

VPN y TIR

Evaluación de proyectos de inversión

Matemáticas Financieras

Valor del Dinero en el Tiempo

Semana 5 | Clase 1 | Duración: 1h 50min

Contenido de la Sesión

- 1 Introducción
- 2 Valor Presente Neto (VPN)
- 3 Tasa Interna de Retorno (TIR)
- 4 Conflictos entre VPN y TIR
- 5 Problemas con la TIR
- 6 Trucos de Estimación Mental
- 7 Calculadora HP 12C
- 8 Ejercicios Prácticos
- 9 Python con numpy-financial
- 10 Resumen y Tarea

Sesión 8: Valuación de Bonos

Valuamos bonos con flujos fijos (cupones) usando VP y calculamos el YTM (tasa que iguala precio con VP de flujos).

Conexión con la Sesión Anterior

Sesión 8: Valuación de Bonos

Valuamos bonos con flujos fijos (cupones) usando VP y calculamos el YTM (tasa que iguala precio con VP de flujos).

Hoy: Proyectos de Inversión

Los proyectos tienen flujos **variables e inciertos**.

Necesitamos herramientas para decidir:

- ¿Conviene invertir en este proyecto?
- ¿Cuál proyecto elegir entre alternativas?
- ¿Qué rendimiento genera el proyecto?

Objetivos de Aprendizaje

Al finalizar esta sesión, serás capaz de:

- ① Calcular el Valor Presente Neto (VPN) de un proyecto
- ② Aplicar la regla de decisión del VPN
- ③ Calcular la Tasa Interna de Retorno (TIR)
- ④ Aplicar la regla de decisión de la TIR
- ⑤ Identificar conflictos entre VPN y TIR
- ⑥ Reconocer el problema de TIR múltiple
- ⑦ Usar VPN y TIR para proyectos mutuamente excluyentes

Escenario Típico

Una empresa considera invertir en una máquina nueva:

- Costo inicial: \$500,000
- Flujos esperados: \$150,000 anuales por 5 años
- Costo de capital: 12%

¿Debe hacer la inversión?

El Problema de Inversión

Escenario Típico

Una empresa considera invertir en una máquina nueva:

- Costo inicial: \$500,000
- Flujos esperados: \$150,000 anuales por 5 años
- Costo de capital: 12%

¿Debe hacer la inversión?

Herramientas de Decisión

- **VPN:** ¿Cuánto valor crea el proyecto?
- **TIR:** ¿Qué rendimiento genera el proyecto?

Definición del VPN

Valor Presente Neto

El **VPN** es la diferencia entre el valor presente de los flujos futuros y la inversión inicial:

$$VPN = \sum_{t=1}^n \frac{CF_t}{(1+r)^t} - I_0$$

donde:

- CF_t = Flujo de caja en el período t
- r = Tasa de descuento (costo de capital)
- I_0 = Inversión inicial

Definición del VPN

Valor Presente Neto

El **VPN** es la diferencia entre el valor presente de los flujos futuros y la inversión inicial:

$$VPN = \sum_{t=1}^n \frac{CF_t}{(1+r)^t} - I_0$$

donde:

- CF_t = Flujo de caja en el período t
- r = Tasa de descuento (costo de capital)
- I_0 = Inversión inicial

Interpretación

El VPN mide cuánto **valor** crea (o destruye) un proyecto en términos de pesos de hoy.

Criterio de Aceptación

- $\text{VPN} > 0$: Aceptar el proyecto (crea valor)
- $\text{VPN} < 0$: Rechazar el proyecto (destruye valor)
- $\text{VPN} = 0$: Indiferente (no crea ni destruye valor)

Regla de Decisión del VPN

Criterio de Aceptación

- $\text{VPN} > 0$: Aceptar el proyecto (crea valor)
- $\text{VPN} < 0$: Rechazar el proyecto (destruye valor)
- $\text{VPN} = 0$: Indiferente (no crea ni destruye valor)

Para proyectos mutuamente excluyentes

Elegir el proyecto con **mayor VPN positivo**.

Regla de Decisión del VPN

Criterio de Aceptación

- $\text{VPN} > 0$: Aceptar el proyecto (crea valor)
- $\text{VPN} < 0$: Rechazar el proyecto (destruye valor)
- $\text{VPN} = 0$: Indiferente (no crea ni destruye valor)

Para proyectos mutuamente excluyentes

Elegir el proyecto con **mayor VPN positivo**.

Ventaja del VPN

Mide directamente la creación de riqueza en unidades monetarias.

Ejemplo: Cálculo del VPN

Problema

Inversión inicial: \$100,000. Flujos: Año 1: \$30,000, Año 2: \$40,000, Año 3: \$50,000, Año 4: \$40,000. Tasa: 10%. ¿Cuál es el VPN?

Ejemplo: Cálculo del VPN

Problema

Inversión inicial: \$100,000. Flujos: Año 1: \$30,000, Año 2: \$40,000, Año 3: \$50,000, Año 4: \$40,000. Tasa: 10%. ¿Cuál es el VPN?

