

**Parallel random-access machine** (Todos los procesadores trabajan sincronizados con un mismo reloj):

**EREW** : Exclusive Reading Excluding Writing

**CREW** : Concurrent Reading Excluding Writing

**CRCW** : Concurrent Reading Concurrent Writing

**Lema de Brent (SOLO PARA EREW):**

Si existe un algoritmo EREW con  $T(n,p)=O(t)$ , tal que  $W(n)=s$  (trabajo total), entonces existe un algoritmo EREW con  $T(n,s/t)=O(t)$

$T(n)$  : Tiempo óptimo del algoritmo con un procesador y un input de tamaño  $n$ .

$W(n)$  : Trabajo que realiza el algoritmo.

$T(n,p)$  : Tiempo esperado del algoritmo con  $p$  procesadores y un input de tamaño  $n$ .

$S(n,p)$  : Que tan mejor se hace con  $p$  procesadores comparado con 1 procesador.  $S(n,p) = \frac{T(n,1)}{T(n,p)}$

$E(n,p)$  : Tasa de uso de los procesadores  $E(n,p) = \frac{S(n,p)}{p} = \frac{T(n,1)}{p \cdot T(n,p)}$

Speedup óptimo  $\Rightarrow p = \frac{T(n,1)}{T(n,p)}$

**Algoritmos para encontrar el máximo:**

EREW : Haciendo un torneo con  $n/\log n$  procesadores  $\rightarrow t() = O(\log n)$ ,  $E=O(1)$

CRCW :  $T= O(\log \log n)$   $E= O(1/\log \log n)$  Se dividen los números en grupos y se encuentra en dos mas el máximo de los grupos.

**parallel prefix**  $T(n,n) = \log n$ .

Se toma una operación binaria asociativa.

$T(n,1) = O(n) \rightarrow$  hacerlo secuencial

CREW  $\rightarrow T(n,n) = O(\log n)$ ,  $E(n,n) = O\left(\frac{1}{\log n}\right)$

EREW  $\rightarrow T\left(n, \frac{n}{\log n}\right) = O(\log n)$ ,  $E\left(n, \frac{n}{\log n}\right) = O(1)$   $W(n) = W\left(\frac{n}{2}\right) + n - 1$ ,  $W(2) = 1 \Rightarrow W(n) = O(n)$

**Odd-even sort**

$E(n,n) = \frac{n \log n}{n \cdot n} = O\left(\frac{\log n}{n}\right)$   $T(n,n) = O(n)$ ,  $W(n) = O(n^2)$

## Merge-Sort paralelo

$$T(n) = T(n/2) + \log n = O(\log^2 n)$$

$$\text{Cantidad de procesadores : } P(n) = 2P(n/2) + n \log n = O(n \log^2 n) \quad E(n) = \frac{n \log n}{n \log^2 n \cdot \log^2 n} = O\left(\frac{1}{\log^3 n}\right)$$

**rank(B:A):** toma tiempo  $O(\log \log m)$

## Algoritmos Aleatorizados:

**Algoritmo Montecarlo:** Tiene una cierta probabilidad de equivocarse, pero se ejecuta en tiempo polinomial.

**Algoritmo Las Vegas:** Entregan la respuesta correcta pero su tiempo de ejecución no está garantizado.

## Hashing universal y Hashing perfecto

**Hashing universal:**

Escoger función de **hash aleatoriamente**, independiente de las llaves. Con alta probabilidad tendremos un buen tiempo promedio.

**H** colección finita de funciones de hash, decimos que **es universal** si la cantidad de funciones que cumple que tienen igual imagen para un mismo input es a lo mas  $|H|/m$ .

$$P(\text{colisión}) \leq 1/m$$

Se puede garantizar que cada secuencia de operaciones se puede procesar con un buen tiempo esperado de ejecución

$$h_{a,b} = ((ak + b) \bmod p) \bmod m$$

**Hashing perfecto:**

Para **conjunto de llaves estatico**. Hashing universal pero para las colisiones hay una función de hash especial .

Buena cota para el peor caso.

## Algoritmos aproximados:

Encontrar **soluciones casi optimas**.

$$\max\left(\frac{C}{C^*}, \frac{C^*}{C}\right) \leq \rho(n) \quad \text{Max: } 0 < C \leq C^*, \text{ razón } C^*/C \quad \text{Min: } 0 < C^* \leq C, \text{ razón } C/C^*$$

### Subset-sum:

Encontrar un subconjunto S cuya suma sea lo mayor posible pero no mayor que t.

```
Trim(L, δ)
1. m ← |L| // L = [y1, y2, ..., ym]
2. L' ← [y1]
3. last ← y1
4. for i ← 2 to m
5.   if yi > last*(1+δ)
6.     agregar yi al final de L'
7.     last ← yi
8. return L'
```

Tiempo  $\Theta(m)$ .