

Unitariedad perturbativa del modelo de doblete inerte a escalas de energía $\Lambda \leq 10^5$ GeV

Diego Alejandro Ríos Pérez¹

Universidad de antioquia

Facultad de ciencias exactas y naturales

15 de noviembre de 2021



Resumen

Los modelos de partículas de materia oscura sin espín han sido ampliamente estudiados en las últimas décadas. El modelo que se estudia en este proyecto está incluido en dicho conjunto. En ese sentido, se desarrolla un escán con métodos de Monte Carlo sobre el espacio de parámetros del modelo doblete inerte, para dar cuenta de restricciones a asociadas a la unitariedad perturbativa del la matriz de transición del modelo y garantizar dicha condición a escalas de energía $\Lambda \leq 10^5$ GeV. Lo anteior, desarrollando la solución de las ecuaciones del grupo de renormalización.

1. Introducción

El modelo doblete inerte, propone la incorporación de un segundo doblete de Higgs al lagrangiano del modelo estándar (SM), tal que contiene cuatro nuevos estados físicos de los cuales dos pueden ser candidatos a materia oscura. Junto con estan partículas, viene por supuesto un nuevo espacio de parámetros que contiene los diferentes acoplamientos entre ellas y el Higgs del SM.

De lo anterior, el propósito principal de este es desarrollar un escán de Monte Carlo, procurando garantizar restricciones matemáticas sobre el modelo. Dicho escán se desarrolla en la herramienta `python 3.8`, implementando el módulo `multiprocessing` para desarrollar eficientemente los procesos computacionales complejos debidos a la matriz de dispersión (S-Matrix) y las ecuaciones del grupo de renormalización (RGEs).

2. El modelo

Una de las extensiones más simples del Modelo Estandar (SM) consiste en añadir un segundo doblete de Higgs H_2 y una simetría \mathbb{Z}_2 bajo la cual H_2 es impar y todos los demás campos son pares. Esta simetría es imperativa para la existencia de materia oscura (DM) y garantiza estabilidad de la partícula inerte más ligera, además, prevee acoplamientos directos de H_2 con fermiones.

El potencial escalar renormalizable más general asociado al modelo, viene dado por [1]

$$\begin{aligned} \mathcal{V} = & \mu_1^2 |H_1|^2 + \mu_2^2 |H_2|^2 + \lambda_1 |H_1|^4 + \lambda_2 |H_2|^4 + \lambda_3 |H_1|^2 |H_2|^2 + \lambda_4 \left| H_1^\dagger H_2 \right|^2 \\ & + \frac{\lambda_5}{2} \left[\left(H_1^\dagger H_2 \right)^2 + \text{h.c.} \right], \end{aligned} \quad (1)$$

donde H_1 es el doblete de Higgs del SM, μ_i son términos de masa y λ_i son parámetros adimensionales relativos a los acoplamientos.

¹diego.riosp@udea.edu.co

El modelo agrega entonces cuatro nuevos estados: dos cargados H^\pm , y dos neutros H^0 y A^0 , de los cuales cada uno puede ser candidato a materia oscura. En este análisis, se propone el estado H^0 como la partícula inerte más ligera y por tanto, el candidato a materia oscura. Después de la ruptura de la simetría electrodébil, H_2 no adquiere valor de expectación en el vacío.

Las masas de las partículas del modelos, son proporcionales a los acoplamientos, los términos de masa μ_i , por supuesto, y el VEV del Higgs del SM. Por lo anterior, resulta imperativo la restricción de estos parámetros para conocer los umbrales posibles para la masa de materia oscura.