Solución:

$$\begin{aligned}VPN &= \frac{30,000}{1.10} + \frac{40,000}{(1.10)^2} + \frac{50,000}{(1.10)^3} + \frac{40,000}{(1.10)^4} - 100,000 \\&= 27,273 + 33,058 + 37,566 + 27,321 - 100,000 \\&= 125,218 - 100,000 = \$25,218\end{aligned}$$

Ejemplo: Cálculo del VPN

Problema

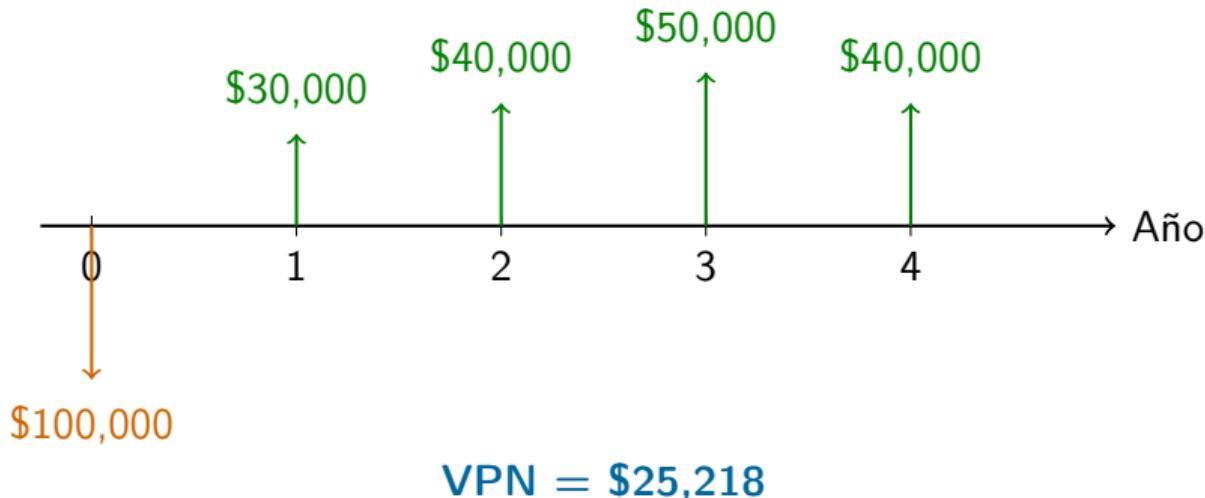
Inversión inicial: \$100,000. Flujos: Año 1: \$30,000, Año 2: \$40,000, Año 3: \$50,000, Año 4: \$40,000. Tasa: 10%. ¿Cuál es el VPN?

Solución:

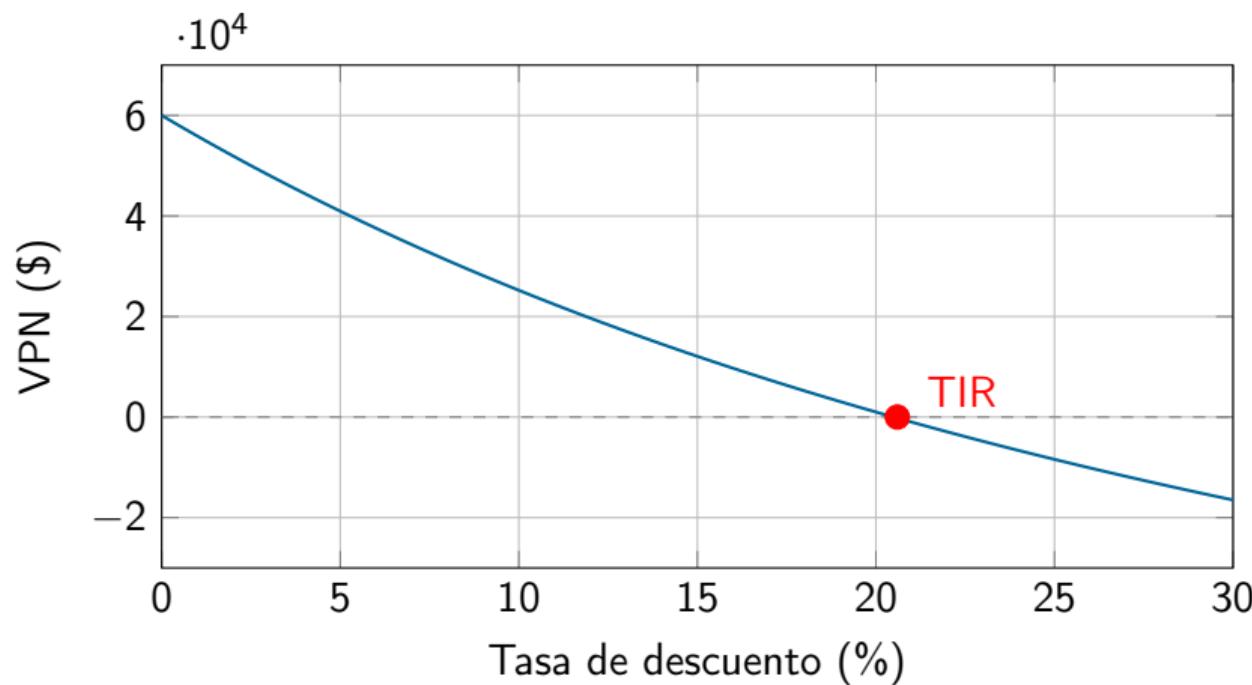
$$\begin{aligned} \text{VPN} &= \frac{30,000}{1.10} + \frac{40,000}{(1.10)^2} + \frac{50,000}{(1.10)^3} + \frac{40,000}{(1.10)^4} - 100,000 \\ &= 27,273 + 33,058 + 37,566 + 27,321 - 100,000 \\ &= 125,218 - 100,000 = \$25,218 \end{aligned}$$

Decisión: $\text{VPN} > 0$, por lo tanto **aceptar** el proyecto.

