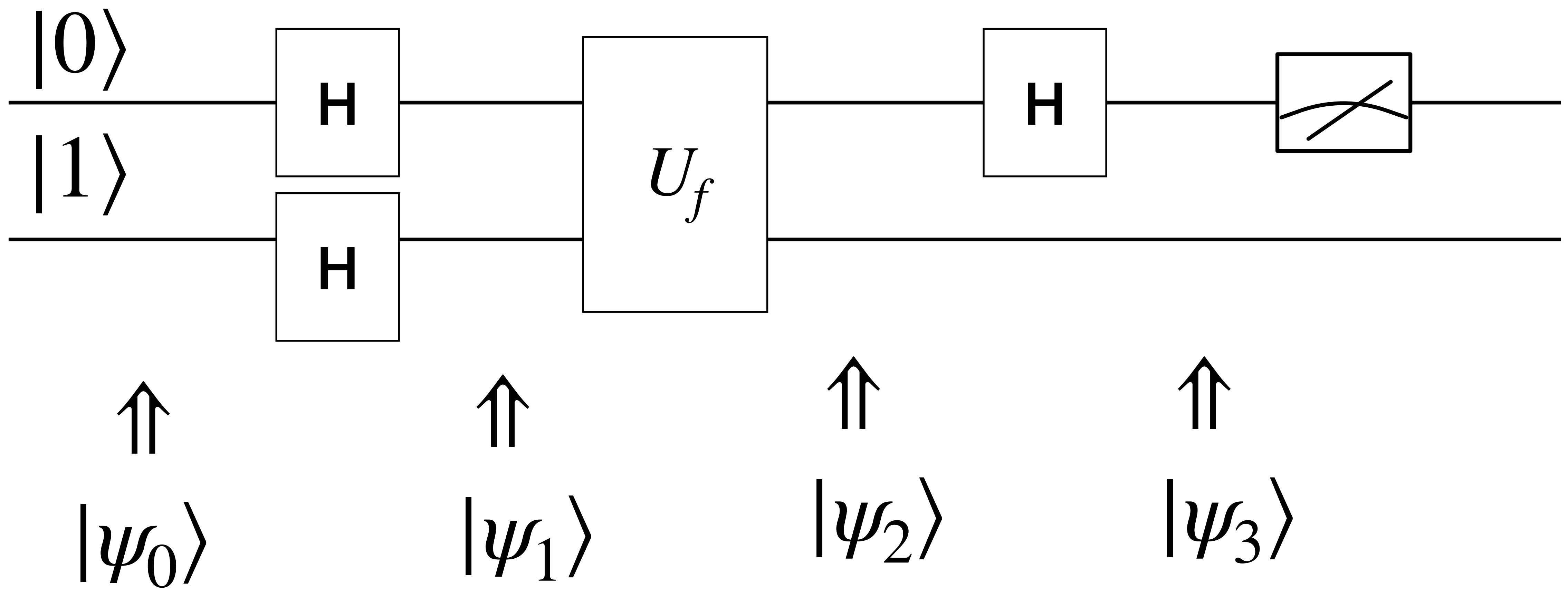
$$|\psi_0\rangle = |01\rangle$$

$$|\psi_1\rangle = \frac{1}{2}(|00\rangle - |01\rangle + |10\rangle - |11\rangle)$$

En cada universo podemos calcular el efecto de UF

El algoritmo de Deutsch

Paso 2: $|\psi_2\rangle$



$$|\psi_3\rangle = (H \otimes I)U_f(H \otimes H)(|0\rangle \otimes |1\rangle)$$

Si el qubit superior está en estado $|0\rangle$ es constante, si es otro valor es balanceada

$$|\psi_0\rangle = |01\rangle$$

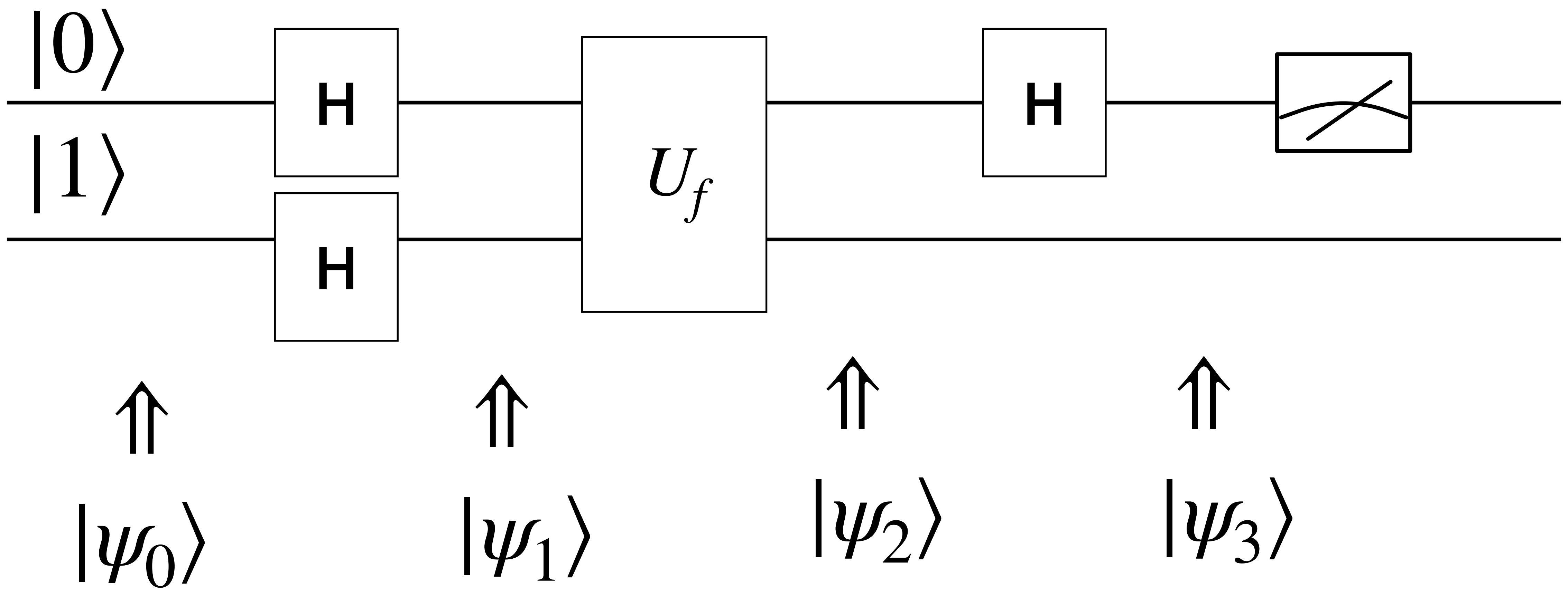
$$|\psi_1\rangle = \frac{1}{2}(|00\rangle - |01\rangle + |10\rangle - |11\rangle)$$

En cada universo podemos calcular el efecto de UF

$$|\psi_2\rangle = \frac{1}{2}(|0,0 \oplus f(0)\rangle - |0,1 \oplus f(0)\rangle + |1,0 \oplus f(1)\rangle - |1,1 \oplus f(1)\rangle)$$

El algoritmo de Deutsch

Paso 2: $|\psi_2\rangle$



$$|\psi_3\rangle = (H \otimes I)U_f(H \otimes H)(|0\rangle \otimes |1\rangle)$$

Si el qubit superior está en estado $|0\rangle$ es constante, si es otro valor es balanceada

$$|\psi_0\rangle = |01\rangle$$

$$|\psi_1\rangle = \frac{1}{2}(|00\rangle - |01\rangle + |10\rangle - |11\rangle)$$

