Amortización de Préstamos

Sistemas de pago de deuda

Matemáticas Financieras

Valor del Dinero en el Tiempo

Semana 4 | Clase 1 | Duración: 1h 50min

Contenido de la Sesión

Conexión con las Sesiones Anteriores

Sesiones 5 y 6: Anualidades

Aprendimos que un préstamo con cuota fija es una **anualidad ordinaria**:

$$PV = PMT \cdot \frac{1 - (1 + r)^{-n}}{r}$$

Y calculamos el pago mensual.

Conexión con las Sesiones Anteriores

Sesiones 5 y 6: Anualidades

Aprendimos que un préstamo con cuota fija es una **anualidad ordinaria**:

$$PV = PMT \cdot \frac{1-(1+r)^{-n}}{r}$$

Y calculamos el pago mensual.

Pero surgen preguntas...

- ¿Qué parte del pago es interés y qué parte es capital?
- ¿Cuánto debo después de 12 pagos?
- ¿Existen otras formas de estructurar un préstamo?

Objetivos de Aprendizaje

Al finalizar esta sesión, serás capaz de:

1. Construir tablas de amortización completas
2. Calcular el saldo insoluto en cualquier momento
3. Separar cada pago en componente de interés y capital
4. Comparar los tres sistemas de amortización principales
5. Analizar el impacto de pagos anticipados
6. Usar la HP 12C para cálculos de amortización

¿Qué es la Amortización?

Definición

Amortización es el proceso de pagar una deuda mediante pagos periódicos que incluyen:

- **Interés:** Costo del dinero prestado
- **Amortización del capital:** Reducción del saldo adeudado

¿Qué es la Amortización?

Definición

Amortización es el proceso de pagar una deuda mediante pagos periódicos que incluyen:

- **Interés:** Costo del dinero prestado
- **Amortización del capital:** Reducción del saldo adeudado

Ecuación fundamental:

$$\boxed{\text{Pago} = \text{Interés} + \text{Amortización del Capital}}$$

¿Qué es la Amortización?

Definición

Amortización es el proceso de pagar una deuda mediante pagos periódicos que incluyen:

- **Interés:** Costo del dinero prestado
- **Amortización del capital:** Reducción del saldo adeudado

Ecuación fundamental:

$$\boxed{\text{Pago} = \text{Interés} + \text{Amortización del Capital}}$$

Nota importante

El interés siempre se calcula sobre el **saldo insoluto** (lo que aún se debe), no sobre el monto original.

Sistema Francés: Características

Definición

En el **sistema francés**, el pago total es **constante** en cada período. Es el sistema más común en préstamos hipotecarios y de consumo.

Sistema Francés: Características

Definición

En el **sistema francés**, el pago total es **constante** en cada período. Es el sistema más común en préstamos hipotecarios y de consumo.

Características:

- Cuota fija: $PMT = PV \cdot \frac{r}{1-(1+r)^{-n}}$
- Al inicio: más interés, menos capital
- Al final: menos interés, más capital
- El saldo decrece de forma exponencial

Sistema Francés: Características

Definición

En el **sistema francés**, el pago total es **constante** en cada período. Es el sistema más común en préstamos hipotecarios y de consumo.

Características:

- Cuota fija: $PMT = PV \cdot \frac{r}{1-(1+r)^{-n}}$
- Al inicio: más interés, menos capital
- Al final: menos interés, más capital
- El saldo decrece de forma exponencial

Ventaja práctica

Facilita la planificación financiera porque el pago es predecible.

Sistema Francés: Cálculos Período a Período

Para el período t:

Sistema Francés: Cálculos Período a Período

Para el período t:

Interés del período:

$$I_t = \text{Saldo}_{t-1} \times r$$

Sistema Francés: Cálculos Período a Período

Para el período t:

Interés del período:

$$I_t = \text{Saldo}_{t-1} \times r$$

Amortización del capital:

$$A_t = PMT - I_t$$

Sistema Francés: Cálculos Período a Período

Para el período t:

Interés del período:

$$I_t = \text{Saldo}_{t-1} \times r$$

Amortización del capital:

$$A_t = PMT - I_t$$

Nuevo saldo:

$$\text{Saldo}_t = \text{Saldo}_{t-1} - A_t$$

Sistema Francés: Cálculos Período a Período

Para el período t:

Interés del período:

$$I_t = \text{Saldo}_{t-1} \times r$$

Amortización del capital:

$$A_t = PMT - I_t$$

Nuevo saldo:

$$\text{Saldo}_t = \text{Saldo}_{t-1} - A_t$$

Observación

Como el saldo disminuye, I_t disminuye y A_t aumenta con el tiempo (pero su suma PMT es constante).

