Ax1): $((\phi \equiv (\psi \equiv \tau)) \equiv ((\phi \equiv \psi) \equiv \tau))$

Ax2): $((\phi \equiv \psi) \equiv (\psi \equiv \phi))$

Ax3): $((\phi \equiv \mathit{true}) \equiv \phi)$

Ax4): $((\phi \vee (\psi \vee \tau)) \equiv ((\phi \vee \psi) \vee \tau))$

Ax5): $((\phi \vee \psi) \equiv (\psi \vee \phi))$

Ax6): $((\phi \vee \mathit{false}) \equiv \phi)$

Ax7): $((\phi \vee \phi) \equiv \phi)$

Ax8): $((\phi \vee (\psi \equiv \tau)) \equiv ((\phi \vee \psi) \equiv (\phi \vee \tau)))$

Ax9): $((\neg \phi) \equiv (\phi \equiv \mathit{false}))$

Ax10): $((\phi \not\equiv \psi) \equiv ((\neg \phi) \equiv \psi))$

Ax11): $((\phi \wedge \psi) \equiv (\phi \equiv (\psi \equiv (\phi \vee \psi))))$

Ax12): $((\phi \rightarrow \psi) \equiv ((\phi \vee \psi) \equiv \psi))$

Ax13): $((\phi \leftarrow \psi) \equiv (\psi \rightarrow \phi))$

eorema 4.6

Para cualquier proposición ϕ:

1. $\vdash_{DS}$ *true*.
2. $\vdash_{DS} ((\phi \equiv \phi) \equiv \mathit{true})$.
3. $\vdash_{DS} (\phi \equiv \phi)$.

eorema 4.15

Para cualesquiera proposiciones ϕ y ψ de DS:

1. $\vdash_{DS} (\mathit{false} \equiv (\neg \mathit{true}))$
2. $\vdash_{DS} ((\neg \mathit{false}) \equiv \mathit{true})$
3. $\vdash_{DS} (\neg \mathit{false})$
4. $\vdash_{DS} ((\neg(\phi \equiv \psi)) \equiv ((\neg \phi) \equiv \psi))$
5. $\vdash_{DS} (((\neg \phi) \equiv \psi) \equiv (\phi \equiv (\neg \psi)))$
6. $\vdash_{DS} ((\neg(\neg \phi)) \equiv \phi)$
7. $\vdash_{DS} ((\phi \equiv (\neg \phi)) \equiv \mathit{false})$

eorema 4.16

Para cualesquiera proposiciones ϕ, ψ y τ de DS:

1. $\vdash_{DS} ((\phi \not\equiv (\psi \not\equiv \tau)) \equiv ((\phi \not\equiv \psi) \not\equiv \tau))$
2. $\vdash_{DS} ((\phi \not\equiv \psi) \equiv (\psi \not\equiv \phi))$
3. $\vdash_{DS} ((\phi \not\equiv \mathit{false}) \equiv \phi)$
4. $\vdash_{DS} ((\phi \not\equiv \phi) \equiv \mathit{false})$
5. $\vdash_{DS} (((\phi \not\equiv \psi) \not\equiv \psi) \equiv \phi)$

eorema 4,19

Para cualesquiera proposiciones ϕ y ψ de DS:

1. $\vdash_{DS} (\phi \vee (\neg \phi))$
2. $\vdash_{DS} ((\phi \vee \mathit{true}) \equiv \mathit{true})$
3. $\vdash_{DS} (\phi \vee \mathit{true})$
4. $\vdash_{DS} ((\phi \vee \psi) \equiv ((\phi \vee (\neg \psi)) \equiv \phi))$

Para cualesquiera proposiciones ϕ, ψ, τ de DS:

1. $\vdash_{DS} ((\phi \wedge (\psi \wedge \tau)) \equiv ((\phi \wedge \psi) \wedge \tau))$
2. $\vdash_{DS} ((\phi \wedge \psi) \equiv (\psi \wedge \phi))$
3. $\vdash_{DS} ((\phi \wedge \mathit{true}) \equiv \phi)$
4. $\vdash_{DS} ((\phi \wedge \mathit{false}) \equiv \mathit{false})$
5. $\vdash_{DS} ((\phi \wedge \phi) \equiv \phi)$

