

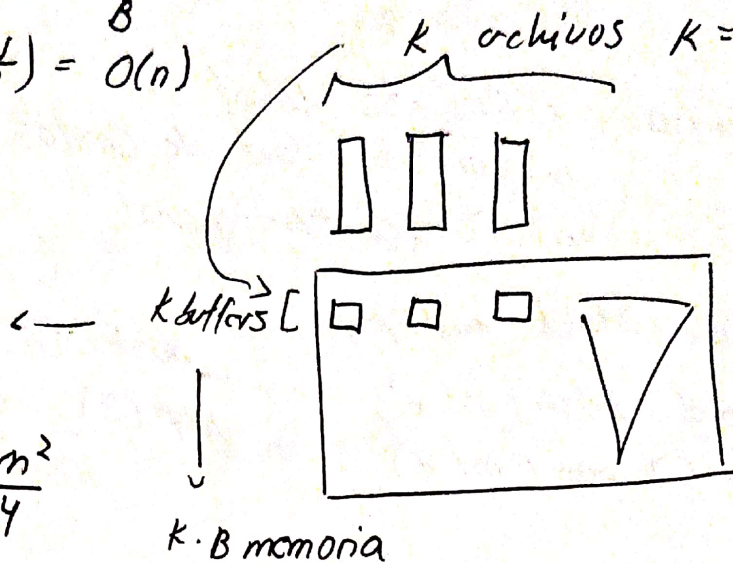
→ costo de este proceso:

El costo por elemento es $\frac{2}{B}$. Si inserto y borro N elementos
el costo total es $O(\frac{N}{B}) = O(n)$

$$k \cdot B \leq \frac{M}{2}$$

$$\frac{N}{\frac{M}{2}} B \leq \frac{M}{2}$$

$$\Rightarrow \frac{N}{B} \leq \frac{M^2}{4B^2} \Rightarrow n \leq \frac{m^2}{4}$$



Con estas cotas se explica pq aparente: ordenar es $O(n)$, pero dado el limite de N

$$\hookrightarrow \Theta(n \log_m n) = \Theta(n \log_m m^2) = \Theta(n) \quad \ddot{\circ}$$

→ A costo de soportar solo esas 3 operads.

- Análisis Amortizado -

→ Estudiamos el peor caso para una secuencia de k operaciones:

O_1, \dots, O_k

Def: Costo amortizado = $\left(\sum_{i=1}^k O_i \right) / k$ \star Costo Amortizado \leq PeorCaso(b)

Ej: Peor semana posible:

Lunes	Martes	...	Domingo
Despido			
Divorcio			
⋮			

$$\text{costo total} = k \cdot CA$$

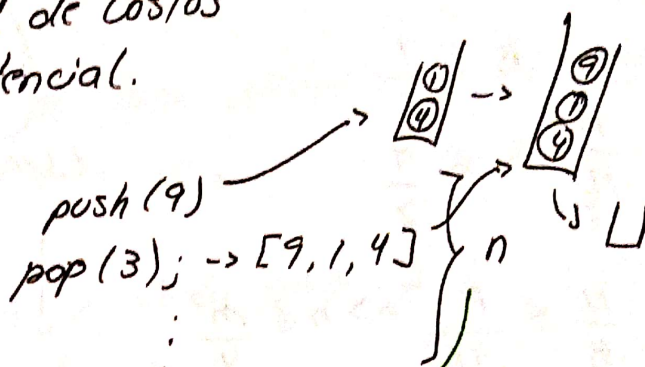
Obj: Mostrar que el peor caso \gg c.a.

Intuición: El peor caso no siempre puede darse en todas las operac^os.

Técnicas: i) Análisis Global
ii) Contabilidad de Costos
iii) Función de potencial.

→ Ejemplo: Stack multipop.

void push(int x);
int[] pop(int k);



Ahora tomemos n de estas operac^os.

i) Análisis Global: ¿Cuántos elementos a lo más logra insertar con n operac^os? n

¿Cuántos elementos uno puede haber sacado en total? $\leq n$

\Rightarrow A lo más hay $2n = O(n)$

ii) Contabilidad de Costos: Ⓢ Con esto redistribuimos los costos eso n veces nos da un costo de $2n = O(n)$

	Push	Pop(k)
Cuesta:	1	k
Ⓢ	②	0 $\leq 2n$

le cubro entrar y salir.

"Off-Topic"

(iii) Función potencial:

> Φ_i = "potencial" acumulado post operac^o i . $[\Phi_i \geq \Phi_0]$

> C_i = costo real operac^o i

Δ \nearrow secuencia de i operac^os.

> $C_i = C_i + \Delta\Phi_i$ # $\Delta\Phi_i = \Phi_i - \Phi_{i-1}$ > $\Phi_i = |S_i|$

costo amortizado

En base a lo de antes, el ejemplo: Φ_i será el tamaño del stack en el momento i .

$$\begin{aligned}
 \sum_i \hat{C}_i &= \sum_i C_i + \sum_i \overset{\text{Telescópica } 0}{A\phi_i} \\
 &= \sum_i C_i + \sum_i \phi_i - \phi_{i-1} \\
 &= \sum_i C_i + \underbrace{(\phi_n - \phi_0)}_{\geq 0 \text{ (*)}} \rightarrow \sum \hat{C}_i \geq \sum C_i
 \end{aligned}$$

Esto quiero saber.
 si acoto $\sum C_i$
 entonces también
 $\sum \hat{C}_i$ \checkmark

→ ¿y en el caso del stack Multipop?

Recordar ①

$$C_i = \begin{cases} 1 & \text{si push} \\ k & \text{si pop}(k) \end{cases}$$

$$\hat{C}_i = \begin{cases} 1 + \textcircled{1} & \text{pq aumentamos en 1 el stack} \\ k - \textcircled{k} & \text{pq borramos } k \text{ cosas del stack} \end{cases}$$

$$\Rightarrow \sum_{i=1}^n \hat{C}_i \leq 2n \quad \because \sum C_i \leq \sum \hat{C}_i \leq 2n \rightarrow O(n) \checkmark$$

En mega enteros, el costo total $\leq 2n$, entonces el costo amortizado $\leq 2 \in O(1)$, esto quiere decir que en total o a la larga (i iterac ϕ s) el costo de las operac ϕ s son constantes.

Remember: Esto no es costo promedio, la idea del amortizado es qué es lo peor que te puede pasar en una secuencia de operac ϕ s.