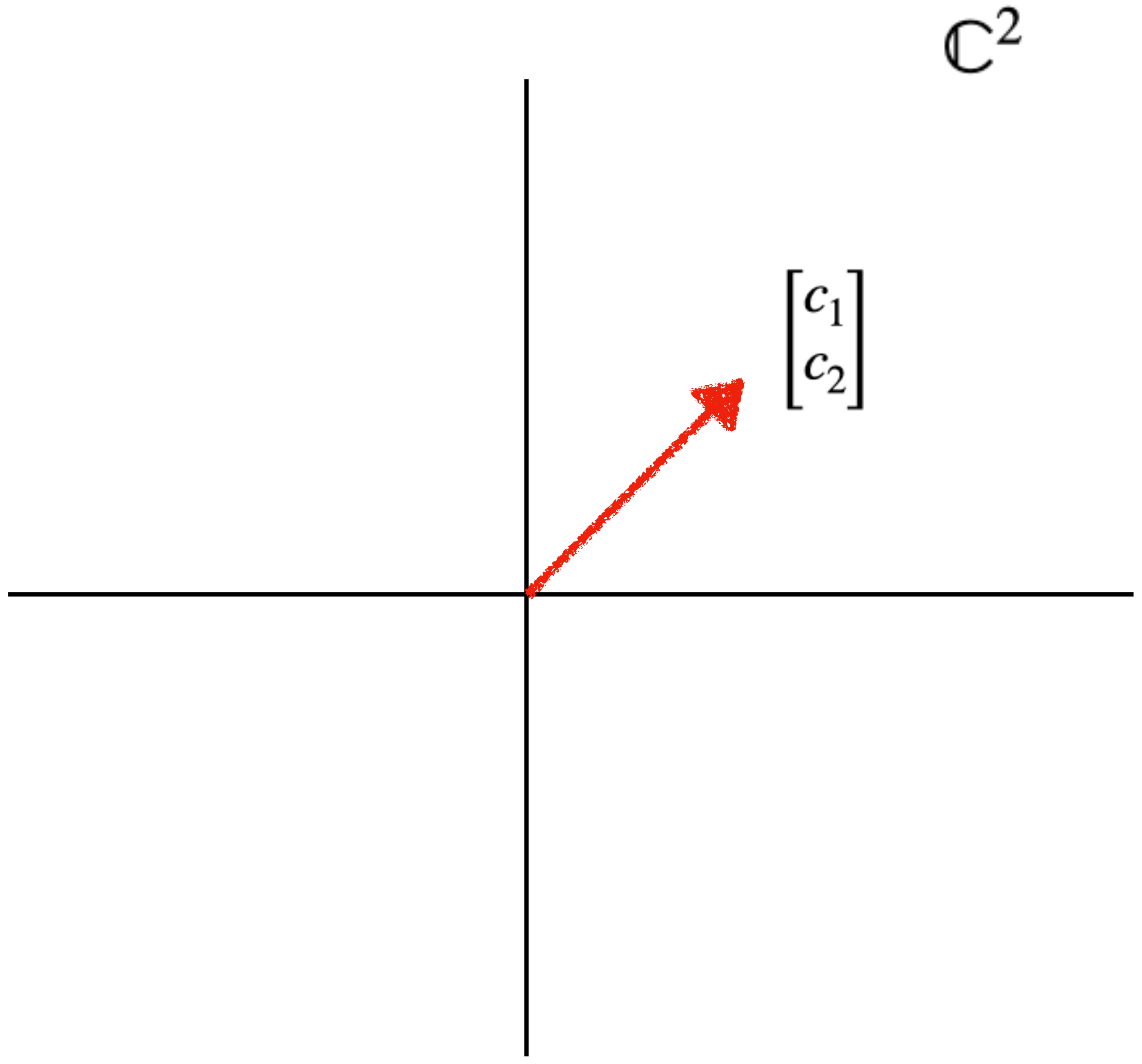
Arquitectura, Bits, Qubits y compuertas

19-10-2020

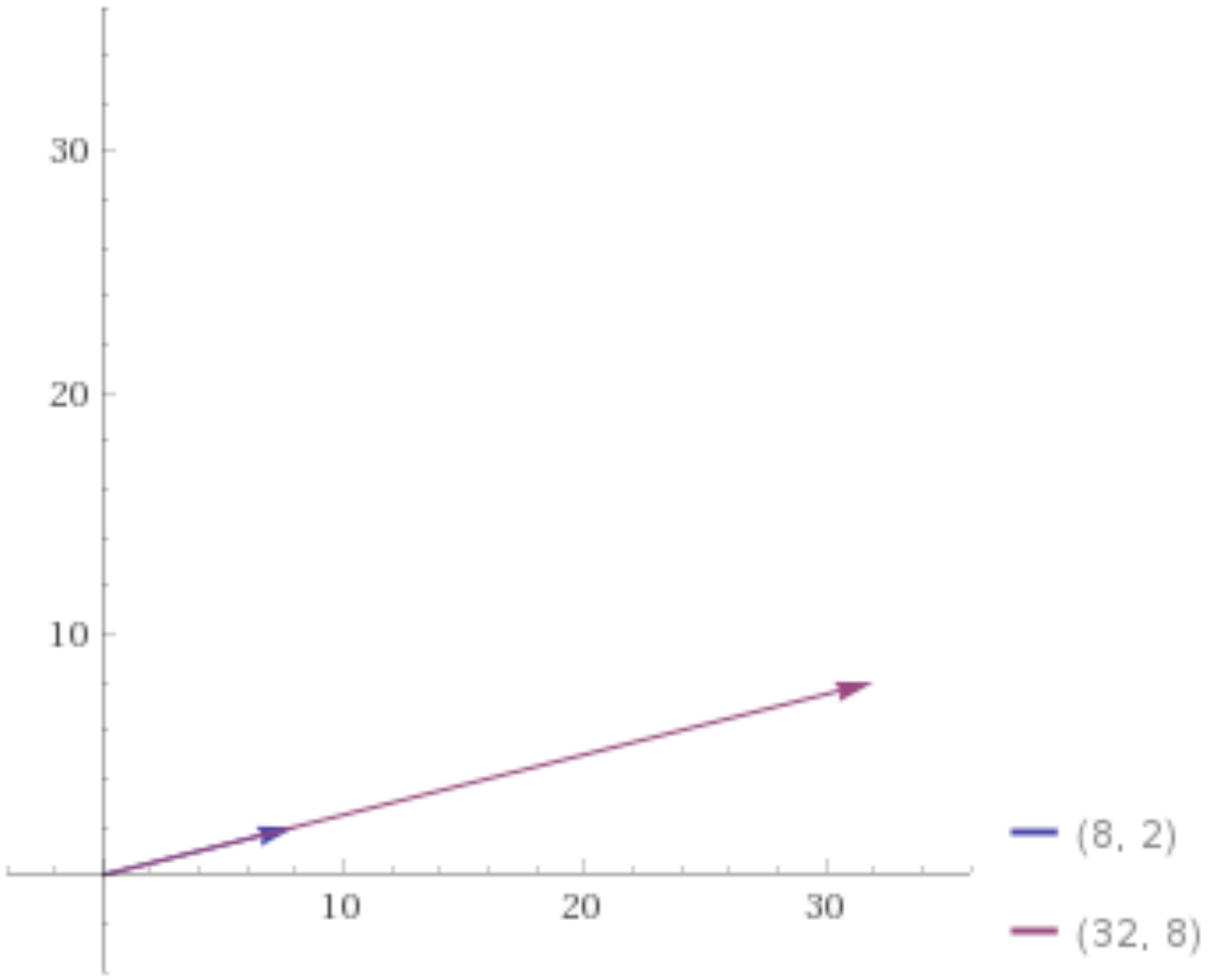
1 Qubit

- $|0\rangle = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix} = [1,0]^T$
- $|1\rangle = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} = [0,1]^T$
- $|0\rangle, |1\rangle \in \mathbb{C}^2$