Ejemplo: Tabla de Amortización Francesa

Préstamo: \$100,000 | **Tasa:** 10% anual | **Plazo:** 5 años

Ejemplo: Tabla de Amortización Francesa

Préstamo: \$100,000 | **Tasa:** 10% anual | **Plazo:** 5 años

Cuota anual: $PMT = 100,000 \times \frac{0.10}{1-(1.10)^{-5}} = \$26,379.75$

Ejemplo: Tabla de Amortización Francesa

Préstamo: \$100,000 | **Tasa:** 10% anual | **Plazo:** 5 años

Cuota anual: $PMT = 100,000 \times \frac{0.10}{1-(1.10)^{-5}} = \$26,379.75$

Año	Saldo Inicial	Pago	Interés	Capital	Saldo Final
1	\$100,000.00	\$26,379.75	\$10,000.00	\$16,379.75	\$83,620.25
2	\$83,620.25	\$26,379.75	\$8,362.02	\$18,017.72	\$65,602.53
3	\$65,602.53	\$26,379.75	\$6,560.25	\$19,819.50	\$45,783.03
4	\$45,783.03	\$26,379.75	\$4,578.30	\$21,801.45	\$23,981.59
5	\$23,981.59	\$26,379.75	\$2,398.16	\$23,981.59	\$0.00
	Total	\$131,898.73	\$31,898.73	\$100,000.00	

Saldo Insoluto: Fórmula Directa

No necesitamos calcular período por período. Hay una fórmula directa:

Saldo Insoluto: Fórmula Directa

No necesitamos calcular período por período. Hay una fórmula directa:

Saldo Insoluto después de k pagos

$$\boxed{\text{Saldo}_k = PV \cdot \frac{(1+r)^n - (1+r)^k}{(1+r)^n - 1}}$$

O equivalentemente:

$$\text{Saldo}_k = PMT \cdot \frac{1-(1+r)^{-(n-k)}}{r}$$

Saldo Insoluto: Fórmula Directa

No necesitamos calcular período por período. Hay una fórmula directa:

Saldo Insoluto después de k pagos

$$\boxed{\text{Saldo}_k = PV \cdot \frac{(1+r)^n - (1+r)^k}{(1+r)^n - 1}}$$

O equivalentemente:

$$\text{Saldo}_k = PMT \cdot \frac{1-(1+r)^{-(n-k)}}{r}$$

Interpretación de la segunda fórmula

El saldo es el VP de los pagos **restantes** ($n-k$ pagos).

Ejemplo: Saldo Insoluto

Problema

Préstamo de \$200,000 a 10 años, 8% anual, pagos anuales. ¿Cuál es el saldo después del pago 6?

Ejemplo: Saldo Insoluto

Problema

Préstamo de \$200,000 a 10 años, 8% anual, pagos anuales. ¿Cuál es el saldo después del pago 6?

Cuota anual:

$$PMT = 200,000 \times \frac{0.08}{1-(1.08)^{-10}} = \$29,805.86$$

Ejemplo: Saldo Insoluto

Problema

Préstamo de \$200,000 a 10 años, 8% anual, pagos anuales. ¿Cuál es el saldo después del pago 6?

Cuota anual:

$$PMT = 200,000 \times \frac{0.08}{1-(1.08)^{-10}} = \$29,805.86$$

Saldo después del pago 6 (quedan 4 pagos):

$$\begin{aligned} \text{Saldo}_6 &= PMT \times \frac{1-(1.08)^{-4}}{0.08} \\ &= 29,805.86 \times 3.3121 = \$98,745.84 \end{aligned}$$

Sistema Alemán: Características

Definición

En el **sistema alemán**, la amortización del capital es **constante** en cada período. El pago total disminuye con el tiempo.

Sistema Alemán: Características

Definición

En el **sistema alemán**, la amortización del capital es **constante** en cada período. El pago total disminuye con el tiempo.

Características:

- Amortización constante: $A = \frac{PV}{n}$
- Cuota decreciente: $\text{Pago}_t = A + I_t$
- Más interés total que sistema francés (pero menos al inicio)
- Pagos más altos al principio

Sistema Alemán: Características

Definición

En el **sistema alemán**, la amortización del capital es **constante** en cada período. El pago total disminuye con el tiempo.

Características:

- Amortización constante: $A = \frac{PV}{n}$
- Cuota decreciente: $\text{Pago}_t = A + I_t$
- Más interés total que sistema francés (pero menos al inicio)
- Pagos más altos al principio

Uso común

Préstamos corporativos y algunos créditos hipotecarios en Europa.