Diagrama de Flujos del Proyecto



VPN como Función de la Tasa



El VPN disminuye conforme aumenta la tasa de descuento.

Definición de la TIR

Tasa Interna de Retorno

La **TIR** es la tasa de descuento que hace que el VPN sea igual a cero:

$$\sum_{t=0}^n \frac{CF_t}{(1 + TIR)^t} = 0$$

O equivalentemente:

$$\sum_{t=1}^n \frac{CF_t}{(1 + TIR)^t} = I_0$$

Definición de la TIR

Tasa Interna de Retorno

La **TIR** es la tasa de descuento que hace que el VPN sea igual a cero:

$$\sum_{t=0}^n \frac{CF_t}{(1 + TIR)^t} = 0$$

O equivalentemente:

$$\sum_{t=1}^n \frac{CF_t}{(1 + TIR)^t} = I_0$$

Interpretación

La TIR es el **rendimiento porcentual** que genera el proyecto sobre el capital invertido.

Criterio de Aceptación

Si r es el costo de capital (tasa mínima requerida):

- $TIR > r$: Aceptar el proyecto
- $TIR < r$: Rechazar el proyecto
- $TIR = r$: Indiferente

Regla de Decisión de la TIR

Criterio de Aceptación

Si r es el costo de capital (tasa mínima requerida):

- $TIR > r$: Aceptar el proyecto
- $TIR < r$: Rechazar el proyecto
- $TIR = r$: Indiferente

Relación con VPN

- Si $TIR > r$, entonces $VPN > 0$
- Si $TIR < r$, entonces $VPN < 0$
- Si $TIR = r$, entonces $VPN = 0$

No hay solución algebraica directa

La TIR se calcula por:

- Prueba y error / interpolación
- Calculadora financiera (HP 12C)
- Métodos numéricos (Newton-Raphson)
- Software (Excel, Python)

No hay solución algebraica directa

La TIR se calcula por:

- Prueba y error / interpolación
- Calculadora financiera (HP 12C)
- Métodos numéricos (Newton-Raphson)
- Software (Excel, Python)

Interpolación lineal:

Si conocemos $VPN_1 > 0$ a tasa r_1 y $VPN_2 < 0$ a tasa r_2 :

$$TIR \approx r_1 + \frac{VPN_1}{VPN_1 - VPN_2} \times (r_2 - r_1)$$

Ejemplo: Cálculo de TIR por Interpolación

Del ejemplo anterior

Inversión: \$100,000. Flujos: 30k, 40k, 50k, 40k.

Ejemplo: Cálculo de TIR por Interpolación

Del ejemplo anterior

Inversión: \$100,000. Flujos: 30k, 40k, 50k, 40k.

Probando tasas:

- $r = 10\%$: $VPN = \$25,218$ (positivo)
- $r = 20\%$: $VPN = \$2,662$ (positivo, cerca de cero)
- $r = 25\%$: $VPN = -\$8,480$ (negativo)

Ejemplo: Cálculo de TIR por Interpolación

Del ejemplo anterior

Inversión: \$100,000. Flujos: 30k, 40k, 50k, 40k.

Probando tasas:

- $r = 10\%$: $VPN = \$25,218$ (positivo)
- $r = 20\%$: $VPN = \$2,662$ (positivo, cerca de cero)
- $r = 25\%$: $VPN = -\$8,480$ (negativo)

Interpolando entre 20% y 25%:

$$\begin{aligned}TIR &\approx 20\% + \frac{2,662}{2,662 - (-8,480)} \times (25\% - 20\%) \\&= 20\% + \frac{2,662}{11,142} \times 5\% = 20\% + 1.19\% = 21.19\%\end{aligned}$$

Ejemplo: Cálculo de TIR por Interpolación

Del ejemplo anterior

Inversión: \$100,000. Flujos: 30k, 40k, 50k, 40k.

Probando tasas:

- $r = 10\%$: $VPN = \$25,218$ (positivo)
- $r = 20\%$: $VPN = \$2,662$ (positivo, cerca de cero)
- $r = 25\%$: $VPN = -\$8,480$ (negativo)

Interpolando entre 20% y 25%:

$$\begin{aligned}TIR &\approx 20\% + \frac{2,662}{2,662 - (-8,480)} \times (25\% - 20\%) \\&= 20\% + \frac{2,662}{11,142} \times 5\% = 20\% + 1.19\% = 21.19\%\end{aligned}$$

TIR $\approx 21\%$ (exacto por métodos numéricos: 20.6%)

¿Cuándo VPN y TIR dan respuestas diferentes?

Para un solo proyecto:

VPN y TIR siempre dan la misma decisión (aceptar/rechazar).

¿Cuándo VPN y TIR dan respuestas diferentes?

Para un solo proyecto:

VPN y TIR siempre dan la misma decisión (aceptar/rechazar).

Para proyectos mutuamente excluyentes:

VPN y TIR pueden dar **rankings diferentes**.

¿Cuándo VPN y TIR dan respuestas diferentes?

Para un solo proyecto:

VPN y TIR siempre dan la misma decisión (aceptar/rechazar).

Para proyectos mutuamente excluyentes:

VPN y TIR pueden dar **rankings diferentes**.