- $|\psi\rangle = c_1|0\rangle + c_2|1\rangle = \begin{bmatrix} c_1 \\ c_2 \end{bmatrix} = [c_1, c_2]^T$
- $|\psi\rangle \in \mathbb{C}^2$
- $c_1, c_2 \in \mathbb{C}$

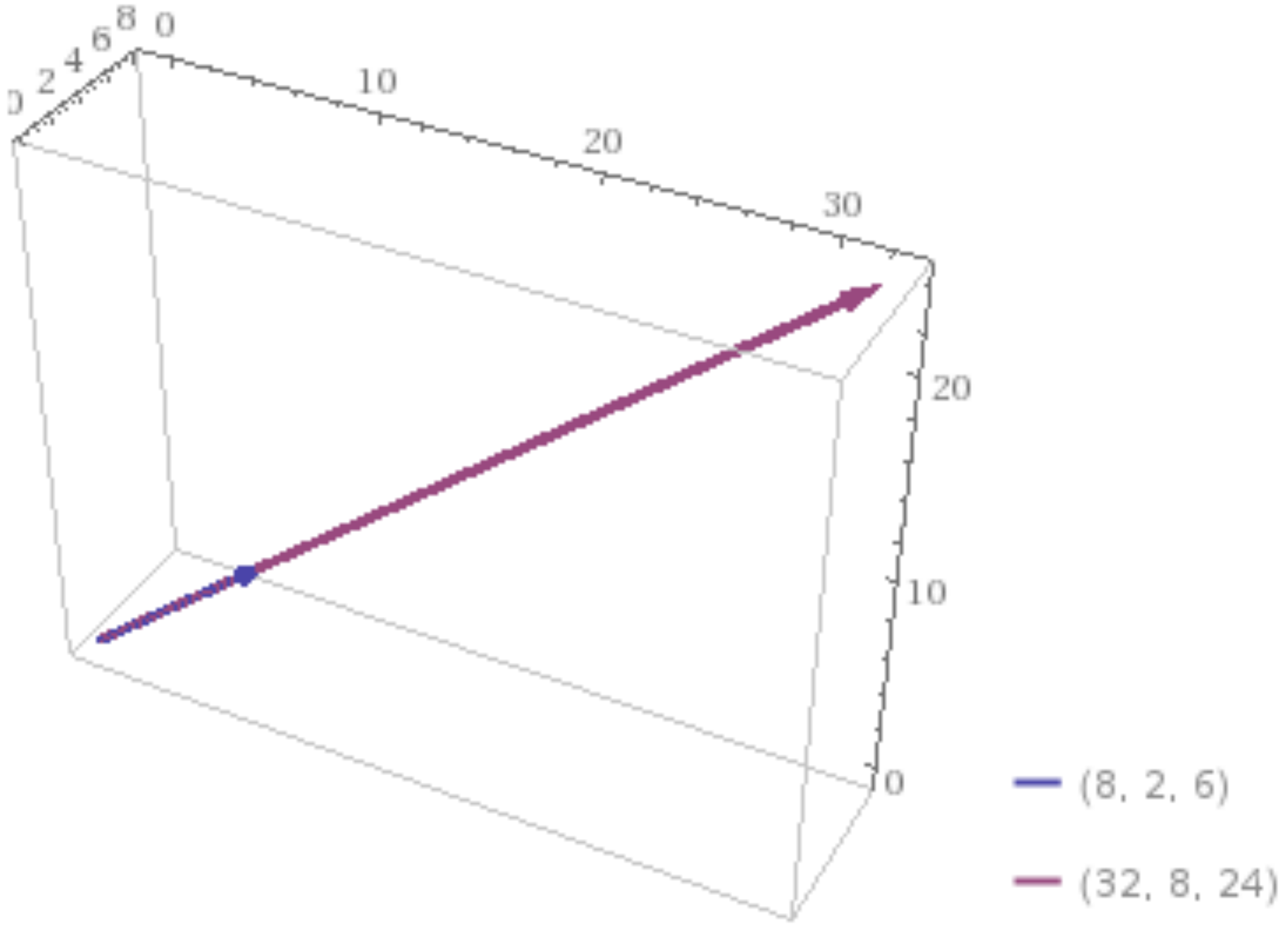
Ojo es solo una representación para facilitar entender. El espacio vectorial de $\mathbb{C}^2$ es más grande y complejo.



