Laboratorio II Macroeconomía

Consumo

Diego Valencia [*] Ulises Ticona[**] Raúl Tirado [***]

22 de marzo de 2022

Índice

[*] dvalencia@colmex.mx

[**] uticona@colmex.mx

[***] rtirado@colmex.mx

1. Ejercicio 1

*Resuelva los ejercicios 8.1, 8.2, 8.4, 8.5 y 8.6, (Romer, 5a Ed). Realice estos con ayuda de su laboratorista y entregue las soluciones a máquina, utilizando LaTeX. [3 horas,1 punto cada inciso]

1.1. Ejercicio 8.1,Romer (5ta Edicion)

8.1Life-cycle saving. (Modigliani and Brumberg, 1954.) Consider an individual who lives from 0 to T, and whose lifetime utility is given by $U = \int_{t=0}^{T} u(C(t))\,dt$, where $u'(\cdot) > 0$, $u''(\cdot) < 0$. The individual's income is $Y_0 + gt$ for $0 \leq t < R$, and 0 for $R \leq t \leq T$. The retirement age, R, satisfies $0 < R < T$. The interest rate is zero, the individual has no initial wealth, and there is no uncertainty.

1.1.1. Ejercicio (a)

a. What is the individual's lifetime budget constraint?

El consumo que pueda tener un individuo es mayor o igual al Ingreso que recibe a lo largo de su vida. Entonces la restricción se plantea como:

$$\int_{t=0}^{T} C(t)\,dt \leq \int_{t=0}^{T} Y(t)\,dt$$

Desarrollando la integral del lado derecho, sustituyendo el ingreso total como una función del ingreso permanente y el ingreso transitorio:

$$\Rightarrow \int_{t=0}^{T} Y(t)\,dt = \int_{t=0}^{R} (Y_0 + gt)\,dt$$

Cuando el trabajador se jubila ya no acumula ingreso en la segunda integral, por lo tanto es igual a 0, resolviendo obtenemos:

$$\Rightarrow \int_{t=0}^{R} (Y_0 + gt)\,dt = \left(Y_0 t + \frac{gt^2}{2} \right) \Bigg|_0^R = Y_0 R + \frac{gR^2}{2}$$

Su restricción perpetua será:

$$\Rightarrow \int_{t=0}^{T} C(t)\,dt \leq Y_0 R + \frac{gR^2}{2}$$

1.1.2. Ejercicio (b)

b. What is the individual's utility-maximizing path of consumption, $C(t)$?

Sabemos que ante una tasa de interés $r = 0$ y descuento $\rho = 0$ el modelo predice que el consumo en C_t y C_{t+1} son iguales, por lo tanto el consumo está dado por la restricción presupuestaria dividida entre todos los periodos:

$$\overline{C_t} = \frac{1}{T} \left(Y_0 R + \frac{gR^2}{2} \right) \quad , \ t \in [1, ..., T]$$

1.1.3. Ejercicio (c)

c. What is the path of the individual's wealth as a function of t?

La riqueza $W(t)$ es función del ahorro durante $S(t)$, que depende de la diferencia entre el ingreso y el consumo para cada perido, entonces:

$$W(t) = \int_{t=0}^{t} S(t)\, dt = \int_{t=0}^{t} (Y(t) - C(t))\, dt$$

necesitamos contemplrar los dos estados donde el agente está empleado y no percibe ingresos:

$$\Rightarrow \int_{t=0}^{t} (Y(t) - C(t))\, dt = \int_{t=0}^{R} (Y(t) - C(t))\, dt + \int_{t=R}^{t} (Y(t) - C(t))\, dt$$

al sustituir el valor del consumo óptimo obtenemos el ingreso que se obtiene antes y despues del retiro:

$$\Rightarrow W(t) = \int_{t=0}^{R} \left(Y_0 + gt - \overline{C}\right)\, dt - \int_{t=R}^{t} \overline{C}\, dt$$

Haciendo los calculos pertinentes obtenemos:

$$\Rightarrow W(t) = \left[Y_0 t + \frac{gt^2}{2} - \overline{C}t \Bigg|_0^R \right] - \left[\overline{C}t\big|_R^t\right]$$

$$\Rightarrow W(t) = Y_0 R + \frac{gR^2}{2} + \overline{C}t$$

Entonces si $\overline{C} = \frac{1}{T}\left(Y_0 R + \frac{gR^2}{2}\right)$ se puede expresar de la siguiente manera:

$$\Rightarrow W(t) = T\overline{C} - \overline{C}t = \overline{C}(T - t)$$

Finalmente, tenemos que la riqueza crece mientras el trabajador está empleado, es decir S_t es positivo de $t = 0$ a R, mientras que desahorra de R a T, esto se debe a que mientras que trabaja está percibiendo un ingreso y acumulandolo para consumir en su retiro.

1.2. Ejercicio 8.2, Romer (5ta Edicion)

8.2 The average income of farmers is less than the average income of non-farmers, but fluctuates more from year to year. Given this, how does the permanent-income hypothesis predict that estimated consumption functions for farmers and nonfarmers differ?

sabemos que si se busca explicar el consumo como función del ingreso en una regresión lineal tendriamos $C_i = a + bY_i + u_i$:

$$\hat{a} = (1 - \hat{b})\overline{Y}^P \qquad \text{y} \qquad \hat{b} = \frac{var(Y^P)}{var(Y^P) + var(Y^T)}$$

en donde Y^P representa el ingreso permanente, Y^T el ingreso transitorio. Por ejemplo, sabemos que el ingreso transitorio de los estudiantes de maestría presenta mayor fluctuación que el ingreso transitorio de los profesores de maestría, por lo que $var(Y^T)_A > var(Y^T)_P$.

Si la variación del ingreso permanente es igual para ambos, se obtendría que $\hat{b}_A < \hat{b}_P$. Esto implica que, en el modelo de los profesores se ajusta mejor al modelo de los estudiantes, ya que su pendiente sería más cercana a uno. Por tanto, un cambio en el ingreso de ambos grupos de la misma magnitud afecta más al consumo de los profesores. Otra conclusón es que solo los aumentos en el ingreso permanente incrementaran el consumo.

1.3. Ejercicio 8.4, Romer (5ta Edicion)

8.4 In the model of Section 8.2, uncertainty about future income does not affect consumption. Does this mean that the uncertainty does not affect expected lifetime utility?

Asumiendo una forma funcional cuadratica, podemos escribir ambos escenearios de la siguiente manera:

$$\text{con certidumbre} \quad U = \sum_{0}^{T}(C_t - \frac{a}{2}C_t^2) \quad \text{y} \quad \text{con incertidumbre} \quad E[U] = E\left[\sum_{0}^{T}(C_t - \frac{a}{2}C_t^2)\right]$$

Para el segundo caso, se tienen que; por Euler, el agente espera consumir en el periodo t lo mismo que consumió en el periodo 1 $C_1 = E_1[C_t]$; la caminata aleatorio, e_t, tiene una medio igual cero: $E_k[e_t] = 0 \quad \forall t, k < t$; la HIP implica que $C_t = C_{t-1} + e_t$.

si nos encontramos en en el periodo $t-1$ conocemos lo que pasa de forma contemporanea, tal que $E_{t-1}[C_{t-1}] = C_{t-1}$. Incorporando los anterior en C_t con incertidumbre, obtenemos:

$$\begin{aligned}
E[U] &= E\left[\sum_{1}^{T}(C_t - \frac{a}{2}C_t^2)\right] \\
&= E\left[\sum_{1}^{T}(C_{t-1} + e_t - \frac{a}{2}(C_{t-1} + e_t)^2\right] \\
&= E\left[\sum_{1}^{T}(C_{t-1} + e_t - \frac{a}{2}(C_{t-1}^2 + 2C_{t-1}e_t + e_t^2)\right] \\
&= \sum_{1}^{T}\left[E[C_{t-1}] + E[e_t] - \frac{a}{2}(E[C_{t-1}^2] + 2E[C_{t-1}e_t] + E[e_t^2])\right] \\
&= \sum_{1}^{T}\left[C_{t-1} + E[e_t] - \frac{a}{2}(E[C_{t-1}^2] + 2C_{t-1}E[e_t] + var[e_t] + E[e_t]^2)\right] \\
&= \sum_{1}^{T}\left[C_{t-1} - \frac{a}{2}(C_{t-1}^2 + var[e_t])\right]
\end{aligned}$$

Podemos notar que el la utilidad perpetua del aente es mayor en el caso con certidumbre que con incertidumbre, ya que:

$$E[U] = \sum_{1}^{T}\left[C_{t-1} - \frac{a}{2}(C_{t-1}^2 + var[e_t])\right] \leq \sum_{0}^{T}(C_{t-1} - \frac{a}{2}C_{t-1}^2) = U$$

Por lo tanto, la incertidumbre afecta a la utilidad esperada perpetua.

1.4. Ejercicio 8.5, Romer (5ta Edicion)

8.5 (This follows Hansen and Singleton, 1983.) Suppose instantaneous utility is of the constant-relative-risk-aversion form, $u(C_t) = \frac{C_t^{1-\theta}}{1-\theta}$, $\theta > 0$. Assume that the real interest rate, r , is constant but not necessarily equal to the discount rate, ρ.

1.4.1. Ejercicio (a)

a. Find the Euler equation relating C_t to expectations concerning C_{t+1}.}

Por euler sabemos que:

$$U(C_t) = \frac{C_t^{1-\theta}}{1-\theta} \; y \; U(C_t+1) = \frac{1}{(1-\rho)(1-\theta)} E[C_{t+1}^{1-\theta}]$$

$$U(C_t, C_{t+1}) = u(C_t) + \frac{1}{1+\rho} E[u(C_{t+1})] = \frac{C_t^{1-\theta}}{1-\theta} + \frac{1}{(1-\rho)(1-\theta)} E[C_{t+1}^{1-\theta}]$$

La restricción presupuestaria es función de:

$$E[C_{t+1}] = (1+t)w + (1+r)C_t$$

La riqueza w toma en cuenta los ingresos en $t+1$.la pendiente de la restricción es la tasa de descuento $1+r$. Esto se puede ver como el costo de oportunidad de renunciar a una unidad de consumo para consumir $1+r$ unidades mañana.

siguiendo con el problema de maximización, tenemos que en el óptimo es igual a la pendiente de la restricción presupuestaria tal que tendríamos:

$$\frac{\partial U(\cdot)}{\partial C_t} = C_t^{-\theta} \quad \text{y} \quad \frac{\partial U(\cdot)}{\partial C_{t+1}} = \frac{E[C_{t+1}^{-\theta}]}{1-\rho}.$$

por condiciones de optimalidad sabemos que:

$$\frac{(1-\rho)C_t^{-\theta}}{E[C_t^{-\theta}]} = 1+r$$

$$\text{Si y solo si} \quad C_t^{-\theta} = \left(\frac{1+r}{1+\rho}\right) E[C_{t+1}^{-\theta}]$$

1.4.2. Ejercicio (b)

b. Suppose that the log of income is distributed normally, and that as a result the log of C_{t+1} is distributed normally; let σ^2 denote its variance conditional on information available at time t. Rewrite the expression in part (a) in terms of lnC_t , $\mathbb{E}_t[lnC_{t+1}]$, σ^2, and the parameters r , ρ, and θ . (Hint: If a variable x is distributed normally with mean μ and variance V, $\mathbb{E}[e^x] = e^{\mu}e^{V/2}$.)

Tenemos que lnC_{t+1} se distribuye normal con media $ln[C_{t+1}]$ y varianzaσ^2. Reescribiendo la escuación obtenida anteriormente, tendriamos:

$$\begin{aligned}
-\theta lnC_t &= ln\left[\frac{1+r}{1+\rho} E[C_{t+1}^{-\theta}]\right] \\
&= ln(1+r) - ln(1+\rho) + lnE[C_{t+1}^{-\theta}] \\
&= ln(1+r) - ln(1+\rho) + lnE[e^{-\theta lnC_{t+1}}] \\
&= ln(1+r) - ln(1+\rho) + ln[e^{-\theta E(lnC_{t+1})} e^{\sigma^2/2}] \\
&= ln(1+r) - ln(1+\rho) - \theta E[C_{t+1}] + \sigma^2/2 \\
lnC_t &= \frac{ln(1+\rho) - ln(1+r)}{\theta} + E[C_{t+1}] - \frac{\sigma^2}{2\theta}
\end{aligned}$$

1.4.3. Ejercicio (c)

c. Show that if r and σ^2 are constant over time, the result in part (b) implies that the log of consumption follows a random walk with drift: $lnC_{t+1} = a + lnC_t + u_{t+1}$, where u is white noise.

