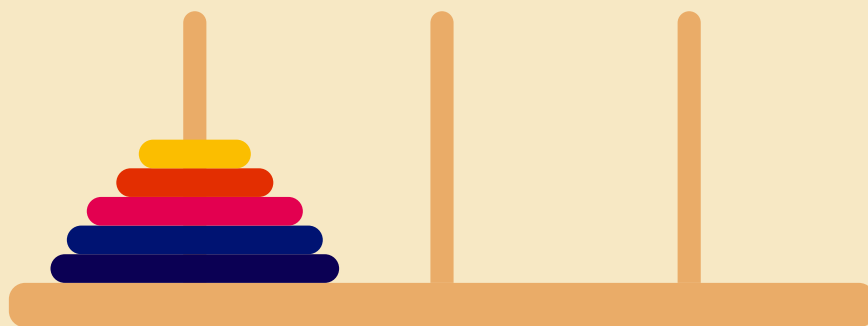


TORRE DE HANOI



La leyenda

El rompecabezas fue inventado por el matemático francés Édouard Lucas en 1883. Se cuenta una historia sobre un templo en la India en Kashi Vishwanath que contiene una gran sala con tres postes gastados por el tiempo, rodeada de 64 discos dorados. Los sacerdotes de Brahma, actuando bajo el mandato de una antigua profecía, han estado moviendo estos discos de acuerdo con las reglas inmutables de Brahma desde ese momento. Por lo tanto, el acertijo también se conoce como el rompecabezas de la Torre de Brahma. Según la leyenda, cuando se complete el último movimiento del rompecabezas, el mundo se terminará