Sistema Alemán: Cálculos

Amortización por período (constante):

$$A = \frac{PV}{n}$$

Sistema Alemán: Cálculos

Amortización por período (constante):

$$A = \frac{PV}{n}$$

Saldo después del pago t:

$$\text{Saldo}_t = PV - t \cdot A = PV\left(1 - \frac{t}{n}\right)$$

Sistema Alemán: Cálculos

Amortización por período (constante):

$$A = \frac{PV}{n}$$

Saldo después del pago t:

$$\text{Saldo}_t = PV - t \cdot A = PV\left(1 - \frac{t}{n}\right)$$

Interés en el período t:

$$I_t = \text{Saldo}_{t-1} \times r = PV\left(1 - \frac{t-1}{n}\right) \times r$$

Sistema Alemán: Cálculos

Amortización por período (constante):

$$A = \frac{PV}{n}$$

Saldo después del pago t:

$$\text{Saldo}_t = PV - t \cdot A = PV\left(1 - \frac{t}{n}\right)$$

Interés en el período t:

$$I_t = \text{Saldo}_{t-1} \times r = PV\left(1 - \frac{t-1}{n}\right) \times r$$

Pago en el período t:

$$\text{Pago}_t = A + I_t$$

Ejemplo: Tabla de Amortización Alemana

Préstamo: $100,000 | **Tasa:** 10% anual | **Plazo:** 5 años

Ejemplo: Tabla de Amortización Alemana

Préstamo: \$100,000 | **Tasa:** 10% anual | **Plazo:** 5 años

Amortización anual: $A = 100,000/5 = \$20,000$

Ejemplo: Tabla de Amortización Alemana

Préstamo: \$100,000 | **Tasa:** 10% anual | **Plazo:** 5 años

Amortización anual: $A = 100,000/5 = \$20,000$

Año	Saldo Inicial	Pago	Interés	Capital	Saldo Final
1	\$100,000	\$30,000	\$10,000	\$20,000	\$80,000
2	\$80,000	\$28,000	\$8,000	\$20,000	\$60,000
3	\$60,000	\$26,000	\$6,000	\$20,000	\$40,000
4	\$40,000	\$24,000	\$4,000	\$20,000	\$20,000
5	\$20,000	\$22,000	\$2,000	\$20,000	\$0
	Total	\$130,000	\$30,000	\$100,000	

Ejemplo: Tabla de Amortización Alemana

Préstamo: \$100,000 | **Tasa:** 10% anual | **Plazo:** 5 años

Amortización anual: $A = 100,000/5 = \$20,000$

Año	Saldo Inicial	Pago	Interés	Capital	Saldo Final
1	\$100,000	\$30,000	\$10,000	\$20,000	\$80,000
2	\$80,000	\$28,000	\$8,000	\$20,000	\$60,000
3	\$60,000	\$26,000	\$6,000	\$20,000	\$40,000
4	\$40,000	\$24,000	\$4,000	\$20,000	\$20,000
5	\$20,000	\$22,000	\$2,000	\$20,000	\$0
	Total	\$130,000	\$30,000	\$100,000	

Comparación: Sistema francés pagó \$31,899 de interés vs. \$30,000 del alemán.

Sistema Americano: Características

Definición

En el **sistema americano** (o "bullet"), solo se pagan **intereses** durante la vida del préstamo. El **principal completo** se paga al vencimiento.

Sistema Americano: Características

Definición

En el **sistema americano** (o "bullet"), solo se pagan **intereses** durante la vida del préstamo. El **principal completo** se paga al vencimiento.

Características:

- Pagos periódicos: solo interés $= PV \times r$
- Pago final: Principal completo PV
- Mayor pago total de intereses
- Saldo insoluto constante hasta el final

Sistema Americano: Características

Definición

En el **sistema americano** (o “bullet”), solo se pagan **intereses** durante la vida del préstamo. El **principal completo** se paga al vencimiento.

Características:

- Pagos periódicos: solo interés $= PV \times r$
- Pago final: Principal completo PV
- Mayor pago total de intereses
- Saldo insoluto constante hasta el final

Uso común

Bonos corporativos, algunos préstamos puente, créditos para desarrollo inmobiliario.