De la anterior obtenemos $E[lnC_{t+1}]$:

$$E[lnC_{t+1}] = lnC_t + \frac{ln(1+r) - ln(1+\rho)}{\theta} + \frac{\sigma^2}{2\theta}$$

Notamos que se cumple la condición de Euler, más un margen de error que es constante, ya que $a = \frac{ln(1+r)-ln(1+\rho)}{\theta} + \frac{\sigma^2}{2\theta}$. Sustituyendo por:

$$E[lnC_{t+1}] = a + lnC_t + u_t.$$

1.4.4. Ejercicio (d)

d. How do changes in each of r and σ^2 affect expected consumption growth, $\mathbb{E}_t[lnC_{t+1} - lnC_t]$? Interpret the effect of σ^2 on expected consumption growth in light of the discussion of precautionary saving in Section 8.6.

Reescribiendo con lo anterior:

$$E[lnC_{t+1} - lnC_t] + \frac{ln(1+r) - ln(1+\rho)}{\theta} + \frac{\sigma^2}{2\theta}$$

Derivando para obtener los efectos parciales, tenemos que:

$$\frac{\partial E(\cdot)}{\partial r} = \frac{1}{\theta(1+r)} > 0 \quad \text{y} \quad \frac{\partial E(\cdot)}{\partial \sigma^2} = \frac{1}{2\theta} > 0.$$

Sabemos que el agente es averso al riesgo, ya que su función es CRRA, lo que implica que un aumento de la tasa de interes traerá consigo un incremento en el consumo esperado. Este resultado también se deriva de la definición de ahorro precautorio, ya que la tercera derivada de la función es positiva. Esto implica que la utilidad marginal del agente es una función convexa del consumo. Entonces un aumento en la varianza aumentará el valor de la utilidad marginal esperada por el consumo en el futuro y por lo tanto incrementará el ahorro del agente..

1.5. Ejercicio 8.6, Romer (5ta Edicion)

8.6 A framework for investigating excess smoothness. Suppose that $C_t = \left(\frac{r}{1+r}\right)\left(A_t + \sum_{s=0}^{\infty} \frac{\mathbb{E}[Y_{t+s}]}{(1+r)^s}\right)$.

1.5.1. Ejercicio (a)

a. Show that these assumptions imply that $\mathbb{E}_t[C_{t+1}] = C_t$ (and thus that consumption follows a random walk) and that $\sum_{s=0}^{\infty} \frac{\mathbb{E}_t[C_{t+s}]}{(1+r)^s} = A_t + \sum_{s=0}^{\infty} \frac{\mathbb{E}_t[Y_{t+s}]}{(1+r)^s}$.

Sustituimos C_t la expresión para A_{t+1}

$$A_{t+1} = (1+r)(A_t + Y_t - C_t) = (1+r)\left(A_t + Y_t - \left(\frac{r}{1+r}\right)\left(A_t + \sum_{s=0}^{\infty} \frac{\mathbb{E}_t[Y_{t+s}]}{(1+r)^s}\right)\right)$$

$$\Rightarrow A_{t+1} = A_t + Y_t - r\left(\sum_{s=1}^{\infty}\frac{\mathbb{E}_t[Y_{t+s}]}{(1+r)^s}\right)$$

Dado que C_{t+1} depende de A_{t+1}

$$C_{t+1} = \left(\frac{r}{1+r}\right)\left(A_{t+1} + \sum_{s=0}^{\infty}\frac{\mathbb{E}_{t+1}[Y_{t+1+s}]}{(1+r)^s}\right) = \left(\frac{r}{1+r}\right)\left(A_t + Y_t - r\left(\sum_{s=1}^{\infty}\frac{\mathbb{E}_t[Y_{t+s}]}{(1+r)^s}\right) + \sum_{s=0}^{\infty}\frac{\mathbb{E}_{t+1}[Y_{t+1+s}]}{(1+r)^s}\right)$$

Aplicando el valor esperado en tiempo t $\mathbb{E}_t$ de ambos lados de la ecuación y por propiedades de esperanza:

$$\mathbb{E}_t[C_{t+1}] = \left(\frac{r}{1+r}\right)\left(A_t + Y_t - r\left(\sum_{s=1}^{\infty}\frac{\mathbb{E}_t[Y_{t+s}]}{(1+r)^s}\right) + \sum_{s=1}^{\infty}\frac{\mathbb{E}_t[Y_{t+s}]}{(1+r)^s} - Y_t\right)$$

$$\Rightarrow \mathbb{E}_t[C_{t+1}] = \left(\frac{r}{1+r}\right)\left(A_t + \sum_{s=0}^{\infty}\frac{\mathbb{E}_t[Y_{t+s}]}{(1+r)^s}\right)$$

Se comprueba que $\mathbb{E}_t[C_{t+1}] = C_t$, el consumo sigue una caminata aleatoria, los cambios de consumo dependen de cambios inesperados. De tal manera, el mejor estimador para C_{t+s} es C_t

$$\Rightarrow \mathbb{E}_t[C_{t+1}] = \left(\frac{r}{1+r}\right)\left(A_t + \sum_{s=0}^{\infty}\frac{\mathbb{E}_t[Y_{t+s}]}{(1+r)^s}\right)$$

1.5.2. Ejercicio (b)

b. Suppose hat $\Delta Y_t = \phi\Delta Y_{t-1} + u_t$, where u is white noise. Suppose that Y_t exceeds $\mathbb{E}_{t-1}[Y_t]$ by 1 unit (that is, suppose $u_t = 1$). By how much does consumption increase?

Tomando el valor esperado, como $t-1$ en ambos lados

$$\Rightarrow \mathbb{E}_{t-1}[C_t] = \left(\frac{r}{1+r}\right)\left(A_t + \sum_{s=0}^{\infty}\frac{\mathbb{E}_{t-1}[Y_{t+s}]}{(1+r)^s}\right)$$

Usando el hecho de que $A_t = (1+r)[A_{t-1} + Y_{t-1} - C_{t-1}]$ no tiene incertidumbre en t-1. Usando la ley de expectativas iteradas sabemos que $\mathbb{E}_{t-1}\mathbb{E}_t[Y_{t+s}] = \mathbb{E}_{t-1}[Y_{t+s}]$. Entonces, tenemos:

$$C_{t-1} - \mathbb{E}_{t-1}[C_t] = \frac{r}{1+r}\sum_{s=0}^{\infty}\frac{\mathbb{E}_t[Y_{t+s}] - \mathbb{E}_{t-1}[Y_{t+s}]}{(1+r)^s}$$

El choque sobre el consumo será una fracción de $\frac{r}{1+r}$ del valor presente del ingreso de toda su vida. Después,necesitamos determinar el cambio en la expectativa del ingreso de toda su vida. Si se espera que sea mayor, entonces $u_t = 1$ y $Y_t - \mathbb{E}_{t-1}[Y_t] = 1$.

Entonces para el periodo $t+1$ sabemos que $\Delta Y_{t+1} = \phi\Delta Y_t + u_t$, por lo que el nivel de $\phi\Delta Y_t$ es ϕ veces más grande.

$$\Rightarrow \frac{\mathbb{E}_t[Y_{t+1}] - \mathbb{E}_{t-1}[Y_{t+1}]}{1+r} = \frac{1+\phi}{1+r}$$

$$\frac{\mathbb{E}_t[Y_{t+2}] - \mathbb{E}_{t-1}[Y_{t+2}]}{(1+r)^2} = \frac{1+\phi+\phi^2}{(1+r)^2}$$

Finalmente, generalizando la expresión para $t+s$:

$$\sum_{s=0}^{\infty} \frac{\mathbb{E}_t[Y_{t+s}] - \mathbb{E}_{t-1}[Y_{t+s}]}{(1+r)^s}$$

A partir de lo anterior, podemos obtener el cambio en el consumo en $C_t - \mathbb{E}_{t-1}[C_t]$

$$\Rightarrow C_t - \mathbb{E}_{t-1}[C_t] = \frac{1+r}{1+r-\phi}$$

1.5.3. Ejercicio (c)

c. For the case of $\phi > 0$, which has a larger variance, the innovation in income, u_t, or the innovation in consumption, $C_t - \mathbb{E}_{t-1}[C_t]$? Do consumers use saving and borrowing to smooth the path of consumption relative to income in this model? Explain.

si $\frac{1+r}{1+r-\phi} > 1$ la variancia del error del consumo es mayor a la variancia del error del ingreso. Entonces, en promedio cuando hay choques en el ingreso, los individuos experimentan variaciones en el consumo en periodos posteriores en la misma dirección.

$$var(C_t - \mathbb{E}_{t-1}[C_t]) = var\left(\frac{(1+r)}{1+r-\phi}\right) = \left(\frac{(1+r)}{1+r-\phi}\right)^2$$

- *Cree un vector de 20 ingresos permanentes aleatorios Y_i^P, distribuidos normalmente, con media 10 y varianza σ^P. Cree 20 vectores (cada uno de estos vectores representa una persona) cada uno con 100 observaciones idénticas del ingreso permanente. Grafíquelos (eje x, persona; eje y, ingreso permanente)*

2. Ejercicio 2

2.1. a)

Cree un vector de 20 ingresos permanentes aleatorios Y_i^P, distribuidos normalmente, con media 10 y varianza σ^P. Cree 20 vectores (cada uno de estos vectores representa una persona) cada uno con 100 observaciones idénticas del ingreso permanente. Grafíquelos (eje x, persona; eje y, ingreso permanente).

En este inciso, creamos 20 vectores normalmente distribuidos con 100 observaciones del ingreso permanente que representan a cada persona. Seleccionamos una desviación estándar de $\sigma = 0.25$ y una media de diez.

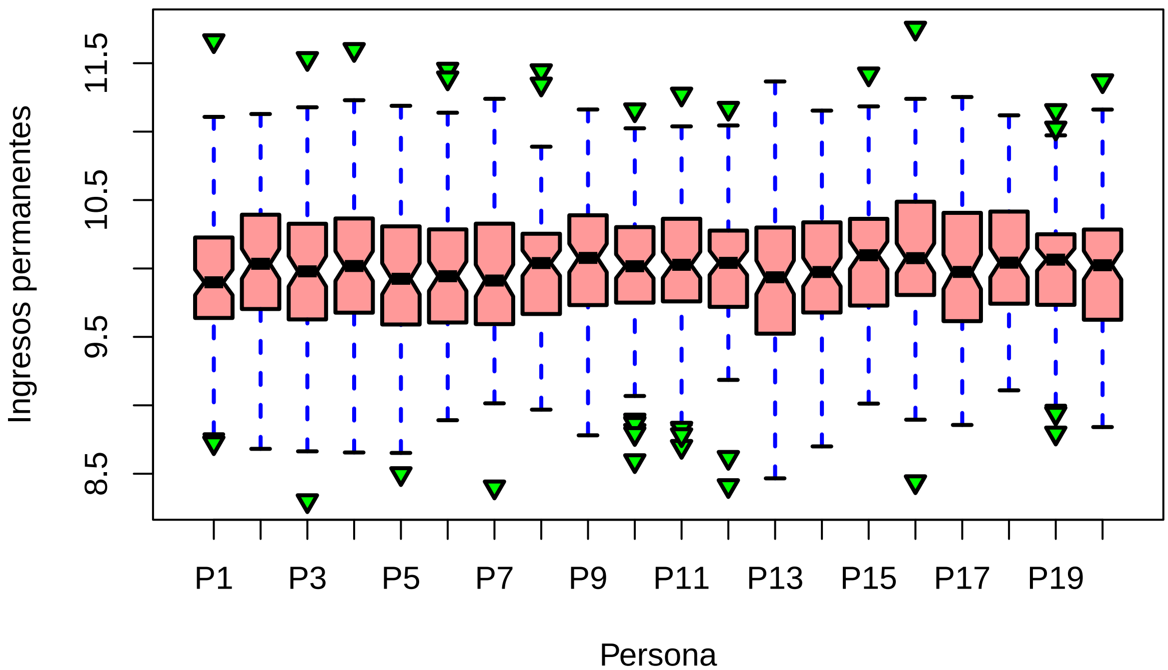


Figura 1: Boxplot del ingreso permanente

Al graficarlos podemos notar como la media se ubica alrededor de 10, con un ingreso permanente entre 8.5 y 11.5, para todas las personas de la muestra aleatoria.

2.2. b)

Cree 20 vectores de 100 ingresos transitorios aleatorios $Y_{i,t}^T$, distribuidos normalmente, con media 0 y con varianza σ^T. Grafíquelos.

Al igual que en el inciso anterior, creamos 20 vectores normalmente distribuidos con 100 observaciones del ingreso transitorio para cada persona. Seleccionamos una desviación estándar de $\sigma = 1$ y una media de cero.