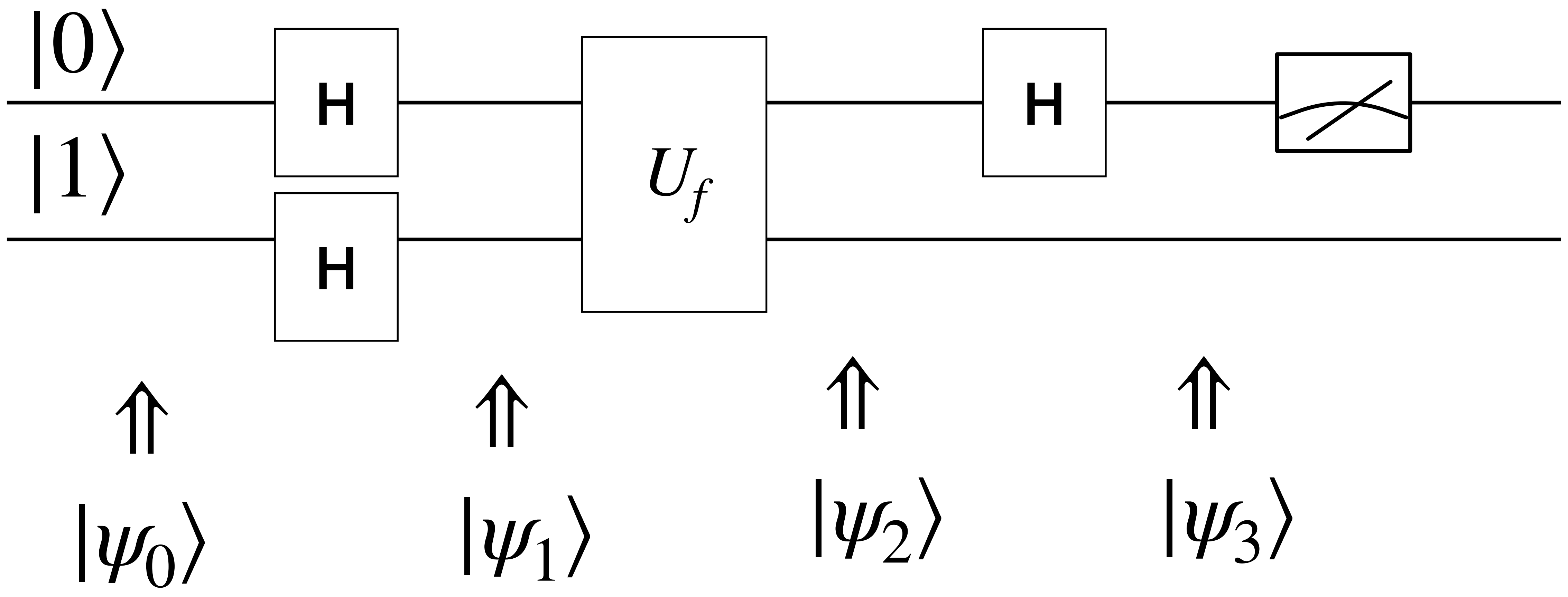
En cada universo podemos calcular el efecto de UF

$$|\psi_2\rangle = \frac{1}{2}(|0,0 \oplus f(0)\rangle - |0,1 \oplus f(0)\rangle + |1,0 \oplus f(1)\rangle - |1,1 \oplus f(1)\rangle)$$

$$|\psi_2\rangle = \frac{1}{2}(|0,f(0)\rangle - |0,\neg f(0)\rangle + |1,f(1)\rangle - |1,\neg f(1)\rangle)$$

El algoritmo de Deutsch

Paso 2: $|\psi_2\rangle$



$$|\psi_3\rangle = (H \otimes I)U_f(H \otimes H)(|0\rangle \otimes |1\rangle)$$

Si el qubit superior está en estado $|0\rangle$ es constante, si es otro valor es balanceada

$$|\psi_0\rangle = |01\rangle$$

$$|\psi_1\rangle = \frac{1}{2}(|00\rangle - |01\rangle + |10\rangle - |11\rangle)$$

En cada universo podemos calcular el efecto de UF

$$|\psi_2\rangle = \frac{1}{2}(|0,0 \oplus f(0)\rangle - |0,1 \oplus f(0)\rangle + |1,0 \oplus f(1)\rangle - |1,1 \oplus f(1)\rangle)$$

$$|\psi_2\rangle = \frac{1}{2}(|0,f(0)\rangle - |0,\neg f(0)\rangle + |1,f(1)\rangle - |1,\neg f(1)\rangle)$$

Ahora tenemos ψ_2 que depende de los valores de f.

Queremos encontrar un posible patrón de comportamiento para determinar si es balanceada o constante

El algoritmo de Deutsch

Paso 3: Buscar un patrón de comportamiento

$$|\psi_2\rangle = \frac{1}{2}(|0,f(0)\rangle - |0,\neg f(0)\rangle + |1,f(1)\rangle - |1,\neg f(1)\rangle)$$

El algoritmo de Deutsch

Paso 3: Buscar un patrón de comportamiento

$$|\psi_2\rangle = \frac{1}{2}(|0,f(0)\rangle - |0,\neg f(0)\rangle + |1,f(1)\rangle - |1,\neg f(1)\rangle)$$

¿Qué pasa si f es constante?

El algoritmo de Deutsch

Paso 3: Buscar un patrón de comportamiento

$$|\psi_2\rangle = \frac{1}{2}(|0,f(0)\rangle - |0,\neg f(0)\rangle + |1,f(1)\rangle - |1,\neg f(1)\rangle)$$

¿Qué pasa si f es constante?

Si $f(0) = f(1) = x$, con $x = 0$ o $x = 1$, entonces

El algoritmo de Deutsch

Paso 3: Buscar un patrón de comportamiento

$$|\psi_2\rangle = \frac{1}{2}(|0,f(0)\rangle - |0,\neg f(0)\rangle + |1,f(1)\rangle - |1,\neg f(1)\rangle)$$

¿Qué pasa si f es constante?

Si $f(0) = f(1) = x$, con $x = 0$ o $x = 1$, entonces

$$|\psi_2\rangle = \frac{1}{2}(|0,x\rangle - |0,\neg x\rangle + |1,x\rangle - |1,\neg x\rangle)$$

El algoritmo de Deutsch

Paso 3: Buscar un patrón de comportamiento

$$|\psi_2\rangle = \frac{1}{2}(|0,f(0)\rangle - |0,\neg f(0)\rangle + |1,f(1)\rangle - |1,\neg f(1)\rangle)$$

¿Qué pasa si f es constante?

Si $f(0) = f(1) = x$, con $x = 0$ o $x = 1$, entonces

$$|\psi_2\rangle = \frac{1}{2}(|0,x\rangle - |0,\neg x\rangle + |1,x\rangle - |1,\neg x\rangle)$$

$$|\psi_2\rangle = \frac{1}{2}((|0\rangle + |1\rangle) \otimes (|x\rangle - |\neg x\rangle))$$

El algoritmo de Deutsch

Paso 3: Buscar un patrón de comportamiento

$$|\psi_2\rangle = \frac{1}{2}(|0,f(0)\rangle - |0,\neg f(0)\rangle + |1,f(1)\rangle - |1,\neg f(1)\rangle)$$

¿Qué pasa si f es constante?