Vectores normalizados, rayos y estados



Mult. por escalar (*4)

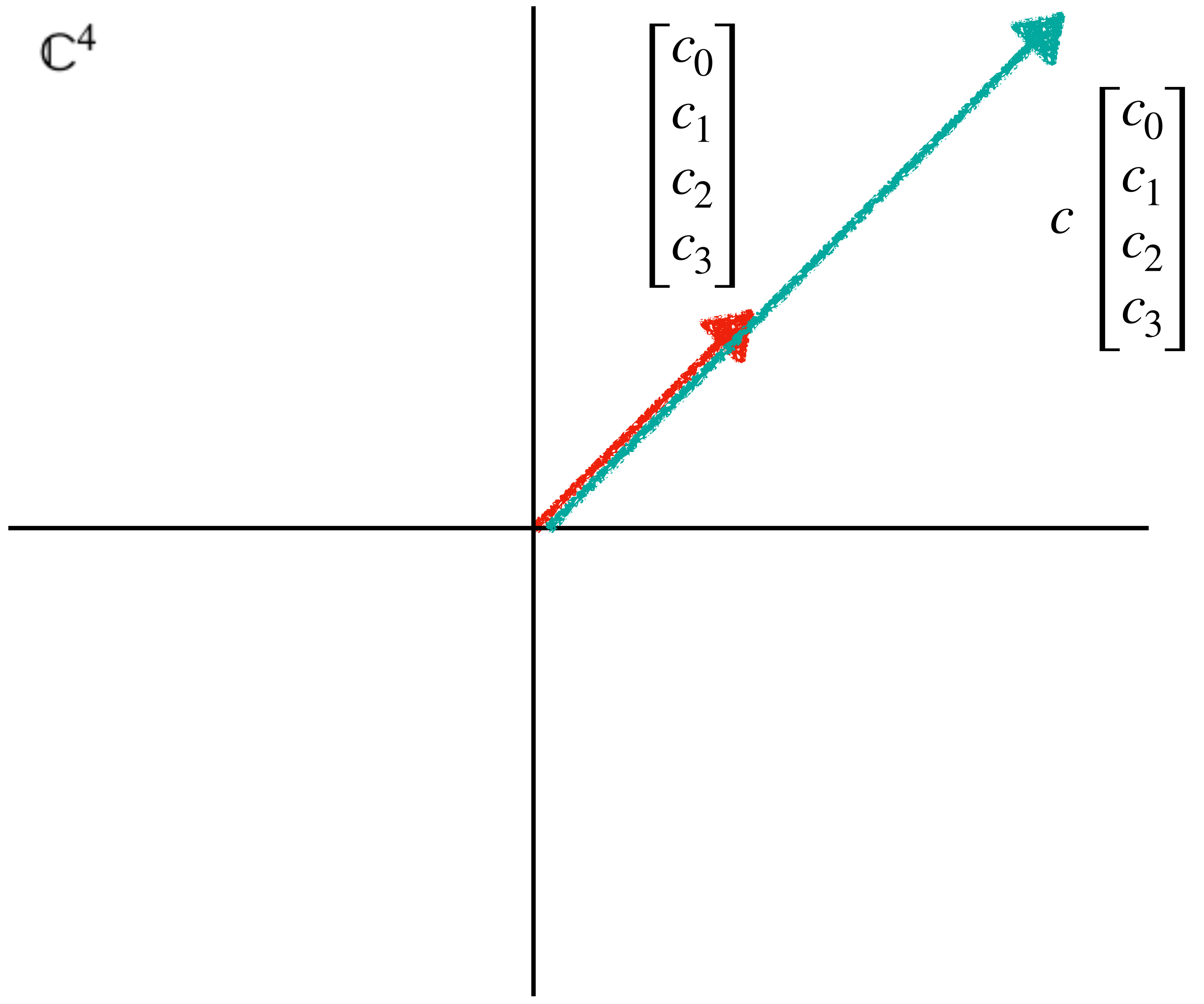


Mult. por escalar (*4)