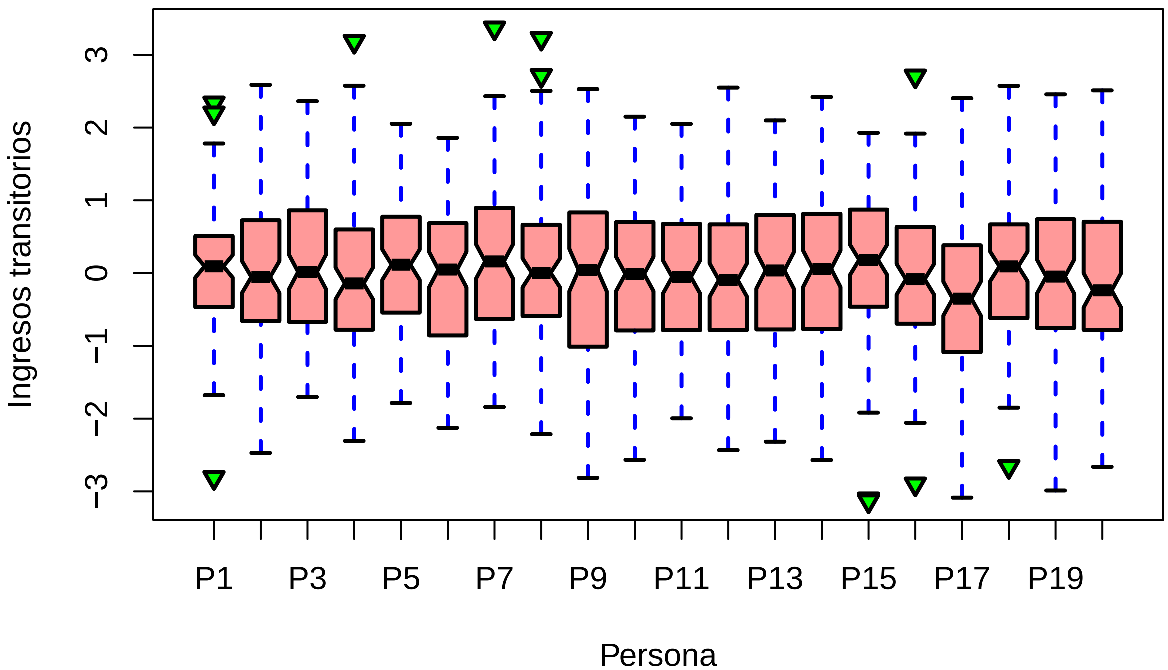


Figura 2: Boxplot del ingreso transitorio

Al graficarlos podemos notar como la media se ubica alrededor de cero, con un ingreso transitorio entre 3 y -3, para todas las personas de la muestra aleatoria.

2.3. c)

Cree 20 vectores de 100 ingresos totales $Y_{i,t}$, sumando el ingreso transitorio y el permanente. Grafíquelos.

El resultado de los ingresos totales para cada persona i es $Y_{t,i}^{Totales} = Y_{t,i}^{P} + Y_{t,i}^{Tran}$, y como se puede notar, la media sigue siendo estadísticamente diez. Al agregar ambas series podemos esperar que haya un aumento de la volatilidad de los ingresos, que se comprueba, ya que ahora el ingreso total oscila entre 4 y 16.5.

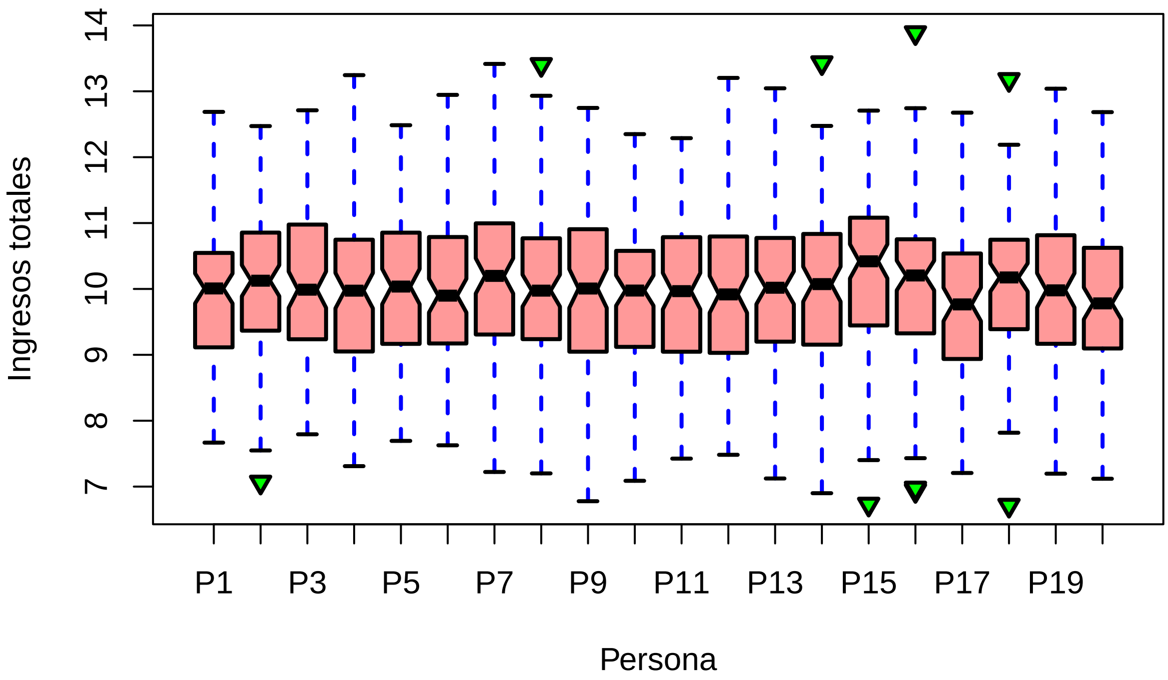
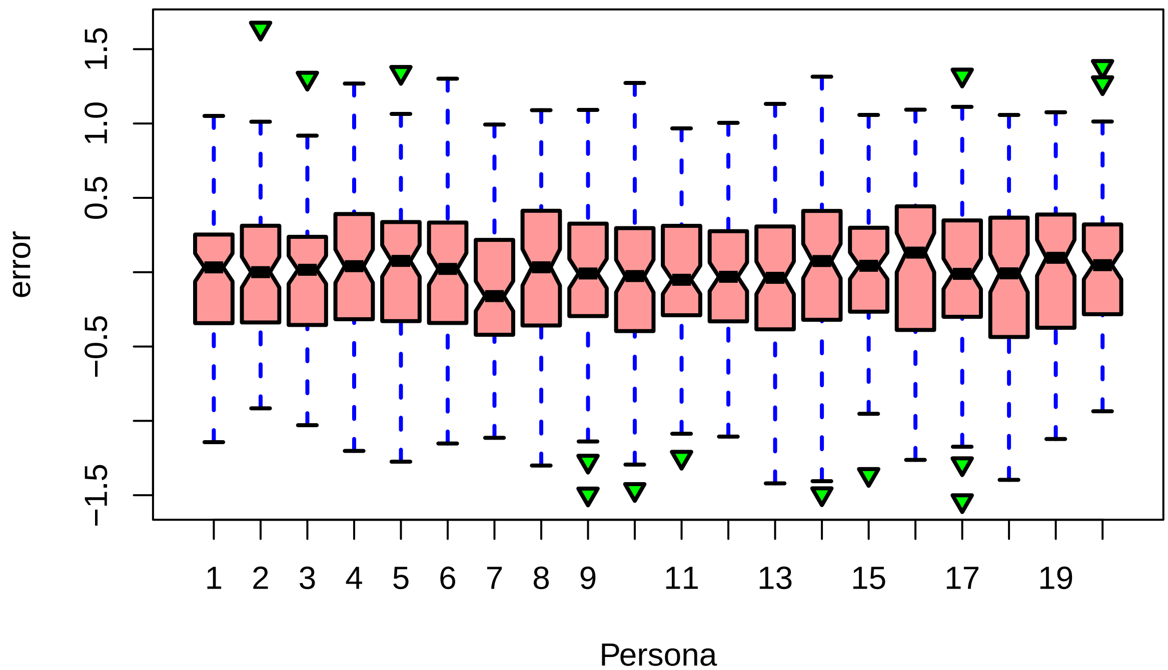


Figura 3: Boxplot del ingreso total

2.4. d)

Cree 20 vectores de 100 errores de medición $\epsilon_{i,t}$, distribuidos normalmente, con media 0 y varianza $\sigma^{\epsilon} > 0$. Grafíquelos.

Generamos una serie de error con una desviación estándar de $\sigma = 0.5$, para cada persona i.



2.5. e)

Cree 20 vectores de 100 consumos $C_{i,t}$ cada uno, de acuerdo a la siguiente regla $C_{i,t} = Y_i^P + 0{,}1Y_{i,t}^T + \epsilon_{i,t}$. Grafíquelos.

A partir de la especificación del inciso construimos una serie del consumo para cada persona i, con $C_{t,i} = Y_{t,i}^P + 0{,}1Y_{t,i}^{Tran} + e_{t,i}$. La gráfica del consumo de cada persona se presenta a continuación.

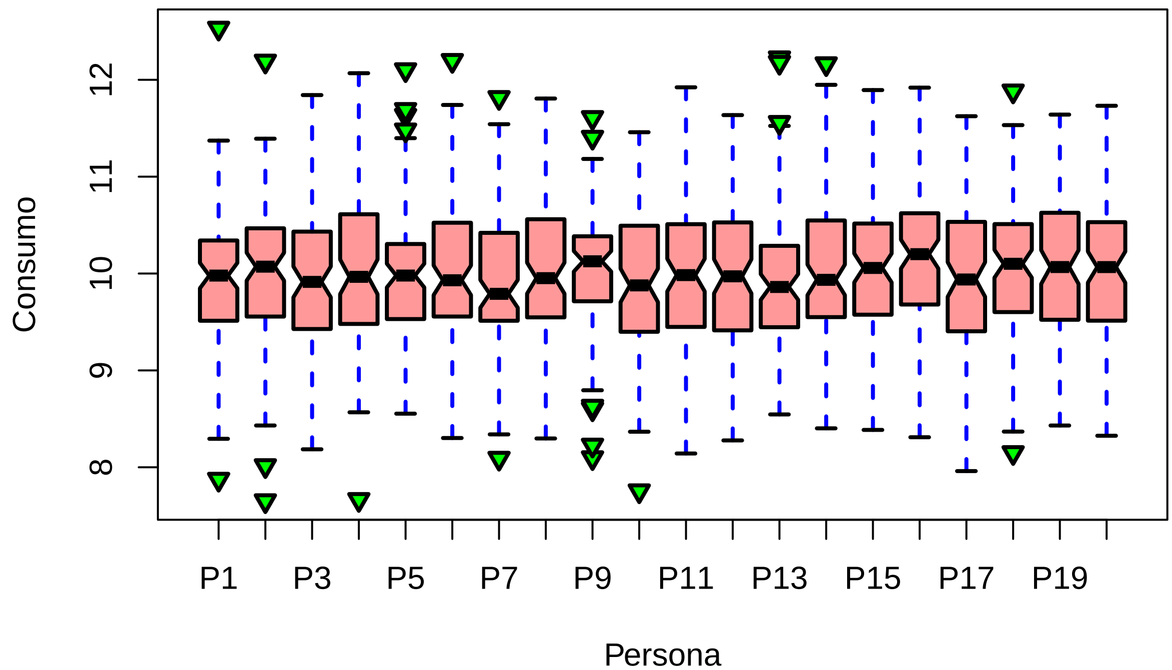


Figura 4: Boxplot del consumo

La media de consumo para cada persona es estadísticamente igual a diez, y se encuentra entre 8 y 12 unidades.

2.6. f)

Estime la relación lineal entre ingreso total y consumo $C_{i,t} = \alpha + \beta Y_{i,t} + \epsilon_{i,t}$. Describa el resultado de su estimación y grafíque la relación entre las observaciones del consumo y las del ingreso.

Para obtener la relación que existe entre el consumo y el ingreso estimamos un panel lineal con efectos aleatorios. Podemos notar como $\sigma_{Y_t^P} = 0{,}5 < 1 = \sigma_{Y_t^{Tran}}$, por lo que podemos esperar que la $\hat{b}$ se aproxime a cero, y que sea el intercepto el que ajuste la regresión. Podemos ver en la siguiente tabla los resultados de la estimación:

Cuadro 1: Estimación

Nombre	Ingreso
Intercepto	8.4248743***
Pendiente	0.1576358***
Rsqr	0.18408

Nota:
(***) significativo al 99 %, (**) al 95 % y (*) al 90 %.

kbl(uroot, booktabs = T, caption = "Prueba de raíz unitaria") %> % kable_styling(position = "center",latex_options = c("striped", "hold_position"))

Podemos ver que el intercepto tiene un valor de 8.42 y la pendiente de 0.15, ambos significativos al 99 %. Podemos ver que la bondad de ajuste es baja con un valor de $R^2 = 0{,}18$, lo que significa que solo el 18 % de las variaciones del consumo se explican por las variaciones del ingreso total.