Si $f(0) = f(1) = x$, con $x = 0$ o $x = 1$, entonces

$$|\psi_2\rangle = \frac{1}{2}(|0,x\rangle - |0,\neg x\rangle + |1,x\rangle - |1,\neg x\rangle)$$

$$|\psi_2\rangle = \frac{1}{2}((|0\rangle + |1\rangle) \otimes (|x\rangle - |\neg x\rangle))$$

$$|\psi_2\rangle = \frac{1}{2}(|0,f(0)\rangle - |0,\neg f(0)\rangle + |1,f(1)\rangle - |1,\neg f(1)\rangle)$$

El algoritmo de Deutsch

Paso 3: Buscar un patrón de comportamiento

$$|\psi_2\rangle = \frac{1}{2}(|0,f(0)\rangle - |0,\neg f(0)\rangle + |1,f(1)\rangle - |1,\neg f(1)\rangle)$$

¿Qué pasa si f es constante?

Si $f(0) = f(1) = x$, con $x = 0$ o $x = 1$, entonces

$$|\psi_2\rangle = \frac{1}{2}(|0,x\rangle - |0,\neg x\rangle + |1,x\rangle - |1,\neg x\rangle)$$

$$|\psi_2\rangle = \frac{1}{2}((|0\rangle + |1\rangle) \otimes (|x\rangle - |\neg x\rangle))$$

$$|\psi_2\rangle = \frac{1}{2}(|0,f(0)\rangle - |0,\neg f(0)\rangle + |1,f(1)\rangle - |1,\neg f(1)\rangle)$$

¿Qué pasa si f es balanceada?

El algoritmo de Deutsch

Paso 3: Buscar un patrón de comportamiento

$$|\psi_2\rangle = \frac{1}{2}(|0,f(0)\rangle - |0,\neg f(0)\rangle + |1,f(1)\rangle - |1,\neg f(1)\rangle)$$

¿Qué pasa si f es constante?

Si $f(0) = f(1) = x$, con $x = 0$ o $x = 1$, entonces

$$|\psi_2\rangle = \frac{1}{2}(|0,x\rangle - |0,\neg x\rangle + |1,x\rangle - |1,\neg x\rangle)$$

$$|\psi_2\rangle = \frac{1}{2}((|0\rangle + |1\rangle) \otimes (|x\rangle - |\neg x\rangle))$$

$$|\psi_2\rangle = \frac{1}{2}(|0,f(0)\rangle - |0,\neg f(0)\rangle + |1,f(1)\rangle - |1,\neg f(1)\rangle)$$

¿Qué pasa si f es balanceada?

Si $f(0) = \neg f(1) = x$, con $x = 0$ o $x = 1$, entonces

El algoritmo de Deutsch

Paso 3: Buscar un patrón de comportamiento

$$|\psi_2\rangle = \frac{1}{2}(|0,f(0)\rangle - |0,\neg f(0)\rangle + |1,f(1)\rangle - |1,\neg f(1)\rangle)$$

¿Qué pasa si f es constante?

Si $f(0) = f(1) = x$, con $x = 0$ o $x = 1$, entonces

$$|\psi_2\rangle = \frac{1}{2}(|0,x\rangle - |0,\neg x\rangle + |1,x\rangle - |1,\neg x\rangle)$$

$$|\psi_2\rangle = \frac{1}{2}((|0\rangle + |1\rangle) \otimes (|x\rangle - |\neg x\rangle))$$

$$|\psi_2\rangle = \frac{1}{2}(|0,f(0)\rangle - |0,\neg f(0)\rangle + |1,f(1)\rangle - |1,\neg f(1)\rangle)$$

¿Qué pasa si f es balanceada?

Si $f(0) = \neg f(1) = x$, con $x = 0$ o $x = 1$, entonces

$$|\psi_2\rangle = \frac{1}{2}(|0,x\rangle - |0,\neg x\rangle + |1,\neg x\rangle - |1,x\rangle)$$

El algoritmo de Deutsch

Paso 3: Buscar un patrón de comportamiento

$$|\psi_2\rangle = \frac{1}{2}(|0,f(0)\rangle - |0,\neg f(0)\rangle + |1,f(1)\rangle - |1,\neg f(1)\rangle)$$

¿Qué pasa si f es constante?

Si $f(0) = f(1) = x$, con $x = 0$ o $x = 1$, entonces

$$|\psi_2\rangle = \frac{1}{2}(|0,x\rangle - |0,\neg x\rangle + |1,x\rangle - |1,\neg x\rangle)$$

$$|\psi_2\rangle = \frac{1}{2}((|0\rangle + |1\rangle) \otimes (|x\rangle - |\neg x\rangle))$$

$$|\psi_2\rangle = \frac{1}{2}(|0,f(0)\rangle - |0,\neg f(0)\rangle + |1,f(1)\rangle - |1,\neg f(1)\rangle)$$

¿Qué pasa si f es balanceada?

Si $f(0) = \neg f(1) = x$, con $x = 0$ o $x = 1$, entonces

$$|\psi_2\rangle = \frac{1}{2}(|0,x\rangle - |0,\neg x\rangle + |1,\neg x\rangle - |1,x\rangle)$$

$$|\psi_2\rangle = \frac{1}{2}((|0\rangle - |1\rangle) \otimes (|x\rangle - |\neg x\rangle))$$

El algoritmo de Deutsch

Paso 3: Buscar un patrón de comportamiento

$$|\psi_2\rangle = \frac{1}{2}(|0,f(0)\rangle - |0,\neg f(0)\rangle + |1,f(1)\rangle - |1,\neg f(1)\rangle)$$

¿Qué pasa si f es constante?

Si $f(0) = f(1) = x$, con $x = 0$ o $x = 1$, entonces

$$|\psi_2\rangle = \frac{1}{2}(|0,x\rangle - |0,\neg x\rangle + |1,x\rangle - |1,\neg x\rangle)$$

$$|\psi_2\rangle = \frac{1}{2}((|0\rangle + |1\rangle) \otimes (|x\rangle - |\neg x\rangle))$$

$$|\psi_2\rangle = \frac{1}{2}(|0,f(0)\rangle - |0,\neg f(0)\rangle + |1,f(1)\rangle - |1,\neg f(1)\rangle)$$

¿Qué pasa si f es balanceada?

Si $f(0) = \neg f(1) = x$, con $x = 0$ o $x = 1$, entonces

$$|\psi_2\rangle = \frac{1}{2}(|0,x\rangle - |0,\neg x\rangle + |1,\neg x\rangle - |1,x\rangle)$$

$$|\psi_2\rangle = \frac{1}{2}((|0\rangle - |1\rangle) \otimes (|x\rangle - |\neg x\rangle))$$

El algoritmo de Deutsch

Paso 3: Buscar un patrón de comportamiento

$$|\psi_2\rangle = \frac{1}{2}(|0,f(0)\rangle - |0,\neg f(0)\rangle + |1,f(1)\rangle - |1,\neg f(1)\rangle)$$

¿Qué pasa si f es constante?

Si $f(0) = f(1) = x$, con $x = 0$ o $x = 1$, entonces

$$|\psi_2\rangle = \frac{1}{2}(|0,x\rangle - |0,\neg x\rangle + |1,x\rangle - |1,\neg x\rangle)$$

$$|\psi_2\rangle = \frac{1}{2}((|0\rangle + |1\rangle) \otimes (|x\rangle - |\neg x\rangle))$$

$$|\psi_2\rangle = \frac{1}{2}(|0,f(0)\rangle - |0,\neg f(0)\rangle + |1,f(1)\rangle - |1,\neg f(1)\rangle)$$

¿Qué pasa si f es balanceada?