Teorema 4.25

Para cualesquiera proposiciones ϕ, ψ, τ de DS:

1. $\vdash_{DS} ((\phi \wedge (\neg \phi)) \equiv \mathit{false})$
2. $\vdash_{DS} ((\neg(\phi \wedge \psi)) \equiv ((\neg \phi) \vee (\neg \psi)))$
3. $\vdash_{DS} ((\neg(\phi \vee \psi)) \equiv ((\neg \phi) \wedge (\neg \psi)))$
4. $\vdash_{DS} ((\phi \wedge (\psi \equiv \tau)) \equiv (((\phi \wedge \psi) \equiv (\phi \wedge \tau)) \equiv \phi))$
5. $\vdash_{DS} ((\phi \wedge (\psi \not\equiv \tau)) \equiv ((\phi \wedge \psi) \not\equiv (\phi \wedge \tau)))$
6. $\vdash_{DS} ((\phi \wedge (\psi \vee \tau)) \equiv ((\phi \wedge \psi) \vee (\phi \wedge \tau)))$
7. $\vdash_{DS} ((\phi \vee (\psi \wedge \tau)) \equiv ((\phi \vee \psi) \wedge (\phi \vee \tau)))$

Teorema 4.28

Para cualesquiera proposiciones ϕ y ψ de DS:

1. $\vdash_{DS} ((\phi \rightarrow \psi) \equiv ((\neg \phi) \vee \psi))$.
2. $\vdash_{DS} ((\phi \rightarrow \psi) \equiv ((\phi \wedge \psi) \equiv \phi))$.

Teorema 4.29

Para cualquier proposición ϕ de DS:

1. $\vdash_{DS} (\phi \rightarrow \mathit{true})$
2. $\vdash_{DS} (\mathit{false} \rightarrow \phi)$
3. $\vdash_{DS} ((\mathit{true} \rightarrow \phi) \equiv \phi)$
4. $\vdash_{DS} ((\phi \rightarrow \mathit{false}) \equiv (\neg \phi))$

Teorema 4.30

Para cualesquiera proposiciones ϕ, ψ, τ de DS:

1. $\vdash_{DS} ((\phi \rightarrow (\psi \equiv \tau)) \equiv ((\phi \rightarrow \psi) \equiv (\phi \rightarrow \tau)))$
2. $\vdash_{DS} ((\phi \rightarrow (\psi \vee \tau)) \equiv ((\phi \rightarrow \psi) \vee (\phi \rightarrow \tau)))$
3. $\vdash_{DS} ((\phi \rightarrow (\psi \wedge \tau)) \equiv ((\phi \rightarrow \psi) \wedge (\phi \rightarrow \tau)))$
4. $\vdash_{DS} ((\phi \rightarrow (\psi \rightarrow \tau)) \equiv ((\phi \rightarrow \psi) \rightarrow (\phi \rightarrow \tau)))$
5. $\vdash_{DS} ((\phi \rightarrow (\psi \leftarrow \tau)) \equiv ((\phi \rightarrow \psi) \leftarrow (\phi \rightarrow \tau)))$

Teorema 4.31

Para cualesquiera proposiciones ϕ, ψ, τ de DS:

1. $\vdash_{DS} (((\neg \phi) \rightarrow (\neg \psi)) \equiv (\psi \rightarrow \phi))$
2. $\vdash_{DS} ((\neg(\phi \rightarrow \psi)) \equiv (\phi \wedge (\neg \psi)))$
3. $\vdash_{DS} ((\phi \equiv \psi) \equiv ((\phi \rightarrow \psi) \wedge (\psi \rightarrow \phi)))$
4. $\vdash_{DS} ((\phi \equiv \psi) \rightarrow (\phi \rightarrow \psi))$
5. $\vdash_{DS} ((\phi \rightarrow (\psi \rightarrow \tau)) \equiv ((\phi \wedge \psi) \rightarrow \tau))$
6. $\vdash_{DS} (\phi \vee (\phi \rightarrow \psi))$
7. $\vdash_{DS} ((\phi \vee (\psi \rightarrow \phi)) \equiv (\psi \rightarrow \phi))$
8. $\vdash_{DS} ((\phi \wedge (\phi \rightarrow \psi)) \equiv (\phi \wedge \psi))$
9. $\vdash_{DS} ((\phi \wedge (\psi \rightarrow \phi)) \equiv \phi)$