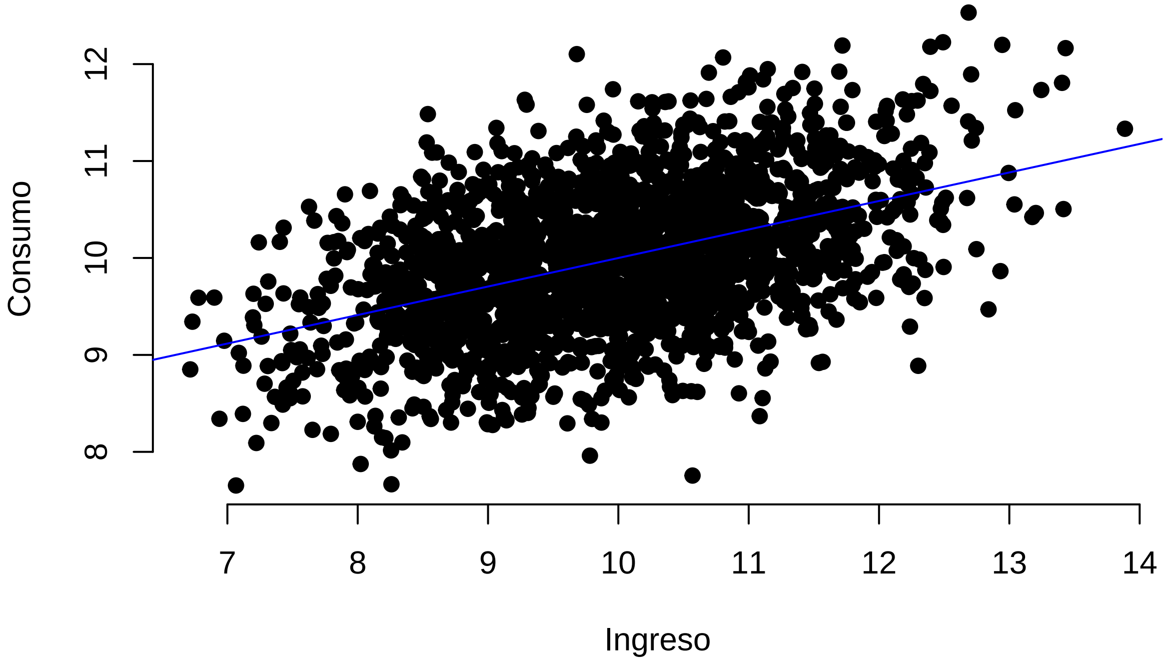


Figura 5: Diagrama de dispersión Consumo-Ingreso

Otra aproximación al problema de la estimación es hacer un diagrama de dispersión donde corramos una regresión lineal entre el ingreso y el consumo sin hacer distinción entre las personas. Al igual que en el caso anterior, vemos una pendiente positiva y un intercepto de aproximadamente 9.

2.7. g)

Incremente la varianza del ingreso permanente, y disminuya la varianza del ingreso transitorio y vuelva a estimar y graficar la relación entre el consumo y el ingreso.

Como en el inciso anterior, estimamos la relación que existe entre el consumo y el ingreso con un panel lineal con efectos aleatorios. Podemos notar como $\sigma_{Y_t^P} = 2 > 0{,}5 = \sigma_{Y_t^{Tran}}$, por lo que podemos esperar que la $\hat{b}$ se aproxime a uno, y que el intercepto juegue un rol menos preponderante en la explicación del consumo. Podemos ver en la siguiente tabla los resultados de la estimación:

Podemos ver que el intercepto tiene un valor de 0.62 y la pendiente de 0.93, ambos significativos al 99 %. Podemos ver que la bondad de ajuste es alta con un valor de $R^2 = 0{,}88$, lo que significa que el 88 % de las

Cuadro 2: Estimación

Nombre	Ingreso
Intercepto	0.622689***
Pendiente	0.937402***
Rsqr	0.88983

Nota:
(***) significativo al 99 %, (**) al 95 % y (*) al 90 %.

variaciones del consumo se explican por las variaciones del ingreso total. Si lo comparamos con el modelo anterior, podemos notar que se cumple lo visto durante el curso [$\hat{b} = \frac{1}{1+\frac{var(Y^{Tran})}{var(Y^{P})}}$], ya que si las variaciones del ingreso permanente son mayores a las del ingreso transitorio, veremos una mayor explicación del ingreso total sobre el consumo.

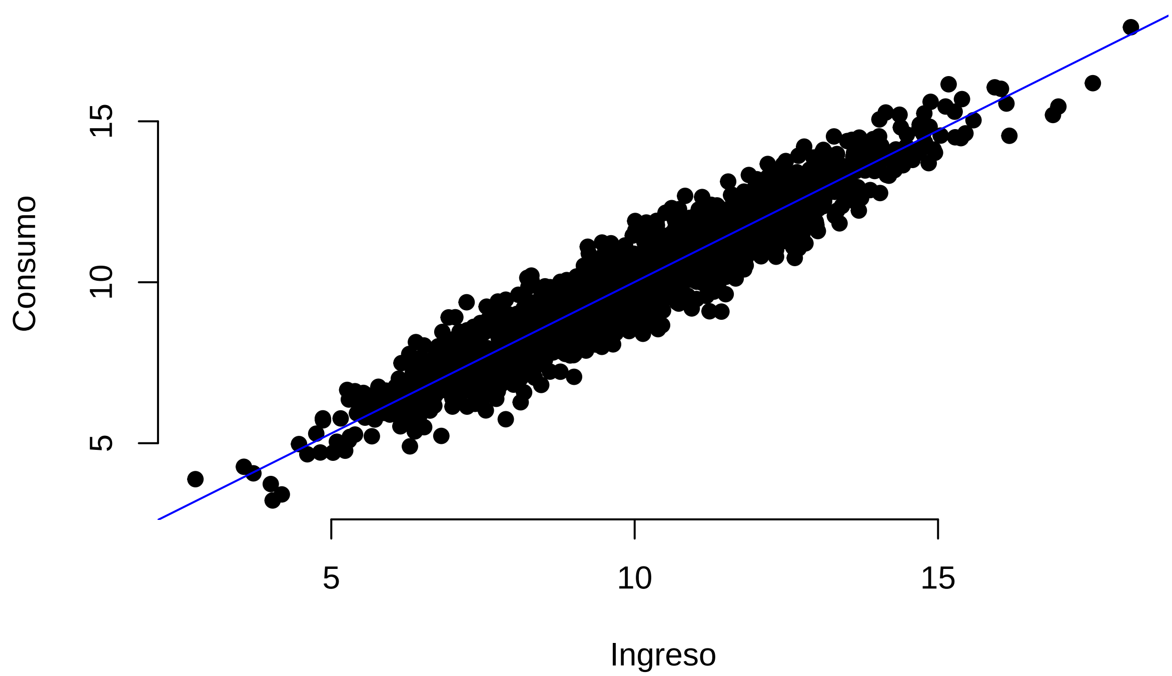


Figura 6: Diagrama de dispersión Consumo-Ingreso

En la aproximación alternativa del problema ocurre algo similar, ya que podemos ver en el diagrama de dispersión como se compactan los datos sobre la regresión lineal, por lo que su relación positiva es aún más clara.

2.8. h)

Disminuya la varianza del ingreso permanente, y aumente la varianza del ingreso transitorio y vuelva a estimar y graficar la relación entre el consumo y el ingreso.

Ahora estimamos la relación que existe entre el consumo y el ingreso con un panel lineal con efectos aleatorios ante un incremento en la variación de los ingresos transitorios y una disminución de la variación de los ingresos permanentes. Podemos notar como $\sigma_{Y_t^P} = 0{,}2 > 3 = \sigma_{Y_t^{Tran}}$, podemos esperar que la $\hat{b}$ se aproxime a cero, y que el intercepto juegue un rol más preponderante en la explicación del consumo. Podemos ver en la siguiente tabla los resultados de la estimación:

Cuadro 3: (#tab:inciso 2hc)Estimación

Nombre	Ingreso
Intercepto	8.9783544***
Pendiente	0.1011115***
Rsqr	0.25733

Nota:

(***) significativo al 99 %, (**) al 95 % y (*) al 90 %.

Podemos ver que el intercepto tiene un valor de 8.97 y la pendiente de 0.10, ambos significativos al 99 %. Podemos ver que la bondad de ajuste es alta con un valor de $R^2 = 0{,}25$, lo que significa que solo el 25 % de las variaciones del consumo se explican por las variaciones del ingreso total. Si lo comparamos con el modelo anterior, podemos notar que se cumple lo visto durante el curso [$\hat{b} = \frac{1}{1+\frac{var(Y^{Tran})}{var(Y^P)}}$], ya que si las variaciones del ingreso permanente son menores a las del ingreso transitorio, veremos una menor explicación del ingreso total sobre el consumo.

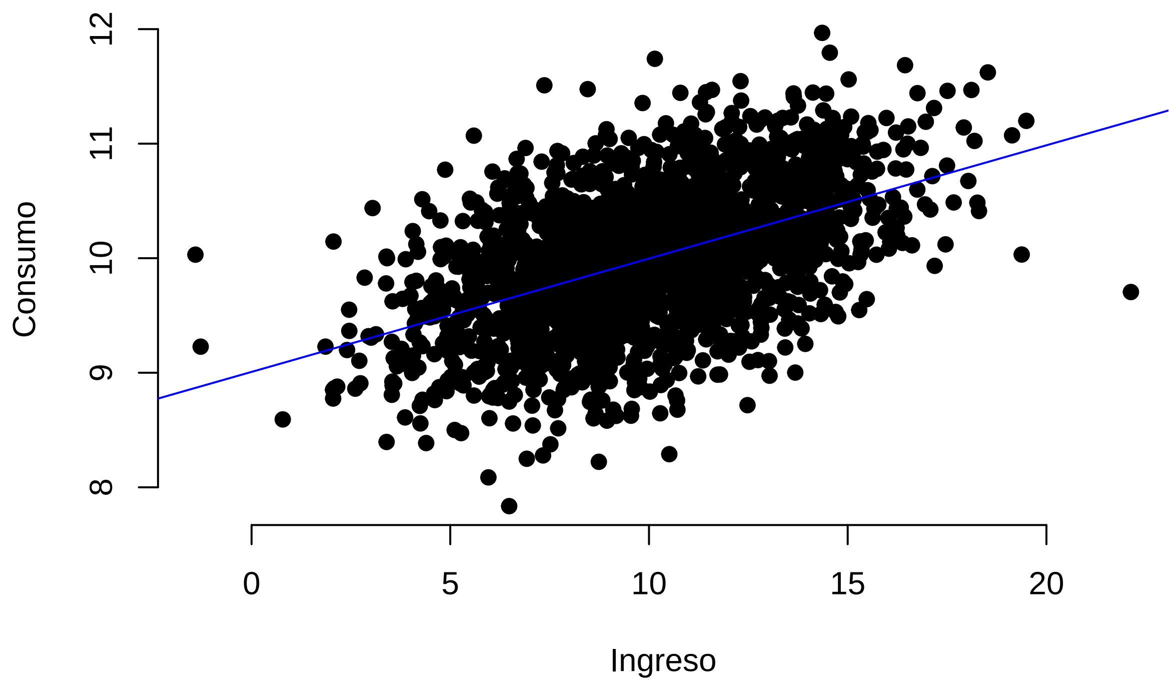


Figura 7: Diagrama de dispersión Consumo-Ingreso

En la aproximación alternativa del problema ocurre algo similar, ya que podemos ver en el diagrama de dispersión como se separan más los datos sobre la regresión lineal, por lo que su relación positiva es menos clara.

3. Ejercicio 3

Estudie el consumo agregado en México siguiendo estos pasos: [3 horas, 0.5 puntos cada inciso]

3.1. a)

Obtenga, del Inegi, datos de C_t, el consumo agregado en México, de Y_t, el producto agregado, de I_t, la inversión agregada, de G_t, el gasto del gobierno y de , de NX_t, las exportaciones netas, entre 1980 y el tercer trimestre de 2019, EN TÉRMINOS REALES.