Causas del conflicto

- ① Diferente escala (montos de inversión)
- ② Diferente temporalidad de flujos
- ③ Diferente vida útil

Ejemplo: Conflicto por Escala

Dos proyectos mutuamente excluyentes

| | Inversión | Flujo Año 1 | TIR |
|------------|-----------|-------------|-----|
| Proyecto A | \$10,000 | \$12,000 | 20% |
| Proyecto B | \$50,000 | \$57,500 | 15% |

Ejemplo: Conflicto por Escala

Dos proyectos mutuamente excluyentes

| | Inversión | Flujo Año 1 | TIR |
|------------|-----------|-------------|-----|
| Proyecto A | \$10,000 | \$12,000 | 20% |
| Proyecto B | \$50,000 | \$57,500 | 15% |

Si el costo de capital es 10%:

$$VPN_A = \frac{12,000}{1.10} - 10,000 = \$909$$

$$VPN_B = \frac{57,500}{1.10} - 50,000 = \$2,273$$

Ejemplo: Conflicto por Escala

Dos proyectos mutuamente excluyentes

| | Inversión | Flujo Año 1 | TIR |
|------------|-----------|-------------|-----|
| Proyecto A | \$10,000 | \$12,000 | 20% |
| Proyecto B | \$50,000 | \$57,500 | 15% |

Si el costo de capital es 10%:

$$VPN_A = \frac{12,000}{1.10} - 10,000 = \$909$$

$$VPN_B = \frac{57,500}{1.10} - 50,000 = \$2,273$$

Conflicto: TIR favorece A ($20\% > 15\%$), pero VPN favorece B ($\$2,273 > \909).

Decisión correcta: Elegir B (mayor creación de valor).

Ejemplo: Conflicto por Temporalidad

Proyectos con diferente patrón de flujos

| | I_0 | Año 1 | Año 2 | Año 3 | Año 4 | TIR |
|------------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|
| Proyecto X | -100 | 60 | 50 | 40 | 20 | 25.5% |
| Proyecto Y | -100 | 20 | 40 | 50 | 80 | 22.8% |

Ejemplo: Conflicto por Temporalidad

Proyectos con diferente patrón de flujos

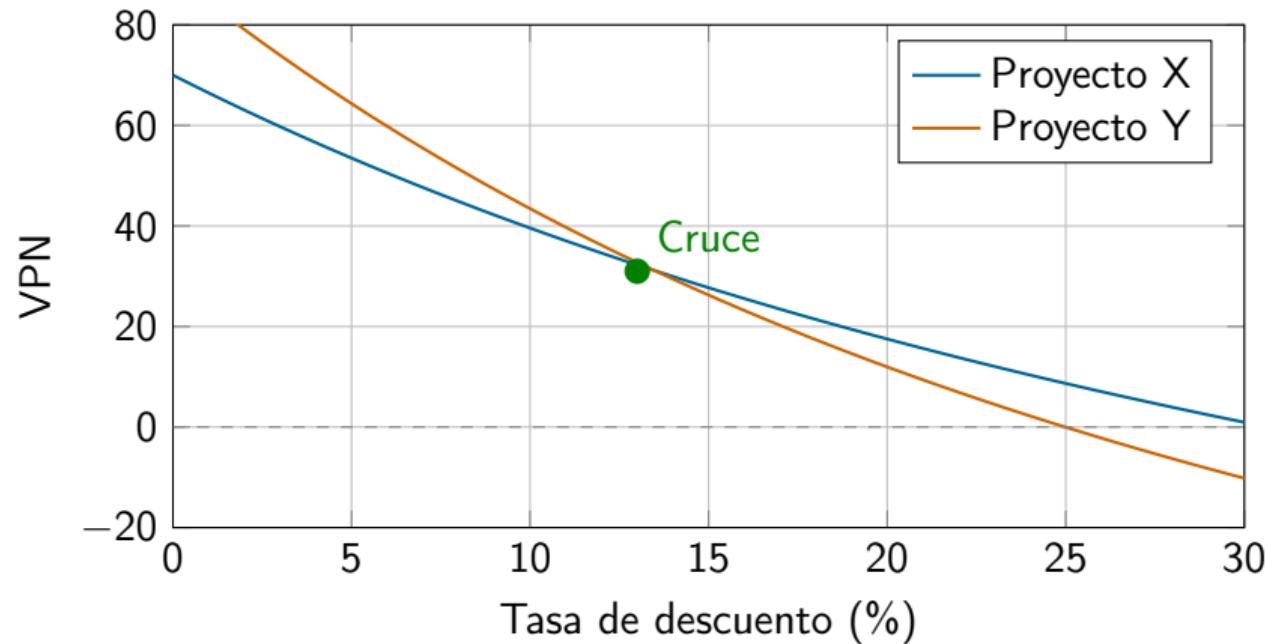
| | I_0 | Año 1 | Año 2 | Año 3 | Año 4 | TIR |
|------------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|
| Proyecto X | -100 | 60 | 50 | 40 | 20 | 25.5% |
| Proyecto Y | -100 | 20 | 40 | 50 | 80 | 22.8% |

VPN a diferentes tasas:

| Tasa | VPN_X | VPN_Y |
|------|---------|---------|
| 5% | \$54.5 | \$66.7 |
| 15% | \$28.5 | \$27.8 |
| 20% | \$18.3 | \$14.7 |

A tasas bajas, Y es mejor (VPN mayor). A tasas altas, X es mejor.

Tasa de Cruce (Crossover Rate)



Por debajo del cruce, Y es mejor. Por encima, X es mejor.

Regla de Oro: Siempre Usar VPN

Recomendación

En caso de conflicto entre VPN y TIR, **siempre** usar el criterio del VPN.