2 Qubits

- $$|00\rangle = |0\rangle \otimes |0\rangle = \begin{array}{c c} 00 & \\ 01 & \\ 10 & \\ 11 & \end{array}\!\!\begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} = [1,0,0,0]^T$$
- $$|01\rangle = |0\rangle \otimes |1\rangle = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} = [0,1,0,0]^T$$
- $|00\rangle, |01\rangle, |10\rangle, |11\rangle \in \mathbb{C}^4$
- $$|\psi\rangle = c_0|00\rangle + c_1|01\rangle + c_2|10\rangle + c_3|11\rangle = \begin{bmatrix} c_0 \\ c_1 \\ c_2 \\ c_3 \end{bmatrix} = [c_0, c_1, c_2, c_3]^T$$
- $|\psi\rangle \in \mathbb{C}^4$
- $c_n \in \mathbb{C}$

Ojo es solo una representación para facilitar entender. El espacio vectorial de $\mathbb{C}^4$ es más grande y complejo.



n Qubits

$$|10010101\rangle = |1\rangle \otimes |0\rangle \otimes |0\rangle \otimes |1\rangle \otimes |0\rangle \otimes |1\rangle \otimes |0\rangle \otimes |1\rangle = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ 1 \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} = [0,0,0,...,1,...,0,0]^T \in \mathbb{C}^{256}$$

n Qubits

$$|10010101\rangle = |1\rangle \otimes |0\rangle \otimes |0\rangle \otimes |1\rangle \otimes |0\rangle \otimes |1\rangle \otimes |0\rangle \otimes |1\rangle = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ \vdots \\ 1 \\ \vdots \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} = \left[0,0,0,\ldots,1,\ldots,0,0\right]^T \in \mathbb{C}^{256}$$

$$|10010101\rangle + |00010101\rangle = \begin{array}{c} 00000000 \\ 00000001 \\ 00000010 \\ \vdots \\ 00010101 \\ \vdots \\ 10010101 \\ \vdots \\ 11111110 \\ 11111111 \end{array} \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ \vdots \\ 1 \\ \vdots \\ 1 \\ \vdots \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} = \left[0,0,0,\ldots,1,\ldots,1,\ldots,0,0\right]^T \in \mathbb{C}^{256}$$

Compuertas clásicas

Compuerta Not

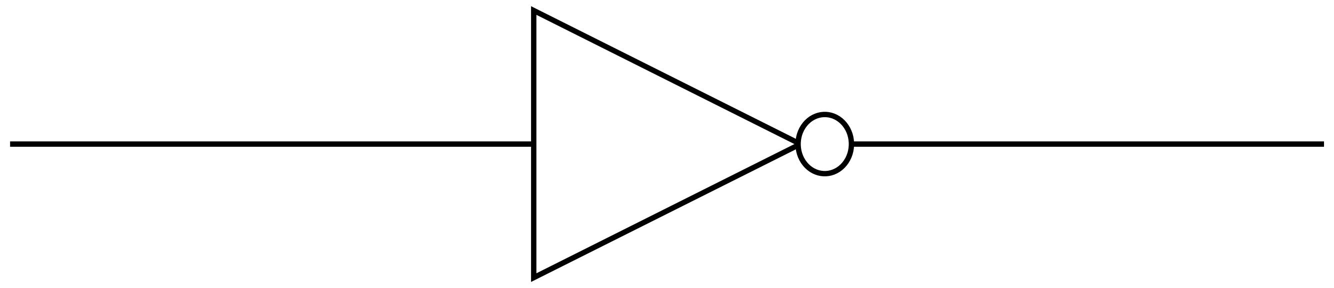


Tabla de Verdad

Entrada	Salida
0	1
1	0

Construir la representación de matriz

	0	**1**
0		
1		

Compuerta Not

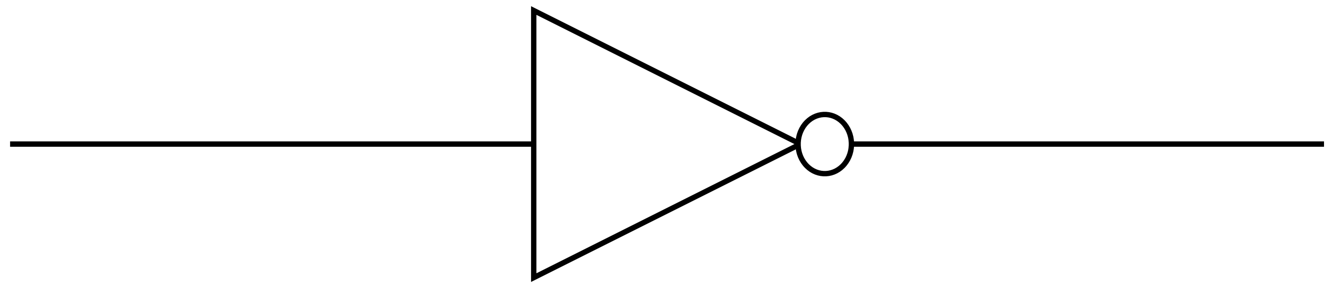


Tabla de Verdad

Entrada	Salida
0	1
1	0

Construir la representación de matriz

	0	**1**
0	0	1
1	1	0

La matriz

$$\begin{bmatrix}0 & 1\\1 & 0\end{bmatrix}$$

¿Funciona la compuerta not?