Obtuvimos del Banco de Indicadores de Información Estadística en el INEGI(2022) las series de; consumo agregado (C_t), medido como el gastos de consumo privado total; producto agregado (Y_T), medido a través del PIB; la inversión agregada (I_t), como el índice de inversión fija bruta; y las exportaciones netas (XN_t), como el saldo de la balanza comercial total. Todas las variables se encontraban a precios constantes de 2013 y se construyó un índice base 2013Q3. A continuación se presenta la gráfica con las variables mencionadas:

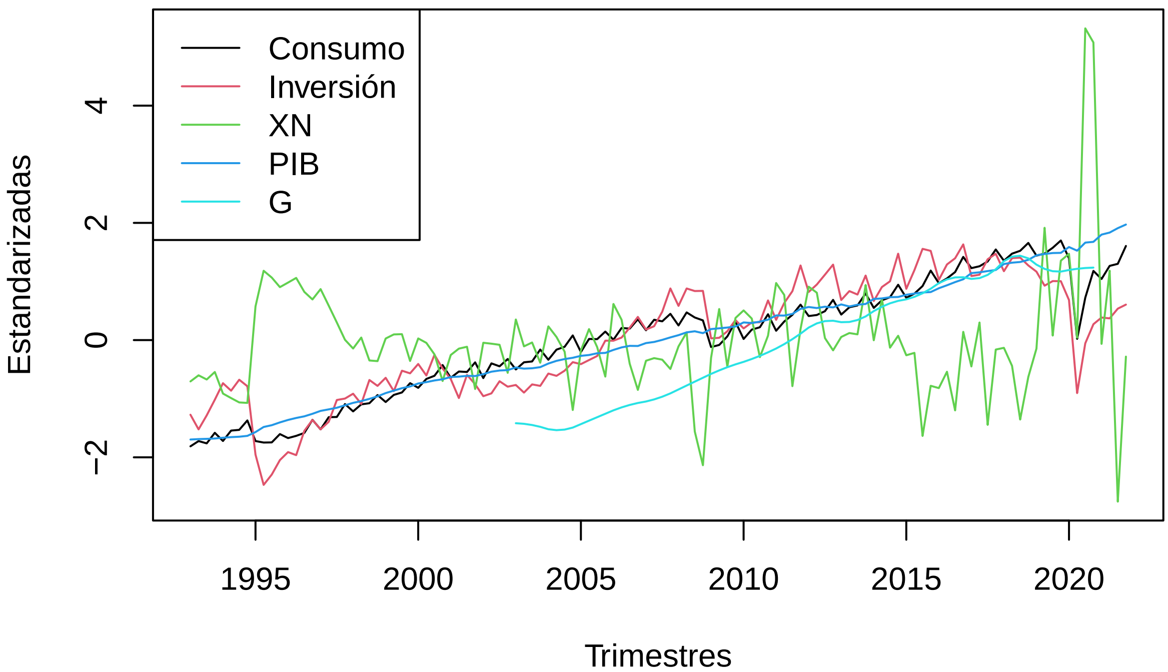


Figura 8: México,1993Q1-2021Q4

El gasto público se obtuvo desde 2003 con frecuencia anual, por lo que fue necesario usar un método de desagregación temporal para transformar las series de baja frecuencia a alta frecuencia. El método que se usó fue el de Denton-Cholette(1994) donde suponemos un movimiento suavizado de la serie de alta frecuencia que converge a sus valores de baja frecuencia.

3.2. b)

Grafíque dichas serie de tiempo juntas para comparalas visualmente. (Compare la gráfica de las variables (de las que son siempre positivas) en dos versiones: a) su valor real original, y b) después de sacarles el logaritmo natural).

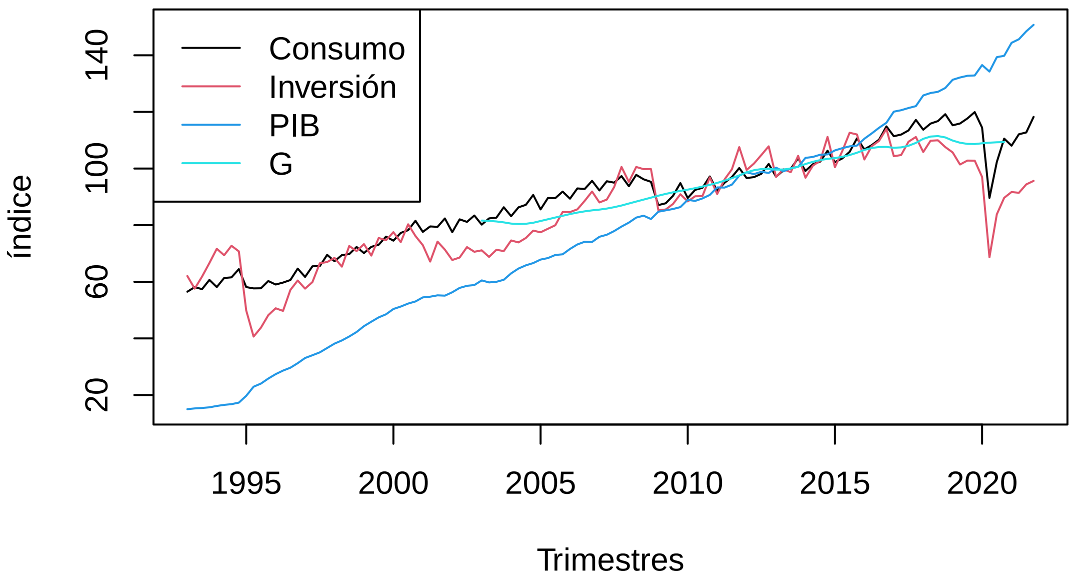


Figura 9: Variables en índice base 2013Q3

En la gráfica anterior podemos notar como son comparables visualmente, debido a que ya se presentan en índice base 2013. Pero si se tuvieran las variables en niveles, veríamos como la escala no permitiría que se apreciaran las fluctuaciones. Por lo que desde un inicio trabajamos con las series en la misma escala.

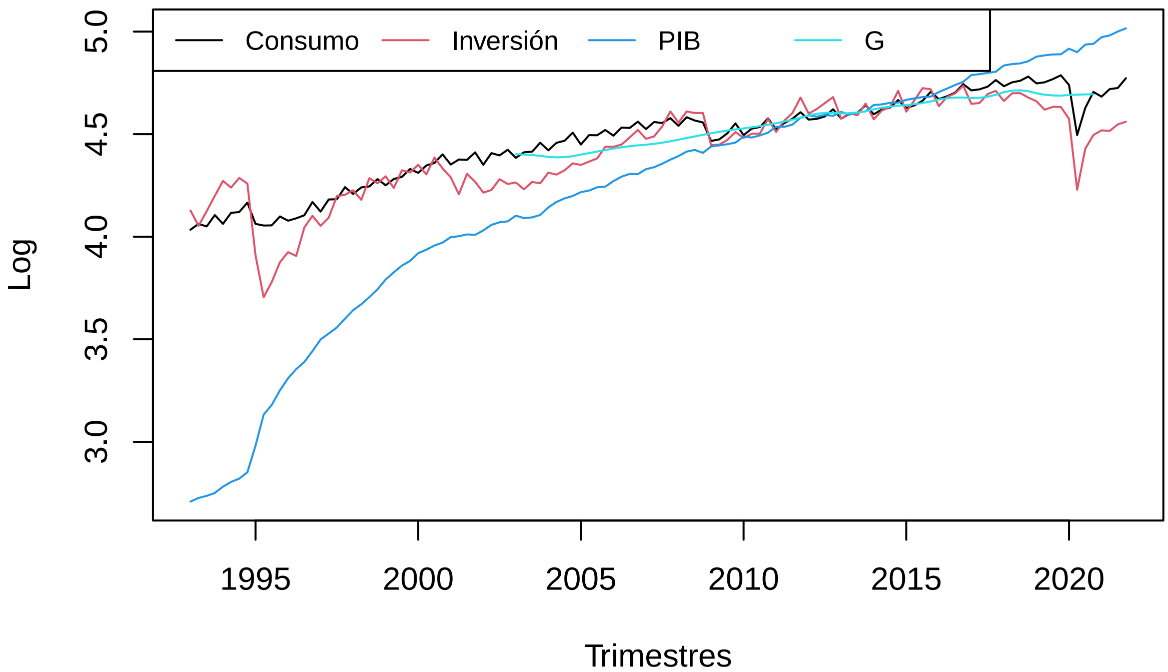


Figura 10: Variables en Log base 2013Q3

Al pasar a logaritmo las series vemos como la dispersión de las series se potencia al inicio del periodo, y lo contrario ocurre al final. El cambio de escala nos permite trabajar con series visualmente comparables, para el caso donde no se tengan las variables en índice. Para el caso de una regresión, tener las variables en logaritmo nos facilita la lectura de los parámetros, ya que estos son elasticidades. En otras palabras, los cambios en las variables exógenas sobre la endógena se harían en porcentaje de 1 % a 1 %.

3.3. c)

gráfique también la tasa de crecimiento de todas estas series.

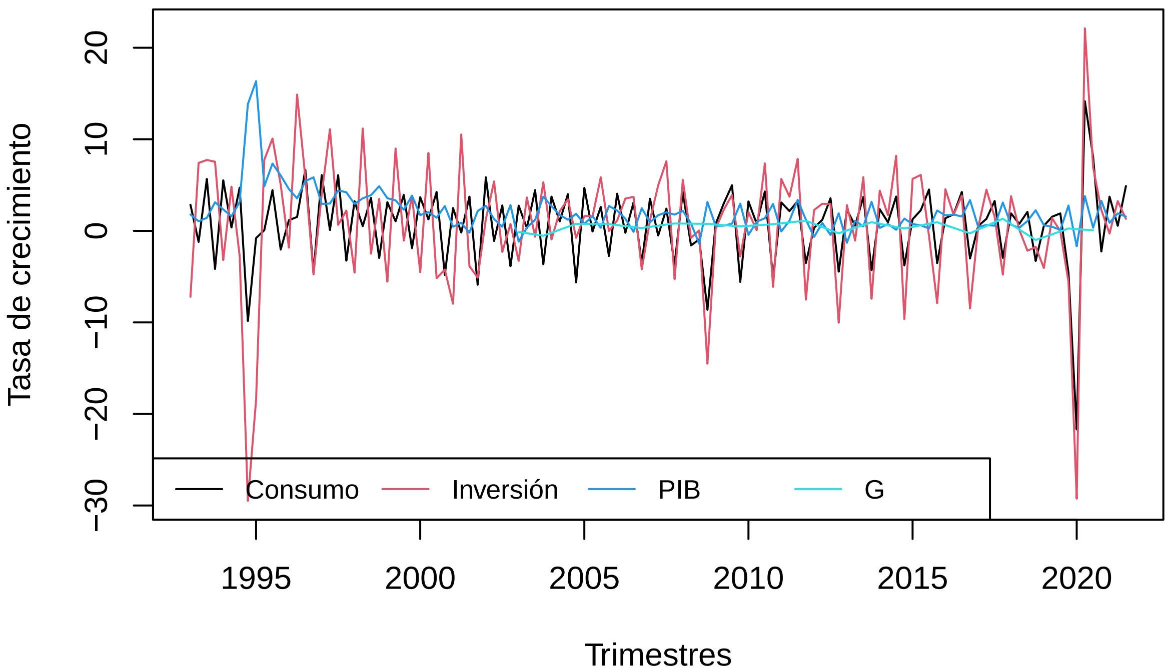


Figura 11: Tasa de crecimiento

Podemos observar como las tasas de crecimiento de todas las variables tienen un comportamiento estacionario, esto quiere decir que las fluctuaciones ocurren alrededor de una media. En este caso, la media de todas las variables es aproximadamente cero, pero con varianzas muy diferentes. Por ejemplo, la serie que presenta la mayor volatilidad es la inversión, seguida por la tasa de consumo y el PIB. La tasa de cambio del gasto público se mantiene estable para toda la muestra. Recordemos que la introducción al capítulo de inversión menciona que es importante estudiarla porque es el componente más volátil de las identidades macroeconómicas, y que es probable que esta variabilidad incida en el consumo.

3.4. d)

Enfóquese ahora nada más al consumo y al producto agregado. Grafique la relación entre una serie y la otra, es decir, grafique los puntos ($\%\Delta Yt$, $\%\Delta Ct$) poniendo el consumo en las ordenadas.

En la siguiente gráfica se presenta un diagrama de dispersión del cambio porcentual trimestral del consumo y el ingreso. Podemos notar como la mayoría de los puntos se concentran cerca del $\Delta\%C = \Delta\%Y = 0$. Al incluir una regresión lineal podemos notar algo contrario a la teoría, que es una relación negativa entre consumo e ingreso. Esto significa que cuando el ingreso crece, el consumo decrece. Sin embargo, más adelante veremos que esta línea no es significativa, en otras palabras, es estadísticamente igual a cero. Entonces, no existe una relación significativa entre el cambio en el consumo y el ingreso entre 1993Q1 y 2021Q4. Esto va de acuerdo con la Hipótesis del Ingreso Permanente.