Ejemplo: Sistema Americano

Préstamo: $100,000 | **Tasa:** 10% anual | **Plazo:** 5 años

Ejemplo: Sistema Americano

Préstamo: \$100,000 | **Tasa:** 10% anual | **Plazo:** 5 años

Año	Saldo Inicial	Pago	Interés	Capital	Saldo Final
1	\$100,000	\$10,000	\$10,000	\$0	\$100,000
2	\$100,000	\$10,000	\$10,000	\$0	\$100,000
3	\$100,000	\$10,000	\$10,000	\$0	\$100,000
4	\$100,000	\$10,000	\$10,000	\$0	\$100,000
5	\$100,000	\$110,000	\$10,000	\$100,000	\$0
	Total	\$150,000	\$50,000	\$100,000	

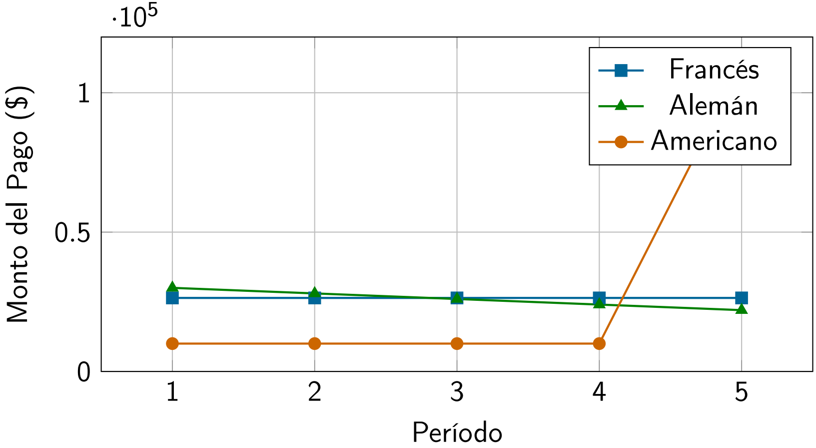
Ejemplo: Sistema Americano

Préstamo: \$100,000 | **Tasa:** 10% anual | **Plazo:** 5 años

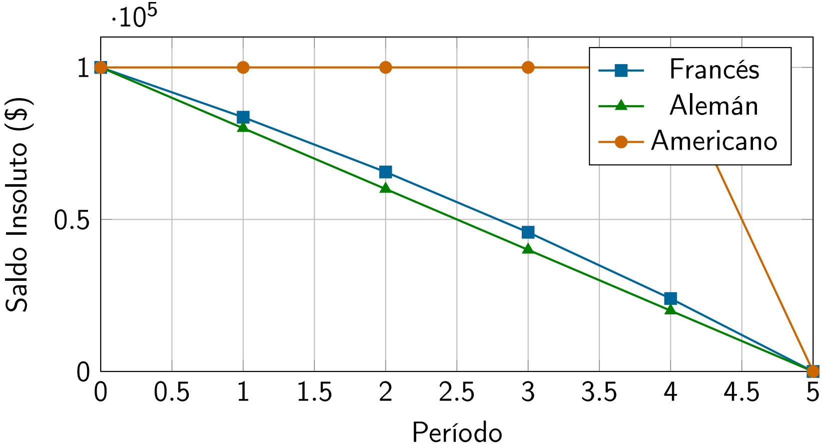
Año	Saldo Inicial	Pago	Interés	Capital	Saldo Final
1	\$100,000	\$10,000	\$10,000	\$0	\$100,000
2	\$100,000	\$10,000	\$10,000	\$0	\$100,000
3	\$100,000	\$10,000	\$10,000	\$0	\$100,000
4	\$100,000	\$10,000	\$10,000	\$0	\$100,000
5	\$100,000	\$110,000	\$10,000	\$100,000	\$0
	Total	\$150,000	\$50,000	\$100,000	

Comparación de intereses totales:

- Francés: \$31,899
- Alemán: \$30,000
- Americano: \$50,000


$\cdot 10^5$
1
0.5
0
1
2
3
4
5
Período
Monto del Pago ($)
Francés
Alemán
Americano

Comparación Visual: Saldo Insoluto



Resumen Comparativo

Característica	Francés	Alemán	Americano
Cuota	Constante	Decreciente	Solo interés + bullet
Amortización capital	Creciente	Constante	Todo al final
Interés por período	Decreciente	Decreciente	Constante
Interés total	Medio	Menor	Mayor
Pago inicial	Medio	Mayor	Menor
Pago final	Medio	Menor	Muy alto
Saldo insoluto	Curvo	Lineal	Constante
Uso típico	Hipotecas	Corporativo	Bonos

Resumen Comparativo

Característica	**Francés**	**Alemán**	**Americano**
Cuota	Constante	Decreciente	Solo interés + bullet
Amortización capital	Creciente	Constante	Todo al final
Interés por período	Decreciente	Decreciente	Constante
Interés total	Medio	Menor	Mayor
Pago inicial	Medio	Mayor	Menor
Pago final	Medio	Menor	Muy alto
Saldo insoluto	Curvo	Lineal	Constante
Uso típico	Hipotecas	Corporativo	Bonos

¿Cuál es mejor?

