

# CC4102 - Control 1

Prof. Gonzalo Navarro

11 de Septiembre de 2012

## P1 (3.0 pt)

Dadas dos listas crecientes, de largos  $m$  y  $n$ , y suponiendo que  $m < n$ , existen dos formas obvias para *mezclarlas*, es decir, unir las en una única lista creciente:

- Ir tomando en cada turno la menor de cada una de las dos, lo que requerirá  $O(m + n)$  comparaciones.
- Ir buscando cada elemento de la más corta en la más larga, con búsqueda binaria, lo que requerirá  $O(m \log n)$  comparaciones.

Se pide lo siguiente:

1. (1.5 pt) Usando teoría de la información, encuentre una cota inferior al número de comparaciones necesarias para mezclar las dos listas.
2. (1.5 pt) Indique para qué relaciones entre  $m$  y  $n$  las técnicas descritas resultan ser óptimas.
3. (Bono 1.0 pt) Diseñe y analice un algoritmo de mezcla que alcance la cota inferior para toda relación entre  $m$  y  $n$ .

## P2 (3.0 pt)

Considere un grafo dirigido  $G = (V, E)$  con  $|V| = n$  nodos y  $|E| = e$  aristas, y suponga que  $n$  y  $e$  son mucho mayores que  $M$ , la cantidad de memoria disponible. El grafo está representado como un archivo secuencial de pares  $(u, v)$  en disco, donde se listan todas las aristas de  $E$ . Además se conoce  $n$  y  $e$ . Suponga que  $V = [1..n]$  para simplificar.

1. (1.5 pt) Se desea calcular el grado interior y exterior de todos los nodos, es decir el número de aristas que llegan a y que parten de cada nodo. Proponga un algoritmo eficiente para memoria secundaria y analícelo.
2. (1.5 pt) Se desea calcular el *cuadrado* del grafo, es decir,  $E^2 = \{(u, w), \exists v, (u, v) \in E \wedge (v, w) \in E\}$ . Proponga un algoritmo eficiente en memoria secundaria y analícelo. Esta vez puede suponer que  $M \geq n$  (pero no  $M \geq e$ ).
3. (Bono 1.0 pt) Se desea calcular cualquier *potencia* del grafo, es decir, dado  $k$ ,  $E^k = \{(u, v), \text{ existe un camino de } u \text{ a } v \text{ de largo } k\}$ . Proponga un algoritmo eficiente en memoria secundaria y analícelo. No es aceptable una solución que cueste  $k - 1$  veces lo que obtuvo en el punto 2.

Tiempo: 1.5 horas

Con una hoja de apuntes

Responder en hojas separadas