Se debe garantizar la unitariedad perturbativa del modelo, imponiendo sobre la matriz de transición o S-Matrix, la unitariedad de la misma. Esto, garantiza la *conservación de la probabilidad*, y por tanto le da sentido físico al modelo. Para imponer unitariedad perturbativa [2], ha de establecerse que los autovalores a_i de la S-Matrix satisfagan la relación,

$$|\text{Re}(a_i)| \leq \frac{1}{2} \quad (2)$$

La condición de unitariedad perturbativa ha de mantenerse a todas las escalas de energía, lo cual puede lograrse, solucionando las RGEs del modelo e imponiendo dicha condición para todos los valores de los acoplamiento adquiridos a las diferentes escalas. Las RGEs han sido calculadas con **SARAH** 4.14.4 a 1-loop. A continuación se muestran las correspondientes a los acoplamientos adimensionales del modelo:

$$\begin{aligned} \beta_{\lambda_1}^{(1)} = & \frac{\ln(10)}{16\pi^2} (12\lambda_1 (Y_{d,1}^2 + Y_{d,2}^2 + Y_{d,3}^2) - 6 (Y_{d,1}^4 + Y_{d,2}^4 + Y_{d,3}^4) + 4\lambda_1 (Y_{e,1}^2 + Y_{e,2}^2 + Y_{e,3}^2) \\ & - 2 (Y_{e,1}^4 + Y_{e,2}^4 + Y_{e,3}^4) + 12\lambda_1 (Y_{u,1}^2 + Y_{u,2}^2 + Y_{u,3}^2) - 6 (Y_{u,1}^4 + Y_{u,2}^4 + Y_{u,3}^4) - \frac{9}{5}g_1^2\lambda_1 \\ & - 9g_2^2\lambda_1 + \frac{27g_1^4}{200} + \frac{9}{20}g_2^2g_1^2 + \frac{9g_2^4}{8} + 24\lambda_1^2 + 2\lambda_3^2 + \lambda_4^2 + \lambda_5^2 + 2\lambda_3\lambda_4) , \end{aligned} \quad (3)$$

$$\beta_{\lambda_2}^{(1)} = \frac{\ln(10)}{16\pi^2} \left(\frac{9}{20}g_1^2 (g_2^2 - 4\lambda_2) - 9g_2^2\lambda_2 + \frac{27g_1^4}{200} + \frac{9g_2^4}{8} + 24\lambda_2^2 + 2\lambda_3^2 + \lambda_4^2 + \lambda_5^2 + 2\lambda_3\lambda_4 \right) , \quad (4)$$

$$\begin{aligned} \beta_{\lambda_3}^{(1)} = & \frac{\ln(10)}{16\pi^2} (6\lambda_3 (Y_{d,1}^2 + Y_{d,2}^2 + Y_{d,3}^2) + 2\lambda_3 (Y_{e,1}^2 + Y_{e,2}^2 + Y_{e,3}^2) + 6\lambda_3 (Y_{u,1}^2 + Y_{u,2}^2 + Y_{u,3}^2) \\ & - \frac{9}{5}g_1^2\lambda_3 - 9g_2^2\lambda_3 + \frac{27g_1^4}{100} + \frac{9}{10}g_2^2g_1^2 + \frac{9g_2^4}{4} + 4\lambda_3^2 + 2\lambda_4^2 + 10\lambda_5^2 + 12\lambda_1\lambda_3 + 12\lambda_2\lambda_3 \\ & + 4\lambda_1\lambda_4 + 4\lambda_2\lambda_4) , \end{aligned} \quad (5)$$

$$\begin{aligned} \beta_{\lambda_4}^{(1)} = & \frac{\ln(10)}{16\pi^2} (6\lambda_4 (Y_{d,1}^2 + Y_{d,2}^2 + Y_{d,3}^2) + 2\lambda_4 (Y_{e,1}^2 + Y_{e,2}^2 + Y_{e,3}^2) + 6\lambda_4 (Y_{u,1}^2 + Y_{u,2}^2 + Y_{u,3}^2) \\ & - \frac{9}{5}g_1^2\lambda_4 - 9g_2^2\lambda_4 - \frac{9}{5}g_2^2g_1^2 + 4\lambda_4^2 - 8\lambda_5^2 + 4\lambda_1\lambda_4 + 4\lambda_2\lambda_4 + 8\lambda_3\lambda_4) , \end{aligned} \quad (6)$$