Depende del contexto: flujo de caja del deudor, expectativas de refinanciamiento, y preferencias de liquidez.

Estimación del Interés Total (Francés)

Regla práctica

Para un préstamo a cuota fija, el interés total es aproximadamente:

$$\text{Interés total} \approx \frac{PV \times r \times (n+1)}{2}$$

Estimación del Interés Total (Francés)

Regla práctica

Para un préstamo a cuota fija, el interés total es aproximadamente:

$$\text{Interés total} \approx \frac{PV \times r \times (n+1)}{2}$$

Ejemplo: \$100,000 al 10% por 5 años

$$\text{Interés} \approx \frac{100,000 \times 0.10 \times 6}{2} = \$30,000$$

Exacto: \$31,899. Error: 6% (aceptable para estimación rápida).

Estimación del Interés Total (Francés)

Regla práctica

Para un préstamo a cuota fija, el interés total es aproximadamente:

$$\text{Interés total} \approx \frac{PV \times r \times (n+1)}{2}$$

Ejemplo: \$100,000 al 10% por 5 años

$$\text{Interés} \approx \frac{100,000 \times 0.10 \times 6}{2} = \$30,000$$

Exacto: \$31,899. Error: 6% (aceptable para estimación rápida).

Por qué funciona

Es el promedio de pagar interés sobre el saldo completo y sobre cero.

Proporción de Capital en el Primer Pago

Estimación del capital inicial

El capital amortizado en el primer pago es aproximadamente:

$$A_1 \approx \frac{PV}{n} \times \left(1 - \frac{r \times n}{2}\right)$$

O más simple: si la cuota es PMT y el interés del primer mes es $I_1 = PV \times r$:

$$A_1 = PMT - I_1$$

Proporción de Capital en el Primer Pago

Estimación del capital inicial

El capital amortizado en el primer pago es aproximadamente:

$$A_1 \approx \frac{PV}{n} \times \left(1 - \frac{r \times n}{2}\right)$$

O más simple: si la cuota es PMT y el interés del primer mes es $I_1 = PV \times r$:

$$A_1 = PMT - I_1$$

Ejemplo: Préstamo de $300,000 a 1% mensual, 360 meses
$PMT \approx \$3,086$ (calculado)
$I_1 = 300,000 \times 0.01 = \$3,000$
$A_1 = 3,086 - 3,000 = \$86$ (solo 2.8% de la cuota va a capital)

HP 12C: Funciones de Amortización

Teclas	Función
`f AMORT`	Muestra interés de los próximos períodos
`x↔y`	Alterna: muestra capital amortizado
`RCL PV`	Muestra saldo insoluto actual

HP 12C: Funciones de Amortización

Teclas	Función
`f AMORT`	Muestra interés de los próximos períodos
`x↔y`	Alterna: muestra capital amortizado
`RCL PV`	Muestra saldo insoluto actual

Procedimiento:

1. Ingresar datos del préstamo (PV, i, n, calcular PMT)
2. Ingresar número de períodos a amortizar
3. Presionar `f AMORT` para ver interés
4. Presionar `x↔y` para ver capital
5. `RCL PV` para ver nuevo saldo

HP 12C: Ejemplo de Amortización

Problema

Préstamo de \$50,000, 12 meses, 1.5% mensual. ¿Cuánto interés y capital se paga en los primeros 3 meses?

HP 12C: Ejemplo de Amortización

Problema

Préstamo de \$50,000, 12 meses, 1.5% mensual. ¿Cuánto interés y capital se paga en los primeros 3 meses?

Teclas	Display	Descripción
`f CLX`	0.00	Limpiar
`50000 PV`	50,000	Préstamo
`12 n`	12	Meses
`1.5 i`	1.5	Tasa mensual
`0 FV`	0	Sin valor residual
`PMT`	-4,607.08	Pago mensual
`3 f AMORT`	-2,111.14	Interés meses 1-3
`x↔y`	-11,710.09	Capital meses 1-3
`RCL PV`	38,289.91	Saldo después de 3 pagos

HP 12C: Saldo en Cualquier Momento

Problema

Mismo préstamo. ¿Cuál es el saldo después del pago 8?

HP 12C: Saldo en Cualquier Momento

Problema

Mismo préstamo. ¿Cuál es el saldo después del pago 8?

