INTRODUCCIÓN

La pregunta ¿"que es la complejidad?" ha sido motivo de largas discusiones y numerosos escritos durante los últimos 20 de años. Hay centenares de perspectivas diferentes y "definiciones" [1, 2, 3] sin que se llegue a un consenso. Pero ¿cuál es el significado de la pregunta? ¿Qué se espera al ocuparse de ella? Muchos consideran que la meta es encontrar una definición intencional, donde se especifican las condiciones necesarias y suficientes que permitan en forma inequívoca indicar si algo se puede clasificar como complejo o no. Alternativamente se puede elaborar una definición extensiva, con base en un enfoque más fenomenológico caracterizando al conjunto de sistemas complejos en términos de sus miembros. La ruta intencional corre el riego de ser o demasiado restrictiva o demasiado general. Por ejemplo, el concepto de la complejidad computacional [4] es matemáticamente riguroso pero muy restrictivo y, dado que los objetos más complejos según esa definición son cadenas binarias al azar, ciertamente no se capta la noción intuitiva de lo que es la complejidad. Por otra parte, la definición de sistemas complejos como aquellos que tienen muchos grados de libertad e interacciones no lineales resulta completamente vacía dado que, básicamente, todo es así, desde un cristal de sal hasta una cebra, o desde un simple átomo hasta el cerebro humano. Si bien estas condiciones parecen ser necesarias, evidentemente no son suficientes. Sin embargo, quedan de manifiesto dos características a las que debemos prestar atención: ¿de qué están compuestas las cosas?, y ¿cuáles son sus interacciones?

Para la definición extensiva se presenta el problema de tener que decidir qué sistemas pertenecen al conjunto de los sistemas complejos y cuáles no. Desafortunadamente, cada disciplina de estu-

¹ C₃, Centro de Ciencias de la Complejidad, Torre de Ingeniería, 60. piso, e Instituto de Ciencias Nucleares, Universidad Nacional Autónoma de México. Traducción del inglés de Jorge Flores Valdés y Gustavo Martínez Mekler

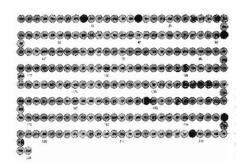
dio trae consigo un sesgo subjetivo en la respuesta a esta pregunta; un físico y un biólogo a menudo tienen perspectivas distintas. Por ello, en vez de intentar delimitar en forma precisa al conjunto de sistemas complejos podemos tomar un acercamiento más pragmático enumerando algunos sistemas de los cuales todos estarían de acuerdo que son complejos y, por lo tanto, estarían en el conjunto de sistemas complejos, y otros en que todos estaría de acuerdo en que no son complejos, y por lo tanto no estarían en el conjunto. Podemos entonces intentar determinar qué características discriminativas hay entre lo que hemos puesto definitivamente en el conjunto y lo que hemos puesto definitivamente fuera. Tomando este enfoque será útil también plantear la pregunta complementaria: ¿qué no es complejo? Por ejemplo, complejidad no es tener muchos grados de libertad e interacciones no lineales. Si así fuera, entonces básicamente todo sería un sistema complejo y no tendría ningún sentido intentar distinguir a la complejidad como algo diferente.

UN EJEMPLO DE UN SISTEMA COMPLEJO: EL LENGUAJE HUMANO

Como se mencionó antes, en vez de hacer una definición a priori de la complejidad y del sistema complejo, consideraremos primero algunos sistemas que definitivamente serían aceptados (por lo menos por la mayoría) como complejos y compararlos con algunos ejemplos de los sistemas que definitivamente serían aceptados (por lo menos por la mayoría) como no complejos. Así pues, comenzamos con lo que es complejo. Dos clases de sistemas que inmediata e intuitivamente son calificados como sistemas complejos son los biológicos y los lenguajes humanos. Podemos pensar en el primero como una representación "física" de la complejidad y en el segundo como representación "simbólica" de la complejidad. Abordaremos primero la cuestión del lenguaje humano.

To be, or not to be-that is the question: Whether 'tis nobler in the mind to suffer The slings and arrows of outrageous fortune Or to take arms against a sea of troubles And by opposing end them. To die, to sleepNo more-and by a sleep to say we end
The heartache, and the thousand natural shocks
That flesh is herr to. 'Tis a consummation
Devoutly to be wished. To die, to sleepTo sleep-perchance to dream: ay, there's the rub,
For in that sleep of death what dreams may come
When we have shuffled off this mortal coil,
Must give us pause.

En este extracto del famoso soliloquio de Hamlet en la obra de Shakespeare del mismo nombre, y en las figuras 1 y 2 vemos dos secuencias extraídas de una proteína y del genoma humano, respectivamente. Hay varias preguntas que podemos plantear: ¿las tres son secuencias complejas? Si es así ¿es una de ellas más compleja que la otra? Naturalmente, nuestra comprensión del texto es mayor, lo cual significa que entendemos tanto su contenido gramático como semántico.



ALLAGALLAGGTTAGLAGATGAGAGA TGATAAAGGGTCCATTTGAGGTTAGGTALT A reget teggtat coutstage taaaag tet teget eta et teagaat ac est sacta TTTCTTTAGTATTAATTTTTCCTTCTGTTTTCCTCATCTAGGGAACCCCAAGAGCAT CCAATAGAAGCTGTGCAATTATGTAAAATTTTCAACTGTCTTCCTCAAAATAAAGAA GTATGGTAATCTTTACCTGTATACAGTGCAGAGCCTTCTCAGAAGCACAGAATATTT TTATATTTCCTTTATGTGAATTTTTAAGCTGCAAATCTGATGGCCTTAATTTCCTTT PTGACACTGAAAGTTTTGTAAAAGAAATCATGTCCATACACTTTGTTGCAAGATGTG AATTATTGACACTGAACTTAATAACTGTGTACTGTTCGGAAGGGGTTCCTCAAATTT GGGTALLATALACCACTGTGCGTCTTGGTGTAATTTGAAGATTGCCCCCATCTAGACTA GCAATCTCTTCATTATTCTCTGCT&TATATAAACGGTGCTGTGAGGGAGGGGAAAA TTATAATTTTTTTTTALAATAGARATTTTGTAAGAAGGCAATATTAACCTAATCACCA TOTALGCACTCTGGATGATGGATTCCACAAAACTTGGTTTTATGGTTACTTCTTCTC CTCTATTAAAAIGCATTCGTTGTGTTTTTTAAGATAGTGTAACTTGCTAAATTTCTT a to to a catal caratrararage to teteratre tagatra

FIGURAS 1 Y 2. Secuencia de aminoácidos de una proteína y secuencia de nucleótidos del genoma humano.

Sin embargo, imaginemos por un momento que el soliloquio de Hamlet es un misterio, como en buena medida son los otros. Lo analizaremos desde el punto de vista de un físico estadístico. De entrada, por lo menos en el caso de idiomas no pictográficos como el inglés, nos llamaría la atención que hay un grado de libertad "microscópico" fundamental: la "letra". Aquí también incluimos algunos otros símbolos elementales como espacios, números, signos de puntuación, etc. Vemos que el lenguaje consiste en una secuencia ordenada de tales letras. La primera pregunta que se viene a la mente se refiere a la

frecuencia relativa de las diversas letras <x_i> en una muestra de texto dada. Lo que observamos es que las letras no están distribuidas al azar. Por ejemplo, en inglés, las vocales "a" y "e", tienen frecuencias de alrededor de 8% y 13%, respectivamente, siendo mucho más comunes que las consonantes, como "x" y "z", que tienen frecuencias de 0.15% y 0.07%.

¿Qué haríamos después? ¿Buscar correlaciones? Tomando el texto como una secuencia lineal, podemos buscar correlaciones entre pares de letras situadas en las posiciones ly l'a lo largo de la secuencia por medio de la función de correlación de dos puntos $\langle x_1(l)x_1(l)\rangle$, que es una función solamente de (l-l). ¿Qué observaríamos? En el caso de l' = l + l estamos considerando dímeros consecutivos; entonces, encontraríamos, por ejemplo, y de nuevo en inglés, $\langle t(l)h(l+1)\rangle >>$ $\langle q(l)z(l+1)\rangle$ debido al hecho de que a una "h" a menudo le sigue "t", pero "z" no sigue a "q", dado que "th" es el dímero más común en inglés. También encontraríamos que las correlaciones no son conmutativas: $\langle x_i(l)x_i(l') \rangle \neq \langle x_i(l)x_i(l') \rangle$. Por ejemplo, la pareja "th" es mucho más común que "ht". De igual manera, podríamos considerar las funciones de tres puntos, $\langle x_i(l)x_i(l') x_k(l'') \rangle$, encontrando para l' = l + 1 y l'' = l + 2 que el trímero "the" es el más frecuente. Es más, observaríamos que el trímero "the" frecuentemente va acompañado del símbolo espacio en ambos lados en la secuencia, lo cual ocurre con otras combinaciones de letras.

Un físico estadístico perspicaz, con familiaridad en cómo grados de libertad efectivos que describen comportamientos colectivos pueden emerger a partir de grados de libertad microscópicos, podría postular la existencia de un grado de libertad efectivo del tipo "ESPACIO \mathbf{x}_j (l) \mathbf{x}_j (l) \mathbf{x}_j (l+1)... \mathbf{x}_k (l+n) ESPACIO", y llamar a este nuevo grado de libertad inesperado "palabra". La palabra más común en inglés es "the", la cual abarca cerca del 2% de todas las palabras en un texto típico. Armado con este conocimiento de la existencia de un "estado ligado" de letras –la palabra– nuestro físico estadístico perspicaz, después del pesado análisis de la frecuencia relativa de diversas letras ahora puede estar inclinado a pensar en la frecuencia relativa de estas palabras.