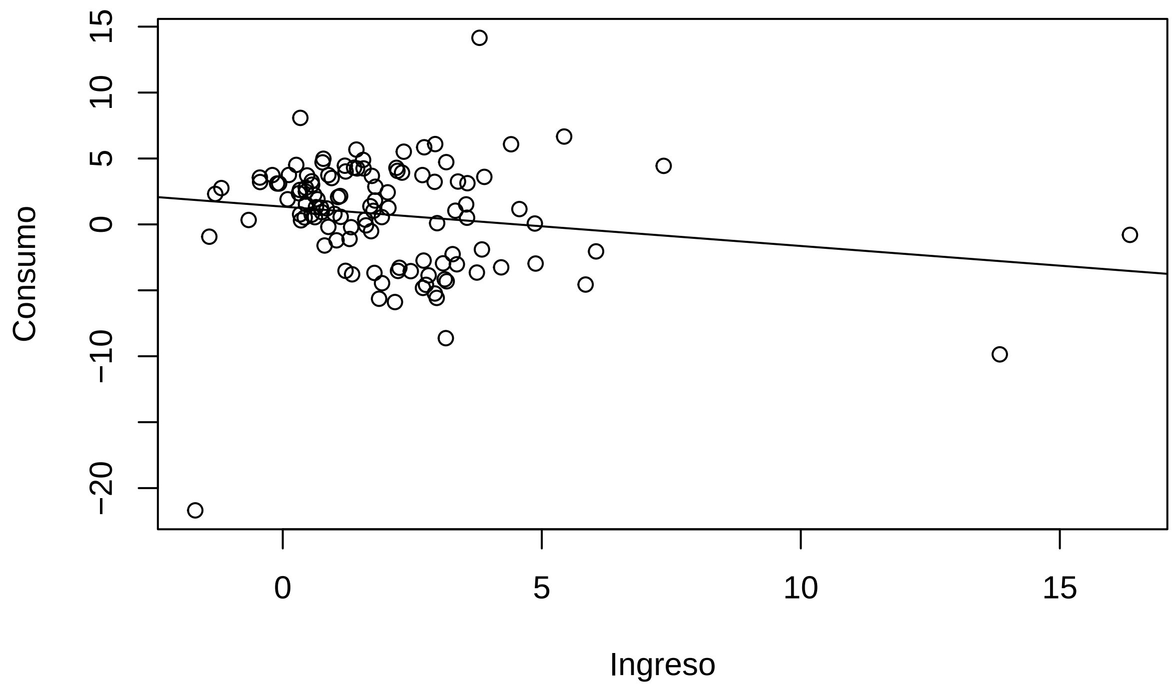


Figura 12: Variables en logaritmo

3.5. e)

Calcule la volatilidad de las dos series de tasas de crecimiento. ¿Qué es más volatil, el ingreso o el consumo?

En este inciso calculamos la desviación estandar de la serie de ingreso y el consumo como indicador de la volatilidad.

Cuadro 4: Volatilidad

	Consumo	Ingreso
Desviación	4.24	2.37

Podemos notar que $\sigma_{\Delta Y} < \sigma_{\Delta C}$, por lo que ocurre lo mismo para la varianza. Esto nos adelanta que la relación entre ingreso y consumo en diferencias será débil, ya que es probable que la variación del ingreso (al ser menor) no explique por completo la variación del consumo. En el siguiente inciso veremos que la bondad de ajuste del modelo en diferencias es cercana a cero.

3.6. f)

Estime cuatro modelos lineales, donde las minúsculas reflejan el logaritmo de la variable en mayúscula, y reporte los valores estimados de los coeficientes, los estadísticos T, las R cuadradas, etc.

Estimamos cuatro modelos de los cuales, solo uno resultó ser significativos. En el siguiente cuadro se resumen los parámetros estimados, su nivel de significancia y su bondad de ajuste:

Cuadro 5: Regresiones

Modelo	Intercepto	Beta	Rsqr
Modelo 1	52.73***	0.46***	0.92
Modelo 2	1.34**	-0.29*	0.02
Modelo 3	0.56	0.07	0.00
Modelo 4	3.40***	0.33***	0.92

Nota:
(***) significativo al 99 %, (**) al 95 % y (*) al 90 %.

Sabemos que el modelo uno estima la relación entre el consumo y ingreso en niveles. Esta estimación se realizó a través de Mínimos Cuadrados Ordinarios, por lo que es necesario comprobar la raíz unitaria de las variables, ya que MCO no es eficiente en presencia de series I(1). En el siguiente cuadro se presenta la prueba ADF, que nos indica la presencia de raíz unitaria en niveles por lo que los estimadores del modelo 1 y 2 están sesgados.

Cuadro 6: Prueba de raíz unitaria

Variable	Estadistico D-F	P-value
Consumo	1.61	0.97
Ingreso	8.23	0.99

Otra observación que es importante realizar, es que las variables en diferencias son estacionarias, pero no se encontró evidencia estadística que el estimador del ingreso fuera distinto de cero. Esto quiere decir que se descarta que el ingreso agregado tenga capacidad predictiva sobre el consumo, al menos para la muestra. En el siguiente inciso discutiremos más sobre porque puede ocurrir este hecho estilizado en México.

3.7. g)

Explique qué se podría concluir, si fuera el caso, a cerca de la Hipótesis del Ingreso Permanente para México a partir de los coeficientes encontrados

De acuerdo con los resultados de las regresiones anteriores, podemos ver como el consumo y el ingreso no guardan relación significativa en diferencias. Esto quiere decir que la tasa de cambio trimestral del ingreso no explica la tasa de cambio trimestral del consumo, incluso si agregamos un rezago ocurre lo mismo. Este ejercicio es similar al que realizó Hall para probar la Hipótesis del Ingreso Permanente. Sin embargo, vemos como en niveles sí existe una relación significativa entre el consumo y el ingreso, pero esta relación se estimo por medio de un método que es ineficiente en presencia de raíz unitaria, por lo que la evidencia del ejercicio no es concluyente.

Para poder hacer un análisis estadístico concluyente tendríamos que realizar un análisis de cointegración, ya que ambas series son I(1). Sin embargo, esto supera el propósito del trabajo por lo que concluiremos que para el caso de México la metodología de Hall también respaldaría que los agentes se comportan de acuerdo con la Hipótesis del Ingreso Permanente.

Al igual que como Campbell y Mankiw (1989) mencionaron, el trabajo de Hall prueba de manera muy limitada la existencia de la HIP, por lo que nuestros resultados también deberían interpretarse con la misma cautela que los de Hall.

4. Ejercicio 4

*Estudie el consumo de los individuos en México, siguiendo estos pasos:**

4.1. a)

Baje los datos de un año de la ENIGH del sitio del INEGI y establezca el número de hogares y el ingreso y el gasto promedio.

De la página oficial del INEGI se descargó la base "concentrado_hogar" del año 2012. Las variables más relevantes para este ejercicio son las siguientes:

- Folioviv, Idenficador de la vivienda.
- foliohog, número de hogares adicionales a la vivienda.
- ubica_geo, ubicación geográfica;esta compuesta por la clave de entidad federativa y clave del municipio-
- clase_hog, diferenciación de los tipos de hogares (por ejemplo, unipersonales = 1)
- edad_jefe, edad del jefe del hogar a la fecha de la entrevista.
- ing_cor, ingreso corriente.
- gasto_mon, gasto monetario-
- factor_hog, factor de expansión.

En seguida, se muestra el "header" de la base de datos (7)-

Cuadro 7: ENIGH 2012

Folio Vivienda	Folio Hogar	Ubicación	clase_hog	Edad Jefe	Ingreso	Gasto	Factor
011001	0	010010000	2	54	31548.90	36825.18	1537
011002	0	010010000	2	38	34186.15	25176.15	1537
011003	0	010010000	3	73	148123.88	98327.65	1537
011004	0	010010000	2	89	45438.94	26118.72	1537
011005	0	010010000	3	30	55309.45	51310.32	1537
011006	0	010010000	2	21	7405.42	9381.13	1215

4.2. b)

Estime una relación entre ingreso y gasto y reporte sus resultados.

Para estimar la relación gasto-ingreso asumimos un modelo lineal que sigue lo siguiente:

$$Gasto = \beta_0 + \beta_1 * Ing + U \tag{1}$$

Donde β_0 se refiere a la intersección de la regresión, β_1 al coeficiente de la variable ingreso y U es el error. Los resultados se muestran a continuación (8)

Cuadro 8: Relación Gasto-Ingreso

term	estimate	std.error	statistic	p.value
(Intercept)	6572.1777837	251.4671890	26.13533	0
ing_cor	0.4995493	0.0042548	117.40810	0

Podemos destacar un coeficiente positivo, es decir una relación directa entre el gasto y el ingreso. Además, según el moedelo, un aumento en un peso de ingreso, genera un aumento de 0.5 pesos.

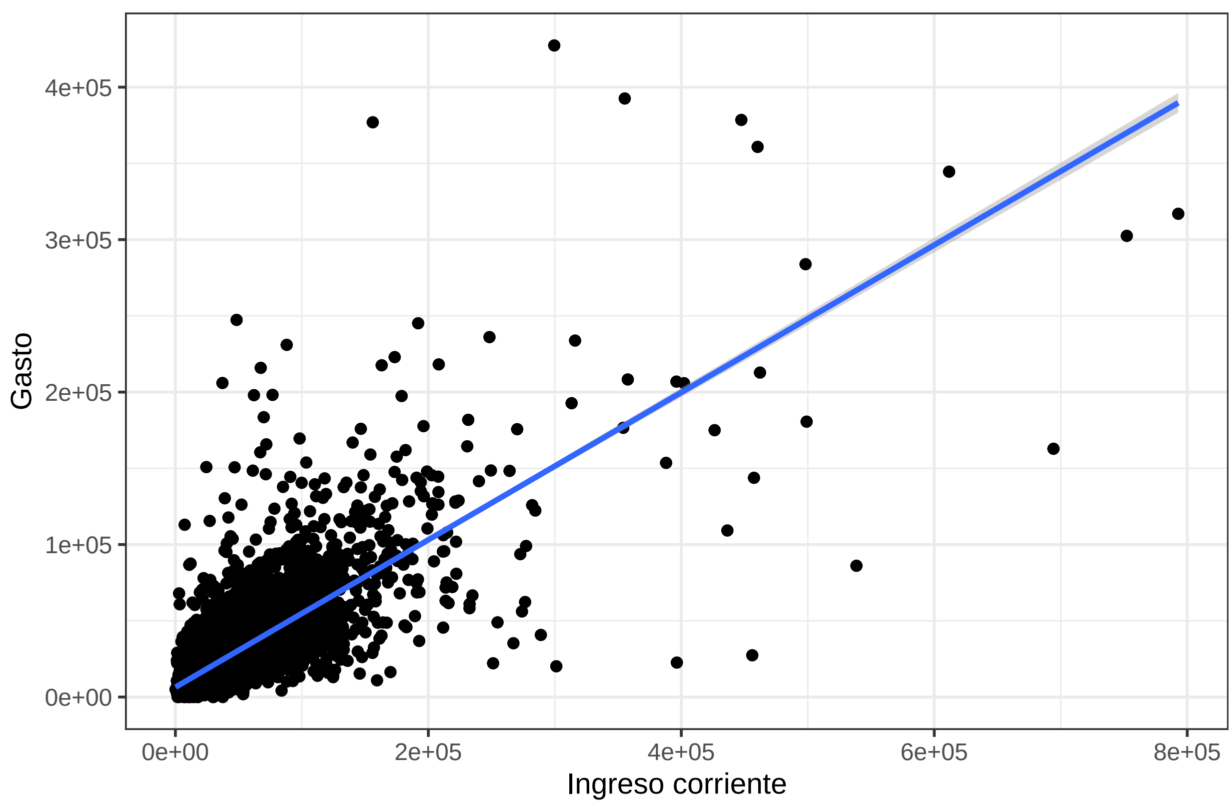


Figura 13: Diagrama de dispersión

4.3. c)

Estime una relación entre ingreso y gasto pero para hogares unipersonales de edad entre 30 y 40 años de edad de la Ciudad de México.

Para estimar la relación primero se realiza un filtrado de la base de datos con los criterios requeridos:

- 30 <edad <40
- clase_hog == 1 (clave para hogares unipersonales)
- Código de entidad federativa 9. (Esto indica los hogares en CDMX)

El resultado de dicho filtrado nos deja con 6 observaciones. Es importante mencionar que hay que considerar el factor de ajuste.

Cuadro 9: Relación Gasto-Ingreso para hogares unipersonales de edad entre 30 y 40 años de edad

folioviv	gasto_mon	ing_cor	factor_hog
091028	125613.30	143885.57	7380
094030	25668.81	40628.75	7877
095017	18670.63	25204.91	11483
097043	13446.72	40555.22	8163
099009	25839.98	69117.27	5321
099027	7731.49	15388.70	7875

De nuevo asumimos un modelo lineal como en la ecuación 1-

Cuadro 10: Hogares unipersonales de entre 30 y 40 años de la Ciudad de México

term	estimate	std.error	statistic	p.value
(Intercept)	-12314.058416	8609.2329420	-1.430332	0.2258543
ing_cor	0.900739	0.1291315	6.975360	0.0022213

De nuevo podemos ver una relación directa entre ingreso y gasto. La relación es estadísticamente significativa y vemos que la intersección de la regresión es sustancialmente más baja, a pesar de lo anterior, el intercepto no es significativo. Esto se explica por el rango de edad que tomamos en cuenta.La población con las características requeridas, al incrementar su ingreso en un peso, aumenta su gasto en 90 centavos.