Método 1: Continuar amortizando
(Después de los 3 primeros...)

`5 f AMORT`	-1,486.45	Interés meses 4-8
`RCL PV`	16,755.27	Saldo después de pago 8

HP 12C: Saldo en Cualquier Momento

Problema

Mismo préstamo. ¿Cuál es el saldo después del pago 8?

Método 1: Continuar amortizando

(Después de los 3 primeros...)

`5 f AMORT`	-1,486.45	Interés meses 4-8
`RCL PV`	16,755.27	Saldo después de pago 8

Método 2: Fórmula directa

Quedan 4 pagos:

$$\text{Saldo}_8 = 4,607.08 \times \frac{1 - (1.015)^{-4}}{0.015} = 4,607.08 \times 3.854 = \$17,755.40$$

(Diferencia por redondeo)

Ejercicio 1: Préstamo Hipotecario

Problema

Hipoteca de \$2,000,000 a 15 años, 9% anual con pagos mensuales. Calcular:

1. Pago mensual
2. Interés y capital del primer pago
3. Saldo después de 5 años

Ejercicio 1: Préstamo Hipotecario

Problema

Hipoteca de \$2,000,000 a 15 años, 9% anual con pagos mensuales. Calcular:

1. Pago mensual
2. Interés y capital del primer pago
3. Saldo después de 5 años

Datos: $n = 180$ meses, $r = 0.75\%$ mensual

Ejercicio 1: Préstamo Hipotecario

Problema

Hipoteca de \$2,000,000 a 15 años, 9% anual con pagos mensuales. Calcular:

1. Pago mensual
2. Interés y capital del primer pago
3. Saldo después de 5 años

Datos: $n = 180$ meses, $r = 0.75\%$ mensual

1. Pago mensual: $PMT = 2,000,000 \times \frac{0.0075}{1-(1.0075)^{-180}} = \$20,284.92$

Ejercicio 1: Préstamo Hipotecario

Problema

Hipoteca de \$2,000,000 a 15 años, 9% anual con pagos mensuales. Calcular:

1. Pago mensual
2. Interés y capital del primer pago
3. Saldo después de 5 años

Datos: $n = 180$ meses, $r = 0.75\%$ mensual

1. Pago mensual: $PMT = 2{,}000{,}000 \times \frac{0.0075}{1-(1.0075)^{-180}} = \$20{,}284.92$

2. Primer pago: $I_1 = 2{,}000{,}000 \times 0.0075 = \$15{,}000$ $A_1 = 20{,}284.92 - 15{,}000 = \$5{,}284.92$

Ejercicio 1: Préstamo Hipotecario

Problema

Hipoteca de \$2,000,000 a 15 años, 9% anual con pagos mensuales. Calcular:

1. Pago mensual
2. Interés y capital del primer pago
3. Saldo después de 5 años

Datos: $n = 180$ meses, $r = 0.75\%$ mensual

1. Pago mensual: $PMT = 2,000,000 \times \frac{0.0075}{1-(1.0075)^{-180}} = \$20,284.92$

2. Primer pago: $I_1 = 2,000,000 \times 0.0075 = \$15,000$ $A_1 = 20,284.92 - 15,000 = \$5,284.92$

3. Saldo después de 60 pagos (quedan 120):

$$\text{Saldo}_{60} = 20,284.92 \times \frac{1-(1.0075)^{-120}}{0.0075} = \$1,587,614$$

Ejercicio 2: Sistema Alemán

Problema

Préstamo de \$60,000 a 4 años, 8% anual, sistema alemán. Calcular el pago del año 3.

Ejercicio 2: Sistema Alemán

Problema

Préstamo de $60,000 a 4 años, 8% anual, sistema alemán. Calcular el pago del año 3.

Amortización anual:

$$A = \frac{60,000}{4} = \$15,000$$

Ejercicio 2: Sistema Alemán

Problema

Préstamo de \$60,000 a 4 años, 8% anual, sistema alemán. Calcular el pago del año 3.

Amortización anual:

$$A = \frac{60,000}{4} = \$15,000$$

Saldo al inicio del año 3:

$$\text{Saldo}_2 = 60,000 - 2 \times 15,000 = \$30,000$$

Ejercicio 2: Sistema Alemán

Problema

Préstamo de \$60,000 a 4 años, 8% anual, sistema alemán. Calcular el pago del año 3.

Amortización anual:

$$A = \frac{60,000}{4} = \$15,000$$

Saldo al inicio del año 3:

$$\text{Saldo}_2 = 60,000 - 2 \times 15,000 = \$30,000$$

Interés del año 3:

$$I_3 = 30,000 \times 0.08 = \$2,400$$

Ejercicio 2: Sistema Alemán

Problema

Préstamo de $60,000 a 4 años, 8% anual, sistema alemán. Calcular el pago del año 3.