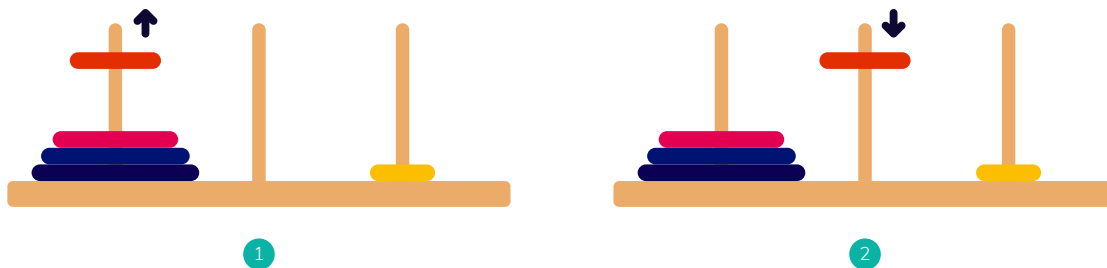


Édouard Lucas

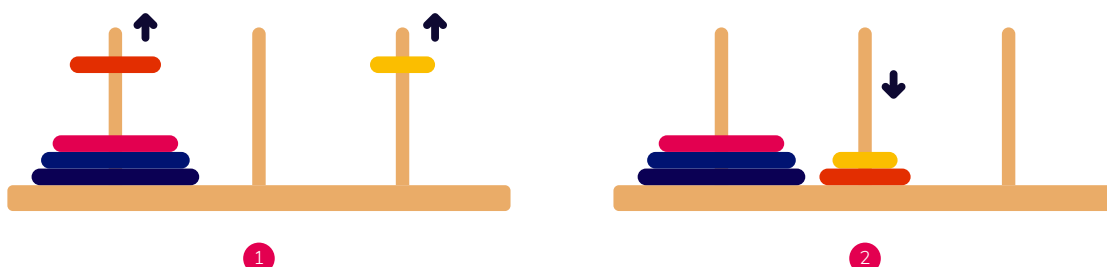
Las reglas de Brahma

1. Solo se puede mover un disco cada vez y para mover otro los demás tienen que estar en postes.

✓ Movimiento permitido

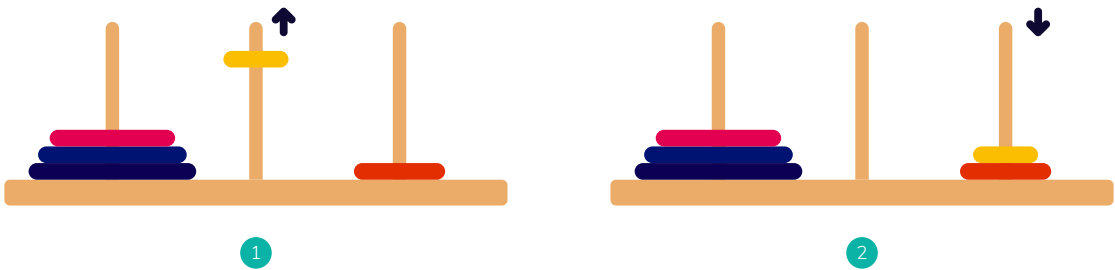


✗ Movimiento no permitido

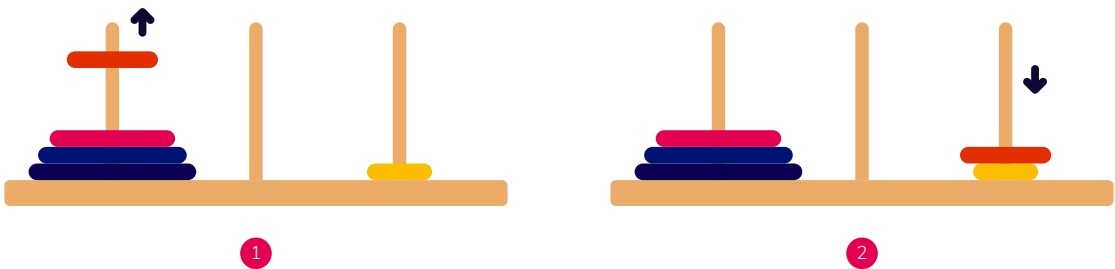


2. Un disco de mayor tamaño no puede estar sobre uno más pequeño que él mismo.

✓ Movimiento permitido

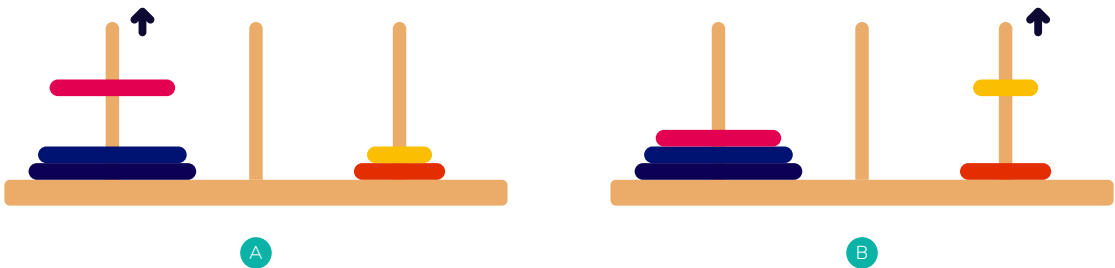


✗ Movimiento no permitido

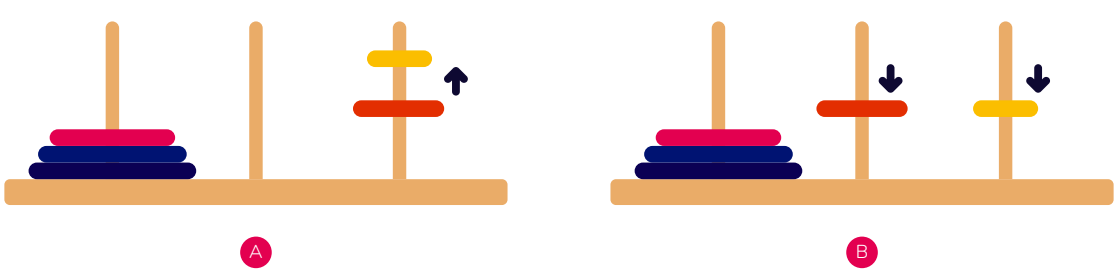


