## 1. Introdução

A Torre de Hanói é um problema clássico da matemática recreativa e da ciência da computação, utilizado como modelo para estudo de algoritmos de busca, planejamento e recursividade. O problema consiste em transferir uma pilha de discos de uma haste para outra, obedecendo regras rígidas: apenas um disco pode ser movido por vez, e discos maiores não podem ser colocados sobre discos menores. Neste trabalho, investigamos soluções para a Torre de Hanói usando o algoritmo de busca A\*, comparando a implementação manual com soluções geradas por Inteligência Artificial, analisando eficiência, complexidade e aplicabilidade.

# 2. Formalização do Problema – Espaço de Estados

O problema da Torre de Hanói pode ser formalizado utilizando o formalismo de espaço de estados:

- Estado inicial: todos os discos empilhados em ordem decrescente na primeira haste.
- Ações: mover o disco superior de uma haste para outra, obedecendo a regra de que um disco maior não pode ser colocado sobre um menor.
- Modelo de transição: cada ação válida transforma um estado S em um novo estado S', modificando as hastes conforme o movimento realizado.
- Teste de meta: verificar se todos os discos estão na terceira haste na ordem correta.
- Função custo: cada movimento tem custo unitário (1), sendo o custo total o número de movimentos realizados.

## 3. Desenvolvimento – Aplicação da Busca A\*

### 3.1. Algoritmo A\*

O algoritmo de busca  $A^*$  (A-star) utiliza a função f(n) = g(n) + h(n), onde g(n) é o custo real acumulado até o estado n e h(n) é a heurística estimativa do custo restante para atingir o objetivo. Essa abordagem permite priorizar a exploração de estados promissores, garantindo que a solução encontrada seja ótima quando a heurística for admissível.

#### 3.2. Aplicação na Torre de Hanói

Na implementação da Torre de Hanói, cada estado é representado por uma lista de três hastes com os discos empilhados. A heurística utilizada foi a contagem de discos fora da posição final, que é admissível pois nunca superestima o custo real. A fila de prioridade é mantida manualmente como uma lista ordenada pelo menor valor de f(n), e os estados já visitados são armazenados para evitar revisões desnecessárias.

### 3.3. Comparação com Soluções de IA

Comparando a implementação manual com soluções geradas por Inteligência Artificial, observa-se que o código manual permite controle completo sobre a heurística e a estrutura dos estados, garantindo clareza e eficiência em casos específicos. Códigos gerados por IA tendem a ser genéricos e menos otimizados, ainda que funcionais, sendo mais adequados

para soluções rápidas ou prototipagem, mas menos didáticos e menos eficientes em memória e tempo para problemas específicos como a Torre de Hanói.

### 4. Conclusão

A aplicação do algoritmo A\* na Torre de Hanói demonstra a importância de algoritmos de busca informada na resolução de problemas clássicos. O estudo evidenciou que, embora a recursão seja eficiente para este problema, o A\* permite explorar conceitos de heurística, custo e estados, garantindo soluções ótimas e permitindo análise detalhada do processo. A comparação com soluções de IA reforça a relevância do raciocínio humano na escolha de heurísticas e otimização do algoritmo.

## Referências

CORMEN, T. H.; LEISERSON, C. E.; RIVEST, R. L.; STEIN, C. Introduction to Algorithms. 4. ed. Cambridge, MA: MIT Press, 2022.

RUSSELL, S.; NORVIG, P. Artificial Intelligence: A Modern Approach. 4. ed. Pearson, 2021.

LUCAS, Édouard. Récréations Mathématiques. Paris: Gauthier-Villars, 1883.

WIKIPEDIA. Tower of Hanoi. Disponível em: https://en.wikipedia.org/wiki/Tower\_of\_Hanoi. Acesso em: 6 out. 2025.