Regla de Oro: Siempre Usar VPN

Recomendación

En caso de conflicto entre VPN y TIR, **siempre** usar el criterio del VPN.

Razones:

- ① VPN mide directamente la creación de riqueza
- ② TIR asume reinversión a la misma TIR (supuesto irrealista)
- ③ VPN asume reinversión al costo de capital (más realista)
- ④ VPN es aditivo ($\text{VPN de } A + B = \text{VPN}_A + \text{VPN}_B$)

Regla de Oro: Siempre Usar VPN

Recomendación

En caso de conflicto entre VPN y TIR, **siempre** usar el criterio del VPN.

Razones:

- ① VPN mide directamente la creación de riqueza
- ② TIR asume reinversión a la misma TIR (supuesto irrealista)
- ③ VPN asume reinversión al costo de capital (más realista)
- ④ VPN es aditivo ($\text{VPN de } A + B = \text{VPN}_A + \text{VPN}_B$)

Cuándo usar TIR

La TIR es útil para **comunicar** el rendimiento de un proyecto, pero no para tomar decisiones entre alternativas.

TIR Múltiple

El problema

Cuando los flujos cambian de signo más de una vez, puede existir **más de una TIR**.

TIR Múltiple

El problema

Cuando los flujos cambian de signo más de una vez, puede existir **más de una TIR**.

Ejemplo:

$$CF_0 = -100, CF_1 = +230, CF_2 = -132$$

TIR Múltiple

El problema

Cuando los flujos cambian de signo más de una vez, puede existir **más de una TIR**.

Ejemplo:

$$CF_0 = -100, CF_1 = +230, CF_2 = -132$$

$$-100 + \frac{230}{(1+r)} + \frac{-132}{(1+r)^2} = 0$$

Resolviendo: $TIR_1 = 10\%$ y $TIR_2 = 20\%$

TIR Múltiple

El problema

Cuando los flujos cambian de signo más de una vez, puede existir **más de una TIR**.

Ejemplo:

$$CF_0 = -100, CF_1 = +230, CF_2 = -132$$

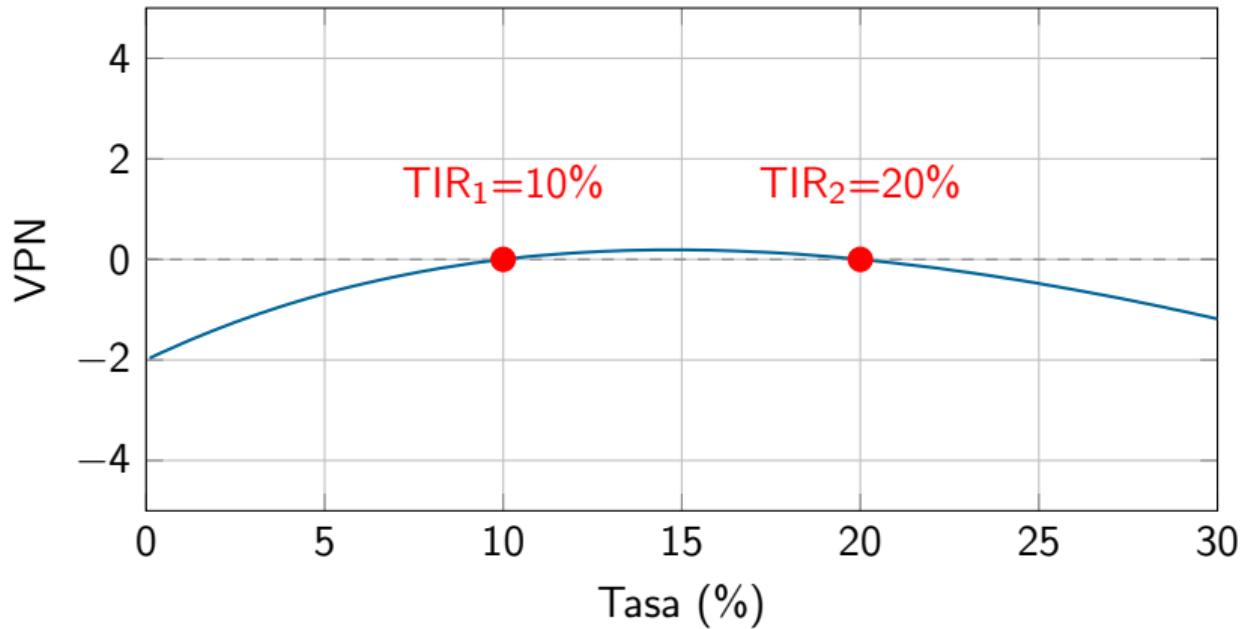
$$-100 + \frac{230}{(1+r)} + \frac{-132}{(1+r)^2} = 0$$

Resolviendo: $TIR_1 = 10\%$ y $TIR_2 = 20\%$

¿Cuál usar?

¡Ninguna tiene significado económico claro! Usar VPN en estos casos.

Visualización de TIR Múltiple



La curva de VPN cruza el eje horizontal dos veces.

Número máximo de TIRs

El número de TIRs reales positivas es **a lo más igual** al número de cambios de signo en los flujos.

Número máximo de TIRs

El número de TIRs reales positivas es **a lo más igual** al número de cambios de signo en los flujos.