Teorema 4.33

Para cualesquiera proposiciones ϕ, ψ, τ de DS

1. $\vdash_{DS} (\phi \rightarrow \phi)$
2. $\vdash_{DS} (((\phi \rightarrow \psi) \wedge (\psi \rightarrow \tau)) \rightarrow (\phi \rightarrow \tau))$
3. $\vdash_{DS} (((\phi \rightarrow \psi) \wedge (\psi \rightarrow \phi)) \rightarrow (\phi \equiv \psi))$

$((P \rightarrow H) \wedge (G \rightarrow T)) \rightarrow (P \wedge G \rightarrow H \wedge T)$

Teorema 4.35

Para cualesquiera proposiciones ϕ y ψ de DS:

1. $\vdash_{DS} (\phi \rightarrow (\phi \vee \psi))$
2. $\vdash_{DS} ((\phi \wedge \psi) \rightarrow \phi)$
3. $\vdash_{DS} ((\phi \wedge \psi) \rightarrow (\phi \vee \psi))$
4. $\vdash_{DS} (((\phi \vee \psi) \rightarrow (\phi \wedge \psi)) \equiv (\phi \equiv \psi))$
5. $\vdash_{DS} (((\phi \vee \psi) \rightarrow \tau) \equiv ((\phi \rightarrow \tau) \wedge (\psi \rightarrow \tau)$

Teorema 4.36

Para cualesquiera proposiciones ϕ, ψ, τ de DS:

1. $\vdash_{DS} (((\phi \equiv \psi) \wedge (\psi \equiv \tau)) \rightarrow (\phi \equiv \tau))$
2. $\vdash_{DS} (((\phi \equiv \psi) \wedge (\psi \rightarrow \tau)) \rightarrow (\phi \rightarrow \tau))$
3. $\vdash_{DS} (((\phi \rightarrow \psi) \wedge (\psi \equiv \tau)) \rightarrow (\phi \rightarrow \tau))$

Powered by CamScanner

TEOREOMAS DE + y *

1. Monotonia multiplicativa

$$a=b \rightarrow a*c=b*c$$

2. Anulador de *

$$a*0=0$$

3. Identidad única +

$$a+c=a \equiv c=0$$

4. Identidad única *

$$a\neq 0 \rightarrow (a*c=a \equiv c=1)$$

5. Inverso aditivo único

$$a+b=0 \wedge a+c=0 \rightarrow b=c$$

AXIOMA DE SUSTRACCIÓN

1. Axioma de sustracción

$$a-b=a+(-b)$$

TEOREMAS DE DESPEJE, INVERSO ADITIVO Y CANCELACIÓN

1. $a+c=b+c \equiv a+b$
2. $a+b=0 \equiv a=-b$
3. $a=b \equiv -a=-b$
4. $-(-a)=a$
5. $-0=0$
6. $-(a+b)=(-a)+(-b)$
7. $-a=(-1)*a$
8. $a*(-b)=(-a)*b=-(a*b)$
9. $(-a)*(-b)=a*b$
10. $a-0=a$