Si $f(0) = \neg f(1) = x$, con $x = 0$ o $x = 1$, entonces

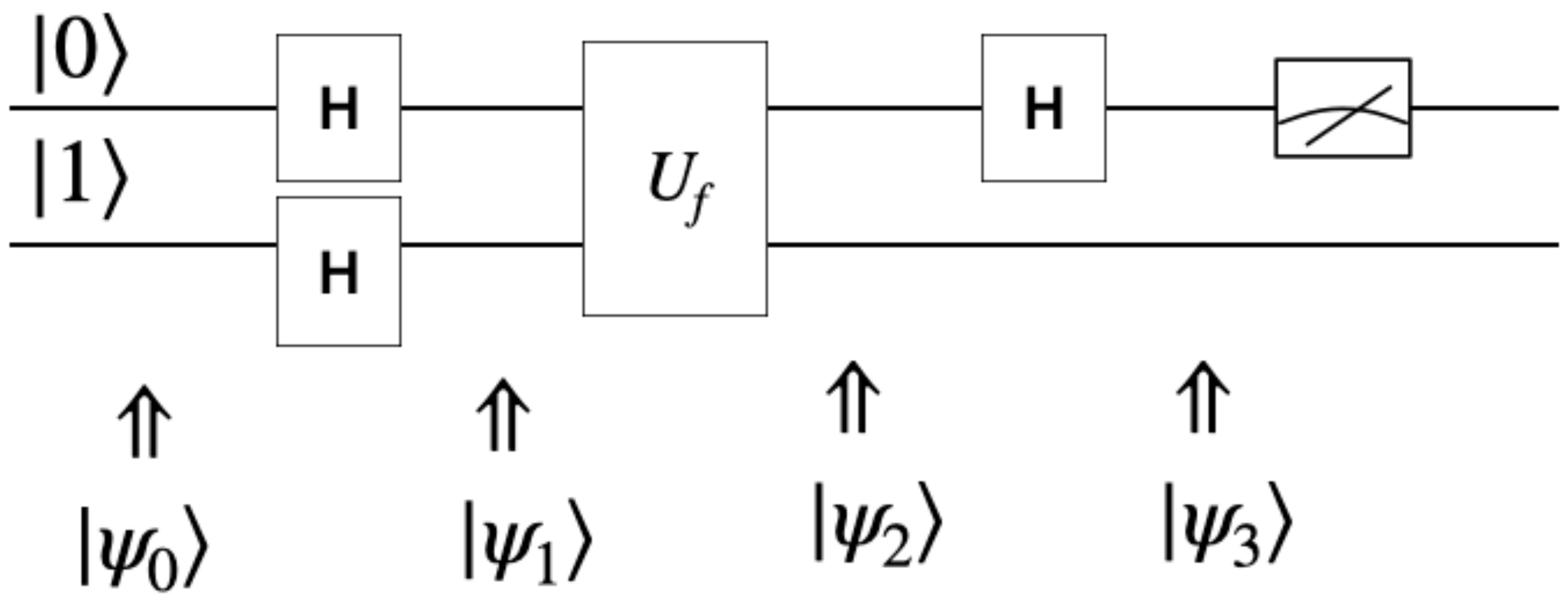
$$|\psi_2\rangle = \frac{1}{2}(|0,x\rangle - |0,\neg x\rangle + |1,\neg x\rangle - |1,x\rangle)$$

$$|\psi_2\rangle = \frac{1}{2}((|0\rangle - |1\rangle) \otimes (|x\rangle - |\neg x\rangle))$$

Sí podemos diferenciar estos dos estados del qubit de arriba tendremos el algoritmo
La última compuerta de Hadamard hace eso exactamente diferenciarlos

El algoritmo de Deutsch

Paso 4: Encontrar $|\psi_3\rangle$

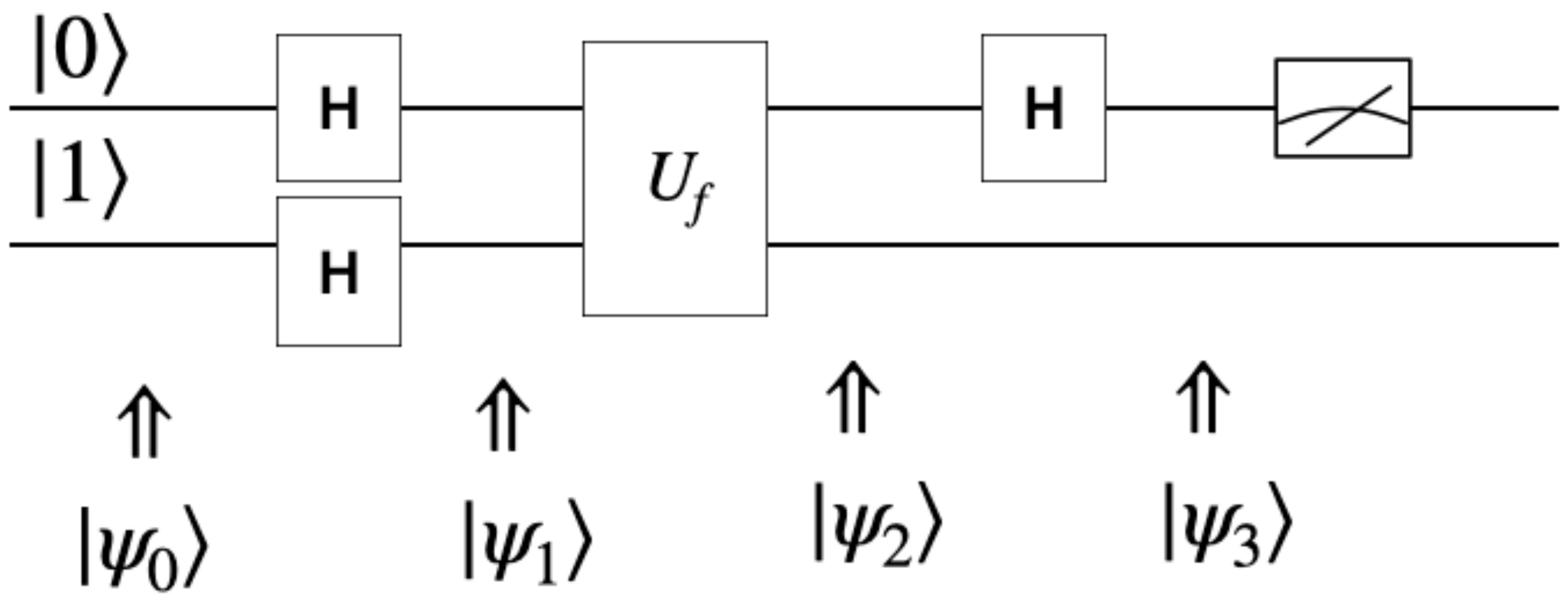


¿Qué pasa si f es constante?

$$|\psi_2\rangle = \frac{1}{2}((|0\rangle + |1\rangle) \otimes (|x\rangle - |\neg x\rangle))$$

