Universidade Federal de Mato Grosso do Sul Faculdade de Computação - Curso de Ciência da Computação Disciplina: Programação Linear Lista de exercícios 4

fevereiro de 2013

1. Considere a árvore de enumeração T da figura abaixo que advém da aplicação parcial de um algoritmo de Branch-and-Bound numa instância de um certo problema de otimização P com uma função objetivo do tipo maximização. Ao lado de cada nó da árvore encontra-se um par ordenado de números sendo o primeiro deles um limitante superior e o segundo um limitante inferior sobre o valor ótimo de P naquele nó. A sigla inf é usada para indicar o valor infinito (∞) e um limitante superior com valor -inf indica que o problema é inviável. Responda:

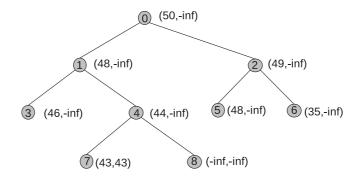


Figura 1: Árvore de enumeração T

- (a) Quais os nós de T que serão podados? Justifique.
- (b) Com base nos dados em T, qual o menor intervalo em que pode estar o valor ótimo de P? Justifique.
- 2. Dado um problema de mochila binária $\max\{\sum_{j=1}^n c_j x_j : \sum_{j=1}^n a_j x_j \leq b, x \in \mathbb{B}^n\}$, onde $a_j > 0, c_j > 0$ e $\frac{c_1}{a_1} \geq \ldots \geq \frac{c_n}{a_n}$, a solução da relaxação linear é $x_j = 1$, para $j = 1, \ldots, r-1$, $x_r = (b \sum_{j=1}^{r-1} a_j)/a_r$ e $x_j = 0$, para j > r, onde r é tal que $\sum_{j=1}^{r-1} a_j \leq b$ e $\sum_{j=1}^r a_j > b$.

Resolva o problema da mochila $\max\{17x_1 + 10x_2 + 25x_3 + 8x_4 : 5x_1 + 3x_2 + 8x_3 + 3x_4 \le 12, x \in \mathbb{B}^4\}$ por branch-and-bound, usando o algoritmo acima para obter a relaxação linear em cada nó da árvore de enumeração e fazendo branching na variável x_r .

É permitido encerrar o branch-and-bound se o gap de otimalidade (diferença entre o melhor limitante superior e o melhor limitante inferior) for menor ou igual a 3. Mas, não use heurísticas primais para obter limitantes inferiores! Indique:

- (a) desenhe a árvore de enumeração, indicando em cada nós os limitantes superior e inferior;
- (b) indique os nós que foram podados e o motivo da poda.