$$\begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix}$$

Compuerta And

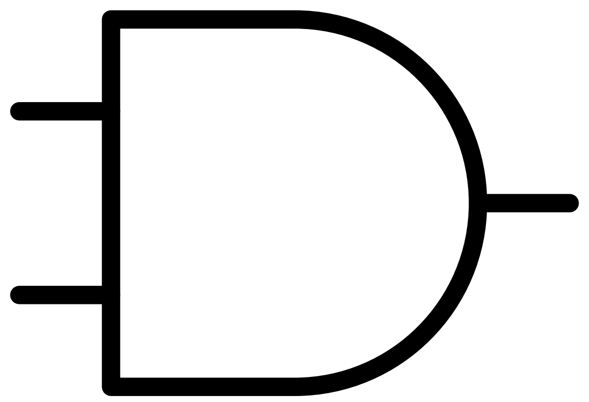


Tabla de Verdad

Entrada	Salida
00	0
01	0
10	0
11	1

Construir la representación de matriz

	00	**01**	**10**	**11**
0				
1				

Compuerta And

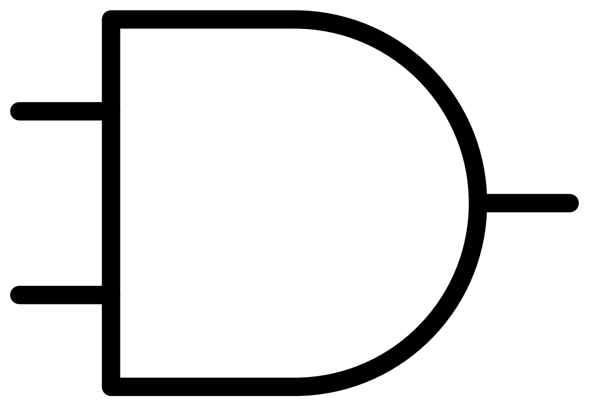


Tabla de Verdad

Entrada	Salida
00	0
01	0
10	0
11	1

Construir la representación de matriz

	00	**01**	**10**	**11**
0	1	1	1	0
1	0	0	0	1

La matriz

$$\begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

¿Funciona la compuerta AND?

$$1 \textbf{ and } 0 = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix}$$

¿Funciona la compuerta AND?

$$1 \textbf{ and } 1 = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}$$

Compuerta Or

Tabla de Verdad

Entrada	Salida
00	0
01	1
10	1
11	1

Construir la representación de matriz

	00	**01**	**10**	**11**
0				
1				

Compuerta Or

Tabla de Verdad

Entrada	Salida
00	0
01	1
10	1
11	1

Construir la representación de matriz

	00	**01**	**10**	**11**
0	1	0	0	0
1	0	1	1	1

La matriz

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}$$

¿Funciona la compuerta Or?