Powered by CamScanner

▸ AXIOMAS DE DOMINIOS DE INTEGRIDAD

① Asociatividad de +

$$a+(b+c)=(a+b)+c$$

② Asociatividad de *

$$a*(b*c)=(a*b)*c$$

③ Simetria de +

$$a+b=b+a$$

④ Simetria de *

$$a*b=b*a$$

⑤ Identidad aditiva

$$a+0=a$$

⑥ Identidad multiplicativa

$$a*1=a$$

⑦ Distribución * sobre +

$$a*(b+c)=a*b+a*c$$

⑧ Inverso aditivo

$$a+(-a)=0$$

⑨ Cancelación multiplicativa

$$c\neq 0 \rightarrow (a*c=b*c \rightarrow a=b)$$

Powered by CamScanner

TEOREMAS DE AGRUPAMIENTO Y DISTRIBUCIÓN

1. $(a-b)+(c-d)=(a+c)-(b+d)$
2. $(a-b)-(c-d)=(a+d)-(b+c)$
3. $(a-b)*(c-d)=(a*c+b*d)-(a*d+b*c)$
4. $a-b=c-d \equiv a+d=b+c$

AXIOMAS DE DOMINIOS ORDENADOS

1. Irreflexividad

$$\neg(a<a)$$

2. Transitividad de <

$$a<b \wedge b<c \rightarrow a<c$$

3. Totalidad

$$a \neq b \rightarrow a<b \vee b<a$$

4. Monotonía bajo +

$$a<b \rightarrow a+c<b+c$$

5. Semimonotonía bajo *

$$a<b \wedge 0<c \rightarrow a*c<b*c$$

PROPIEDADES DE LAS RELACIONES DE ORDEN EN UN DOMINIO

1. Doble monotonia bajo +

$$a<b \wedge c<d \rightarrow a+c<b+d$$

2. Transitividad de < y ≤

$$a\leq b \wedge b<c \rightarrow a<c$$

3. Transitividad de < y ≤

$$a<b \wedge b\leq c \rightarrow a<c$$

4. Transitividad ≤

$$a\leq b \wedge b\leq c \rightarrow a\leq c$$

5. Semicancelación multiplicativa sobre <

$$0<c \rightarrow (a*c<b*c \rightarrow a<b)$$

Powered by CamScanner

⑥ Monotonía multiplicativa sobre $\leq$

$$0 \leq c \wedge a \leq b \rightarrow a * c \leq b * c$$

⑦ Tricotomía de $<$

$$(a < b \equiv a = b \equiv a > b) \wedge \neg(a < b \wedge a = b \wedge a > b)$$

⑧ Cancelación aditivo sobre $<$

$$a + c < b + c \rightarrow a < b$$

⑨ Antisimetría de $\leq$

$$a \leq b \wedge b \leq a \equiv a = b$$

⑩ Reflexividad de $\leq$

$$a \leq a$$

⑪ Desigualdad indirecta

$$a \leq b \equiv (\forall z \mid z \leq a \rightarrow z \leq b)$$

⑫ Desigualdad indirecta

$$a \leq b \equiv (\forall z \mid b \leq z \rightarrow a \leq z)$$

⑬ Igualdad indirecta

$$a = b \equiv (\forall z \mid z \leq a \equiv z \leq b)$$

⑭ Igualdad indirecta

$$a = b \equiv (\forall z \mid b \leq z \equiv a \leq z)$$

Powered by CamScanner

▸ AXIOMAS DE ↓ Y ↑

① $(\forall z \mid z \leq a \downarrow b \equiv z \leq a \wedge z \leq b)$

② $(\forall z \mid a \uparrow b \leq z \equiv a \leq z \wedge b \leq z)$ ó $(\forall z \mid z \geq a \uparrow b \equiv z \geq a \wedge z \geq b)$