3. Solo se puede desplazar el disco que se encuentre arriba en cada poste.

✓ Movimiento permitido

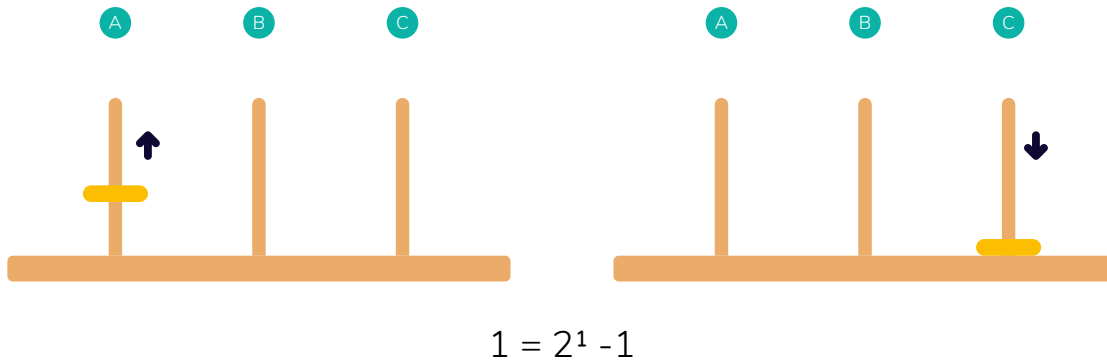


✗ Movimiento no permitido

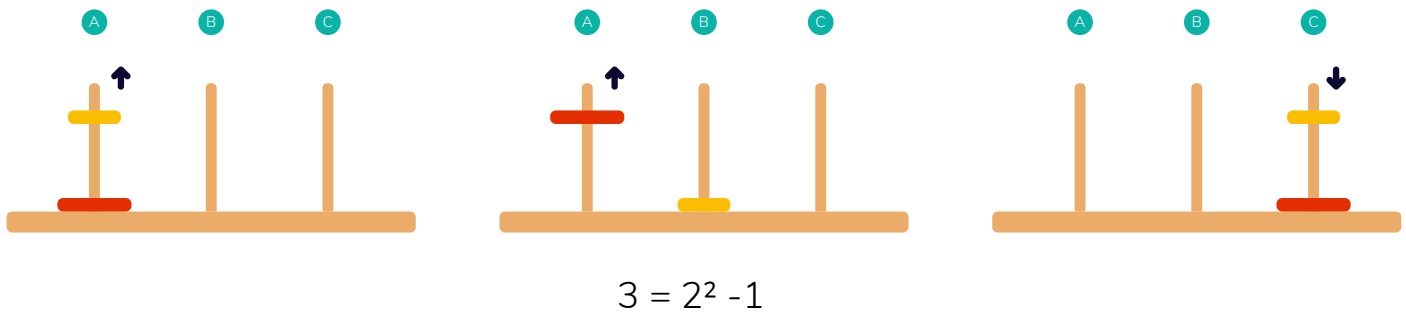


El Análisis

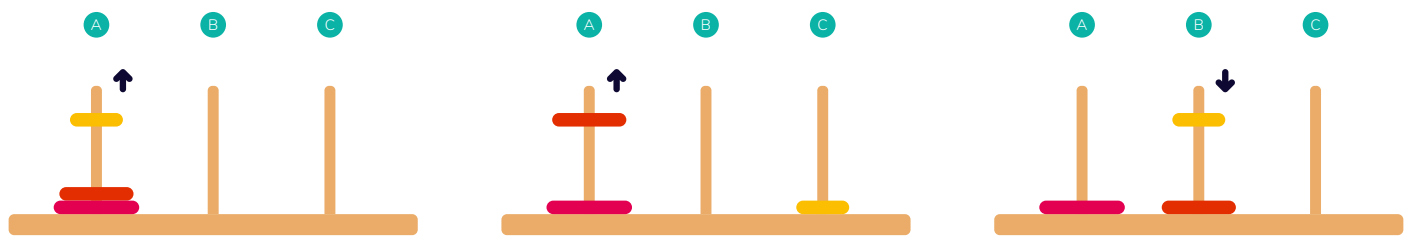
Simplifiquemos el acertijo para entender su encanto. Imagine tres postes A, B y C como en la figura y un cierto número de ruedas. Digamos que tiene una única rueda. El problema es muy fácil y llevar un disco del poste A, digamos al poste C, requiere 1 movimiento:



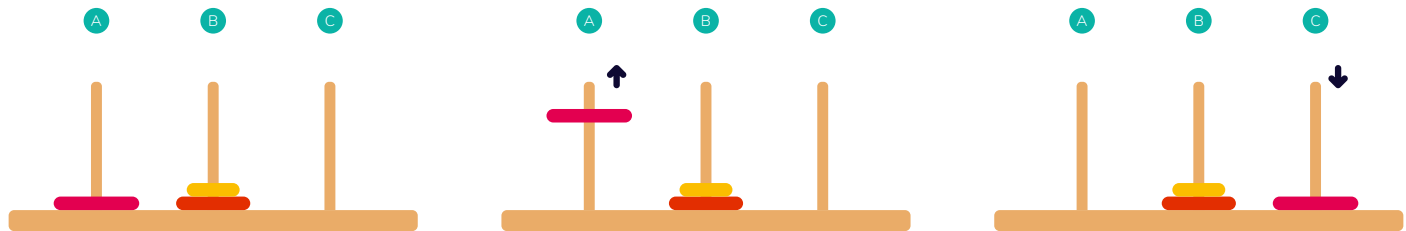
Si son 2 ruedas para llevar a otro poste, un poco de reflexión muestra que la reglas de Brahma requieren un mínimo de 3 movimientos. Así que sabemos resolver el problema para dos ruedas. Cada vez que tenemos dos ruedas en cualquier poste, podemos llevarlas a cualquier otro en exactamente tres movimientos.



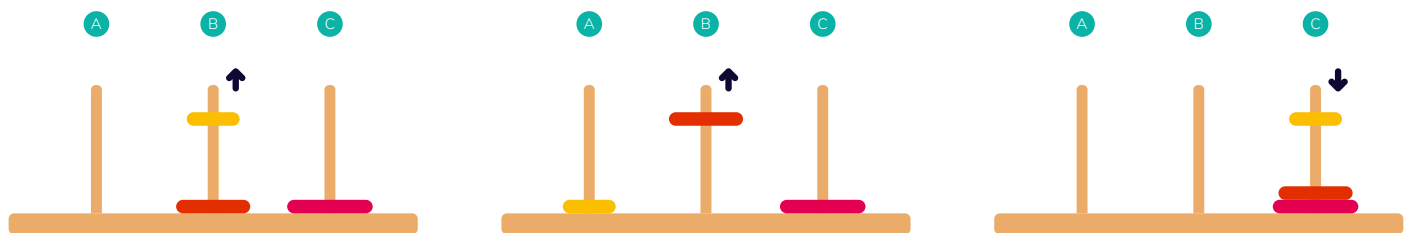
Si son 3 ruedas que queremos llevar de A a C, primero movemos las dos más pequeñas a B, lo que nos toma 3 movimientos (ya sabemos resolver el problema de pasar dos ruedas de cualquier poste a cualquier otro en 3 movimientos), luego movemos la rueda más grande de las tres iniciales a C (van 4 movimientos), y finalmente las dos ruedas pequeñas que están ahora en B, se llevan a C en 3 movimientos. En total, para mover tres ruedas de un poste cualquier otro se necesita resolver dos veces el problema para 2 ruedas y un movimiento adicional, lo que da en total:



Primer movimiento



Segundo movimiento



Tercer movimiento

$$7 = 2 \cdot 3 + 1 = 2^3 - 1$$

Para 4 ruedas es análogo. Detallemos los pasos:

- Sabemos resolver el problema para 3 ruedas, llevamos las tres primeras ruedas a B en 7 movimientos según el paso anterior. Luego la rueda mayor se lleva a C (un movimiento adicional)
- Las tres ruedas que están ahora en B, se llevan a continuación a la estaca C (donde está la rueda mayor que permanece quieta) y esos son otros 7 movimientos. En total:

$$15 = 2 \cdot 7 + 1 = 2^4 - 1$$

En general, si tenemos n ruedas necesitamos hacer $2n-1$ movimientos. Los sacerdotes del gran templo de Kashi Vishwanath tendrían que hacer $264-1$ movimientos antes que se acabe el mundo. Si la leyenda fuera cierta, y si los sacerdotes de Brahma movieran una rueda por segundo, del fin del mundo vaticinado no habría que preocuparse: el número de segundos a nuestra disposición serían $264-1$. Es un número enorme, casi mil veces más grande que el número de segundos que hay en 2000 millones de años, que es el tiempo que le queda a nuestro querido planeta de acuerdo con las teorías cosmológicas aceptadas:

$$2 \cdot 10^3 \cdot 10^6 \cdot 365 \cdot 24 \cdot 60 \cdot 60 = 63072000000000000$$

Si por la leyenda fuera, aún tenemos mucho tiempo