El algoritmo de Deutsch

Paso 4: Encontrar $|\psi_3\rangle$



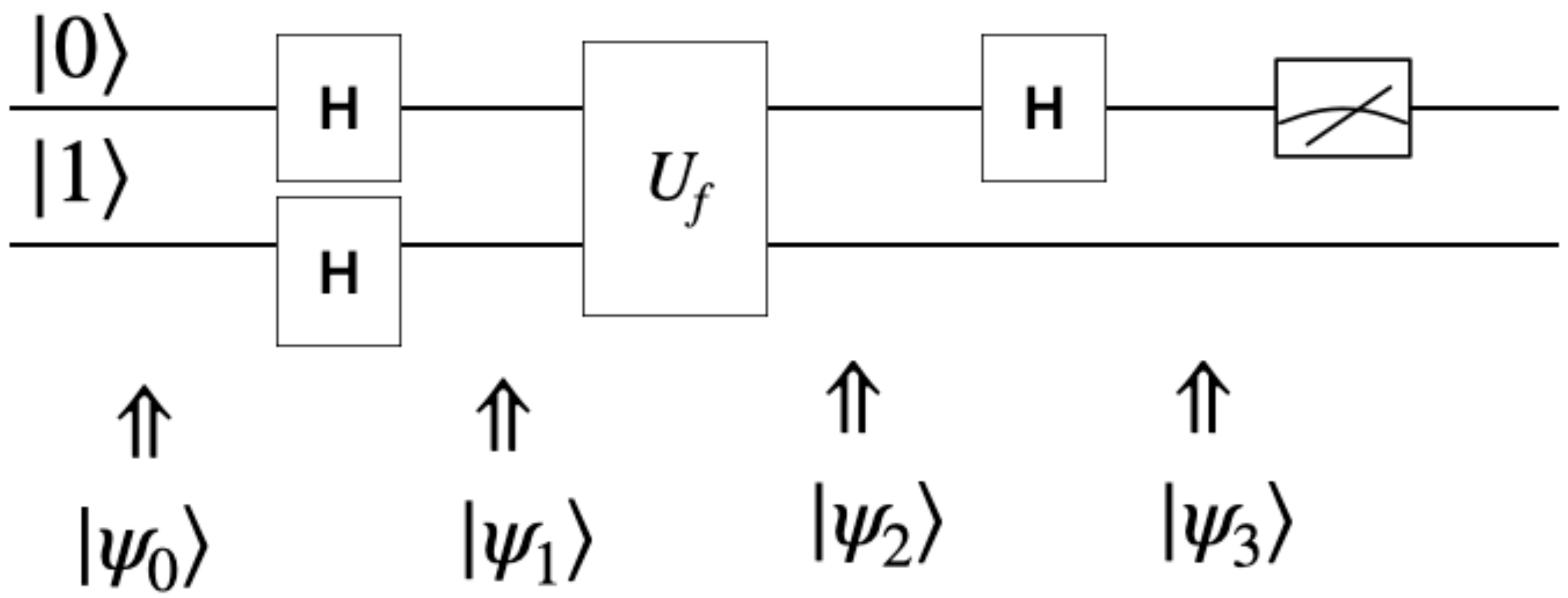
¿Qué pasa si f es constante?

$$|\psi_2\rangle = \frac{1}{2}((|0\rangle + |1\rangle) \otimes (|x\rangle - |\neg x\rangle))$$

Solo miremos que pasa en el alambre de arriba

El algoritmo de Deutsch

Paso 4: Encontrar $|\psi_3\rangle$



¿Qué pasa si f es constante?

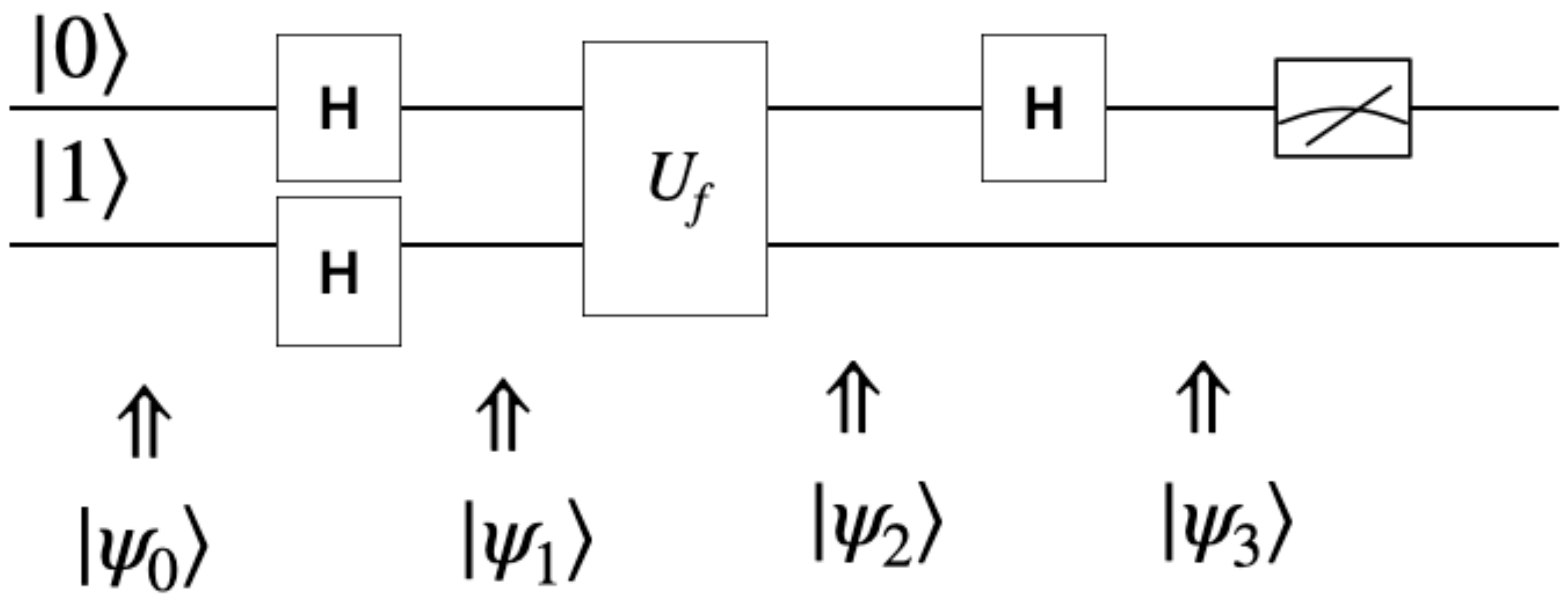
$$|\psi_2\rangle = \frac{1}{2}((|0\rangle + |1\rangle) \otimes (|x\rangle - |\neg x\rangle))$$

Solo miremos que pasa en el alambre de arriba

$$H\frac{1}{\sqrt{2}}(|0\rangle + |1\rangle) = \frac{1}{\sqrt{2}}\begin{bmatrix}1 & 1\\ 1 & -1\end{bmatrix}\frac{1}{\sqrt{2}}(|0\rangle + |1\rangle)$$

El algoritmo de Deutsch

Paso 4: Encontrar $|\psi_3\rangle$



¿Qué pasa si f es constante?

$$|\psi_2\rangle = \frac{1}{2}((|0\rangle + |1\rangle) \otimes (|x\rangle - |\neg x\rangle))$$