▸ PROPIEDADES BÁSICAS DE ↓ Y ↑

① Simetría de ↓

$$a \downarrow b = b \downarrow a$$

② Simetría de ↑

$$a \uparrow b = b \uparrow a$$

③ Asociatividad de ↓

$$a \downarrow (b \downarrow c) = (a \downarrow b) \downarrow c$$

④ Asociatividad de ↑

$$a \uparrow (b \uparrow c) = (a \uparrow b) \uparrow c$$

⑤ Idempotencia de ↓

$$a \downarrow a = a$$

⑥ Idempotencia de ↑

$$a \uparrow a = a$$

⑦ Proyección de ↓

$$a \leq b \equiv a \downarrow b = a$$

⑧ Proyección de ↑

$$a \leq b \equiv a \uparrow b = b$$

⑨ Cota inferior

$$a \downarrow b \leq a \wedge a \downarrow b \leq b$$

⑩ Cota superior

$$a \uparrow b \geq a \wedge a \uparrow b \geq b$$

⑪ Absorción de ↓

$$a \downarrow (a \uparrow b) = a$$

⑫ Absorción de ↑

$$a \uparrow (a \downarrow b) = a$$

⑬ Alternatividad de ↓

$$a \downarrow b = a \vee a \downarrow b = b$$

⑭ Alternatividad de ↑

$$a \uparrow b = a \vee a \uparrow b = b$$

Powered by CamScanner

⑮ Contraposición de $\downarrow$

$$a \downarrow b \leq c \equiv a \leq c \vee b \leq c$$

⑯ Contraposición de $\uparrow$

$$a \uparrow b \geq c \equiv a \geq c \vee b \geq c$$

⑰ Caracterización de $\uparrow$

$$a \uparrow b = c \equiv a \leq c \wedge b \leq c \wedge (\forall z \mid a \leq z \wedge b \leq z \rightarrow c \leq z)$$

⑱ Caracterización de $\downarrow$

$$a \downarrow b = c \equiv c \leq a \wedge c \leq b \wedge (\forall z \mid z \leq a \wedge z \leq b \rightarrow z \leq c)$$