$$1 \textbf{ or } 0 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}$$

Compuerta Nand

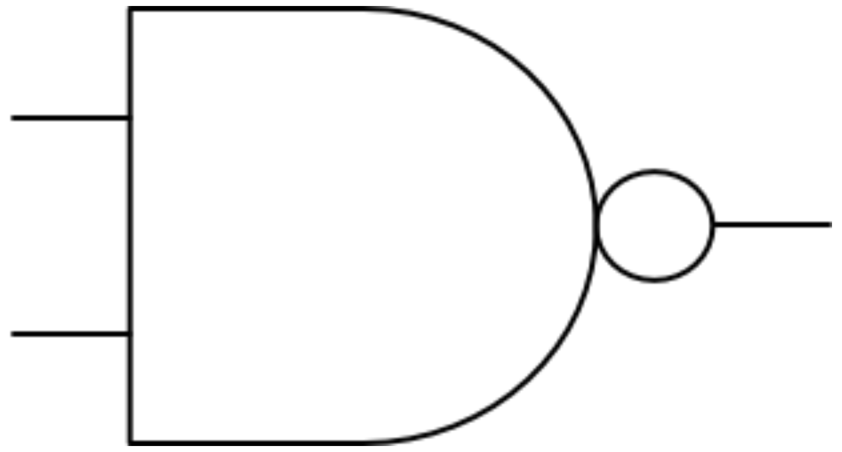


Tabla de Verdad

Entrada	Salida
00	1
01	1
10	1
11	0

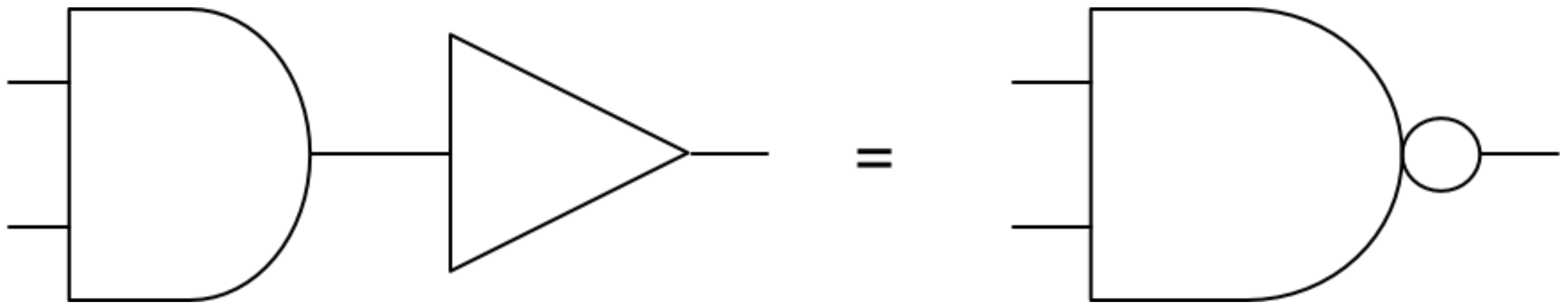
Construir la representación de matriz

	00	**01**	**10**	**11**
0	0	0	0	1
1	1	1	1	0

La matriz

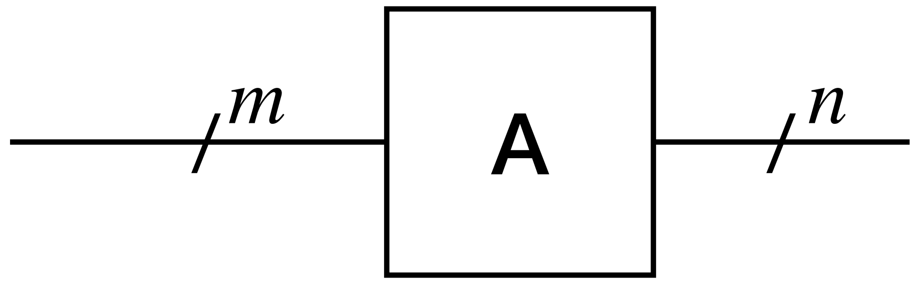
$$\begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

Otra forma de encontrar And

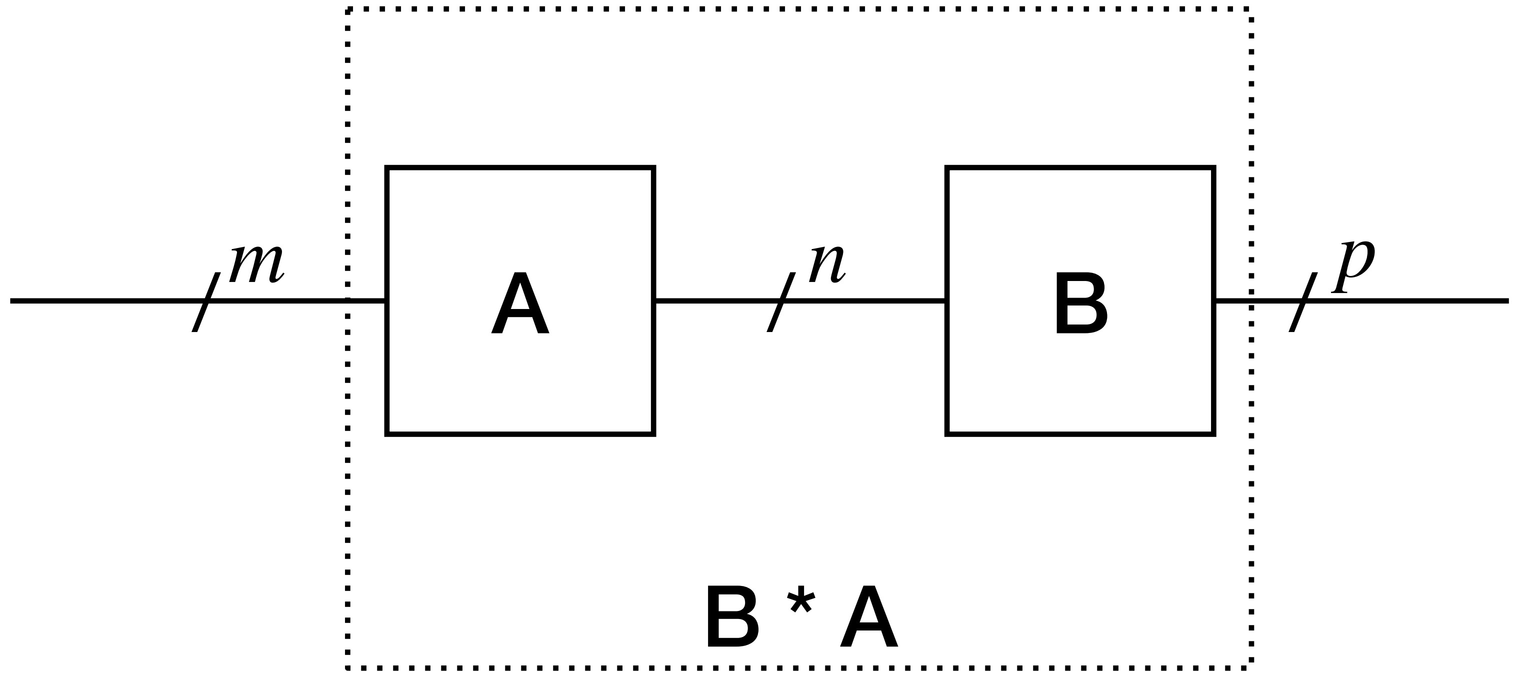


$$\begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} * \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