Amortización anual:

$$A = \frac{60,000}{4} = \$15,000$$

Saldo al inicio del año 3:

$$\text{Saldo}_2 = 60,000 - 2 \times 15,000 = \$30,000$$

Interés del año 3:

$$I_3 = 30,000 \times 0.08 = \$2,400$$

Pago del año 3:

$$\text{Pago}_3 = A + I_3 = 15,000 + 2,400 = \$17,400$$

Ejercicio 3: Comparación de Intereses

Problema

Préstamo de $80,000 a 3 años, 12% anual. Calcular el interés total bajo cada sistema.

Ejercicio 3: Comparación de Intereses

Problema

Préstamo de \$80,000 a 3 años, 12% anual. Calcular el interés total bajo cada sistema.

Sistema Francés:

$PMT = 80,000 \times \frac{0.12}{1-(1.12)^{-3}} = \$33,309.76$

Interés total $= 3 \times 33,309.76 - 80,000 = \$19,929.28$

Ejercicio 3: Comparación de Intereses

Problema

Préstamo de \$80,000 a 3 años, 12% anual. Calcular el interés total bajo cada sistema.

Sistema Francés:

$PMT = 80,000 \times \frac{0.12}{1-(1.12)^{-3}} = \$33,309.76$

Interés total $= 3 \times 33,309.76 - 80,000 = \$19,929.28$

Sistema Alemán:

$I_1 = 80,000 \times 0.12 = 9,600$; $I_2 = 53,333 \times 0.12 = 6,400$; $I_3 = 26,667 \times 0.12 = 3,200$

Interés total $= 9,600 + 6,400 + 3,200 = \$19,200$

Ejercicio 3: Comparación de Intereses

Problema

Préstamo de \$80,000 a 3 años, 12% anual. Calcular el interés total bajo cada sistema.

Sistema Francés:

$PMT = 80,000 \times \frac{0.12}{1-(1.12)^{-3}} = \$33,309.76$

Interés total $= 3 \times 33,309.76 - 80,000 = \$19,929.28$

Sistema Alemán:

$I_1 = 80,000 \times 0.12 = 9,600$; $I_2 = 53,333 \times 0.12 = 6,400$; $I_3 = 26,667 \times 0.12 = 3,200$

Interés total $= 9,600 + 6,400 + 3,200 = \$19,200$

Sistema Americano:

Interés total $= 3 \times 80,000 \times 0.12 = \$28,800$

Problema

Tienes un préstamo de \$100,000 a 10 años, 10% anual, cuota fija. Después del pago 5, haces un abono extra de \$20,000. ¿Cómo cambia la situación si reduces el plazo manteniendo la cuota?

Ejercicio 4: Pago Anticipado

Problema

Tienes un préstamo de $100,000 a 10 años, 10% anual, cuota fija. Después del pago 5, haces un abono extra de $20,000. ¿Cómo cambia la situación si reduces el plazo manteniendo la cuota?

Cuota original: $PMT = 100,000 \times \frac{0.10}{1-1.10^{-10}} = \$16,274.54$

Ejercicio 4: Pago Anticipado

Problema

Tienes un préstamo de \$100,000 a 10 años, 10% anual, cuota fija. Después del pago 5, haces un abono extra de \$20,000. ¿Cómo cambia la situación si reduces el plazo manteniendo la cuota?

Cuota original: $PMT = 100,000 \times \frac{0.10}{1-1.10^{-10}} = \$16,274.54$

Saldo después del pago 5: $\text{Saldo}_5 = 16,274.54 \times \frac{1-1.10^{-5}}{0.10} = \$61,698$

Ejercicio 4: Pago Anticipado

Problema

Tienes un préstamo de $100,000 a 10 años, 10% anual, cuota fija. Después del pago 5, haces un abono extra de $20,000. ¿Cómo cambia la situación si reduces el plazo manteniendo la cuota?

Cuota original: $PMT = 100,000 \times \frac{0.10}{1-1.10^{-10}} = \$16,274.54$

Saldo después del pago 5: $\text{Saldo}_5 = 16,274.54 \times \frac{1-1.10^{-5}}{0.10} = \$61,698$

Nuevo saldo después del abono: $\text{Saldo nuevo} = 61,698 - 20,000 = \$41,698$

Ejercicio 4: Pago Anticipado

Problema

Tienes un préstamo de $100,000 a 10 años, 10% anual, cuota fija. Después del pago 5, haces un abono extra de $20,000. ¿Cómo cambia la situación si reduces el plazo manteniendo la cuota?