▸ PROPIEDADES ADICIONALES DE $\downarrow$ Y $\uparrow$

① $\uparrow$ domina $\downarrow$

$$a \downarrow b \leq a \uparrow b$$

② Monotonía de $\downarrow$

$$a \leq b \rightarrow a \downarrow c \leq b \downarrow c$$

③ Monotonía de $\uparrow$

$$a \leq b \longrightarrow a \uparrow c \leq b \uparrow c$$

④ Ley de signos sobre $\downarrow$

$$-(a \downarrow b) = -a \downarrow -b$$

⑤ Ley de signos sobre $\uparrow$

$$-(a \uparrow b) = -a \uparrow -b$$

⑥ Distribución $\uparrow$ sobre $\downarrow$

$$a \uparrow (b \downarrow c) = (a \uparrow b) \downarrow (a \uparrow c)$$

⑦ Distribución $\downarrow$ sobre $\uparrow$

$$a \downarrow (b \uparrow c) = (a \downarrow b) \uparrow (a \downarrow c)$$

Powered by CamScanner

- **AXIOMAS DE PISO Y TECHO**

① $(\forall z \mid z \leq \lfloor x \rfloor \equiv z \leq x)$

② $(\forall z \mid z \geq \lceil x \rceil \equiv z \geq x)$

- **PROPIEDADES DE PISO Y TECHO**

① $\lfloor x \rfloor \leq x < \lfloor x \rfloor + 1$

② $\lceil x \rceil - 1 < x \leq \lceil x \rceil$

③ $\lfloor K \rfloor = K = \lceil K \rceil$

④ $-\lfloor -x \rfloor = \lceil x \rceil$

⑤ $\lfloor x + n \rfloor = \lfloor x \rfloor + n$

K = Entero
n = Natural

- **DEFINICIÓN VALOR ABSOLUTO**

$$|a| = a \uparrow -a$$

- **TEOREMAS DEL VALOR ABSOLUTO**

① Invarancia bajo -

$$|a| = |-a|$$

② Desigualdad triangular

$$|a+b| \leq |a| + |b|$$

③ Idempotencia

$$||a|| = |a|$$

④ Valor absoluto de un producto

$$|a+b| = |a| + |b|$$

⑤ $|a| \leq b \equiv -b \leq a \leq b$

⑥ $a \geq 0 \equiv |a| = a$

⑦ $a \leq 0 \equiv |a| = -a$

Powered by CamScanner

- DEFINICION DIVISIBILIDAD

$$a \mid b \equiv (\exists x \mid ax = b)$$

- TEOREMAS DIVISIBILIDAD

1. Reflexividad

$$a \mid a$$

2. Transitividad

$$a \mid b \wedge b \mid c \rightarrow a \mid c$$

3. Antisimetria sobre N

$$a \mid b \wedge b \mid a \rightarrow a = b \vee a = -b$$

4. Múltiplo de múltiplos

$$a \mid b \rightarrow a \mid bc$$

5. $a \mid 0$
6. $1 \mid a$
7. $0 \mid a \rightarrow a = 0$
8. $a \mid 1 \rightarrow a = 1 \vee a = -1$
9. $a > 1 \wedge a \mid b \rightarrow \neg(a \mid b + 1)$
10. Monotonía simple del producto

$$a \mid b \rightarrow a * c \mid b * c$$

11. Monotonia doble del producto

$$a \mid b \wedge c \mid d \rightarrow a * c \mid b * d$$

12. Ley de signos

$$a \mid b = a \mid -b = -a \mid b$$

13. Invariancia bajo el valor absoluto

$$(a \mid |b| \equiv a \mid b) \wedge (|a| \mid b \equiv a \mid b)$$

14. Suma de múltiplos

$$a \mid b \wedge a \mid c \rightarrow a \mid b + c$$

Teorema combinación lineal

$$a \mid b \wedge a \mid c \rightarrow a \mid bw + cz$$

15. Divisibilidad indirecta

$$a \mid b \equiv (\forall z \mid z \mid a \rightarrow z \mid b)$$

Powered by CamScanner

16 Divisibilidad indirecta ⑤

$$a|b \equiv (\forall z \mid a|z \leftarrow b|z)$$

17 Divisores comunes

$$a = b \equiv (\forall z \mid z|a \equiv z|b)$$

18 Multiplos comunes

$$a = b \equiv (\forall z \mid a|z \equiv b|z)$$

- AXIOMA DEL MÁXIMO COMÚN DIVISOR

$$(\forall z \mid z|m \Downarrow n \equiv z|m \wedge z|n)$$

- AXIOMA DEL MINIMO COMÚN

$$(\forall z \mid m \Uparrow n|z \equiv m|z \wedge n|z)$$

- PROPIEDADES DE $\Uparrow$ Y $\Downarrow$

① Simetria

$$a \Downarrow b = b \Downarrow a$$
$$a \Uparrow b = b \Uparrow a$$

② Asociatividad

$$a \Downarrow (b \Downarrow c) = (a \Downarrow b) \Downarrow c$$
$$a \Uparrow (b \Uparrow c) = (a \Uparrow b) \Uparrow c$$

③

$$a \Downarrow (b \Uparrow a) = |a|$$
$$a \Uparrow (b \Downarrow a) = |a|$$

④ Cotas inferiores y superiores

$$a \Downarrow b|a \wedge a \Downarrow b|b$$
$$a|b \Uparrow a \wedge b|b \Uparrow a$$

⑤ Idempotencia sobre IN

$$a \Downarrow a = |a|$$
$$a \Uparrow a = |a|$$

Powered by CamScanner

⑥ Proyección sobre ℕ

$$a|b \equiv a \Downarrow b = |a|$$
$$a|b \equiv a \Uparrow b = |b|$$

> Teorema cero
>
> $$ak = b \rightarrow a|b$$

⑦ Anulador

$$1 \Downarrow a = 1$$
$$0 \Uparrow a = 0$$

⑧ Identidad sobre ℕ

$$0 \Downarrow a = |a|$$
$$1 \Uparrow a = |a|$$

⑨ Lema de Bézout

$$(\exists x, y \mid a \Downarrow b = ax + by)$$

⑩ Monotonía sobre |

$$a|b \rightarrow a \Downarrow c \mid b \Downarrow c$$
$$a|b \rightarrow a \Uparrow c \mid b \Uparrow c$$

⑪ Distributividad de *

$$c \geq 0 \rightarrow c(a \Downarrow b) = ca \Downarrow cb$$
$$c \geq 0 \rightarrow c(a \Uparrow b) = ca \Uparrow cb$$