Ejemplos:

- $(-, +, +, +)$: 1 cambio de signo \rightarrow máximo 1 TIR
- $(-, +, +, -)$: 2 cambios de signo \rightarrow máximo 2 TIRs
- $(-, +, -, +)$: 3 cambios de signo \rightarrow máximo 3 TIRs

Regla de los Signos de Descartes

Número máximo de TIRs

El número de TIRs reales positivas es **a lo más igual** al número de cambios de signo en los flujos.

Ejemplos:

- $(-, +, +, +)$: 1 cambio de signo → máximo 1 TIR
- $(-, +, +, -)$: 2 cambios de signo → máximo 2 TIRs
- $(-, +, -, +)$: 3 cambios de signo → máximo 3 TIRs

Proyectos “normales”

Proyectos con inversión inicial negativa y flujos positivos posteriores $(-, +, +, \dots, +)$ tienen exactamente **una** TIR.

Caso especial

Algunos proyectos no tienen TIR real (la curva de VPN nunca cruza cero).

Caso especial

Algunos proyectos no tienen TIR real (la curva de VPN nunca cruza cero).

Ejemplo:

$$CF_0 = +100, CF_1 = -300, CF_2 = +250$$

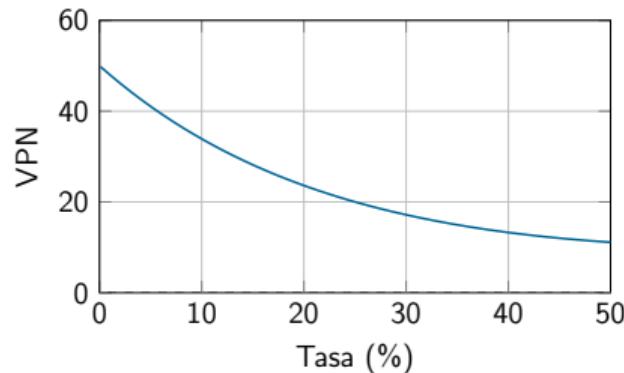
Proyecto sin TIR

Caso especial

Algunos proyectos no tienen TIR real (la curva de VPN nunca cruza cero).

Ejemplo:

$$CF_0 = +100, CF_1 = -300, CF_2 = +250$$



VPN siempre positivo (buen proyecto), pero no hay TIR.

Para flujos uniformes

Si los flujos son aproximadamente constantes:

$$VPN \approx CF \times PVIFA_{r,n} - I_0$$

Para flujos uniformes

Si los flujos son aproximadamente constantes:

$$VPN \approx CF \times PVIFA_{r,n} - I_0$$

Ejemplo:

Inversión \$100,000, flujos de \$30,000 por 5 años, tasa 10%.

$$\begin{aligned} VPN &\approx 30,000 \times 3.79 - 100,000 \\ &= 113,700 - 100,000 = \$13,700 \end{aligned}$$

(PVIFA de la tabla de la Sesión 5)

Payback como Indicador de TIR

Relación aproximada

Para proyectos con flujos uniformes:

$$TIR \approx \frac{1}{\text{Payback}} \times \text{factor de ajuste}$$

El factor es cercano a 1.5-2 para proyectos de 5-10 años.

Payback como Indicador de TIR

Relación aproximada

Para proyectos con flujos uniformes:

$$TIR \approx \frac{1}{\text{Payback}} \times \text{factor de ajuste}$$

El factor es cercano a 1.5-2 para proyectos de 5-10 años.

Ejemplo:

Inversión \$100,000, flujos de \$25,000/año.

$$\text{Payback} = 100,000 / 25,000 = 4 \text{ años}$$

$$\text{TIR aproximada} \approx 1/4 \times 1.7 \approx 42\%$$

(Esto es solo una estimación gruesa)

Problema

Inversión: \$50,000. Flujos: Año 1: \$15,000, Año 2: \$20,000, Año 3: \$25,000. Tasa: 12%.

HP 12C: Cálculo de VPN

Problema

Inversión: \$50,000. Flujos: Año 1: \$15,000, Año 2: \$20,000, Año 3: \$25,000. Tasa: 12%.

| Teclas | Display | Descripción |
|-----------------------------|-----------------|-------------------|
| f CLX | 0.00 | Limpiar |
| 50000 CHS g CF ₀ | -50,000 | Inversión inicial |
| 15000 g CF _j | 15,000 | Flujo año 1 |
| 20000 g CF _j | 20,000 | Flujo año 2 |
| 25000 g CF _j | 25,000 | Flujo año 3 |
| 12 i | 12 | Tasa de descuento |
| f NPV | 1,103.19 | VPN |

HP 12C: Cálculo de VPN

Problema

Inversión: \$50,000. Flujos: Año 1: \$15,000, Año 2: \$20,000, Año 3: \$25,000. Tasa: 12%.

| Teclas | Display | Descripción |
|-----------------------------|-----------------|-------------------|
| f CLX | 0.00 | Limpiar |
| 50000 CHS g CF ₀ | -50,000 | Inversión inicial |
| 15000 g CF _j | 15,000 | Flujo año 1 |
| 20000 g CF _j | 20,000 | Flujo año 2 |
| 25000 g CF _j | 25,000 | Flujo año 3 |
| 12 i | 12 | Tasa de descuento |
| f NPV | 1,103.19 | VPN |

VPN = \$1,103.19 > 0, aceptar el proyecto.

Continuando del ejemplo anterior...

Continuando del ejemplo anterior...

| Teclas | Display | Descripción |
|--------|--------------|------------------|
| f IRR | 13.67 | TIR del proyecto |

Continuando del ejemplo anterior...

| Teclas | Display | Descripción |
|--------|--------------|------------------|
| f IRR | 13.67 | TIR del proyecto |

TIR = 13.67%

Como TIR (13.67%) > costo de capital (12%), aceptar el proyecto.