En la figura 3 vemos un diagrama en coordenadas logarítmicas de la frecuencia de uso de distintas palabras graficada en orden descendente según su rango r para las páginas de la red de Wikipedia en inglés. Para $r < r_c$ con $r_c \sim 10\,000$ se observa un comportamiento de

línea recta, lo cual significa que la relación entre la frecuencia de la palabra en función de su rango es una ley de potencia de la forma $f(r) = A/r^{\alpha}$, en donde a=1. Ésta es la famosa ley de Zipf [5]. Es interesante que parece haber un cambio de comportamiento, un cruzamiento, en r_c tal que para $r > r_c$, $f(r) = B/r^2$. Esto es muy emocionante y asombroso para nuestro físico estadístico. Queda la pregunta: ¿nos dice esto algo sobre el lenguaje y su complejidad asociada?

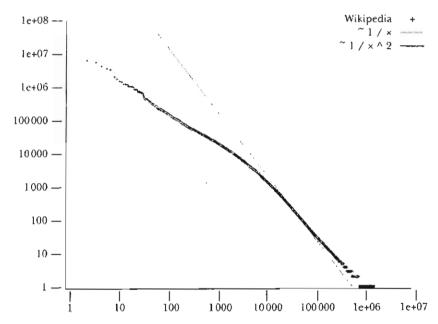


FIGURA 3. Un diagrama de la frecuencia con que aparecen las palabras en la versión en inglés de Wikipedia (27 de noviembre, 2006). El diagrama está en coordenadas logarítmicas. x es el rango de una palabra en la tabla de frecuencias; y es el número total de las ocurrencias de la palabra. Las palabras más populares son "the" (el/la) y "and" (y), según lo esperado. La ley de Zipf corresponde a la porción superior de la curva, que sigue aproximadamente a la línea verde (1/x) (Víctor Grishchenko)

Ahora bien, este análisis para el texto del lenguaje natural también se puede realizar para los sistemas de las figuras 1 y 2. De hecho, muchos de los resultados son análogos. Los genes, de hecho, corresponden a las palabras. Resta aún alcanzar una mayor comprensión de los grados de libertad efectivos del sistema genético. Existe hoy una amplia discusión sobre hasta dónde un gen es un grado de libertad efectivo que se pueda aislar [6].

ABURRIDO AL "BORDE DEL CAOS"

Después de haber percibido una ley de potencias y consecuentemente una invariancia de escala en el contexto de idiomas humanos. nuestro físico estadístico recuerda un concepto importante en el estudio de la complejidad -el "borde del caos" [7, 8]-. La idea es que los sistemas complejos, en analogía a las cazuelas de avena de los tres osos, no están ni "demasiado ordenadas" ni "demasiado desordenadas", sino más bien se encuentran en un fino balance entre ambas. De hecho, originalmente la idea de al "borde del caos" fue un tema muy interesante en el tratamiento de la información en los autómatas celulares, en donde se demostró que, para promover un equilibrio adecuado entre el almacenaje y la transmisión de información, se requería del cómputo "complejo". La transmisión mejora en un régimen (de poco ruido) de baja entropía, mientras que el almacenaje de información, que requiere muchos estados disponibles, se asocia con un alto régimen de la entropía. Otro ejemplo muy interesante de un equilibrio entre las tendencias que ordenan y las que desordenan se asocia al "umbral del error" [9] en la evolución molecular, en donde puede darse un fino equilibrio entre la mutación y la selección. Si la tasa de la mutación es demasiado alta entonces la selección no puede actuar, mientras que si es demasiado baja el sistema no puede desarrollarse fácilmente. De hecho, existe evidencia de que algunos virus funcionan con tasas de mutación cerca del umbral del error [10] para lograr un equilibrio razonable entre la exploración y la explotación. En estos ejemplos, así como en el caso de la frecuencia de palabras y de la ley de Zipf, uno encuentra leyes de potencias que caracterizan la relación entre ciertas variables. Estas leyes de potencias son consecuencia de la ausencia de una escala característica y el fenómeno asociado de la invariancia de escala.

Sin embargo, esta idea de balancear, ordenar y desordenar es vieja en mecánica estadística en el contexto de las transiciones de fase, especialmente las de segundo orden, en donde las cantidades físicas exhiben un comportamiento de ley de potencias justo como la ley de Zipf y el sistema exhibe criticalidad. Por ejemplo, la magnetización φ de un ferromagneto se relaciona con la desviación de la temperatura respecto a la temperatura crítica, $t = T_c - T_c$ como $\varphi \propto t^{\beta}$, donde β es un exponente crítico. Cerca de la temperatura crítica hay un equilibrio fino entre las tendencias al desorden, provenientes de

fluctuaciones térmicas, y el ordenamiento debido al hecho de que los dipolos magnéticos en el ferromagneto energéticamente prefieren estar en un estado alineado. En este caso, la temperatura tiene que ser sintonizada suavemente para acercarse a la temperatura crítica y obtener el comportamiento invariante de escala. La necesidad de llevar a cabo una sintonización es muy común.

Sucede que en algunos sistemas el análogo de la temperatura se sintoniza sin influencia externa. Estos sistemas presentan una criticalidad autoorganizada, siendo una pila de arena el ejemplo más famoso [11]. Uno se imagina granos de arena que lentamente van cavendo sobre una mesa hasta formar una pila. Eventualmente el costado de la pila alcanza una inclinación para la cual se establece un equilibrio dinámico tal que la cantidad de arena que llega y la que se va son iguales. Por consiguiente, cuando esto ocurre el ángulo entre el costado y la superficie de la mesa se mantiene constante. Bajo estas condiciones, en la superficie de la pila ocurren avalanchas de granos de arena de todos tamaños y la frecuencia f con que se presentan depende de su tamaño n como $f(n) \propto n^{-\alpha}$. Nuevamente vemos el comportamiento ubicuo de la ley de potencias característico de la invariancia de escala. Fenómenos similares existen para los terremotos, la extinción de especies, las leyes fundamentales de la física, tales como el electromagnetismo y la gravedad, las tasas metabólicas, la población de ciudades, distribución de ingresos, velocidades de vuelo de insectos y precios de las acciones; por nombrar sólo algunas!

¿Qué hacemos con un fenómeno tan omnipresente? ¿Se trata de algo muy profundo o muy trivial? Por supuesto, nadie podrá negar que caso por caso todos estos fenómenos son extremadamente interesantes, pero recordemos que nuestro propósito es encontrar características discriminatorias para los sistemas complejos. La ubicuidad del comportamiento de ley de potencias y el hecho de que se presenta por igual en los sistemas "simples" —por ejemplo, los ferromagnetos o la ley universal de la gravitación de Newton—, como en sistemas "complejos" —por ejemplo, la distribución de las poblaciónes de las ciudades y los precios de las acciones en la bolsa de valores— coloca al "borde del caos" en su sentido más general en la misma posición de otras características, tales como "muchos grados de libertad" e "interacciones no lineales", sin la capacidad de poder realmente discriminar entre sistemas complejos y sistemas simples. Si bien el "borde del caos" puede ser una característica de los sistemas comple-

jos, no es una característica que permita su definición, ya que no distingue entre cuál es definitivamente complejo y cuál no lo es.

He mencionado que hay ciertos sesgos disciplinarios asociados a la consideración de qué es complejo y qué no lo es. Esto también es válido independientemente de si uno piensa que el comportamiento invariante de escala es normal o, asombrosamente, no lo es. Para los físicos de partículas, lo que es sorprendente es la existencia de masas, es decir escalas preferentes, en lugar una invariancia de escala. Sin embargo, para un físico de estado sólido, ver un comportamiento invariante de escala cerca de una transición de fase de segundo orden parece más sorprendente aun, pues el sistema posee escalas fijas importantes, tales como el espaciamiento interatómico en una red cristalina.

JERARQUÍAS ESTRUCTURALES DE BLOQUES CONSTITUTIVOS

Resulta entonces, que no todo exhibe un comportamiento de ley de potencias. Por el contrario, hay multitud de casos de grados de libertad efectivos que tienen una escala característica -partículas elementales masivas, nucleones, núcleos, átomos, moléculas y macromoléculas, núcleos de célula y otros organelos, células, tejidos y organismos-. Por ejemplo, no hay una distribución invariante de la escala de los tamaños del elefante, o del número de nucleótidos en el ADN de una especie dada. En particular, los sistemas que abiertamente exhiben complejidad física, tales como los organismos biológicos, se asocian a una miríada de escalas características absolutamente distintas, en las cuales los grados de libertad efectivos característicos son radicalmente diferentes. Por otra parte, tales grados de libertad efectivos exhiben una relación jerárquica, hablando vagamente, los nucleones se componen de quarks, los núcleos de nucleones, los átomos de núcleos y electrones, las moléculas de átomos, los núcleos de célula y otros organelos de macromoléculas biológicas, las células de organelos, los tejidos de células y los organismos de tejidos.

Hay un argumento fuerte y a la vez sencillo de por qué la naturaleza debe favorecer tales estructuras jerárquicas. Si fuésemos a construir un ser humano lanzando en conjunto todos sus átomos tendríamos que esperar un tiempo muy largo. Sin embargo, si intentamos formar las moléculas lanzando los átomos, esto es mucho más factible. Podemos entonces intentar formar las macromoléculas poliméricas de encuentros entre sus componentes monoméricos, y así sucesivamente. Es decir, es mucho más fácil construir un sistema más complejo vía interacciones entre un número no tan grande de "bloques" levemente menos complejos que a partir de un número muy grande de "bloques" mucho mas simples. Así se desarrolla una jerarquía anidada de bloques de construcción de diferentes escalas de tal manera que los bloques de una escala son componentes de los bloques de una escala mayor, que a su vez..., etc. La nucleosíntesis en el Sol trabaja de esta manera. Una característica de la construcción de bloques es que tienen tamaños característicos. No se sabe de ningún sistema complejo que se construya a partir de bloques invariantes de escala.