Operaciones en secuencia y Tamaño de las matrices



El tamaño de **A** es de 2^n **filas** por 2^m **columnas**

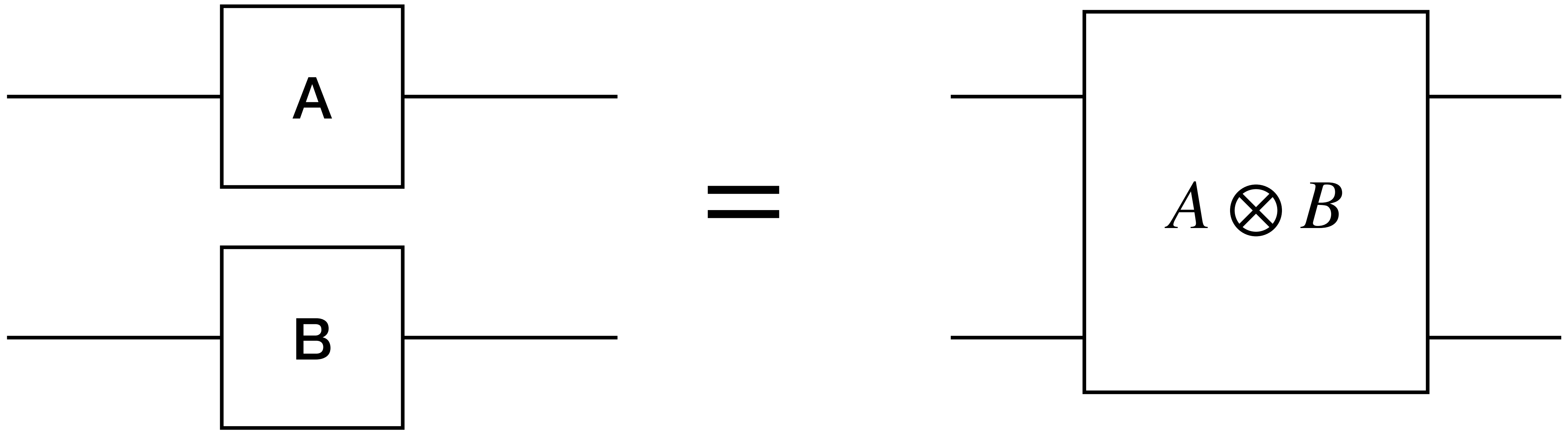


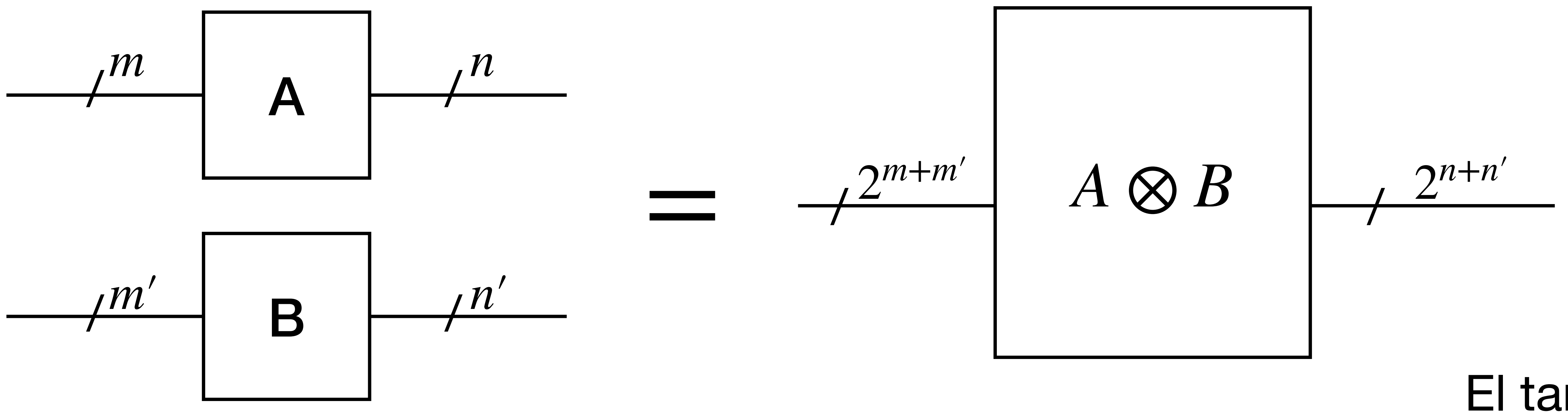
El tamaño de **A** es de 2^n **filas** por 2^m **columnas**

