Universidade Federal de Mato Grosso do Sul Faculdade de Computação

Desafios de Programação

Aritmética e Álgebra

O Sistema Numérico de Stern-Brocot

A árvore de Stern-Brocot é uma forma de representar o conjunto formado por todas as frações não-negativas $\frac{m}{n}$ onde m e n são números primos entre si. Para construir essa árvore, começamos com as frações $(\frac{0}{1},\frac{1}{0})$ e então inserimos a fração $\frac{1}{1}$ entre elas: Com isso obtemos:

$$\frac{0}{1}, \frac{1}{1}, \frac{1}{0}$$

Continuamos então com a inserção da fração $\frac{m+m'}{n+n'}$ entre duas frações adjacentes $\frac{m}{n}$ e $\frac{m'}{n'}$ enquanto for necessário. Realizando essa operação sobre a sequência $\frac{0}{1}, \frac{1}{1}, \frac{1}{0}$, obteríamos:

$$\frac{0}{1},\frac{1}{2},\frac{1}{1},\frac{2}{1},\frac{1}{0}$$

A próxima sequência seria:

$$\frac{0}{1}, \frac{1}{3}, \frac{1}{2}, \frac{2}{3}, \frac{1}{1}, \frac{3}{2}, \frac{2}{1}, \frac{3}{1}, \frac{1}{0}$$

A sequência resultante de uma série de inserções de frações entre duas frações adjacentes pode ser representada por uma árvore binária infinita, cujos primeiros níveis podem ser vistos na Figura 1. Essa árvore é conhecida como **Árvore de Stern-Brocot**.

Nós podemos olhar para a árvore de Stern-Brocot como um sistema numérico para representação de número racionais já que cada um dos racionais positivos (com as frações já reduzidas) aparece somente uma vez nessa árvore. Sejam as letras "L" (de left) e "R" (de right) um indicativo de qual ramo tomar em um percurso na árvore que começa na sua raiz $\frac{1}{1}$ e termina em uma das frações que a compõem; então, uma sequência de L's e R's identifica unicamente uma fração da árvore. A sequência LRRL, por exemplo, identifica a fração $\frac{5}{7}$. Podemos, dessa forma, considerar a sequência LRRL como uma representação da fração $\frac{5}{7}$. Toda fração positiva pode ser representada como uma sequência distinta de L's e R's, com a fração $\frac{1}{1}$ sendo representada pela sequência vazia. Iremos denotar essa sequência pela letra I.

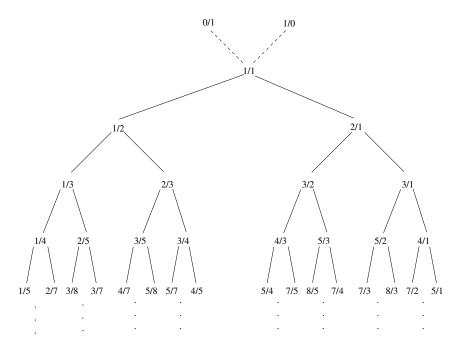


Figura 1: Parte da árvore de Stern-Brocot.

Seu objetivo aqui é escrever um programa que, dada uma fração positiva, representea utilizando o sistema baseado na árvore de Stern-Brocot.

Formato da Entrada

A entrada é composta de vários casos de teste, sendo um caso de teste por linha da entrada. Cada caso de teste consiste de um par de inteiros positivos m e n, onde m e n são primos entre si. O final da entrada é indicada pelo par "1 1" (que não deve ser processado).

Formato da Saída

Para cada linha da entrada, com exceção da última, seu programa deve imprimir a representação da fração dada no sistema de Stern-Brocot.

Exemplo de Entrada

5 7 878 323 1 1

Exemplo de Saída

LRRL
RRLRLLLLRLRRR