

Auxiliar 5 - Dominios Finitos

CC4102 - Diseño y Análisis de Algoritmos

Profesor: Gonzalo Navarro

Auxiliar: Jorge Bahamonde

Ayudantes : Sebastián Ferrada, Willy Maikowski

7 de Noviembre de 2016

1. Se desea ordenar un arreglo de llaves cuyos valores pueden ser 0 o 1. Algunas características deseables son las siguientes:

- (a) El algoritmo toma tiempo $O(n)$.
- (b) El algoritmo es estable.
- (c) El algoritmo ordena de forma *in-place*: es decir, el espacio adicional utilizado para ordenar es constante.

Diseñe algoritmos que cumplan (a) y (b); (a) y (c); (b) y (c).

2. Describa un algoritmo que, dados n enteros en $[0, \dots, k-1]$, preprocese su entrada y responda cuántos de estos enteros se encuentran en el rango $[a, \dots, b]$ en tiempo constante. Su algoritmo debería tomar tiempo $\Theta(n+k)$ en el preprocesamiento.
3. Sea B una secuencia de bits de largo n . Se define $\text{RANK}_B(i)$ como el número de bits con valor 1 en $B[1, i]$:

$$\text{RANK}_B(i) = \sum_{0 < j \leq i} B_j, \quad 1 \leq i \leq n$$

Se define, además, $\text{SELECT}_B(b, i)$ como la posición de la i -ésima repetición del valor b en B .

- (a) Sea $A[1, t]$ un arreglo de t enteros no negativos que suman n . Muestre cómo realizar las siguientes consultas usando RANK y SELECT :
 - $\text{SUM}(r)$: el valor de $\sum_{j=1}^r A[j]$.
 - $\text{SEARCH}(s)$: el mínimo valor de r para el cual $\sum_{j=1}^r A[j] \geq s$.
- (b) Construya una estructura que permita calcular $\text{RANK}_B(i)$ en tiempo constante, utilizando $2n + o(n)$ **bits** de espacio.
- (c) Resuelva el mismo problema, esta vez utilizando $o(n)$ bits de espacio.
- (d) **Propuesto** (fácil): Construya una estructura que permita calcular $\text{SELECT}_B(b, i)$ en tiempo $\Theta(\log \log n)$ que utilice $o(n)$ bits de espacio.
- (e) **Propuesto** (no-fácil): Construya una estructura que permita calcular $\text{SELECT}_B(b, i)$ en tiempo constante, usando $o(n)$ bits de espacio.