⑫ Ley de signos

$$a \Downarrow -a = |a|$$
$$a \Uparrow -a = |a|$$

⑬ Invariancia bajo valor absoluto

$$a \Downarrow b = |a| \Downarrow |b|$$
$$a \Uparrow b = |a| \Uparrow |b|$$

⑭ Invariancia bajo suma

$$a \Downarrow b = a \Downarrow (b-a) = a \Downarrow (b+a)$$

⑮ Factorización

$$(a \Downarrow b) * (a \Uparrow b) = |a * b|$$

⑯ Distribución mutua

$$c \Downarrow (a \Uparrow b) = (c \Downarrow a) \Uparrow (c \Downarrow b)$$
$$c \Uparrow (a \Downarrow b) = (c \Uparrow a) \Downarrow (c \Uparrow b)$$

⑰ Definición escalar

$$a \Downarrow b = (\uparrow k \mid k|a \wedge k|b : k)$$
$$a \Uparrow b = (\downarrow k \mid k \geq 0 \wedge a|k \wedge b|k : k)$$

Powered by CamScanner

Alexandra Cortés Tovar

MATAD: Aritmética Multiplicativa **Julio 5-2023**

Profesor Raul Chaparro Aguilar

1. **Demostrar o encontrar un contra-Ejemplo: Se pueden usar los teoremas del libro.**

- **l)** $a|b \wedge a|c \to a\text{-}b|a\text{-}c$ a = 5 b = 15 c = 30
- **m)** $a.|bc \wedge a\Downarrow b=1 \to a.|c$
- **n)** $a.|b^2 \to a.|b$
- **o)** $b.\Downarrow(a+1) = a$
- **p)** $(a\Downarrow b)^*(a\Downarrow b) \equiv a^2\Downarrow b^2$
- **q)** $a\Downarrow b = a\Uparrow b \equiv a=b$
- **r)** $a+1|5b \to a|5b-1$ Falso
- **s)** $c.|(a-b) \wedge c.|a \to c.|b$ Verdadera
- **t)** $c.|ab \wedge a\perp b \to c.|b$
- **u)** $ka\Downarrow kb = k(a\Downarrow b)$ Si
- **v)** $a^2.|b^3 \to a.|b$ Falso $8^2|4^3$

a y b se llaman coprimos o también primos relativos si $a\Downarrow b = 1$, se denota $a\perp b$

$a\perp b = a\Downarrow b = 1$

✓ Ej: $3\perp 8 \equiv$ True

$4\perp 6 \equiv$ False

Def $\perp$

2. Sebastián tiene cubos rojos de 65 cm de arista, cubos verdes de 35cm de arista y cubos amarillos de 70cm. Apilando los cubos en tres columnas, una de cubos verdes y otra de cubos rojos, y otra de cubos amarillos. Se quiere conseguir que las tres columnas sean de igual altura.

¿Cuántos cubos, como mínimo, necesita de cada color?

¿Qué medidas deberían tener los cubos para que la altura minima sea 780 cm , en la cual coinciden las tres torres

3. Demostrar ó Refutar. Para ***b*** entero no negativo

$(5b+1)\Downarrow(7b+4)=1$

4. Sofía tiene un reloj que da una señal cada 60 minutos, otro reloj que da una señal cada 250 minutos y un tercero que da una señal cada 720 minutos. A las 9 de la mañana los tres relojes han coincidido en dar la señal.

a) ¿Cuántas horas, como mínimo, han de pasar para que vuelvan a coincidir?

b) ¿A qué hora volverán a dar la señal otra vez juntos?