Básicamente el progreso de la ciencia viene de la habilidad de estudiar los sistemas restringiéndonos a fenómenos presentes a una escala fija, con lo cual queda aislado un tipo característico de bloque con interacciones que se pueden estudiar por medio de una teoría efectiva apropiada para esa escala. De hecho, la compartimentalización de la ciencia en una gran cantidad de subdisciplinas, tales como la física de partículas, la nuclear, atómica o molecular, es una consecuencia directa de esta característica de la naturaleza. Viene entonces la pregunta: ¿qué tanto podemos entender la complejidad al emplear este enfoque?

Pensemos más sobre esto, volvamos a los idiomas. Ciertamente, los idiomas están asociados a una jerarquía de bloques de construcción. El más básico, en el lenguaje escrito, es la letra, seguida por la sílaba, luego la palabra, después la frase, luego la oración, depués el párrafo, etc. Estos diversos bloques se asocian a tamaños característicos. El tamaño de las palabras y de las oraciones no sigue distribuciones de la ley de potencias. Una característica no trivial del lenguaje es la existencia a muchas escalas de una estructura no trivial, con cada escala asociada a un grado efectivo o bloque constitutivo diferente. ¿Es sostenible argumentar que la presencia de una jerarquía de bloques con escalas características es una condición suficiente para la complejidad? Ciertamente, éste parece ser un criterio mucho más discriminatorio que "muchos grados de libertad", o "interacciones no lineales", o "al borde del caos". Pero, ¿es suficiente? Los sistemas biológicos y los idiomas humanos exhiben tales jerarquías. ¿Qué sucede con otros sistemas?

La mayoría de las personas no consideraría a un átomo de hidrógeno como un sistema complejo. Un átomo de hidrógeno es un estado ligado de un protón y un electrón. El protón es, a su vez, un estado ligado de quarks. Quizá, éstos a su vez son excitaciones de bajo consumo de energía de un grado de libertad fundamental como una cuerda o una membrana. Visto así, incluso a nivel del átomo de hidrógeno, se presenta una jerarquía de bloques constitutivos. Entonces ¿son las jerarquías de bloques constitutivos una pista falsa? En la introducción mencioné que muchos grados de libertad e interacciones no lineales de ninguna manera indican complejidad, asociada a dos características importantes: de qué elementos están hechas las cosas y cómo interactúan estos elementos entre sí. Intentamos plantear que los sistemas complejos están compuestos de bloques jerárquicos, pero está el obstáculo de que algunos sistemas no complejos también exhiben tales jerarquías. Así pues, planteamos la pregunta: ¿exhiben estas jerarquías interacciones similares en sistemas complejos y en los no complejos?

INTERACCIONES JERÁRQUICAS

Si consideramos el aire que en este momento usted está respirando, vemos que exhibe una jerarquía de grados de libertad efectivos. Se compone de un sistema de moléculas simples, principalmente nitrógeno y oxígeno. Éstas a su vez se componen de pares de átomos covalentes del oxígeno y del nitrógeno, que a su vez se componen de un número fijo de electrones y de nucleones de dos tipos: los protones y los neutrones. Los nucleones en sí se componen de un número fijo de quarks. Así, en este sistema hay una jerarquía de grados de libertad efectivos, o bloques elementales al pasar de una escala a otra. El aire como gas no ideal cerca del equilibrio térmico representa el último nivel de agregación para este sistema.

En términos de interacciones, las escalas de la energía que miden el grado de interacción entre los diferentes bloques elementales son mucho más altas a nivel de quarks que las que se encuentran a nivel de nucleones, las cuales son más altas que las interacciones electromagnéticas entre el núcleo y los electrones, que a su vez son más altas que la interacción covalente entre los átomos que forma una molécula, mientras que las interacciones de Van der Waals entre las moléculas son aún más débiles todavía. Por lo tanto, la interacción sistemática de la fuerza se debilita a medida que avanzamos a escalas más grandes. Dicho de otra manera, es más fácil separar dos moléculas de nitrógeno que dos átomos de oxígeno, mientras que la separación de los electrones es aun más difícil y la de los nucleones incluso más. ¡Es asombroso que la fuerza de interacción a nivel de los quarks en un nucleón es tan alta que no se pueden separar todos sin crear otros! También podemos pensar en el grado de interacción en términos de la facilidad con la que el sistema puede ser perturbado. La separación de los componentes es, obviamente, una manera de hacer esto.

Como otro ejemplo, consideremos una cadena de espines, donde, por simplicidad, tomamos espines con valores binarios, como en el modelo de Ising, aunque cualquier otro alfabeto serviría de ejemplo -4 para los nucleótidos del ADN, o 32, pensando en el alfabeto inglés junto con un símbolo de espacio y cinco signos de puntuación-. Consideremos como vecino cercano las interacciones ferromagnéticas, de manera que los espines alineados sean el estado energéticamente preferido. En este sistema hay dos formas de caracterizar los grados de libertad -en términos de espines individuales, o en términos de dominios vistos como conjuntos contiguos de espines alineados-. Obviamente, un dominio se puede representar simplemente en términos de los espines que lo integran. Lo mismo se puede decir de una pila de arena, donde los análogos de espin y de dominio son el grano de arena y la avalancha. En este caso no hay jerarquía o, más bien es una jerarquía con sólo dos niveles de escala -el dominio/ avalancha compuestos respectivamente de los grados de libertad espin/grano de arena-. Los dominios/avalanchas son bloques de construcción para el sistema entero -pila de arena/cadena de espines- pero entre el nivel micro y el macro no hay capas intermedias. Por supuesto, si fuéramos más allá de la descripción anterior, y consideráramos cómo los espines abstractos antes mencionados representan realmente características de los átomos y, más aun, cómo los átomos se componen de electrones y nucleones, etc. entonces veríamos una jerarquía más rica.

Pero, ¿cómo se diferencian estas interacciones jerárquicas de las de un sistema complejo? El lenguaje también se compone de una rica jerarquía de diversos bloques de construcción. ¿Cómo interac-

túan estos bloques? ¿Cuál será nuestra noción de la fuerza de interacción? Podemos considerar diversas medidas complementarias. Podríamos, por ejemplo, exigir que las palabras en el sistema existan dentro de un determinado léxico, independientemente de la gramática o de la semántica, por ejemplo otorgando una aptitud f a una palabra que existente y una aptitud f' << fa una que no lo es. Podríamos exigir que las palabras obedezcan las reglas de la gramática sin estar necesariamente en el léxico, como ocurre en el verso sin sentido. Podríamos exigir que las palabras estén completamente en consonancia gramatical y semántica, correspondiendo esto a la energía más baja o al estado de aptitud más alta.

Consideremos una famosa oración en inglés, desde el punto de vista de un físico estadístico, que sea además lingüista. The quick brown fox jumped over the lazy dog (El veloz zorro marrón brincó sobre el perro perezoso) contiene todas las letras del alfabeto inglés, así que podemos ver todos los grados de libertad microscópicos exhibidos. Esta oración es totalmente homogénea, desde el punto de vista gramatical y semántico.

Podemos observar que ciertamente hay "interacciones fuertes" entre las letras dentro de las palabras. "El ofx marrón saltó rápido sobre el perro perezoso" no tiene sentido puesto que "ofx" no existe como palabra en el léxico inglés estándar. Sin embargo, tiene sentido gramatical si aceptamos el "ofx" como sustantivo. Las palabras, en general son muy sensibles a la introducción de ruido que "mute" letras. Una mutación de "fox" a "fzx" conduce a algo que no está en el léxico. Sin embargo, una mutación a "fix" da algo que está en el léxico. De hecho, palabras diferentes tienen distintos grados de robustez en presencia de mutaciones. Por ejemplo, la palabra "dead" es mucho más robusta a las mutaciones -bead, deed, lead, etc.- que la palabra análoga "defunct". Es realmente la restricción de que una palabra esté en el léxico lo que hace fuertes las interacciones entre las letras de una palabra. El paisaje de aptitud correspondiente a la combinación de letras es accidentado pero no al azar ya que son preferibles combinaciones de letras acordes con los sonidos que la voz humana es capaz de emitir.

Pasemos ahora a las palabras: cualquier permutación de la oración es aceptable si sólo nos importa tener palabras pertenecientes al léxico. En este caso no hay interacciones entre las palabras. Sin embargo, las limitaciones impuestas por la gramática inducen interac-

ciones entre ellas. Así, si pensamos en el criterio de ser gramaticalmente correcto como medida de aptitud entonces: The quick, brown jumped fox over the lazy dog, es de menor aptitud que la oración original puesto que la posición del verbo "jumped" es gramaticalmente incorrecta. Resulta entonces que la aptitud de la oración es sensible al orden de las palabras. Por otra parte, la permutación: The lazy dog jumped over the quick, brown fox, aunque suena poco realista es correcta gramaticalmente, mientras que la permutación The quick, brown lazy jumped over the dog fox, no tiene ningún sentido puesto que tenemos una cadena de adjetivos en el sitio del sujeto de la oración.