$$\begin{aligned} \beta_{\lambda_5}^{(1)} = & \frac{\ln(10)}{16\pi^2} (6\lambda_5 (Y_{d,1}^2 + Y_{d,2}^2 + Y_{d,3}^2) + 2\lambda_5 (Y_{e,1}^2 + Y_{e,2}^2 + Y_{e,3}^2) + 6\lambda_5 (Y_{u,1}^2 + Y_{u,2}^2 + Y_{u,3}^2) \\ & - \frac{9}{5}g_1^2\lambda_5 - 9g_2^2\lambda_5 + 4\lambda_1\lambda_5 + 4\lambda_2\lambda_5 + 8\lambda_3\lambda_5 - 4\lambda_4\lambda_5) , \end{aligned} \quad (7)$$

donde $Y_{u,i}$, $Y_{d,i}$ y $Y_{e,i}$ son acomples de Yukawa y g_i son los acoplamientos gauge.

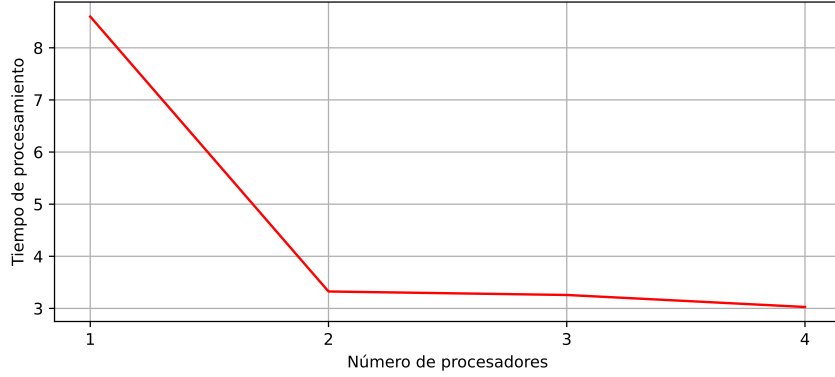


Figura 1: Tiempo de procesamiento por núcleos usando `multiprocess`.

3. Escán y solución de las RGEs

La S-Matrix, también se calculó con `SARAH 14.4.4`, y se le impuso el límite del canal $s \rightarrow \infty$, como es de costumbre para la unitariedad perturbativa del modelo. Se implementaron tanto las RGEs como la S-Matrix en `python 3.8`, y los resultados obtenidos se muestran en lo que sigue.

El espacio de parámetros se varió en los intervalos,

$$10^{-4} \leq |\lambda_2| \leq \sqrt{4\pi} \quad (8)$$

$$10^{-4} \leq |\lambda_{3,4,5}| \leq \sqrt{4\pi} \quad (9)$$

3.1. Unitariedad perturbativa a $\Lambda = m_\tau$

A 10^6 iteraciones, se evaluó la S-Matrix en valores aleatorios contenidos en (8) y (9), y se obtuvo que para cualquier conjunto de valores en este intervalo, todos verifican la unitariedad de la S-Matrix, es decir, todos los puntos son viables.

Sin embargo, es importante analizar tiempo de cómputo, implementando la librería `multiprocessing`. Se obtiene entonces el resultado mostrado en la figura 1.

3.2. Unitariedad perturbativa a $\Lambda \leq 10^5$ GeV y solución de las RGE's

En este punto, además de la librería `multiprocess`, se utiliza `numba` para mejorar el tiempo de procesamiento. Se mostrarán entonces los casos en que se paraleliza el proceso y los casos en los que no se paraleliza comparándolos gráficamente.

La solución de las RGEs muestra resultados donde los acoplamientos varían a las diferentes escalas de energía. Por ejemplo, para un punto viable genérico (que cumple unitariedad perturbativa a todas las escalas), los acoplos se comportan como se muestra en la figura 2

Puede verse que existen importantes correlaciones entre los acoplamientos. Por ejemplo, la figura 3 muestra que los incrementos en el autoacoplamiento del Higgs del SM implican en λ_5 .

