

CC40A: Diseño y Análisis de Algoritmos

Profesor: Gonzalo Navarro

Examen - Julio de 2009

P1 (2pt)

Para las siguientes afirmaciones, responda V ó F, argumentando en a lo sumo 3 líneas. Respuestas sin la correcta argumentación no valen.

1. Una k -aproximación es un algoritmo cuyo tiempo de ejecución es a lo sumo k veces el del algoritmo óptimo.
2. En el modelo PRAM todos los procesadores ejecutan la misma instrucción al mismo tiempo y comparten memoria.
3. El análisis amortizado consiste en promediar el costo del algoritmo sobre todas las entradas posibles.
4. La complejidad de un problema es el menor costo posible al que puede resolverse.
5. Cuando los valores son números enteros, se pueden ordenar en tiempo lineal.
6. Un algoritmo tipo Las Vegas se equivoca con una cierta probabilidad.

P2 (2pt)

Está usted en el comité de contratación de una prestigiosa universidad, para un concurso al que se han presentado varios candidatos. A éstos se les ha dado un año para que investiguen sobre un cierto problema P , para el cual sólo se conoce una cota inferior de $\Omega(n \log^2 n)$ y un algoritmo tipo Las Vegas de costo $O(n^3)$. Hoy los candidatos presentan sus resultados. Evalúe, a través del título de sus presentaciones, cuáles deben ser expulsados inmediatamente por los guardias por contradecir las cotas existentes, cuáles deben ser invitados amablemente a irse por no mejorar los resultados existentes, y cuáles deben contratarse inmediatamente por obtener los mejores resultados del grupo (es decir, dentro de los que aportan, los que no son superados en todos los aspectos por algún otro). Argumente.

1. “Una 2-aproximación de tiempo $O(n^3)$ para P ”.

2. “El problema P es $\Omega(n\sqrt{n})$ ”.
3. “Un algoritmo $O(n^3)$ en promedio para P , para entradas uniformemente distribuidas”.
4. “Un esquema de aproximación de tiempo $O(\frac{1}{\epsilon^2}n^{1+2/\epsilon})$ para P ”.
5. “El problema P es $\Omega(n^{1/\sqrt{\log n}})$ ”.
6. “Un algoritmo PRAM de tiempo $T(n, p) = O(n \log(n/p))$ para P ”.

P3 (2pt)

Acaba usted de tropezar en un escalón cuando llevaba una caja de tuercas y tornillos sueltos, y estos se han mezclado generosamente por todo el piso. Se trata de $n = 1000$ pares tornillo-tuerca, todos de distinto tamaño. Visualmente son indistinguibles, sin embargo, al intentar enroscar un tornillo en una tuerca, es posible darse cuenta si calzan, o el tornillo es “mayor”, o la tuerca es “mayor”.

Su papá, que lo acompañaba, propone tomar cada tornillo y compararlo contra cada tuerca, hasta hallar su pareja. Usted, con una amplia y sólida formación algorítmica, le hace ver que ese procedimiento es $O(n^2)$ y que, a una comparación por segundo, les tomará en promedio varios días terminar.

En cambio, describa un método que en promedio restaurará la caja en unas horas, por ser $O(n \log n)$. Argumente que obtiene esa complejidad.