Aquí emergen dos aspectos importantes: primero, hay diferentes clases de palabras -sustantivos, verbos, adjetivos, preposiciones, artículos, etc.- y segundo, la posición de la palabra es relevante. El grado de interacción entre dos palabras en una oración depende mucho de su tipo y su posición. Una vez más, sin embargo, debemos preguntarnos: ¿qué tanto se diferencia esto de lo que vemos en sistemas físicos no complejos? Después de todo, el tipo y la posición con frecuencia también cuentan mucho en la física. Volvamos a nuestras consideraciones sobre el aire. Intercambiar las posiciones de dos moléculas de nitrógeno en el aire no afecta su macroestado. Tampoco el intercambio de las posiciones de una molécula de oxígeno y una de nitrógeno. Sin embargo, si intercambiamos un neutrón con un protón en uno de los núcleos, conseguimos un núcleo de carbono-14. Esto traería consigo un cambio importante en la energía del núcleo que afectaría a sus interacciones en los niveles más altos, aunque no afectaría claramente al estado de la macroenergía. Entonces, ¿qué nos hace falta? Quizá, a final de cuentas, el idioma no es complejo.

EMERGENCIA DE JERARQUÍAS

Con anterioridad se argumentó que las restricciones lexicógrafas y gramáticas pueden ser considerados como si indujeran interacciones entre letras y palabras respectivamente. Para las palabras, consideraciones gramáticas restringen las interacciones en las frases y oraciones. ¿Hay otras interacciones de más largo alcance? Sí, y éstas interacciones se asocian con un aspecto importante del lenguaje que no

se ha considerado hasta ahora -la semántica-. Supongamos que nuestro físico estadístico ignora de cualquier significado asociado a cualquier cadena de símbolos, a pesar de que ha podido determinar que existe una estructura altamente no trivial con la aparición de muchos grados de libertad efectivos, o bloques constitutivos. La semántica se trata del mapeo entre una secuencia ordenada de símbolos y un conjunto asociado de conceptos. The quick brown fox jumped over the lazy dog tiene un contenido semántico claro para un anglo parlante pero no es así para uno que no conoce el inglés. Sin embargo, ambos piensan como físicos estadísticos, el contenido estadístico no semántico es idéntico. Entonces, ¿es posible plantear el contenido semántico en términos estadísticos? Sí, el contenido semántico está asociado con un conjunto de correlaciones distinto de las intrínsecas a las secuencias de letras en si -correlaciones entre secuencias de letras y conceptos-. La secuencia "fox" se refiere a un animal con un cierto conjunto de rasgos fenotípicos. Fácilmente se puede imaginar que los patrones de actividad neuronal son muy distintos entre un anglo parlante y otro que no lo es cuando se les presenta esta oración.

La semántica da lugar a interacciones más allá de la escala de una oración. Al considerar

- 1] The quick, brown fox jumped over the lazy dog. The dog woke up, startled
- 2] The quick brown fox jumped over the lazy dog. Please pick up milk on the way home from the office

vemos que en la primera combinación de oraciones, ambas son gramatical y semánticamente correctas, y además, la segunda oración es una continuación de la narración asociada con la primera, dando lugar a una interacción entre ellas. En la segunda combinación, de nuevo, ambas oraciones son correctas gramatical y semánticamente; pero en un sentido semántico, la segunda oración está lógicamente desligada por completo de la primera, no hay interacción entre ellas.

Resulta que ya a la escala de dos oraciones, nos acercamos al meollo del asunto, al encontrarnos con una propiedad del lenguaje humano, representativo del conjunto de sistemas complejos, que no se presenta en otros sistemas mas simples. El contenido semántico de las dos oraciones es un fenómeno de multiescala. ¿Y qué significa esto? Que cada palabra tiene un contenido semántico y lo mismo ocurre para cada frase y cada oración (y cada párrafo, sección, etc.). Puesto que cada uno de estos bloques constitutivos tiene su propia escala característica, el significado semántico completo resulta entonces de una *integración* sobre estas escalas diferentes. Al restringir la atención a bloques de una escala particular, sin saber cómo estos bloques se integran para formar bloques de una escala mayor, se pierde el significado semántico total.

Por ejemplo, un analisis de la combinación de oraciones [1] muestra que al nivel de palabras individuales hay dos sustantivos, tres adjetivos, un verbo, una preposición y dos artículos. Queda claro que estamos hablando de un zorro (Any of various carnivorous mammals of the genus Vulpes and related genera, related to the dogs and wolves and characteristically having upright ears, a pointed snout, and a long bushy tail), un perro (A domesticated carnivorous mammal (Canis familiaris) related to the foxes and wolves and raised in a wide variety of breeds), la acción de saltar (To spring off the ground or other base by a muscular effort of the legs and feet), algo que es perezoso (Resistant to work or exertion; disposed to idleness), etc. Con una simple revisión de las palabras no hay forma de percibir el contenido semántico presente en bloques constitutivos de orden superior. En términos de frases [1] tiene cuatro: la sustantiva The quick, brown fox, la frase verbal jumped, la preposicional over y otra frase sustantiva the lazy dog. Independiente de cómo están unidas estas frases para formar bloques constitutivos en la oración vemos que a esta escala no hay contenido semántico nuevo. La primera frase sustantiva nos dice que el zorro es el veloz y café mientras la última nos dice que el perro es el flojo. Salvo eso, todavía no se sabe quien saltó a quien. Sin embargo, al pasar a los bloques constitutivos a la oración, el ordenamiento de las frases nos dice que el zorro veloz y café fue el que brincó al perro perezoso. Un análisis similar de la segunda oración nos dice que el perro fue el que se despertó y que se encontraba en un estado de "sobresalto". Podemos ahora hacer otro paso de integración y combinar las dos oraciones para entender el despertar del perro y que su sorpresa se debió al hecho de que el zorro lo saltó.

Recapitulando: lo que distingue al lenguaje como un sistema complejo no es simplemente que exista una jerarquía de bloques constitutivos sino, mas bien, que existen propiedades emergentes que dependen de todos los niveles de esa jerarquía. El significado es una de estas propiedades que transciende cualquier nivel particular de bloque constitutivo. De cierta manera está presente a cada nivel y a medida que se pasa a un nivel superior emerge una nueva forma integrada que depende de los niveles inferiores. Así, el significado de una palabra depende de las letras que la conforman, el significado de una frase del significado de sus palabras y el significado de una oración depende del significado de las frases que la constituyen. Un bloque constitutivo a cierto nivel carece de significado en ausencia de un significado a nivel más bajo de sus bloques componentes. Es esta propiedad (como quiera que se le llame) la que, yo mantengo, constituye el sello de la complejidad.

¿Y qué sucede con la complejidad física? Los sistemas biológicos claramente presentan bloques constitutivos. Se parecen más al lenguaje o al aire? El caso del lenguaje puso de manifiesto que la jerarquía de bloques constitutivos per se no es en sí un indicio de complejidad, sino es más bien el cómo una "observable" particular –el significado— induce interacciones entre los distintos niveles de la jerarquía. Mi punto es que existe en la biología al menos una "observable" con esta propiedad –"la aptitud" (fitness)—, considerada como éxito reproductivo. Con relación al significado argumenté que éste se pone de manifiesto al nivel de cada bloque constitutivo, transformándose al pasar de un nivel al siguiente. Claramente, con el significado el todo no es la suma de las partes, aunque las partes ciertamente contribuyen.

Como ejemplo comencemos con una escala microscópica, la de las macromoléculas importantes en biología, tales como el ADN, ARN, las proteínas, etc. Éstas contribuyen obviamente a la aptitud. Se tienen muchos microeventos, tales como mutaciones, que tienen macroconsecuencias importantes, tales como la anemia drepanocítica o de células falciformes. En este caso la mutación altera la hemoglobina dando lugar a células rojas con una forma anómala de hoz que altera su capacidad de transportar oxígeno. Sin embargo, los efectos son restringidos. Esta mutación no afecta directamente otras funciones corporales pero sí influye en la aptitud general reduciendo la esperanza de vida. Esencialmente, células con un gene con la mutación de anemia drepanocítica afectan la aptitud del organismo al incidir sobre su mecanismo de reproducción. Esto a su vez se ve reflejado a un nivel más alto por una disminución en la aptitud proveniente del comportamiento de los glóbulos rojos, que a un nivel superior se manifiesta en una reducción de aptitud ligada a la médula ósea que los produce y eventualmente a una reducción proveniente del comportamiento total del sistema cardiovascular.

Las contribuciones a la aptitud se originan a todas las escalas de los bloques constitutivos, tal como ocurre con las contribuciones al significado en el caso de los lenguajes. De hecho, no es exagerado pensar que el significado en los lenguajes está estrechamente asociado con un concepto análogo de adecuación o utilidad, resultante por ejemplo de la advertencia de riesgo por un amigo porque se acerca un depredador peligroso. En términos más generales, la utilidad puede resultar de muchas cosas: de seguir una receta de cocina, construir un motor o solucionar una ecuación diferencial, hasta de entretenerse al leer un libro

LA TIRANÍA DE LAS LEYES FÍSICAS Y LA DIFERENCIA ENTRE "SER" Y "HACER"

Además de poseer una rica jerarquía de bloques constitutivos a diferentes escalas y que interactúan de manera integral, ¿qué más caracteriza a los sistemas complejos? Retornando al análisis de las propiedades que manifiestan los sistemas complejos, veamos cuáles de éstas no son fáciles de encontrar en otros sistemas. En física y química hemos seguido el mismo paradigma durante cerca de 500 años: que el mundo puede ser descrito por un estado y que existe una ley dinámica única que determina la evolución temporal de ese estado. Lo que sí ha cambiado a lo largo del tiempo es nuestra comprensión de esa ley dinámica única, y hemos pasado de las leyes de la mecánica clásica a las de la mecánica cuántica, incorporando también la relatividad. De hecho, a pesar de la búsqueda cuasi teológica de "una teoría de todo", uno podría tomar a la electrodinámica cuántica como la teoría microscópica fundamental, con la cual prácticamente todo, desde lo microscópico hasta las escalas terrestres debiera ser entendido. En principio, los sistemas biológicos caen dentro de esta categoría. Desde luego, nadie cree seriamente que la electrodinámica cuántica pueda ser utilizada para entender a la biología. No es superficial, sin embargo, preguntarnos por qué no. ¿Estoy acaso escondido en una excitación colectiva en algún lugar profundo de la función generadora de la electrodinámica cuántica? Dado que cada

átomo que compone una amiba debe obedecer a la electrodinámica cuántica se sigue que la amiba misma obedece esta teoría. La electrodinámica cuántica basta para describir y predecir el comportamiento de átomos individuales pero no es suficiente para la dinámica sumamente compleja del enorme número de macromoléculas que interactúan en la amiba.