Teorema de invarianza

$a\Downarrow b = a\Downarrow b+ka$

✓ Ej:

$9\Downarrow 4 = 9\Downarrow 4+(9)(8)$

$9\Downarrow 4 = 9\Downarrow 76$

$1 = 1$

Al respaldo

Demostraciones

- (a) $a|b \wedge b|c \to a|c$
- (b) $a|b \wedge a|c \to a|b+c$
- (c) $a|b \wedge ac \to a|bx+cy$
- (d) Teorema de invarianza

Powered by CamScanner

$a|b \wedge b|c$

$\equiv \langle a|b \equiv (\forall z|: z|a \rightarrow z|b) \rangle$

$(\forall z|: z|a \rightarrow z|b) \wedge (\forall z|: z|b \rightarrow z|c)$

$\equiv \langle$ Distrib. $\forall$; $\wedge \rangle$

$(\forall z|: (z|a \rightarrow z|b) \wedge (z|b \rightarrow z|c))$

$\rightarrow \langle ((p \rightarrow y) \wedge (y \rightarrow z)) \rightarrow (p \rightarrow z) \rangle$

$(\forall z|: z|a \rightarrow z|c)$

$\equiv \langle a|b \equiv (\forall z|z|a \rightarrow z|b) \rangle$

$a|c$

ⓐ $a|b \wedge b|c \rightarrow a|c$

$a|b \wedge b|c$

$\equiv \langle$ Def $a|b \rangle$

$(\exists x|: ax = b) \wedge b|c$

$\equiv \langle (\exists x|: P) \wedge Q \equiv (\exists x|: P \wedge Q) \rangle$ Q libre de x

$(\exists x|: ax = b \wedge b|c)$

$\rightarrow \langle$ Leibniz $\rangle$

$(\exists x|: ax|c)$

$\equiv \langle ac|b \rightarrow a|b \rangle$

$(\exists x| a|c)$

$\equiv \langle$ Termin. const. $\rangle$

$a|c$

ⓑ $a|b \wedge a|c \rightarrow a|b+c$

$a|b \wedge a|c$

$\equiv \langle$ Def 1, distrib. $\wedge$ sobre $\exists \rangle$

$(\exists x| ax = b \wedge a|c)$

$\equiv \langle$ Def 1 $\rangle$

$(\exists x| ax = b \wedge (\exists y|: ay = c))$

$\equiv \langle$ Distrib. $\wedge$ sobre $\exists \rangle$

$(\exists x|: (\exists y|: ax = b \wedge ay = c))$

$\rightarrow \langle a = b \wedge m = n \rightarrow a+m = b+n \rangle$

$(\exists x| (\exists y| ax + ay = b+c))$

$\equiv \langle$ Factorización a $\rangle$

$(\exists x|: (\exists y|: a(x+y) = b+c))$

$\rightarrow \langle$ Teorema a $\rangle$

$(\exists x|: (\exists y|: a|b+c))$

$\equiv \langle$ Término const. $\rangle$

$a|b+c.$

$$\boxed{(a = b \wedge m = n) \rightarrow a+m = b+n}$$

$(\exists x|: P) \vee Q = (\exists x| P \vee Q)$

Q no tiene que ser libre de x

$(\exists x|: P) \wedge Q = (\exists x| P \wedge Q)$

Q tiene que ser libre de x

ⓒ $a|b \wedge a|c \rightarrow a|bw + cz$

$a|b \wedge a|c$

$\rightarrow \langle (a|b \rightarrow a|bw) \wedge (a|c \rightarrow a|cz) \rangle$

$a|bw \wedge a|cz$

$\rightarrow \langle a|b \wedge a|c \rightarrow a|b+c \rangle$

$a|bw+cz$

ⓓ $a||b = a||b+ka$

Parte 2: $z|a||b$

$\equiv \langle$ Def || $\rangle$

$z|a \wedge z|b$

$\rightarrow \langle a|b \wedge a|c \rightarrow a|bx+cy \rangle$ $x=1;\ y=k$

$z|b+ak$

Parte 1: $z|a||b+ka$

$\equiv \langle$ Def || $\rangle$

$z|a \wedge z|b+ka$

$\rightarrow \langle a|b \wedge a|c \rightarrow a|bx+cy \rangle$ $x=-k;\ y=1$

$z|a \wedge z|-ak+b+ka$

$\equiv \langle$ Aritmética $\rangle$

$z|a \wedge z|b$

$\equiv \langle$ Def || $\rangle$

$z|a||b$

Powered by CamScanner