Cuota original: $PMT = 100,000 \times \frac{0.10}{1-1.10^{-10}} = \$16,274.54$
Saldo después del pago 5: $\text{Saldo}_5 = 16,274.54 \times \frac{1-1.10^{-5}}{0.10} = \$61,698$
Nuevo saldo después del abono: $\text{Saldo nuevo} = 61,698 - 20,000 = \$41,698$
Nuevo plazo (manteniendo cuota): $n = \frac{\ln(16{,}274.54)-\ln(16{,}274.54-41{,}698\times 0.10)}{\ln(1.10)} = 3.05 \text{ años}$
El préstamo se liquida en $\approx$ 3 años más (8 años total vs. 10 original).

Python: Tabla de Amortización Francesa

```
import numpy_financial as npf

def tabla_frances(pv, r, n):
    pmt = -npf.pmt(r, n, pv)
    saldo = pv

    print(f"Prestamo: ${pv:,.2f} | Tasa: {r*100:.2f}% | Periodos: {n}")
    print(f"Cuota: ${pmt:,.2f}")
    print("-" * 60)
    print("Per |   Pago     |  Interes   |  Capital   |    Saldo")
    print("-" * 60)

    total_int = 0
    for t in range(1, n+1):
        interes = saldo * r
        capital = pmt - interes
        saldo -= capital
        total_int += interes
        print(f"{t:3} | ${pmt:9,.2f} | ${interes:9,.2f} | ${capital:9,.2f} |
```

Python: Componentes con numpy-financial

```
import numpy_financial as npf

pv = 100000
r = 0.10
n = 5

# Calcular pago
pmt = -npf.pmt(r, n, pv)
print(f"Pago anual: ${pmt:,.2f}")

# Interes de cada periodo
for t in range(1, n+1):
    ipmt = -npf.ipmt(r, t, n, pv)  # Interes periodo t
    ppmt = -npf.ppmt(r, t, n, pv)  # Capital periodo t
    print(f"Año {t}: Interes=${ipmt:,.2f}, Capital=${ppmt:,.2f}")

# Saldo insoluto despues del periodo 3
saldo_3 = npf.pv(r, n-3, -pmt, 0)
print(f"\nSaldo despues de pago 3: ${-saldo_3:,.2f}")
```

Python: Comparación de Sistemas

```
import matplotlib.pyplot as plt
import numpy as np

pv, r, n = 100000, 0.10, 5

# Sistema Frances
pmt_f = pv * r / (1 - (1+r)**-n)
saldo_f = [pv]
for t in range(n):
    saldo_f.append(saldo_f[-1]*(1+r) - pmt_f)

# Sistema Aleman
A = pv / n
saldo_a = [pv - t*A for t in range(n+1)]

# Sistema Americano
saldo_am = [pv]*n + [0]

plt.figure(figsize=(10, 5))
```

Resumen de Fórmulas

Sistema Francés:

$$PMT = PV \cdot \frac{r}{1-(1+r)^{-n}}$$

$$\text{Saldo}_k = PMT \cdot \frac{1-(1+r)^{-(n-k)}}{r}$$

Sistema Alemán:

$$A = \frac{PV}{n} \quad \text{(constante)}$$

$$\text{Saldo}_t = PV \cdot \left(1 - \frac{t}{n}\right)$$

Sistema Americano:

$$\text{Pago periódico} = PV \times r$$

$$\text{Pago final} = PV \times (1+r)$$

Conceptos Clave

1. **Amortización** = proceso de pago de deuda
2. Cada pago tiene componente de **interés** y **capital**
3. **Francés**: cuota fija, más usado
4. **Alemán**: amortización constante, menos interés total
5. **Americano**: solo interés + bullet, más interés total
6. El **saldo insoluto** = VP de pagos restantes
7. HP 12C: `f AMORT` para desglose

Tarea para la Próxima Sesión

1. **Tabla de amortización:** Construye la tabla completa para un préstamo de \$50,000 a 6 meses, 2% mensual, sistema francés.
2. **Comparación:** Para el mismo préstamo, calcula el interés total bajo los tres sistemas.
3. **HP 12C:** Usa `f AMORT` para verificar el interés de los primeros 3 meses del ejercicio anterior.
4. **Python:** Crea una función que genere la tabla de amortización para cualquiera de los tres sistemas, según un parámetro de entrada.

¿Preguntas?

Próxima Sesión:

Valuación de Bonos

Semana 4, Clase 2