Pero, ¿es ésta una consecuencia de la complicación? Por ejemplo, los niveles de energía del hidrógeno se pueden encontrar analíticamente –al menos dentro de los límites de un modelo aproximado, usando la ecuación de Schrödinger de una sola partícula—. Por otro lado, los niveles de energía del uranio no pueden ser descritos en forma analítica. No obstante, los niveles del uranio se pueden calcular de manera muy precisa desde un punto de vista numérico. Por lo tanto, ¿qué hace una amiba que el átomo de uranio no haga? La pregunta misma, de hecho, contiene la respuesta: la amiba "hace" cosas. Un átomo obedece pasivamente la ecuación de Schrödinger y una bola de tenis obedece las leyes de Newton, también pasivamente. Un gato obedece las dos leyes por necesidad, mas no pasivamente.

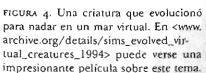
Un gato que cae patas arriba se voltea en el aire para caer sobre sus patas. Tanto los gatos que caen de cabeza como los que se voltean y aterrizan patas abajo obedecen todas las restricciones que imponen las leyes de la física y la química. Es claro entonces que estas leyes no pueden ayudarnos a decidir porqué vemos sólo gatos que caen sobre sus patas. Estas leyes no se pueden usar para distinguir a los gatos que caen panza arriba de los que caen sobre sus patas. El punto es que el gato o la amiba poseen un enorme número de estados internos potenciales que son igualmente compatibles con las leyes de la física. Lo que es más, ese estado interno puede cambiar dinámicamente como una reacción a lo que sucede en el entorno. Una palabra que podría aplicarse a tales estados internos que cambian dinámicamente es "estrategia".

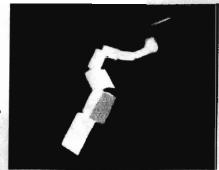
Dos estrategias que compiten y que pueden ser adoptadas por los gatos que caen son: la estrategia "panza arriba" y la estrategia "patas primero". Ya que la primera conlleva lesiones para el gato y por tanto una probabilidad menor para su supervivencia, la segunda estrategia ha sido seleccionada como una adaptación útil. ¿Qué es una estrategia en este contexto? Es una regla para poner a punto el estado del sistema. El hecho de que estrategias diferentes existan significa que hay reglas dinámicas distintas para cambiar el estado en el

tiempo. Ésta parece ser una característica importante de la complejidad en el régimen biológico: que una descripción más adecuada de la dinámica del sistema depende tanto de los estados como de las reglas de adaptación o estrategias.

¿Está este fenómeno sólo presente en los sistemas biológicos? Una ilustración maravillosa de ello en el entorno de la vida artificial. como opuesta a la vida real, se presenta en el soberbio trabajo de Karl Sims sobre la posibilidad de que "criaturas" virtuales puedan realizar diferentes trabajos [12]. Lo que Sims hizo fue crear una criatura combinando una morfología simple, obtenida al combinar una jerarquía de partes rígidas tridimensionales -las cuales, literalmente constituyen los bloques constitutivos-. Estos bloques constitutivos se representaron "genéticamente" como una gráfica dirigida, en la cual cada nodo de la gráfica contiene información respecto a las dimensiones del bloque correspondiente y cómo éste se une a su bloque paterno. Se utilizó una red neuronal, como el cerebro, que indicaba cómo un bloque debería moverse con relación a otro. A las criaturas se les fijó un cierto trabajo, como nadar en un mar virtual o moverse en una superficie también virtual. Se permitió que una población de tales criaturas evolucionara en el tiempo para analizar cuáles estrategias emergían para el problema dado. En la figura 4 se ve la solución que surgió para resolver el problema de la natación.

Lo anterior representa mucho más que una visualización portentosa. Mucha atención se puso en este trabajo para asegurar que todos los elementos de la simulación fueran físicamente posibles, es decir, que tanto el movimiento interno como el movimiento a través del medio fueran completamente consistentes con la dinámica de los cuerpos rígidos en un medio viscoso o en un campo gravitacional. ¿Por qué me tomo la molestia de enfatizar esto? Porque los resultados de





esta simulación -la evolución de organismos más y más adaptados a un entorno dado- no pueden entenderse en términos de las leyes físicas.

¿Qué implico con lo anterior? El espacio de estrategias posibles para un sistema complejo dado está, desde luego, restringido por las leyes de la física. Por ejemplo, los humanos no podemos volar sin ayuda ya que, entre otras cosas, no podemos generar suficiente levitación sin alas. Pero las leyes de la física únicamente acotan las posibilidades existentes, no cuáles de ellas se eligen o porqué. Esto es por completo diferente a lo que ocurre con los sistemas físicos mismos. En este caso la tiranía de las leyes físicas es tal que sólo existe una ley relevante, sea ésta micro o macroscópica. Así, una molécula, un grano de polen o una pelota de béisbol se ven todos constreñidos a obedecer leyes dinámicas que nos dicen cuál será su estado a un tiempo posterior si conocemos ese estado en el presente. Es por esta razón que el concepto de adaptación no tiene significado alguno en el mundo físico. La adaptación tiene que ver con el hecho de poder adoptar una nueva regla (una estrategia) dentro de un entorno dado.

Los sistemas físicos tienen que hacer una sola cosa: ser. No existe el requisito de que un átomo evolucione para sobrevivir en un entorno hostil. Cuando se calienta el aire y alcanza una temperatura suficiente, los átomos que forman sus moléculas empezarán a disociarse. Las moléculas no desarrollan una adaptación que les permita sobrevivir en este hostil entorno térmico. Si continuamos aumentando la temperatura los átomos se ionizarán, dejando ir algunos de sus electrones. No existe la posibilidad de un cambio adaptativo en los átomos que les permita detener la pérdida de electrones. Sin embargo, si hace frío me pongo un abrigo. El origen de esta acción es que en la prehistoria humana aquellos que podían prevenir la pérdida de calor cubriéndose, tendrían una probabilidad de supervivencia mayor que los que no lo hacían, como los gatos que caen, existen dos estrategias: cubrirse y reducir así la pérdida de calor, o permanecer descubiertos y correr el riesgo de hipotermia. En el caso de los seres vivos, un cambio en el entorno puede conducir a más de una respuesta, a diferencia de lo que ocurre con los átomos.

La emergencia de las estrategias como una descripción de los sistemas complejos adaptativos es ciertamente un fenómeno emergente. Pero, ¿dónde emerge? Si pensamos en la evolución química, digamos en el contexto de un mundo ARN, en el cual, por ejemplo, diferentes moléculas ARN pueden "competir" en el ámbito de la ca-

tálisis enzimática producida por una interacción particular, no parece natural pensar que las moléculas de ARN puedan tener una estrategia. A este nivel, la tiranía de las leyes de la física es todavía manifiesta.

Como ya se enfatizó, los sistemas físicos pueden hacer sólo una cosa: "ser". No tienen otra elección. Los sistemas biológicos, sin embargo, sí tienen otras elecciones, estrategias diferentes, todas ellas consistentes con las restricciones impuestas por las leyes físicas. Lo que es más, estrategias diferentes están a menudo asociadas con elementos y niveles distintos de la jerarquía de los bloques constitutivos, todos ellos exquisitamente coreografiados por los requisitos de la evolución para trabajar en armonía.

Esta discusión de manera natural nos conduce a considerar la pregunta: ¿qué es la adaptación? ¿Se adapta acaso una población de moléculas ARN buscando una configuración óptima para catalizar alguna reacción? Podemos visualizar lo anterior desde otro ángulo, en el entorno de la evolución artificial, como los algoritmos genéticos o la vida artificial. En los algoritmos genéticos, las ecuaciones dinámicas relevantes son casi idénticas a las de la biología de poblaciones, conocidas desde hace mucho tiempo, en donde una población de cromosomas evoluciona bajo la acción de la selección y de operadores genéticos de mezcla, tales como la mutación y la recombinación. Las ecuaciones que rigen la dinámica en estos sistemas es muy familiar en la física y la química: dinámica estocástica de cadenas markofianas en el caso de poblaciones finitas, mientras que cuando éstas son infinitas, las ecuaciones relevantes son un conjunto de ecuaciones de diferencias de primer orden, deterministas y no lineales. Estas ecuaciones son endiabladamente difíciles, pero desde un punto de vista conceptual se rigen por el mismo paradigma que cualquier otro tratamiento basado en ecuaciones diferenciales. Sin embargo, son precisamente tales sistemas los que, alego, están sujetos a la tiranía de la ley. En el caso de los algoritmos genéticos, la restricción no proviene de ningún requisito físico sino más bien del modelo mismo.

¿Está el algoritmo geométrico sufriendo realmente una adaptación? O, expresado de manera aun más provocativa, ¿es la genética de poblaciones un modelo para la adaptación? En ambos casos la dinámica tiene lugar en un espacio de estados, pero no hay una dinámica explicita para las reglas de actualización. Más bien, una función explícita de aptitud (viabilidad en el contexto de la genética de poblaciones) se usa para expresar qué también anda el sistema. En los algoritmos genéticos este paradigma se ha utilizado con éxito en el contexto de la optimización combinatoria. Aquí existe el concepto de la mejor solución y se considera razonable lo que la solución es, más bien que lo que ella hace. En el caso más interesante de programación genética, esto no es así, la solución que evoluciona representa un programa de computación y por lo tanto obtenemos una solución que hace algo y que no sólo es. Por estas razones argüiría que la adaptación biológica debe pensarse como que tiene lugar en el espacio de estrategias y de estados, no solamente en el espacio de estados. De hecho, yo creo que la adaptación no puede emerger de un paradigma en donde la función de aptitud se especifique a priori.