Continuando del ejemplo anterior...

| Teclas | Display | Descripción |
|--------|---------|------------------|
| f IRR | 13.67 | TIR del proyecto |

TIR = 13.67%

Como TIR (13.67%) > costo de capital (12%), aceptar el proyecto.

Verificación

Ambos criterios coinciden: $VPN > 0$ y $TIR > r$

Problema

Inversión: \$100,000. Flujos: \$30,000 por 5 años. Tasa: 10%.

HP 12C: Flujos con Repetición

Problema

Inversión: \$100,000. Flujos: \$30,000 por 5 años. Tasa: 10%.

| Teclas | Display | Descripción |
|------------------------------|------------------|-------------------|
| f CLX | 0.00 | Limpiar |
| 100000 CHS g CF ₀ | -100,000 | Inversión |
| 30000 g CF _j | 30,000 | Flujo periódico |
| 5 g N _j | 5 | Se repite 5 veces |
| 10 i | 10 | Tasa |
| f NPV | 13,723.60 | VPN |
| f IRR | 15.24 | TIR |

La tecla g N_j indica cuántas veces se repite el último flujo.

Ejercicio 1: VPN Básico

Problema

Una empresa considera comprar equipo por \$200,000. Genera ahorros de \$60,000 anuales por 5 años. Al final, se vende en \$30,000. Si el costo de capital es 15%, ¿conviene?

Ejercicio 1: VPN Básico

Problema

Una empresa considera comprar equipo por \$200,000. Genera ahorros de \$60,000 anuales por 5 años. Al final, se vende en \$30,000. Si el costo de capital es 15%, ¿conviene?

Solución:

$$\begin{aligned}VPN &= 60,000 \times \frac{1 - (1.15)^{-5}}{0.15} + \frac{30,000}{(1.15)^5} - 200,000 \\&= 60,000 \times 3.3522 + 30,000 \times 0.4972 - 200,000 \\&= 201,132 + 14,916 - 200,000 = \$16,048\end{aligned}$$

Ejercicio 1: VPN Básico

Problema

Una empresa considera comprar equipo por \$200,000. Genera ahorros de \$60,000 anuales por 5 años. Al final, se vende en \$30,000. Si el costo de capital es 15%, ¿conviene?

Solución:

$$\begin{aligned} \text{VPN} &= 60,000 \times \frac{1 - (1.15)^{-5}}{0.15} + \frac{30,000}{(1.15)^5} - 200,000 \\ &= 60,000 \times 3.3522 + 30,000 \times 0.4972 - 200,000 \\ &= 201,132 + 14,916 - 200,000 = \$16,048 \end{aligned}$$

VPN > 0, por lo tanto **sí conviene**.

Ejercicio 2: TIR por Interpolación

Problema

Proyecto: Inversión \$80,000, flujos de \$25,000 por 4 años. Estimar la TIR.

Ejercicio 2: TIR por Interpolación

Problema

Proyecto: Inversión \$80,000, flujos de \$25,000 por 4 años. Estimar la TIR.

Probando tasas:

- $r = 10\%$: $VPN = 25,000 \times 3.170 - 80,000 = -\751 (negativo)
- $r = 8\%$: $VPN = 25,000 \times 3.312 - 80,000 = +\$2,800$ (positivo)

Ejercicio 2: TIR por Interpolación

Problema

Proyecto: Inversión \$80,000, flujos de \$25,000 por 4 años. Estimar la TIR.

Probando tasas:

- $r = 10\%$: $VPN = 25,000 \times 3.170 - 80,000 = -\751 (negativo)
- $r = 8\%$: $VPN = 25,000 \times 3.312 - 80,000 = +\$2,800$ (positivo)

Interpolando:

$$\begin{aligned}TIR &\approx 8\% + \frac{2,800}{2,800 + 751} \times (10\% - 8\%) \\&= 8\% + 0.79 \times 2\% = 9.58\%\end{aligned}$$

TIR $\approx 9.6\%$

Ejercicio 3: Proyectos Excluyentes

Problema

Proyecto A: -100, +50, +50, +50 (TIR = 23.4%)

Proyecto B: -100, +10, +30, +100 (TIR = 17.7%)

Costo de capital: 10%. ¿Cuál elegir?

Ejercicio 3: Proyectos Excluyentes

Problema

Proyecto A: -100, +50, +50, +50 (TIR = 23.4%)

Proyecto B: -100, +10, +30, +100 (TIR = 17.7%)

Costo de capital: 10%. ¿Cuál elegir?

Calculando VPN al 10%:

$$VPN_A = \frac{50}{1.1} + \frac{50}{1.1^2} + \frac{50}{1.1^3} - 100 = \$24.34$$

$$VPN_B = \frac{10}{1.1} + \frac{30}{1.1^2} + \frac{100}{1.1^3} - 100 = \$9.94$$

Ejercicio 3: Proyectos Excluyentes

Problema

Proyecto A: -100, +50, +50, +50 (TIR = 23.4%)

Proyecto B: -100, +10, +30, +100 (TIR = 17.7%)

Costo de capital: 10%. ¿Cuál elegir?