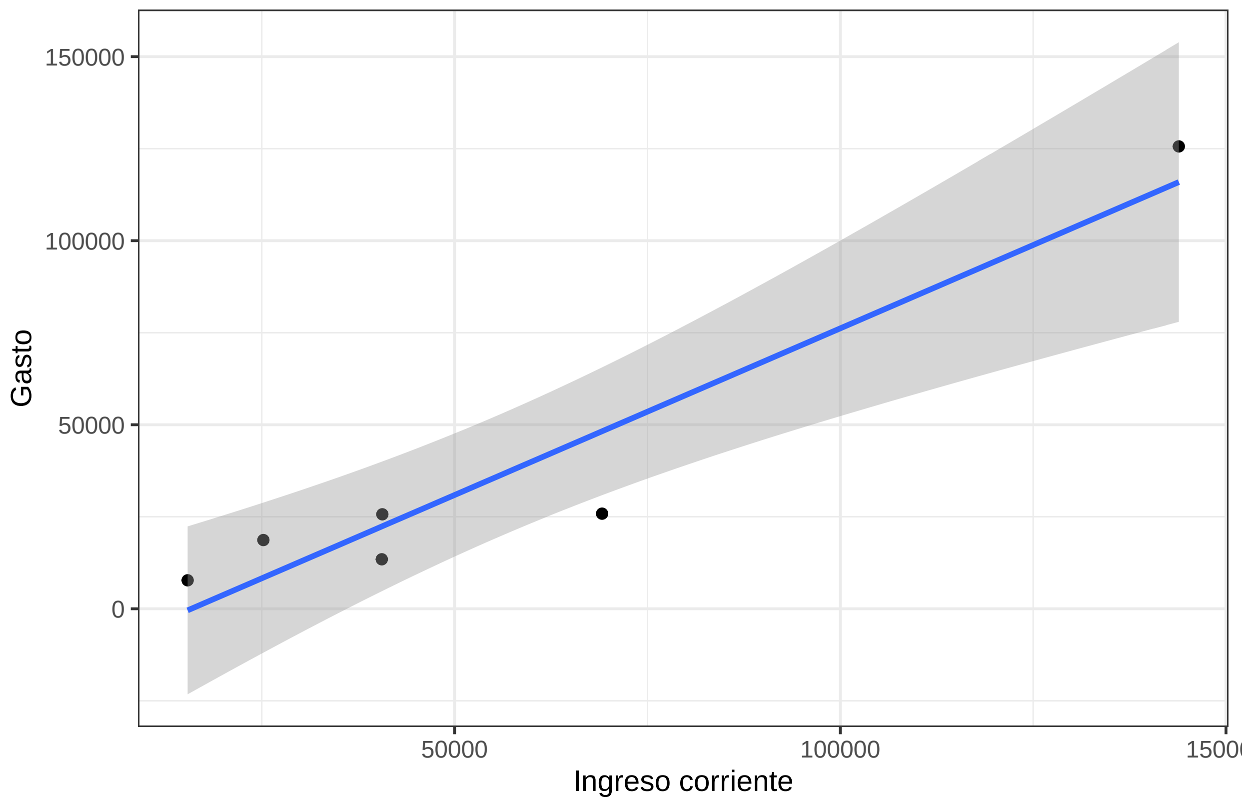


Figura 14: Regresión lineal

4.4. d)

Para todos los hogares unipersonales, estime el valor promedio del ingreso por edad, separando la muestra en grupos de edad de cinco años cada uno y grafíquelo.

Para la realización de este ejercicio se utilizó la paquetería dplyr para segmentar los datos, así como la libería ggplot para graficar. El parámetro para determinar a los hogares unipersonales es la variable "clase_hog == 1". Los promedios por grupo de edad se muestran en la tabla 11. Podemos destacar que los grupos con una peor expectativa de ingresos son aquellos de los extremos; personas muy jóvenes o muy grandes tienen un promedio de ingresos menor. Además el ingreso va aumentando hasta alcanzar un pico aproximadamente a los 50 años para después reducirse de forma paulatina.

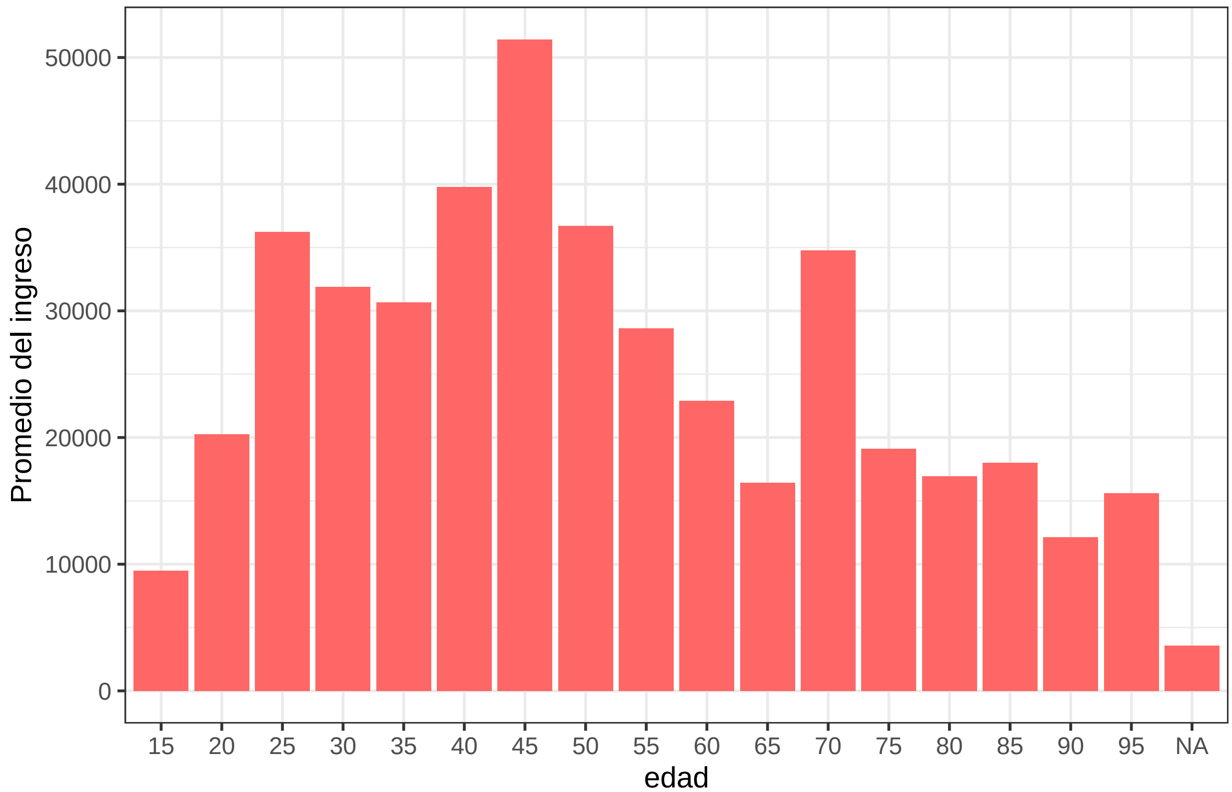


Figura 15: Promedio de ingreso por grupo de edad

Cuadro 11: Ingreso promedio por grupo de edad

edad	promedio
12-15	9492.892
15-20	20268.536
20-25	36235.663
25-30	31904.595
30-35	30651.003
35-40	39772.784
40-45	51437.351
45-50	36702.389
50-55	28610.117
55-60	22915.647
60-65	16434.921
65-70	34769.707
70-75	19116.125
75-80	16953.753
80-85	17996.634
85-90	12112.592
90-95	15600.412
95-100	3588.430

4.5. e)

Interprete sus resultados a la luz de la HIP y comparados con los resultados para las variables agregadas.

De las dos regresiones realizadas (cuadro 8 y 10) vemos una relación significativa entre el ingreso y el gasto, es decir, se pone en entre dicho la hipótisis de la caminata aleatoria. Además, podemos observar una relación más cercana entre ingreso y gasto para la población entre 30 y 40 años en hogares unipersonales. Los anterior es consistente con lo visto en clase, pues, esta población tiene más certidumbre sobre su futuro; probablemente estudios terminados o una situación laboral estable, por lo que un aumento en su ingreso es más probable que sea de carácter permanente y ante menor incertidumbre el ahorro precautorio es menor.

5. Ejercicio 5

Estudie el "acertijo del premio al riesgo" para el caso de México siguiendo estos pasos:

5.1. a)

Consiga los valores anuales de IPC, el Índice de Precios y Cotizaciones de la Bolsa Mexicana de Valores por lo menos desde 1990.

Datos obtenidos de Banco de México. Véase Cuadro 12.

5.2. b)

Calcule su tasa de retorno nominal para cada año.

Elaboración propia con base en datos de Banco de México. Véase Cuadro 12.

Cuadro 12: IPC, CETES a distintos plazos y la diferencia en rendimientos

año	ipc_bmv	rend_nom_ipc_bmv	cetes_28d	cetes_91d	cetes_182d	cetes_364d	ipc_28	ipc_91	ipc_182	ipc_364	gc_nac	gc_imp
1990	570.142	0.732	0.348	0.349	0.299	0.250	0.384	0.383	0.433	0.483	NA	NA
1991	1086.084	0.905	0.193	0.198	0.198	0.198	0.712	0.707	0.707	0.707	NA	NA
1992	1671.612	0.539	0.157	0.159	0.159	0.168	0.383	0.380	0.380	0.371	NA	NA
1993	1856.242	0.110	0.148	0.154	0.154	0.154	-0.038	-0.044	-0.044	-0.044	NA	NA
1994	2520.651	0.358	0.140	0.145	0.140	0.137	0.218	0.213	0.218	0.221	0.019	0.247
1995	2219.358	-0.120	0.487	0.485	0.417	0.376	-0.606	-0.605	-0.536	-0.495	-0.009	-0.506
1996	3163.175	0.425	0.313	0.328	0.337	0.342	0.112	0.097	0.089	0.083	0.051	0.641
1997	4442.422	0.404	0.198	0.213	0.219	0.223	0.206	0.192	0.186	0.181	0.060	0.286
1998	4241.030	-0.045	0.246	0.260	0.215	0.223	-0.291	-0.306	-0.261	-0.269	0.054	-0.142
1999	5332.092	0.257	0.213	0.223	0.234	0.242	0.044	0.035	0.023	0.015	0.055	0.200
2000	6515.856	0.222	0.153	0.162	0.166	0.169	0.069	0.060	0.056	0.053	0.037	0.585
2001	6119.706	-0.061	0.113	0.122	0.130	0.136	-0.173	-0.183	-0.191	-0.197	0.013	0.031
2002	6517.990	0.065	0.071	0.074	0.081	0.086	-0.006	-0.009	-0.016	-0.021	0.007	-0.027
2003	7186.921	0.103	0.062	0.065	0.069	0.072	0.040	0.037	0.033	0.030	0.045	0.125
2004	10677.264	0.486	0.068	0.071	0.074	0.078	0.417	0.414	0.412	0.408	0.035	0.166
2005	14458.610	0.354	0.092	0.093	0.093	0.092	0.262	0.261	0.261	0.262	0.002	0.111
2006	21074.750	0.458	0.072	0.073	0.074	0.075	0.386	0.385	0.383	0.383	0.038	0.050
2007	29713.715	0.410	0.072	0.074	0.075	0.076	0.338	0.336	0.335	0.334	-0.005	0.049
2008	26859.899	-0.096	0.077	0.079	0.080	0.081	-0.173	-0.175	-0.176	-0.177	-0.014	-0.154
2009	25306.026	-0.058	0.054	0.055	0.056	0.058	-0.112	-0.113	-0.113	-0.116	0.021	0.050
2010	33285.888	0.315	0.044	0.046	0.047	0.049	0.271	0.270	0.269	0.267	0.020	-0.013
2011	36340.526	0.092	0.042	0.044	0.045	0.047	0.049	0.048	0.047	0.045	0.027	0.125
2012	40037.193	0.102	0.042	0.044	0.045	0.046	0.059	0.058	0.057	0.056	-0.007	0.040
2013	42060.966	0.051	0.038	0.038	0.039	0.040	0.013	0.012	0.012	0.011	0.031	0.079
2014	42644.214	0.014	0.030	0.031	0.032	0.034	-0.016	-0.017	-0.018	-0.020	0.019	0.035
2015	43770.957	0.026	0.030	0.031	0.033	0.035	-0.003	-0.005	-0.006	-0.009	0.041	0.086
2016	45901.913	0.049	0.042	0.044	0.045	0.046	0.007	0.005	0.003	0.003	0.067	-0.014
2017	48995.623	0.067	0.067	0.069	0.070	0.071	0.000	-0.001	-0.003	-0.004	0.007	0.109
2018	46730.693	-0.046	0.076	0.078	0.080	0.081	-0.122	-0.125	-0.126	-0.127	0.011	-0.033
2019	43066.335	-0.078	0.078	0.079	0.080	0.079	-0.157	-0.158	-0.158	-0.157	-0.005	0.028
2020	38704.094	-0.101	0.053	0.053	0.053	0.048	-0.155	-0.155	-0.154	-0.149	-0.077	0.009
2021	49487.494	0.279	0.044	0.046	0.049	0.053	0.234	0.232	0.230	0.226	0.067	0.134

5.3. c)

Consiga los valores promedio anual de la tasa de interés de CETES a 7 días, o la TIIE, la tasa inter-bancaria de equilibrio, y de la tasa de interés a un año, para el periodo que esté disponible.

Datos obtenidos de Banco de México. Véase Cuadro 12.

5.4. d)

Calcule la diferencia entre el retorno del IPC y el retorno de invertir en CETES a distintos plazos.