"ESPECIALISTA" CONTRA "GENERALISTA": LA EVOLUCIÓN COMO EL DESARROLLO DE TRABAJOS MÚLTIPLES

Un elemento clave de los sistemas biológicos es entonces que su dinámica se describe en un espacio de estados y de reglas de actualización. Esto desde luego, nos recuerda la teoría de juegos [13]. En ésta, las ganancias se asignan a individuos o a grupos que implementan una cierta estrategia en la trama con otros jugadores que usan su propia estrategia. Un ejemplo familiar sería el juego de niños "roca, papel o tijeras". Para dos jugadores, una ganancia de 1 se daría al jugador que escoge roca, mientras que cero se daría al jugador que escoge tijeras. No es claro qué tan útil pueda ser el paradigma de la teoría de juegos para los sistemas físicos complejos. Primero, enfrentamos la cuestión del tremendo número de estrategias posibles. Peor aún, no tenemos idea del espacio en el que trabajamos, ¿cómo podemos hablar de la utilidad de una estrategia comparada con otra cuando no tenemos idea alguna respecto a las posibilidades? Pensemos que nos hallamos 3.5 billones de años atrás tratando de imaginar cómo podríamos asociar una ganancia a león, cucaracha o roble como los análogos de roca, papel y tijeras. ¿Cómo podríamos incluso imaginar la posibilidad de que tales estrategias existieran? La única opción que tendríamos sería observar el descubrimiento de ciertas regiones del espacio de posibles estrategias a medida que la evolución ocurre y de ahí inferir de la observación los beneficios relativos.

Tenemos también que enfrentar la pregunta ¿estrategia para hacer qué? La teoría de juegos se arropa en el lenguaje de una estrategia objetiva, cuando hay una noción clara de lo que significa ganar o perder. Se podría argumentar que la supervivencia en un ambiente evolucionario es un juego. Sin embargo, existe una diferencia muy importante entre la supervivencia evolucionaria y el juego roca, papel o tijeras, que se puede presentar de la siguiente manera: en realidad, un organismo se ve envuelto en un basto número de juegos y tiene que desarrollar estrategias para todos ellos. Está sujeto también a la presión de hacerla bien en todos estos juegos diferentes para alcanzar una alta probabilidad de supervivencia. Un organismo que tiene una estrategia exitosa en casi todas las áreas salvo en una puede de todas formas fallar fatalmente, ya que la aptitud completa del organismo recibe contribuciones de las ganancias de todos estos juegos simultáneos.

Por ejemplo, un organismo debe jugar un juego contra predadores potenciales, otro contra rivales territoriales potenciales y, más aún, otro juego contra parejas potenciales. Sin embargo, esto es solamente la punta del iceberg. Dentro del organismo su sistema inmune también juega muchos juegos simultáneos, con sus linfocitos y anticuerpos como jugadores que compiten con los patógenos invasores. Algunos de estos juegos se conducen en serie y otros en paralelo. Nuestro sistema inmune implementa una estrategia para cuidarnos de microorganismos peligrosos. Puede hacer esto mientras que al mismo tiempo el cerebro y el sistema cardiovascular funcionan tratando de cuidarnos de un predador potencial, por ejemplo. Por otro lado, un individuo no puede simultáneamente pelearse con un predador y buscar una pareja. De tal manera, en algunos problemas un ataque "especialista" se toma: el corazón bombea sangre, los pulmones transfieren oxígeno y el estómago digiere la comida, entre otros. En otros problemas un ataque "generalista" se adopta. Este último es el acostumbrado cuando no hay un subsistema que pueda especializarse, como es el caso de buscar una pareja o defenderse de los predadores. Un ser humano puede elegir hacer una de estas acciones o la otra, pero no ambas al mismo tiempo.

El ataque especialista permite los trabajos múltiples, una propiedad que claramente conduce a una ventaja evolucionaria tremenda. Imagine que su sistema inmune trabajara sólo con un esfuerzo consciente explícito mientras usted no estuviera distraído haciendo alguna otra cosa. La evolución es con mucho un fenómeno acarreado por el desarrollo de habilidades para realizar trabajos múltiples. En el entorno de los trabajos múltiples puede haber muchas combinaciones de estrategias que llevan más o menos a la misma aptitud con compensaciones entre un elemento y el otro. Los trabajos múltiples inherentes en los sistemas biológicos tienen una naturaleza jerárquica, con el objetivo de supervivencia evolucionaria asociado a una estrategia completa que asimismo está compuesta de un número de estrategias que forman bloques constitutivos; estas estrategias a su vez están compuestas de otras estrategias complejas menos funcionales. En una dinámica donde las nuevas estrategias, que son bloques constitutivos, puedan combinarse a un nivel más alto, es posible que emerjan estrategias verdaderamente nuevas que no existían originalmente.

MODULARIDAD FUNCIONAL Y ESTRUCTURAL, Y BLOQUES CONSTITUTIVOS

Antes puse énfasis en que la estrategia evolucionaria completa de los organismos biológicos puede pensarse como compuesta de un gran número de estrategias de bloques constitutivos que trabajan conjuntamente para dar una estrategia completa. Estas estrategias de bloques constitutivos, sin embargo, se llevan a cabo en general en paralelo y no en serie. Esto requiere de la modularidad, la cual es una manifestación de la filosofía de divide y vencerás. La modularidad permite la implementación tanto de estrategias paralelas como de estrategias especializadas. Así, los pulmones toman en cuenta el hecho de que el oxígeno es necesario para el metabolismo celular, convirtiendo moléculas de combustible, como la glucosa, en energía bioquímica, mientras que el estómago y los intestinos se ocupan de la digestión de la comida, rompiéndola en formas moleculares que son más fáciles de utilizar. Para localizar fuentes de comida, los órganos sensoriales se usan entre otras cosas para procesar estímulos del entorno, que son interpretados por el cerebro y el sistema nervioso así como así como por los músculos que se utilizan entonces para alcanzar la fuente alimentaria. Cada uno de estos "módulos" está altamente especializado para realizar un trabajo particular. La célula misma tiene también sus correspondientes módulos especializados

-entre ellos el núcleo, la mitocondria, el centriolo- que trabajan todos en paralelo.

Por lo tanto, un módulo es en realidad sólo un bloque constitutivo para el cual podemos identificar su función. No debería sorprender que hubiera una relación cercana entre los bloques constitutivos considerados como estructuras discretas y bloques constitutivos de estrategias. Un bloque constitutivo estructural en los sistemas complejos está asociado con una función particular. De hecho, los módulos son en realidad exactamente los grados de libertad efectivos del sistema. Una característica de los sistemas complejos es que existe una jerarquía de módulos a escalas diferentes, en la que los módulos de las escalas más grandes están compuestos de muchos módulos constitutivos de carácter microscópico. Usualmente, se piensa que los grados de libertad efectivos están caracterizados como excitaciones colectivas, compuestas de combinaciones de los grados de libertad microscópicos. En este punto, lo que afirmo es que esta jerarquía puede y debe también ser pensada en términos de lo que los grados de libertad efectivos "hacen", es decir, la estrategia que ellos representan. Una estrategia de nivel más alto es entonces un fenómeno emergente que resulta de la combinación de estrategias a un nivel inferior. Imagínese un sistema y dos estrategias, a y B, ambas con la propiedad de aumentar la aptitud del sistema. La cuestión es: ¿resulta mejor pasar algún tiempo haciendo a o algún otro tiempo haciendo B? O ¿es mejor desarrollar la capacidad de realizar ambos simultáneamente utilizando la modularidad y usando parte del sistema para llevar a cabo una de las estrategias y otra parte para realizar la otra? La evidencia que nos presenta la biología es que no hay una respuesta universal, ya que ejemplos de ambas ocurren, pero que con las funciones básicas, tales como la respiración, el metabolismo, la excreción o la reproducción, el control de la temperatura o la respuesta inmune, entre otros, la ruta modular es la única factible.

¿ES POSIBLE MEDIR LA COMPLEJIDAD?

He argumentado hasta ahora que, aunque los sistemas complejos de manera manifiesta se asocian con una rica y emergente jerarquía de bloques constitutivos a diferentes escalas, este hecho por sí mismo no es suficiente para identificar a los sistemas como complejos. En vez, di argumentos para mostrar que la complejidad se manifiesta en la especial manera en que estos bloques constitutivos interactúan y que esto a su vez es consecuencia de que se requiere del sistema que alcance un cierto objetivo, por ejemplo, dar significado en el contexto de un lenguaje (complejidad simbólica) o la aptitud en el contexto de sistemas complejos (complejidad física).

Si la complejidad ha de ser un concepto científico significativo, debería ser medible o al menos relacionado con cantidades medibles. ¿Qué dispositivo de medición podría detectar las interacciones jerárquicas entre los bloques constitutivos a lo largo de múltiples escalas de longitud? Un posible aparato de medición que sobresale entre todos es en sí mismo altamente complejo: el cerebro humano.