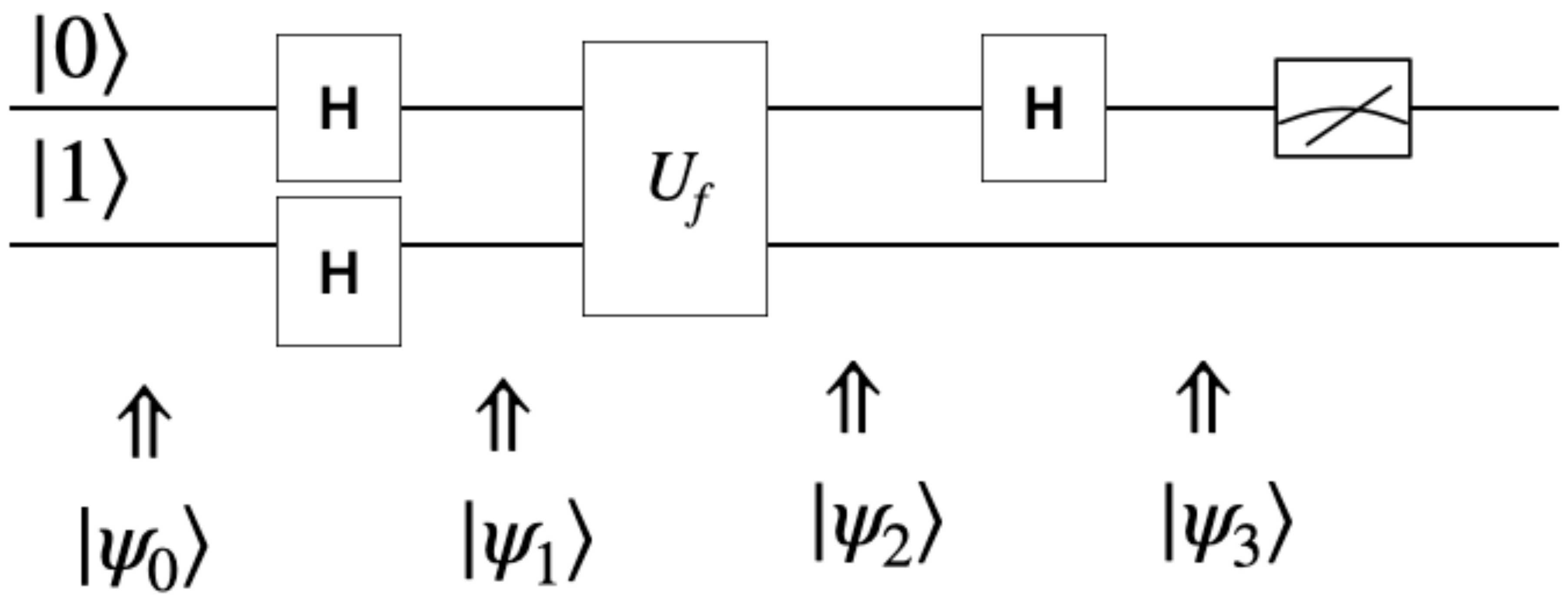
Solo miremos que pasa en el alambre de arriba

$$H\frac{1}{\sqrt{2}}(|0\rangle + |1\rangle) = \frac{1}{\sqrt{2}}\begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{bmatrix}\frac{1}{\sqrt{2}}(|0\rangle + |1\rangle)$$

$$= \frac{1}{\sqrt{2}}\begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{bmatrix}\frac{1}{\sqrt{2}}\begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix} = \frac{1}{2}\begin{bmatrix} 2 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix} = |0\rangle \quad \blacksquare$$

El algoritmo de Deutsch

Paso 4: Encontrar $|\psi_3\rangle$



¿Qué pasa si f es constante?

$$|\psi_2\rangle = \frac{1}{2}((|0\rangle + |1\rangle) \otimes (|x\rangle - |\neg x\rangle))$$

Solo miremos que pasa en el alambre de arriba

$$H\frac{1}{\sqrt{2}}(|0\rangle + |1\rangle) = \frac{1}{\sqrt{2}}\begin{bmatrix}1 & 1\\ 1 & -1\end{bmatrix}\frac{1}{\sqrt{2}}(|0\rangle + |1\rangle)$$

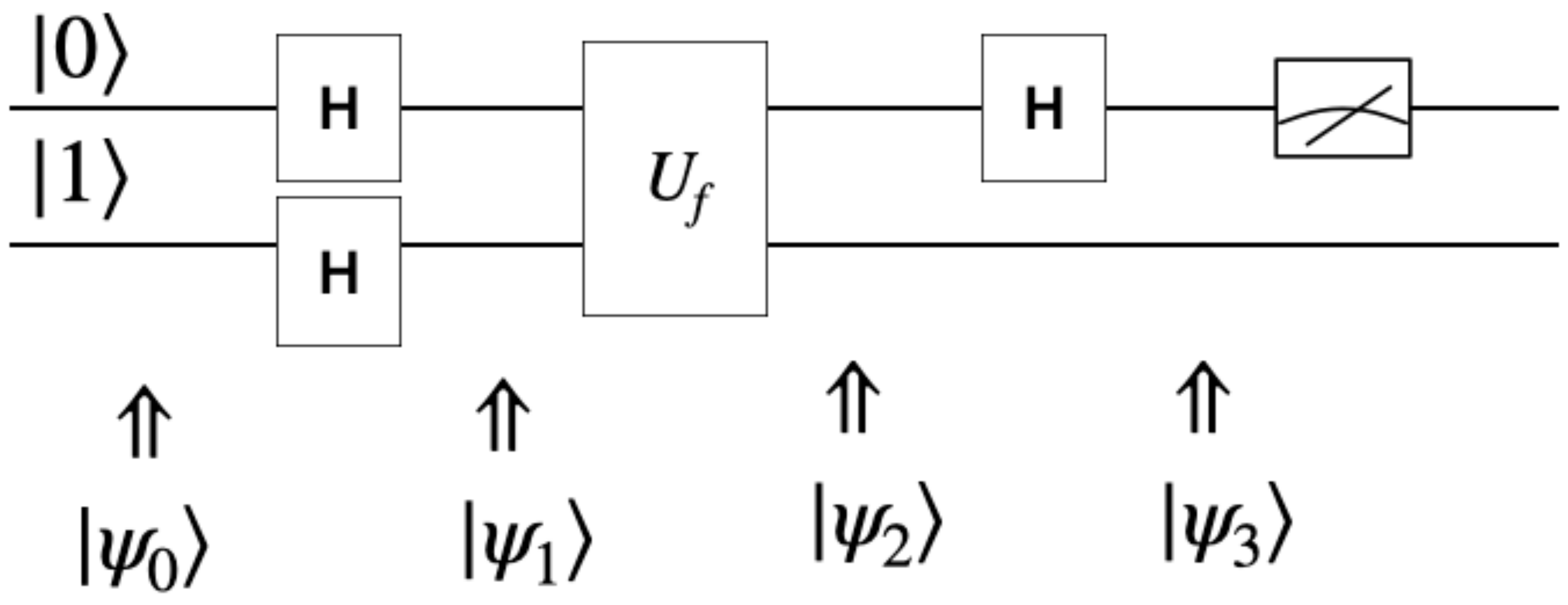
$$= \frac{1}{\sqrt{2}}\begin{bmatrix}1 & 1\\ 1 & -1\end{bmatrix}\frac{1}{\sqrt{2}}\begin{bmatrix}1\\ 1\end{bmatrix} = \frac{1}{2}\begin{bmatrix}2\\ 0\end{bmatrix} = \begin{bmatrix}1\\ 0\end{bmatrix} = |0\rangle$$

$\blacksquare$

¿Qué pasa si f es balanceada?