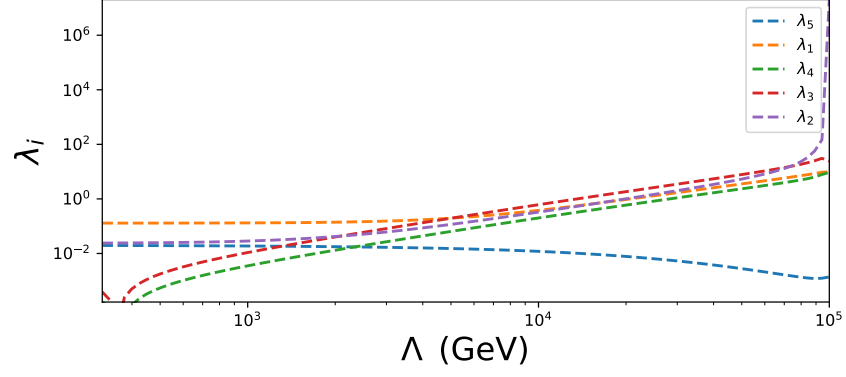


Figura 2: Comportamientos de los acomplamientos a las diferentes escalas de energía.

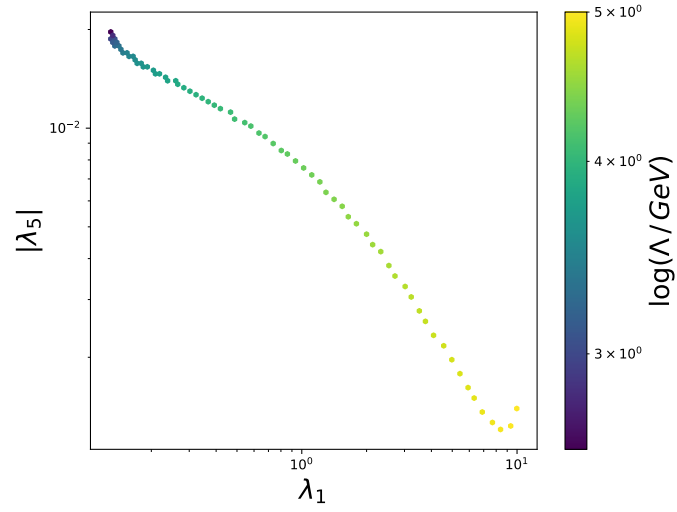


Figura 3: correlación entre λ_5 y λ_1 .

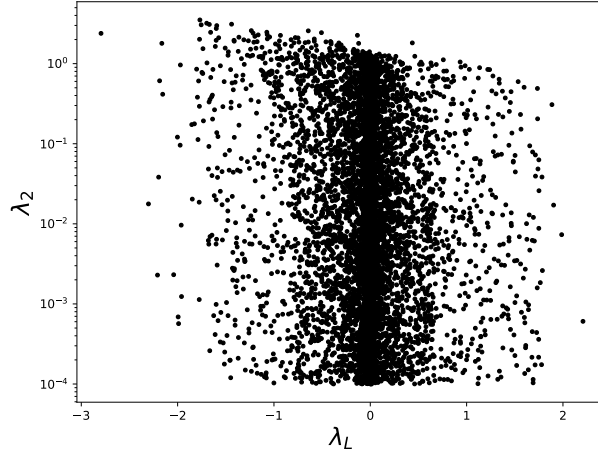


Figura 5: Restricciones sobre λ_L .

Se analizaron de igualmente, las correlaciones entre el espacio de parámetros a la escala de masa del leptón τ , y cabe resaltar las correlaciones mostradas en las figuras 4(a) y 4(b).