Regresemos al lenguaje; imagínese que consideramos la oración: "ser o no ser, ese es el problema" y utilizamos diferentes cerebros para medirla. Desde luego, habrá una diferencia significativa entre las respuestas de un hablante inglés y uno que no habla este idioma, las cuales con seguridad se manifestarían en las configuraciones internas del aparato de medición, es decir, de los estados neuronales de los dos cerebros diferentes cuando se les presenta la oración. Sin embargo, no es difícil imaginar que habría una diferencia entre las respuestas de un nativo hablante del inglés y otro no nativo hablante de ese idioma, o que también habría diferencias debidas a factores culturales, sociales o demográficos.

¿Por qué habría estas diferencias? Son debidas a dos fuentes: diferencias estructurales no semánticas y, más importante aun, diferencias semánticas. Las primeras están asociadas con el hecho de que un nativo hablante del inglés reconocería una estructura coherente en esa oración sin importar su contenido semántico. Más allá, las diferencias entre las reacciones de los aparatos de medición son más sutiles, estando asociadas con el estado presente del aparato, el cual a su vez depende de su historia pasada. Alguien con un conocimiento profundo de Hamlet y de los demás trabajos de Shakespeare y que conozca el contexto histórico y cultural del drama, tendría una respuesta neuronal diferente a otra persona que no conociera todos estos aspectos.

Entonces, ¿implica tal subjetividad que usar el cerebro como un aparato de medición para el lenguaje es una tontería? ¡Desde luego que no! La medición tiene que ver con examinar correlaciones entre

una propiedad del sistema y una propiedad del aparato de medición. Se elige un aparato de medición cuidadosamente para un cierto fenómeno de tal manera que esa correlación sea clara, fácilmente interpretable y reproducible. En este contexto, el cerebro de una persona que no es nativo hablante del inglés no es tan útil para medir el contenido semántico de un texto en ese idioma. De manera semejante el cerebro de una persona que no habla japonés no es tampoco útil para medir el contenido semántico en un texto en japonés. Sin embargo, en ambos casos el aparato de medición, el cerebro, habrá respondido. Lo que difiere es la naturaleza de la respuesta. La diferencia reside en que los aparatos individuales de medición han sido calibrados para responder a señales diferentes, uno al inglés y otro al japonés. ¿Es esto tan diferente a lo que ocurre en la física, sin embargo?

En la figura 5 ilustramos lo anterior analizando el caso de dos fenómenos físicos: agua que hierve y los impulsos eléctricos del cerebro como se manifiestan en un electroencefalograma. Los dos aparatos de medición son un termómetro y un voltímetro. El termómetro es un aparato que ha sido calibrado para responder a la tem-

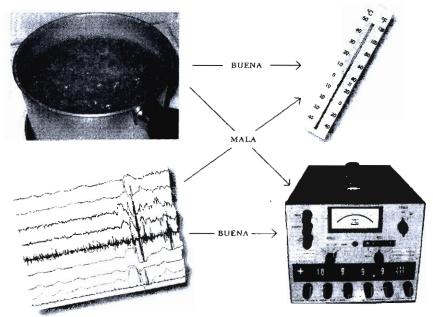


FIGURA 5. Correlaciones entre diferentes fenómenos físicos y aparatos de medición.

peratura y el voltímetro a diferencias del potencial eléctrico. Ciertamente, si aventamos el voltímetro en el agua hirviente, el aparato responderá, pero no lo hará en una forma calibrada para darnos la información que queremos o esperamos respecto del sistema.

La propiedad clave del cerebro para medir estructura y significado en un texto es que lo hace en múltiples escalas y al mismo tiempo integra la información de estas escalas. Lo hace utilizando la memoria. Así, el cerebro detecta patrones no conectados con el significado semántico como, por ejemplo, el científico sensible a varias fuentes significativas de una señal sonora se dará cuenta de los diferentes tonos. Está habilidad para medir e integrar datos a lo largo de múltiples escalas utilizando la memoria es lo que permite al cerebro tratar con la complejidad inherente en el contenido semántico del lenguaje humano y por consecuencia medir el significado.

Es importante distinguir entre la estructura jerárquica de los bloques constitutivos que es intrínseca al lenguaje e independiente de la semántica con la complejidad extrínseca asociada a su significado semántico. La primera se mide, por ejemplo, en términos de funciones de correlaciones. La segunda es una relación implícita entre el sistema, en nuestro caso el texto inglés, y un aparato de medición, el cerebro. No obstante, como ya se enfatizó, cerebros diferentes tienen calibraciones diferentes. Desde luego, los cerebros son plásticos y pueden ser recalibrados para medir el significado en otros lenguajes. ¿Existe algo más que pudiera medir el significado aparte del cerebro humano? Que el significado requiere de un complejo aparato de medición tal como el cerebro se manifiesta en las dificultades actuales de la traducción automática. Vénase a continuación diferentes traducciones de la frase "To be or no to be, that is the question", generadas por una máquina de traducción en línea. Para probar si el sistema genera cualquier sentido al significado, uno esperaría que la salida del inglés al lenguaje x retornara la misma frase cuando se alimentara como entrada para la traducción del lenguaje x al inglés, o al menos una aproximación cercana.

- 1] To be or no to be, that is the question.
- 2] Para ser o no ser que es la pregunta.
- 3] Om te zijn of te zijn niet dat de vraag is.
- 4] それは質問ですが、さか、されない
- 5] Because of a certain or because it is not, it is question?

- 6] Because or it is not for the sake of, that having asked and being convinced?
- 7] Being not to be for the sake of, or that that, you ask, are convinced?
- 8] It is that without having for the sake of, or, you ask, are convinced?

La oraciones 1 y 2 forman un ciclo cerrado para el español y las 3 y 1 lo hacen para el holandés. Esto ocurre ya que en este caso una traducción literal es posible, pues las estructuras de estos lenguajes son suficientemente semejantes, de tal manera que un mapa puramente gramático en una sola oración bastante simple es suficiente para generar algo que aproxima el mismo contenido semántico. Lo anterior sería menos seguro si se hubiera alimentado el soliloquio completo al sistema. La oración 4 es la traducción de 1 al japonés y la 5 es el resultado de alimentar 4 en el sistema de traducción del japonés al inglés. Los casos 6, 7 y 8 representan iteraciones ulteriores de este proceso. ¡Obviamente, se ha alcanzado un estado inestable!

¿PODEMOS MEDIR LA COMPLEJIDAD Y ES ESTO LO MISMO QUE MODELAR SISTEMAS COMPLEJOS?

Consideremos un modelo matemático simple [14]: analicemos un grupo de partículas puntuales con vectores de posición \mathbf{c}_i y velocidades \mathbf{v} , y sujetas a fuerzas debidas a interacciones con otras partículas y que tienen la dirección $d_i = d_i / |d_i|$ para la partícula i, donde

$$d_{i} = -\sum_{j \neq i} \frac{c_{j}(t) - c_{i}(t)}{|c_{j}(t) - c_{i}(t)|} + \sum_{j=1}^{n} \frac{v_{j}(t)}{|v_{j}(t)|}$$
(1)

El primer término en el lado derecho de esta ecuación representa una repulsión entre las partículas, mientras que el segundo una atracción que intenta alinear su movimiento. Las fuerzas se hacen estocásticas añadiendo a ellas un pequeño número al azar. El efecto de la fuerza es alinear la dirección de una partícula con d_r

Podemos preguntarnos si este modelo matemático simple basado en las interacciones de la ecuación (1) exhibe algunas de las carac-

terísticas que discriminan entre los sistemas complejos y los que no lo son. Ciertamente no aparece cualquiera de los síntomas, tales como una jerarquía de grados de libertad efectivos o la emergencia de una estrategia como una descripción más significativa de un elemento del sistema. Por el contrario, el modelo parece describir un sistema muy simple en donde compiten la repulsión de corto alcance con una atracción de mayor alcance que es familiar en la física. ¡No obstante, la ecuación (1) ha sido utilizada con éxito para la dinámica de cardúmenes! Por otro lado, nadie pensaría que estos cardúmenes no representan un sistema complejo, de tal manera que ¿cómo es que este modelo matemático tan simple puede modelar un sistema complejo, a pesar de que hemos argumentado que el modelo no muestra ninguna de las características que distinguen a la complejidad? ¿Será acaso que estos criterios son muy restringidos? ¿Qué ocurriría si usáramos el modelo para describir a partículas puntuales en vez de peces? ¿Representa todavía el modelo un sistema complejo? Sí este fuera el caso, habría muchos sistemas físicos simples que clasificaríamos como complejos.

La resolución de este embrollo es la siguiente: describir la complejidad no es lo mismo que describir una faceta particular de un sistema complejo. La faceta que el modelo anterior describe es la dinámica mecanística del cardumen de peces pelágicos que resulta ser el mismo tipo de modelo que describe cómo reaccionan partículas con fuerzas repulsivas y atractivas. Pero los peces no son mecanísticos en el mismo sentido que las partículas en un campo de fuerzas. Los peces hacen muchas cosas interesantes además de moverse como un banco. El modelo anterior no puede describir algunas de estas otras características. Desde luego, no esperábamos que lo hiciera. El modelo nos da una descripción mecanística de un comportamiento de una estrategia, el movimiento del cardumen. Dada la naturaleza del sistema, podríamos hacer la hipótesis de que los peces se comportan así por alguna razón. Que en alguna medida ese comportamiento tiene una ventaja evolucionaria, tal como ayudar a que se reduzca la depredación. ¿Será que las moléculas descritas por un modelo semejante utilizan también una estrategia? Desde luego que no. Uno podría imaginar otros comportamientos de los peces que pudieran conducir a una descripción mecanística basada en un modelo simple. Imagínese que pudiéramos hacer esto para cualquier comportamiento de los peces. ¿Significaría que los peces podrían ser descritos en términos de un conjunto de modelos simples, un modelo para cada comportamiento? Una vez más, desde luego que no. Tales modelos no pueden darnos una comprensión de la complejidad o la noción de qué es lo complejo en un sistema complejo. Pueden darnos, sin embargo, modelos cuantitativos de los sistemas complejos y lo que es importante, pueden en principio compararse con el experimento.