El algoritmo de Deutsch

Paso 4: Encontrar $|\psi_3\rangle$



¿Qué pasa si f es constante?

$$|\psi_2\rangle = \frac{1}{2}((|0\rangle + |1\rangle) \otimes (|x\rangle - |\neg x\rangle))$$

Solo miremos que pasa en el alambre de arriba

$$H\frac{1}{\sqrt{2}}(|0\rangle + |1\rangle) = \frac{1}{\sqrt{2}}\begin{bmatrix}1 & 1\\ 1 & -1\end{bmatrix}\frac{1}{\sqrt{2}}(|0\rangle + |1\rangle)$$

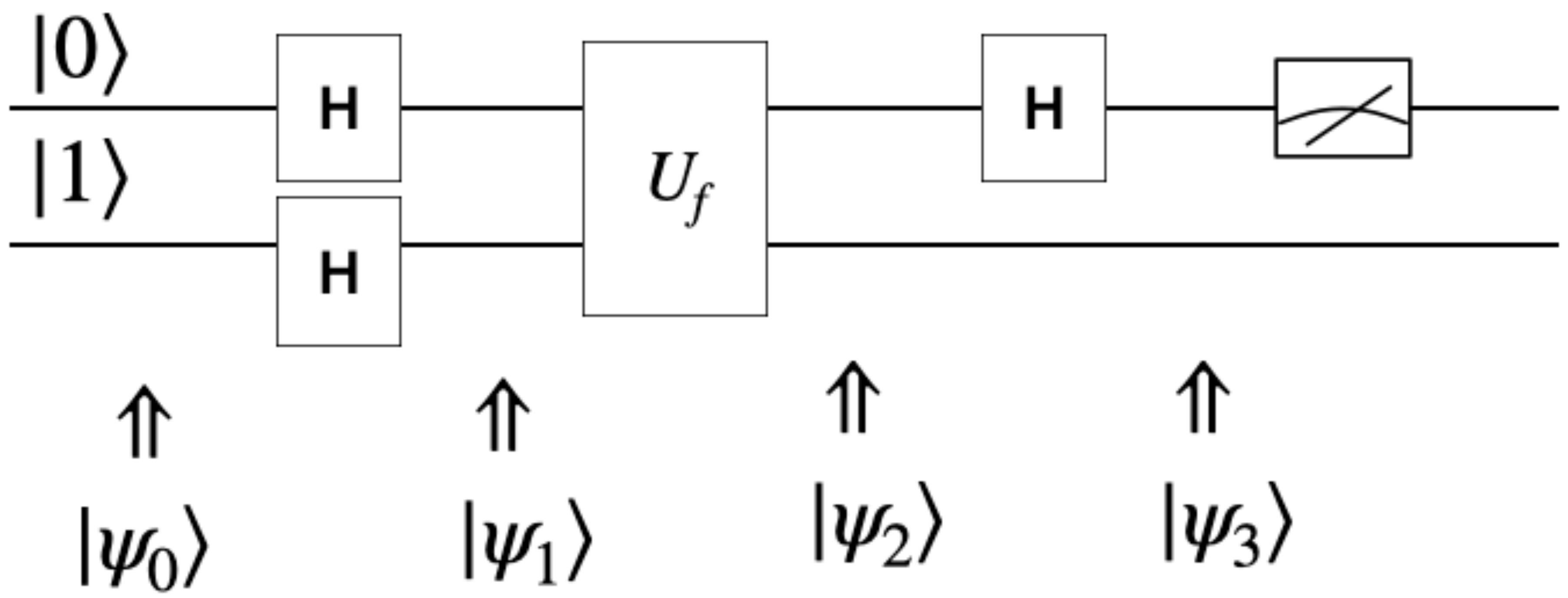
$$= \frac{1}{\sqrt{2}}\begin{bmatrix}1 & 1\\ 1 & -1\end{bmatrix}\frac{1}{\sqrt{2}}\begin{bmatrix}1\\ 1\end{bmatrix} = \frac{1}{2}\begin{bmatrix}2\\ 0\end{bmatrix} = \begin{bmatrix}1\\ 0\end{bmatrix} = |0\rangle \quad \blacksquare$$

¿Qué pasa si f es balanceada?

$$|\psi_2\rangle = \frac{1}{2}((|0\rangle - |1\rangle) \otimes (|x\rangle - |\neg x\rangle))$$

El algoritmo de Deutsch

Paso 4: Encontrar $|\psi_3\rangle$



¿Qué pasa si f es constante?

$$|\psi_2\rangle = \frac{1}{2}((|0\rangle + |1\rangle) \otimes (|x\rangle - |\neg x\rangle))$$

Solo miremos que pasa en el alambre de arriba

$$H\frac{1}{\sqrt{2}}(|0\rangle + |1\rangle) = \frac{1}{\sqrt{2}}\begin{bmatrix}1 & 1\\1 & -1\end{bmatrix}\frac{1}{\sqrt{2}}(|0\rangle + |1\rangle)$$

$$= \frac{1}{\sqrt{2}}\begin{bmatrix}1 & 1\\1 & -1\end{bmatrix}\frac{1}{\sqrt{2}}\begin{bmatrix}1\\1\end{bmatrix} = \frac{1}{2}\begin{bmatrix}2\\0\end{bmatrix} = \begin{bmatrix}1\\0\end{bmatrix} = |0\rangle \quad \blacksquare$$

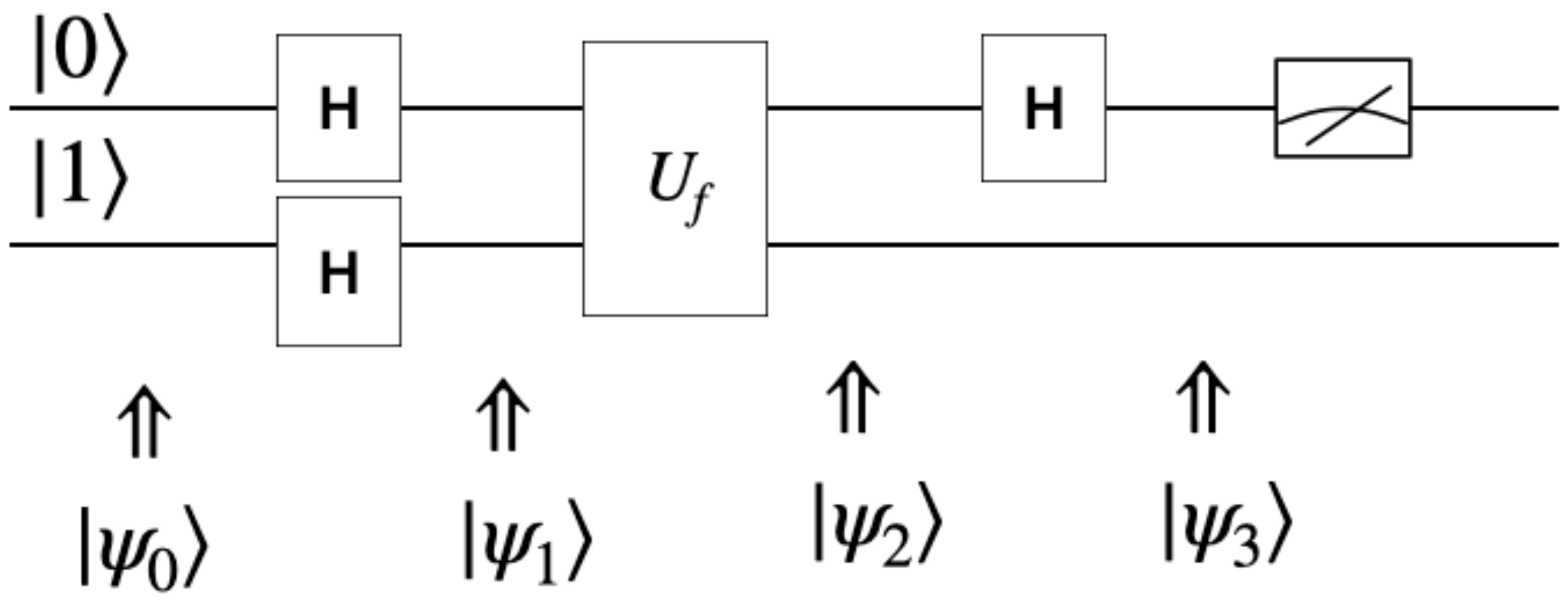
¿Qué pasa si f es balanceada?