Calculando VPN al 10%:

$$VPN_A = \frac{50}{1.1} + \frac{50}{1.1^2} + \frac{50}{1.1^3} - 100 = \$24.34$$

$$VPN_B = \frac{10}{1.1} + \frac{30}{1.1^2} + \frac{100}{1.1^3} - 100 = \$9.94$$

TIR favorece A (23.4% > 17.7%) ✓

VPN favorece A (\$24.34 > \$9.94) ✓

Ambos coinciden: elegir A.

Ejercicio 4: Conflicto VPN-TIR

Problema

Proyecto X: -1,000, +1,300. TIR = 30%.

Proyecto Y: -10,000, +12,000. TIR = 20%.

Costo de capital: 10%. ¿Cuál elegir?

Ejercicio 4: Conflicto VPN-TIR

Problema

Proyecto X: -1,000, +1,300. TIR = 30%.

Proyecto Y: -10,000, +12,000. TIR = 20%.

Costo de capital: 10%. ¿Cuál elegir?

VPN al 10%:

$$VPN_X = 1,300/1.1 - 1,000 = \$181.82$$

$$VPN_Y = 12,000/1.1 - 10,000 = \$909.09$$

Ejercicio 4: Conflicto VPN-TIR

Problema

Proyecto X: -1,000, +1,300. TIR = 30%.

Proyecto Y: -10,000, +12,000. TIR = 20%.

Costo de capital: 10%. ¿Cuál elegir?

VPN al 10%:

$$VPN_X = 1,300/1.1 - 1,000 = \$181.82$$

$$VPN_Y = 12,000/1.1 - 10,000 = \$909.09$$

TIR favorece X (30% > 20%)

VPN favorece Y (\$909 > \$182) ✓

Decisión correcta: Elegir Y (mayor creación de valor).

Python: Cálculo de VPN y TIR

```
import numpy_financial as npf

# Definir flujos de caja
flujos = [-100000, 30000, 40000, 50000, 40000]
tasa = 0.10

# Calcular VPN
# npf.npv calcula VP de flujos desde periodo 1
# Debemos ajustar para incluir el flujo en t=0
vpn = npf.npv(tasa, flujos[1:]) + flujos[0]
print(f"VPN: ${vpn:.2f}")

# Calcular TIR
tir = npf.irr(flujos)
print(f"TIR: {tir*100:.2f}%")

# Verificacion: VPN a la TIR debe ser 0
vpn_tir = npf.npv(tir, flujos[1:]) + flujos[0]
print(f"VPN a la TIR: ${vpn_tir:.2f}")
```

Python: Perfil de VPN

```
import numpy as np
import matplotlib.pyplot as plt
import numpy_financial as npf

flujos = [-100000, 30000, 40000, 50000, 40000]
tasas = np.linspace(0.01, 0.30, 50)

vpns = [npf.npv(r, flujos[1:]) + flujos[0] for r in tasas]

plt.figure(figsize=(10, 5))
plt.plot(tasas*100, vpns, 'b-', linewidth=2)
plt.axhline(y=0, color='gray', linestyle='--')
plt.xlabel('Tasa de descuento (%)')
plt.ylabel('VPN ($)')
plt.title('Perfil de VPN del Proyecto')
plt.grid(True)

# Marcar TIR
tir = npf.irr(flujos)
```

Python: Comparar Proyectos

```
import numpy_financial as npf
import numpy as np

proyectos = {
    'A': [-100, 50, 50, 50],
    'B': [-100, 10, 30, 100]
}

print("Proyecto | TIR      | VPN@10%")
print("-" * 35)

for nombre, flujos in proyectos.items():
    tir = npf.irr(flujos)
    vpn = npf.npv(0.10, flujos[1:]) + flujos[0]
    print(f"{nombre:8} | {tir*100:5.1f}% | ${vpn:,.2f}")

# Encontrar tasa de cruce
flujos_diff = [a-b for a,b in zip(proyectos['A'], proyectos['B'])]
cruce = npf.irr(flujos_diff)
```

Resumen de Fórmulas

Valor Presente Neto:

$$VPN = \sum_{t=1}^n \frac{CF_t}{(1+r)^t} - I_0$$

Tasa Interna de Retorno:

$$\sum_{t=0}^n \frac{CF_t}{(1+TIR)^t} = 0$$

Interpolación para TIR:

$$TIR \approx r_1 + \frac{VPN_1}{VPN_1 - VPN_2} \times (r_2 - r_1)$$

Conceptos Clave

- ① VPN mide la creación de valor en pesos
- ② TIR mide el rendimiento porcentual del proyecto
- ③ Regla VPN: Aceptar si $VPN > 0$
- ④ Regla TIR: Aceptar si $TIR > r$
- ⑤ VPN y TIR pueden **conflictar** en proyectos excluyentes
- ⑥ En caso de conflicto, **usar VPN**
- ⑦ TIR puede ser **múltiple** o no existir
- ⑧ HP 12C: g CF_j, f NPV, f IRR

Tarea para la Próxima Sesión

- ① **Cálculo:** Proyecto con inversión \$150,000, flujos de \$45,000 por 5 años, tasa 12%. Calcular VPN y TIR.
- ② **Comparación:** Dos proyectos con inversión \$50,000 cada uno. A genera \$20,000/año por 4 años. B genera \$10,000, \$15,000, \$20,000, \$25,000. ¿Cuál elegir al 8%?
- ③ **HP 12C:** Practica ingresando flujos irregulares y calculando VPN/TIR.
- ④ **Python:** Grafica el perfil de VPN de dos proyectos y encuentra la tasa de cruce.

¿Preguntas?

Próxima Sesión:
Valuación de Acciones e Integración

Semana 5, Clase 2