Los modelos complejos pueden modelarse en el sentido anterior, pero eso no implica que podamos modelar la complejidad. ¿Es esto posible? Pues bien, ciertamente no tenemos ninguna teoría en la actualidad que pueda cumplir con este objetivo. ¿Qué ingredientes necesitaría tal modelo? Para la complejidad física, por ejemplo para los sistemas biológicos, primero, tendría que ser un modelo que trabajara al nivel de estrategias y estados y no sólo al nivel de una ley dinámica única para el desarrollo de un estado. En segundo lugar, tendría que funcionar a un nivel en el cual las estrategias no fueran conocidas a priori, ni siquiera su ganancia. Estas últimas deberían ser propiedades emergentes. Los sistemas que se acercan a este paradigma son sistemas basados en agentes, como los utilizados para modelar mercados financieros [15]. En tal caso, se modelan las estrategias en un contexto en donde no hay una función de ganancia explícita especificada a priori. Más bien, el éxito de una estrategia de agentes depende implícitamente de las estrategias de todos los otros agentes, y por lo tanto no puede ser calculada hasta después que las otras estrategias hayan sido especificadas. Para entender estos sistemas, excepto en el caso de las estrategias más simples como el comercio al azar, debemos recurrir inevitablemente a una simulación numérica. Aunque tales sistemas exhiben varias características que consideraría importantes para el desarrollo de la complejidad, también deja fuera varias de ellas que son importantes. Por ejemplo, en tales sistemas no hay una jerarquía de bloques constitutivos de estrategias. Una de las razones para ello es que no hay una necesidad real para tener modularidad, es decir, no existen los trabajos múltiples asociados.

DE LA COMPLEJIDAD SIMBÓLICA A LA COMPLEJIDAD FÍSICA

He utilizado en este artículo a los lenguajes humanos y a los organismos biológicos como paradigmas de la complejidad. Comparé un texto del lenguaje humano con algunos textos del lenguaje "genético", cuestionando si este último era también complejo. Parece bastante claro que es el lenguaje genético el que conduce a la complejidad física a través del desarrollo. ¿Cómo es que tal complejidad física surge si el lenguaje que la subyace no es simbólicamente complejo? Como se argumentó en el caso del lenguaje humano, esto implica que cumple los requisitos de la semántica genética no los de la gramática genética. En otras palabras, pedazos de ADN en solución no son complejos, tal como no lo es el japonés para mí, ya que no puedo medir las interacciones complejas inherentes a él debidas al requisito de que tengan un significado. Mi cerebro no fue calibrado para el japonés. Como se afirmó, el significado proviene de una interacción entre un texto y un cerebro, entendido este último como un aparato de medición. ¿Cuál es el cerebro para los textos genéticos? El ADN en solución no tiene significado relativo a su entorno, que es el solvente. No obstante, el ADN en el contexto de una célula sí tiene significado como lo manifiesta la compleja actividad de la célula. En este caso el entorno de la célula actúa como el equivalente del cerebro, un aparato de medición que da significado a lo escrito en los textos genéticos. Una vez que se haya establecido este significado se puede tomar una acción tal como producir una proteína particular con una característica macro al nivel de un fenotipo. Éste es precisamente el mapa genotipo-fenotipo. Por desgracia, nuestro entendimiento de este mapa es precario.

Así, en la célula hay un fascículo de instrucciones que debe ser leído y aún más importante, necesita entenderse. Este fascículo exhibe un alto grado de complejidad en el contexto de una maquinaria celular que sea capaz de entender. De estas instrucciones surgen acciones y éstas llevan a un cierto fenotipo, el cual a su vez puede entenderse como facilitador de ciertas estrategias. En el caso de los pájaros existen instrucciones para hacer alas y plumas, las cuales permiten al pájaro implementar la estrategia evolucionaria útil para el vuelo.

CONCLUSIONES

En esta contribución he expuesto mi opinión personal de lo que creo que son la complejidad y el concepto relacionado de sistemas complejos. Arrancando con la premisa de que los sistemas biológicos y los lenguajes humanos son en definitiva complejos, traté de determinar cuáles propiedades no tautológicas distinguen a estos sistemas de otros. La idea no fue proveer una definición rigurosa de estos conceptos sino más bien ver qué propiedades fenomenológicas los discriminan. Propiedades tales como la existencia de muchos grados de libertad, de interacciones no lineales o el borde del caos definitivamente no los discriminan. Tampoco lo hace el concepto más sofisticado de la existencia de una jerarquía de grados de libertad efectivos —los bloques constitutivos— como función de la escala, ya que algunos sistemas físicos simples también exhiben tales jerarquías.

Lo que parece distinguir a los sistemas complejos que hemos considerado es la propiedad de que existen características emergentes, como el significado y la aptitud, que inducen interacciones a lo largo de diferentes niveles de bloques constitutivos y que son tales que requieren una integración de las contribuciones de diferentes bloques a distintos niveles. Esto es bastante diferente en los sistemas físicos, para los cuales la estructura de bloques constitutivos en una escala está en efecto separada de la estructura a otras escalas. Es por esta razón que las ciencias físicas han sido tan exitosas cuando se les compara con las ciencias biológicas. En el mundo físico muchas cosas son homogéneas, los cristales, o estocásticas, digamos un vidrio o un gas. Es la estabilidad del mundo físico la que lleva a una ausencia relativa de diversidad en la estructura y en la función. Requiere mucha energía romper núcleos, átomos o moléculas. Para la complejidad necesitamos construir una jerarquía de bloques constitutivos que no es ni muy estable ni muy inestable. Se necesita poca energía para lograr lo anterior.

Necesitamos también evitar la tiranía de la ley física. Los sistemas complejos, argumentamos, están caracterizados más por lo que hacen que por lo que son. Los sistemas físicos, por otro lado, están completamente constreñidos en una forma bastante transparente en cuanto a lo que pueden hacer. Los sistemas complejos, por su parte, se caracterizan mejor por las diferentes estrategias que puedan implementar. Metafóricamente, los sistemas complejos son verbos mientras que

los sistemas físicos son sustantivos. La tiranía de la ley física está fuertemente relacionada con los simples requerimientos que tales sistemas deben obedecer, por ejemplo, encontrar el estado de energía mínima o de mínima acción. En contraste, los sistemas complejos pueden caracterizarse por una jerarquía de bloques constitutivos funcionales para los cuales la ley física actúa únicamente como una constricción de las posibles dinámicas pero no como una explicación de la dinámica per se, como lo hace en los sistemas físicos.

El escape a la tiranía de la ley física surge del reto de evolucionar en un entorno complejo. Para ello se requiere del desarrollo de jerarquías de bloques constitutivos estructurales que a su vez representen jerarquías de bloques constitutivos funcionales. Cada uno de estos bloques funcionales le corresponderá resolver una parte del rompecabezas de la sobrevivencia.

En conclusión, es posible aislar propiedades de sistemas biológicos y lenguajes humanos que los diferencian de los sistemas físicos y considerar que en ese sentido caracterizan la complejidad y los sistemas complejos. La exploración de la existencia de otros sistemas complejos distintos a los aquí mencionados queda abierta. Por supuesto, el lector puede estar en desacuerdo con mi uso de la palabra complejidad que resulta ser más restrictiva respecto a significados atribuidos a ella previamente. Después de todo, es sólo una palabra. Mas que la palabra lo importante es el conjunto de propiedades que he asociado a la palabra, así como nuestra capacidad de medirlas y modelarlas.

REFERENCIAS

- 1] Edmonds B. (1996), "What is Complexity?", en F. Heylighen y D. Aerts (eds.), *The Evolution of Complexity*, Kluwer, Dordrecht.
- 2] Johnson, Neil F. (2007), "Two's Company, Three is Complexity: A simple guide to the science of all sciences", Oxford, Oneworld.
- 3] Solé, R. V., B. C. Goodwin (2002), "Signs of Life: How Complexity Pervades Biology", Basic Books.
- 4] Goldreich, Oded. (2008), "Computational Complexity: A Conceptual Perspective", Cambridge University Press.
- 5] Wentian Li (2003) "Zipf's Law Everywhere", Glottometrics 5: 14-21.

- 6] Shapiro, J. A. (2005), "A 21st Century View of Evolution: Genome System Architecture, Repetitive DNA, and Natural Genetic Engineering", Gene 345: 91-100.
- 7] Langton, Christopher G. (1990), "Computation at the edge of chaos", *Physica D*, 42.
- 8] Lewin, Roger (1992), "Complexity: Life at the Edge of Chaos", Nueva York, Macmillan.
- 9] Eigen, M. (1971), "Selforganization of matter and evolution of biological Macromolecules", *Naturwissenschaften* 58 (10): 465.
- 10] Holmes, E. C. (2003). "Error thresholds and the constraints to RNA virus evolution", *Trends in Microbiology*, vol. 11, Issue 12: 543-546.
- 11] Bak, Per, Chao Tang y Wiesenfeld, K. (1988), "Self-organized criticality", Phys. Rev. A 38: 364-374.
- 12] Sims, K. (1994). "Evolving Virtual Creatures", Computer Craphics (Siggraph '94 Proceedings): 15-22.
- 13] Osborne, Martin J. (2004), "An introduction to game theory", Oxford University Press.
- 14] Couzin, I. D., Krause, J., Franks, N. R. y Levin, S. A. (2005), "Effective leadership and decision making in animal groups on the move".
- 15] LeBaron, Blake, "Agent-based computational finance: Suggested readings and early research", *Journal of Economic Dynamics and Control*, vol. 24, issues 5-7, junio de 2000, pp. 679-702.