$$|\psi_2\rangle = \frac{1}{2}((|0\rangle - |1\rangle) \otimes (|x\rangle - |\neg x\rangle))$$

Solo miremos que pasa en el alambre de arriba

El algoritmo de Deutsch

Paso 4: Encontrar $|\psi_3\rangle$



¿Qué pasa si f es constante?

$$|\psi_2\rangle = \frac{1}{2}((|0\rangle + |1\rangle) \otimes (|x\rangle - |\neg x\rangle))$$

Solo miremos que pasa en el alambre de arriba

$$H\frac{1}{\sqrt{2}}(|0\rangle + |1\rangle) = \frac{1}{\sqrt{2}}\begin{bmatrix}1 & 1\\ 1 & -1\end{bmatrix}\frac{1}{\sqrt{2}}(|0\rangle + |1\rangle)$$

$$= \frac{1}{\sqrt{2}}\begin{bmatrix}1 & 1\\ 1 & -1\end{bmatrix}\frac{1}{\sqrt{2}}\begin{bmatrix}1\\ 1\end{bmatrix} = \frac{1}{2}\begin{bmatrix}2\\ 0\end{bmatrix} = \begin{bmatrix}1\\ 0\end{bmatrix} = |0\rangle \quad \blacksquare$$

¿Qué pasa si f es balanceada?

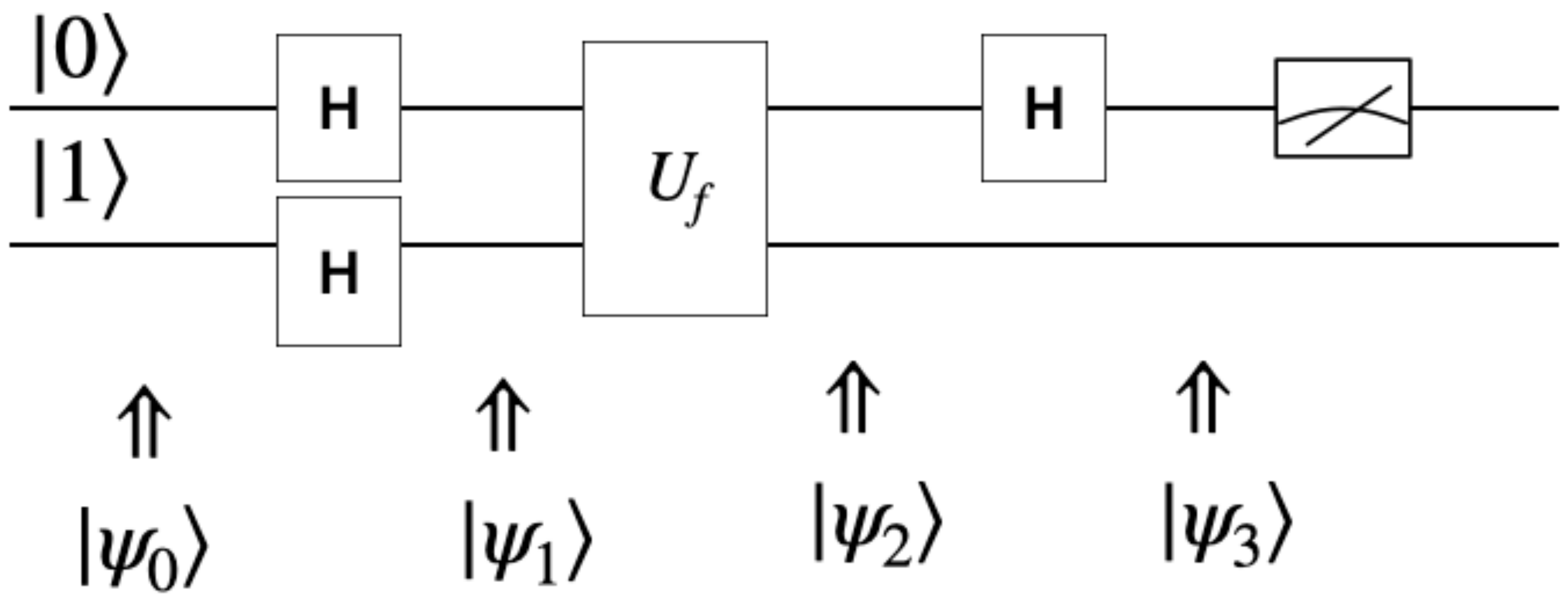
$$|\psi_2\rangle = \frac{1}{2}((|0\rangle - |1\rangle) \otimes (|x\rangle - |\neg x\rangle))$$

Solo miremos que pasa en el alambre de arriba

$$H\frac{1}{\sqrt{2}}(|0\rangle - |1\rangle) = \frac{1}{\sqrt{2}}\begin{bmatrix}1 & 1\\ 1 & -1\end{bmatrix}\frac{1}{\sqrt{2}}(|0\rangle - |1\rangle)$$

El algoritmo de Deutsch

Paso 4: Encontrar $|\psi_3\rangle$



¿Qué pasa si f es constante?

$$|\psi_2\rangle = \frac{1}{2}((|0\rangle + |1\rangle) \otimes (|x\rangle - |\neg x\rangle))$$

Solo miremos que pasa en el alambre de arriba

$$H\frac{1}{\sqrt{2}}(|0\rangle + |1\rangle) = \frac{1}{\sqrt{2}}\begin{bmatrix}1 & 1\\ 1 & -1\end{bmatrix}\frac{1}{\sqrt{2}}(|0\rangle + |1\rangle)$$

$$= \frac{1}{\sqrt{2}}\begin{bmatrix}1 & 1\\ 1 & -1\end{bmatrix}\frac{1}{\sqrt{2}}\begin{bmatrix}1\\ 1\end{bmatrix} = \frac{1}{2}\begin{bmatrix}2\\ 0\end{bmatrix} = \begin{bmatrix}1\\ 0\end{bmatrix} = |0\rangle \quad \blacksquare$$

¿Qué pasa si f es balanceada?

$$|\psi_2\rangle = \frac{1}{2}((|0\rangle - |1\rangle) \otimes (|x\rangle - |\neg x\rangle))$$

Solo miremos que pasa en el alambre de arriba

$$H\frac{1}{\sqrt{2}}(|0\rangle - |1\rangle) = \frac{1}{\sqrt{2}}\begin{bmatrix}1 & 1\\ 1 & -1\end{bmatrix}\frac{1}{\sqrt{2}}(|0\rangle - |1\rangle)$$

$$= \frac{1}{\sqrt{2}}\begin{bmatrix}1 & 1\\ 1 & -1\end{bmatrix}\frac{1}{\sqrt{2}}\begin{bmatrix}1\\ -1\end{bmatrix} = \frac{1}{2}\begin{bmatrix}0\\ 2\end{bmatrix} = \begin{bmatrix}0\\ 1\end{bmatrix} = |1\rangle \quad \blacksquare$$

¿Preguntas?