El tamaño de **B** es de 2^p **filas** por 2^n **columnas**

El tamaño de **B * A** es de 2^p **filas** por 2^m **columnas**

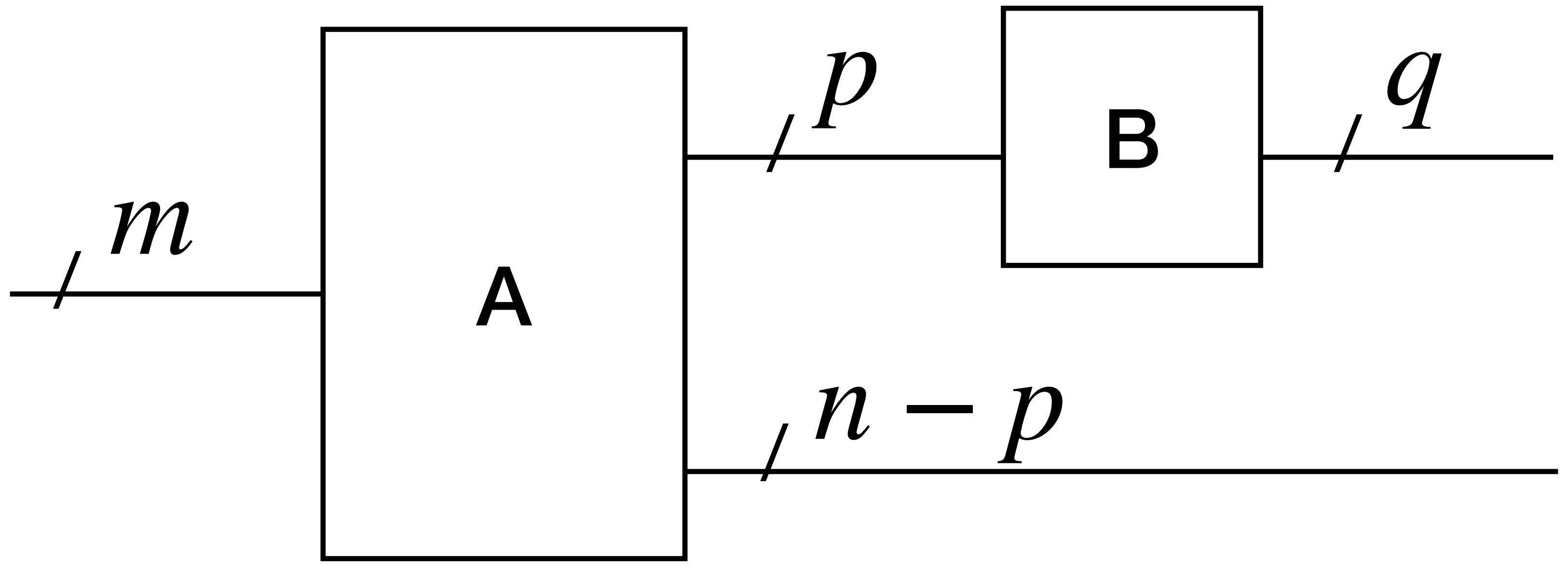
Operaciones en paralelo



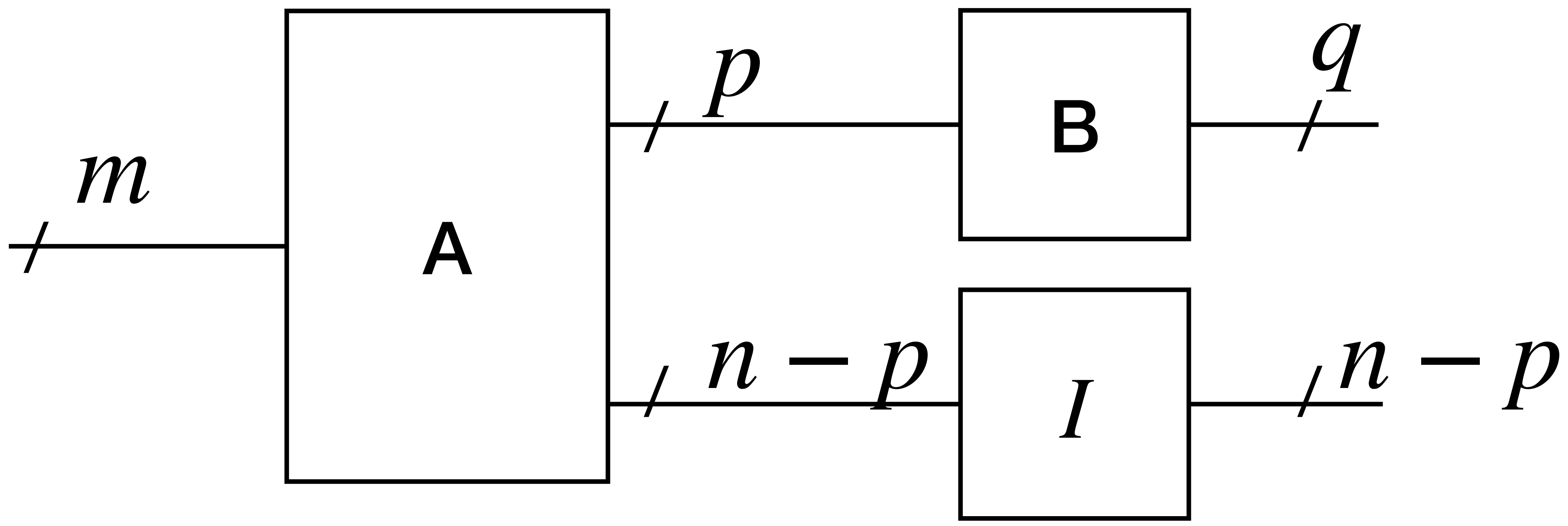


El tamaño de $A \otimes B$ es de $2^{n+n'}$ **filas** por $2^{m+m'}$ **columnas**

La identidad en las composiciones



$=$



$$= (B \otimes I_{n-p}) * A$$

Fin.