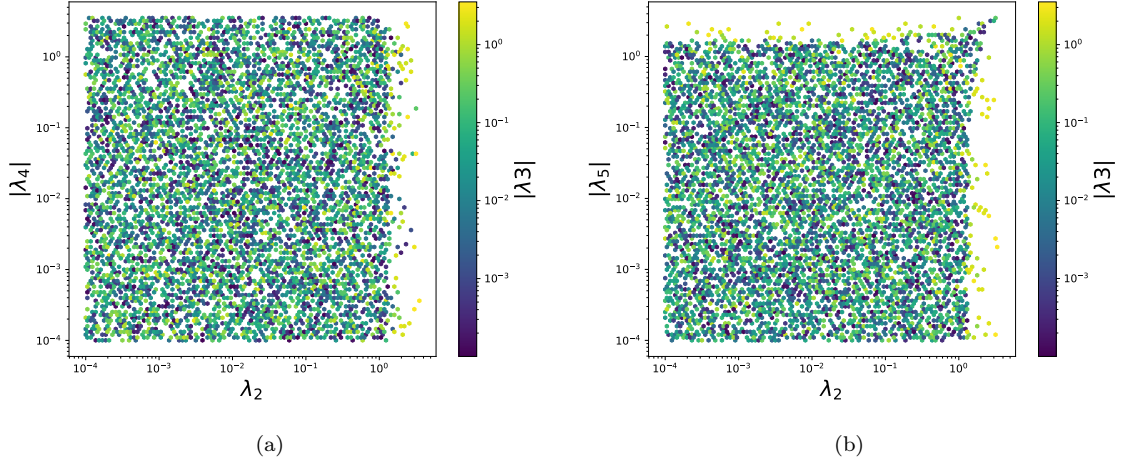


Figura 4: correlaciones entre los acoplamientos.

En su lugar, se observa una correlación que restringe zonas en el espacio de parámetros para $\lambda_L = (1/2)(\lambda_3 + \lambda_4 + \lambda_5)$ (el cual es proporcional al acoplamiento de la partícula de materia oscura con el Higgs del SM) y λ_2 (véase fig. 5)

Finalmente, la figura 6 muestra los tiempos de cómputo para diferentes iteraciones, en caso de haber paralelizado el programa con la librería `numba` y en caso de no ser paralelizado. Se observa una importante reducción de más del doble del tiempo de cómputo.

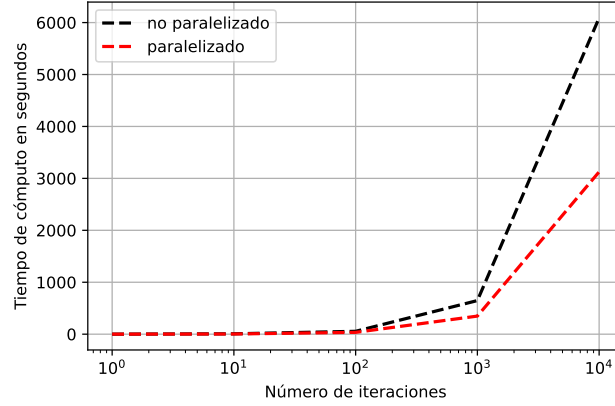


Figura 6: Tiempo de cómputo para el scan.

4. Conclusiones

Se desarrolló un análisis de las restricciones que impone la unitariedad perturbativa a diferentes escalas para el modelo IDM, solucionando las RGEs para los parámetros del modelo. En tal sentido, se observó que los parámetros no adquieren importantes restricciones, salvo la mostrada por la figura 5, donde se muestra que para grandes valores de la iteración con el Higgs del SM, el autoacoplamiento de la partícula de materia oscura, tiende a disminuir.

Finalmente, las figuras 1 y 6, muestran la importante reducción del tiempo de cómputo para el escán de Monte Carlo sobre el espacio de parámetros del modelo. En tal sentido, la paralelización genera mayor efectividad.

Referencias

- [1] Laura Lopez Honorez y Carlos E. Yaguna. “The inert doublet model of dark matter revisited”. En: *Journal of High Energy Physics* 2010.9 (2010).
- [2] A. Hektor, A. Hryczuk y K. Kannike. “Improved bounds on \mathbb{Z}_3 singlet dark matter”. En: *Journal of High Energy Physics* 2019.3 (2019). ISSN: 1029-8479. DOI: [10.1007/jhep03\(2019\)204](https://doi.org/10.1007/jhep03(2019)204). URL: [http://dx.doi.org/10.1007/JHEP03\(2019\)204](http://dx.doi.org/10.1007/JHEP03(2019)204).