Lista de exercícios 3 - Análise de Sensibilidade e Paramétrica

Edna A. Hoshino - Faculdade de Computação - UFMS

1. Considere o seguinte problema de programação linear e seu tableau ótimo:

$$\begin{array}{lllllll}
(P) & \max & 2x_1 & +x_2 & -x_3 & & \\
& s.a. & x_1 & +2x_2 & +x_3 & \leq & 8 \\
& & -x_1 & +x_2 & -2x_3 & \leq & 4 \\
& & x_1, & x_2, & x_3 & \geq & 0
\end{array}$$

   Tableau ótimo:

	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	rhs
z	0	3	3	2	0	16
x_1	1	2	1	1	0	8
x_5	0	3	-1	1	1	12

   (a) Qual o valor máximo que o coeficiente da variável x_2 pode assumir sem alterar a otimalidade da solução atual? Justifique sua resposta.

   (b) Se você tivesse que escolher entre aumentar o rhs da primeira ou da segunda restrição, qual escolheria? Por quê? Qual o efeito deste aumento sobre o valor ótimo da função objetivo?

   (c) Suponha que a seguinte restrição é adicionada ao problema: $x_2+x_3 \geq 2$. Usando análise de sensibilidade, encontre a nova solução ótima e o valor da solução ótima;

   (d) Suponha que uma nova variável x_6 seja adicionada com coeficiente de custo 4 e coeficientes $(1,2)^t$ na matriz de restrições. Encontre a nova solução ótima.

   (e) Suponha que o rhs $\begin{bmatrix} 8 \\ 4 \end{bmatrix}$ é alterado para $\begin{bmatrix} 8 \\ 4 \end{bmatrix} + \lambda \begin{bmatrix} -1 \\ -1 \end{bmatrix}$. Encontre todas as soluções ótimas e os respectivos valores ótimos do problema para todos os valores de $\lambda \geq 0$.

2. Considere o seguinte problema:

$$\begin{array}{lllll}
\min & -x_1 & +x_2 & -2x_3 & \\
s.a. & x_1 & +x_2 & +x_3 & \leq 6 \\
& -x_1 & +2x_2 & +3x_3 & \leq 9 \\
& x_1, & x_2, & x_3 & \geq 0
\end{array}$$

(a) Resolva o problema pelo método simplex;

(b) Suponha que o vetor custo $c = (-1, 1, -2)$ seja substituído por $(-1, 1, 2) + \lambda(2, 1, 1)$, onde λ é um número real. Encontre as soluções ótimas para todos os valores de λ.

3. Considere o seguinte problema:

$$\begin{array}{llllll} \max & 2x_1 & +3x_2 & +5x_3 & \\ s.a. & x_1 & +x_2 & +2x_3 & \leq 8 \\ & x_1 & -x_2 & +x_3 & \leq 4 \\ & x_1, & x_2, & x_3 & \geq 0 \end{array}$$

(a) Encontre a solução ótima;

(b) Encontre a nova solução ótima se o coeficiente de custo da variável x_2 mudar de 3 para -4;

(c) Encontre as soluções ótimas se o coeficiente de custo da variável x_2 variar sobre os reais de $(-\infty, +\infty)$.

(d) Encontre as soluções ótimas se o rhs mudar de $(8, 4)^t$ para $(8, 4)^t + (1, 2)\lambda$, para $\lambda \geq 0$.

4. Considere o seguinte problema de programação linear e seu tableau ótimo:

$$\begin{array}{llllll} (P) \min & 4x_1 & +6x_2 & +18x_3 & \\ s.a. & x_1 & & +3x_3 & \geq 3 \\ & & x_2 & +2x_3 & \geq 5 \\ & x_1, & x_2, & x_3 & \geq 0 \end{array}$$

z	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	rhs
1	-2	0	0	-2	-6	36
0	1/3	0	1	-1/3	0	1
0	-2/3	1	0	2/3	-1	3

Suponha que a seguinte restrição é adicionada ao modelo (P):

$$2x_1 + x_2 + x_3 \geq 5.$$

(a) Altere o tableau para incluir a nova restrição de modo que a nova variável de folga seja incluída como uma variável básica.

(b) Usando análise de sensibilidade e o dual-simplex, encontre a nova solução ótima.