Sea:

ipc_bmv = Índice de Precios y Cotizaciones de la Bolsa Mexicana de Valores

rend_nom_ipc_bmv = Rendimiento del IPC

cetes_28d = Tasa de interés CETES a 28 días

cetes_91d = Tasa de interés CETES a 91 días

cetes_182d = Tasa de interés CETES a 182 días

cetes_364d = Tasa de interés CETES a 364 días

ipc_28 = Diferencia en el rendimiento entre el IPC y la tasa de interés CETES a 28 días

ipc_91 = Diferencia en el rendimiento entre el IPC y la tasa de interés CETES a 91 días

ipc_182 = Diferencia en el rendimiento entre el IPC y la tasa de interés CETES a 182 días

ipc_364 = Diferencia en el rendimiento entre el IPC y la tasa de interés CETES a 364 días

gc_nac = Tasa de crecimiento real del consumo agregado de bienes nacionales

gc_imp = Tasa de crecimiento real del consumo agregado de bienes agregados

5.4.1. e) Calcule la covarianza entre dicha diferencias y la tasa de crecimiento real del consumo agregado de la economía mexicana.

Tomamos el Índice de Consumo Privado en el Mercado Interior (IMCPMI) y dentro del índice, consideramos el componente Nacional (fuente: INEGI). Véase los resultados en el Cuadro 13.

5.4.2. f) Calcule el valor de aversión relativa al riesgo que implican estos números, dado el supuesto de una utilidad con forma ARRC.

Acorde al acertijo del premio al riesgo y usando una función de utilidad ARRC, el grado de aversión al riesgo está dado por:

$$\theta = \frac{E[r^i] - E[r^j]}{cov(r^i - r^j, g^c)} \tag{2}$$

Donde $E[r^i] - E[r^j]$ es la diferencia de los valores esperados del rendimiento de los activos y g^c representa la tasa de crecimiento en el consumo.

Cuadro 13: Cálculo del coeficiente ARRC - Consumo Nacional

CETES	Equity_Premium	Covarianza	Coeficiente_ARRC
28 días	0.0326	0.002099	15.54
91 días	0.0288	0.002031	14.15
182 días	0.0305	0.001971	15.50
364 días	0.0299	0.001869	15.97

5.5. g)

Ahora calcule la covarianza entre dichas diferencias y la tasa de crecimiento real del consumo agregado de bienes importados de la economía mexicana.

Tomamos el Índice de Consumo Privado en el Mercado Interior (IMCPMI) y dentro del índice, consideramos el componente Importado. Véase los resultados en el Cuadro 14.

5.6. h)

Calcule el valor de aversión relativa al riesgo que implican estos números, dado el supuesto de una utilidad con forma ARRC.

Cuadro 14: Cálculo del coeficiente ARRC - Consumo Importado

CETES	Equity_Premium	Covarianza	Coeficiente_ARRC
28 días	0.0326	0.024898	1.31
91 días	0.0288	0.024410	1.18
182 días	0.0305	0.022349	1.37
364 días	0.0299	0.021348	1.40

5.6.1. i) Interprete sus resultados.

Los resultados obtenidos del cálculo del grado de aversión al riesgo, con la base de datos de diferenciales de rendimiento de activos con el consumo agregado de bienes nacionales, están en linea con la evidencia empírica, donde dicho parámetro alcanza valores elevados, superiores al nivel de 15. Considerando el conjunto de datos del consumo importado, el coeficiente ARRC es menor que en el caso del consumo de bienes nacionales, oscilando alrededor del 1.2 y 1.4. También se puede observar que este coeficiente tiene una tendencia ascendente, siendo mayor cuando se toma en cuenta un mayor plazo de CETES.

6. Ejercicio 6

Utilice el método del árbol binomial para, primero, explicar el precio P=80 de un activo y, después, valuar un "call' ' sobre dicho activo, con precio de ejercicio K=P-N donde N es el número de su equipo, (Grupo 1, use N=1, Grupo 2, use N=2, etc) asumiendo una tasa de interés de 5 por ciento:

Para el desarrollo de este ejercicio se utilizó la librería "derivmkts" y en concreto, el comando "binomopt". Dicho comando sigue el proceso de valuación de opciones que especifíca Hull(). Debido a lo anterior, en seguida se describe el procedimiento.

Los árboles binomiales son un diagrama que representa los diferentes caminos que puede tomar el precio de un activo durante el periodo de vida de una opción. Este método se basa en el supuesto de que el precio de la acción sigue una caminata aleatoria.

Imaginemos un portafolio que consta de posiciones largas en Δ acciones, así como una posición corta en una opción. Denotemos con f el precio del activo. Calculamos entonces el valor de Δ que hace que el portafolio no tenga riesgo. En el caso de un aumento del precio de la acción, el valor del portafolio al final de la vida de la opción es $S_0u\Delta - f_u$. En caso de un movimiento en dirección contraria el precio sería $S_0d\Delta - f_d$. Ambas son iguales cuando:

$$S_0u\Delta - f_u = S_0d\Delta - f_d$$

Despejando Δ obtenemos lo siguiente:

$$\Delta = \frac{f_u - f_d}{S_0u - S_0d}$$

En este caso el portafolio está libre de riesgo y por tanto no hay oportunidades de arbitraje. Al denotar la tasa libre de riesgo como r, el valor presente del portafolio es

$$(S_0u\Delta - f_u)e^{-rT}$$

mientras que el costo de establecer el portafolio es

$$S_0\Delta - f$$

De donde obtenemos lo siguiente:

$$(S_0u\Delta - f_u)e^{-rT} = S_0\Delta - f$$

despejando f y sustituyendo el valor de Δ obtenemos

$$f = \frac{f_d(1 - de^{-rT}) + f_d(ue^{-rT-1})}{u - d}$$

Es decir, que el valor de una opción es:

$$f = e^{-rT}(pf_u + (1-p)f_d)$$

donde

$$p = \frac{e^{rT} - d}{u - d}$$

Para ajustar la volatilidad se especifican los movimientos hacia arriba y hacia abajo de los activos subyacentes de la siguiente forma:

$$u = e^{v\sqrt{tt}}$$

$$d = e^{-v\sqrt{tt}}$$

Por último se utiliza la paquetería "derivmkts" para valuar el precio de la acción con los siguientes parámetros:

- Precio de la acción $S_0 = 80$
- Precio de ejercicio $k = 75$ (equipo 5)
- Tasa de interés anual libre de reisgo $r = 0{,}05$
- Tiempo de madurez en años $tt = 1$
- Rendimiento de dividendos $d = 0$
- número de pasos binomiales $nstep = 1$
- volatilidad 0.20

En seguida se muestran los resultados:

```
##     price         s         k         v         r        tt         d     nstep
## 11.870884 80.000000 75.000000  0.200000  0.050000  1.000000  0.000000  1.000000
##         p        up        dn         h
##  0.450166  1.284025  0.860708  1.000000
```

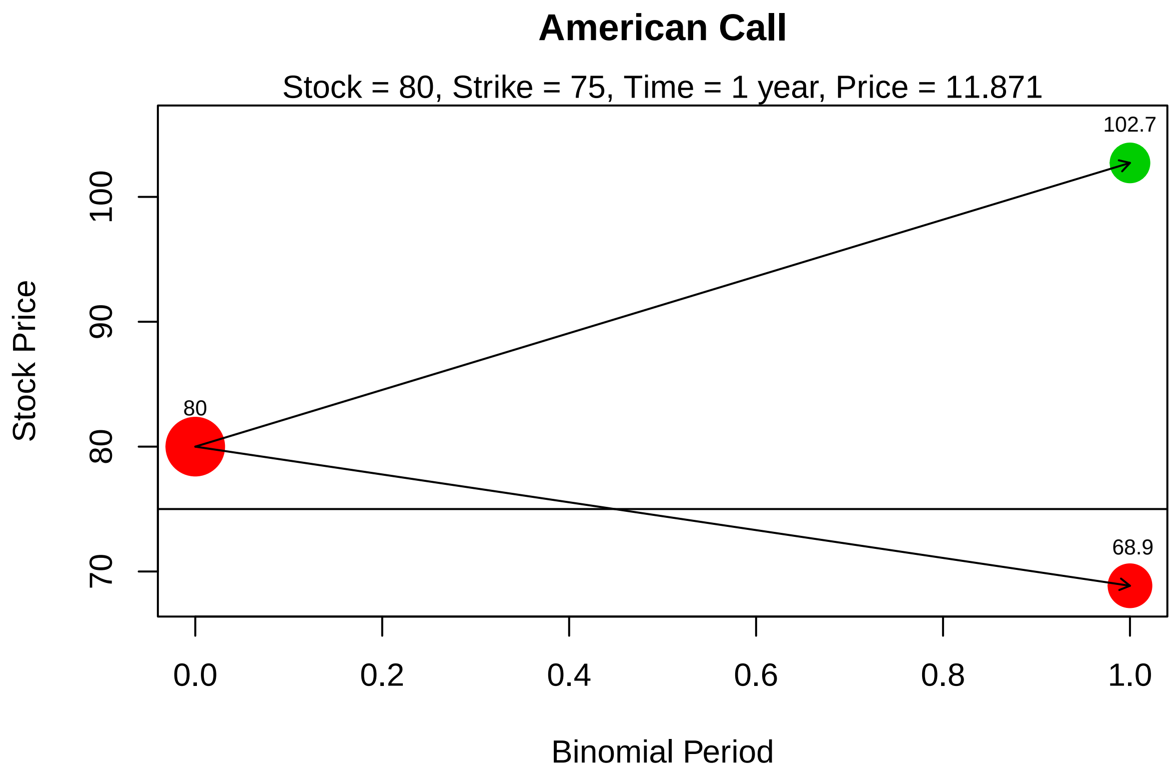


Figura 16: Árbol binomial en un paso

Si cambiáramos a 5 pasos binomiales entonces el precio del activo es:

```
##       price           s           k           v           r          tt           d
## 11.2509820 80.0000000 75.0000000  0.2000000  0.0500000  1.0000000  0.0000000
##       nstep           p          up          dn           h
##  5.0000000  0.4776542  1.1045552  0.9236309  0.2000000
```

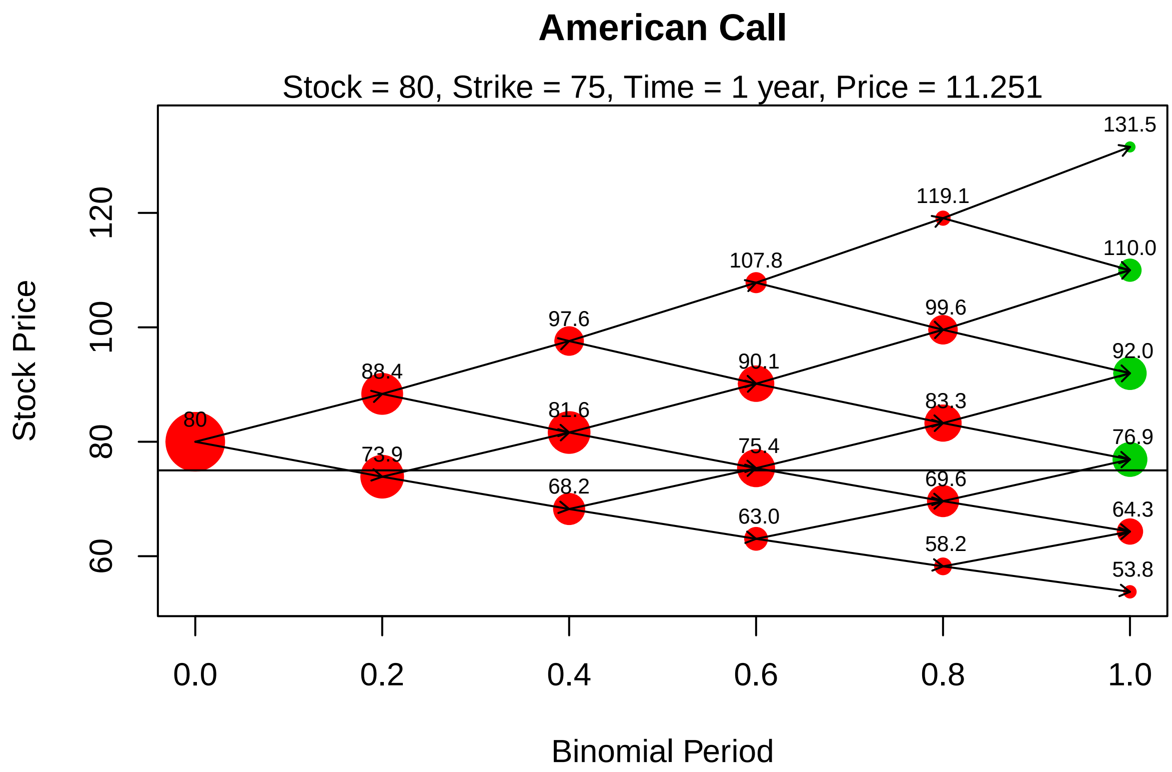


Figura 17: Árbol binomial en cinco pasos