

Interés Simple e Interés Compuesto

Fundamentos del valor del dinero en el tiempo

Matemáticas Financieras

Valor del Dinero en el Tiempo

Semana 1 | Clase 1 | Duración: 1h 50min

Contenido de la Sesión

- 1 Introducción
- 2 Interés Simple
- 3 Interés Compuesto
- 4 Interpretación Visual
- 5 Trucos de Estimación Mental
- 6 Calculadora HP 12C
- 7 Ejercicios Prácticos
- 8 Python con numpy-financial
- 9 Resumen y Tarea

Objetivos de Aprendizaje

Al finalizar esta sesión, serás capaz de:

- ① Comprender por qué el dinero tiene valor en el tiempo
- ② Calcular interés simple y valor futuro con interés simple
- ③ Derivar y aplicar la fórmula de interés compuesto
- ④ Comparar el crecimiento lineal vs. exponencial del dinero
- ⑤ Utilizar la HP 12C y Python para cálculos financieros

¿Por qué \$1 hoy vale más que \$1 mañana?

Pregunta Inicial

Si te ofrecen \$10,000 hoy o \$10,000 dentro de un año, ¿cuál eliges?

¿Por qué \$1 hoy vale más que \$1 mañana?

Pregunta Inicial

Si te ofrecen \$10,000 hoy o \$10,000 dentro de un año, ¿cuál eliges?

Tres razones fundamentales:

- ① **Costo de oportunidad:** Puedes invertir el dinero hoy

¿Por qué \$1 hoy vale más que \$1 mañana?

Pregunta Inicial

Si te ofrecen \$10,000 hoy o \$10,000 dentro de un año, ¿cuál eliges?

Tres razones fundamentales:

- ① **Costo de oportunidad:** Puedes invertir el dinero hoy
- ② **Inflación:** El poder adquisitivo disminuye con el tiempo

¿Por qué \$1 hoy vale más que \$1 mañana?

Pregunta Inicial

Si te ofrecen \$10,000 hoy o \$10,000 dentro de un año, ¿cuál eliges?

Tres razones fundamentales:

- ① **Costo de oportunidad:** Puedes invertir el dinero hoy
- ② **Inflación:** El poder adquisitivo disminuye con el tiempo
- ③ **Riesgo:** El futuro es incierto

¿Por qué \$1 hoy vale más que \$1 mañana?

Pregunta Inicial

Si te ofrecen \$10,000 hoy o \$10,000 dentro de un año, ¿cuál eliges?

Tres razones fundamentales:

- ① **Costo de oportunidad:** Puedes invertir el dinero hoy
- ② **Inflación:** El poder adquisitivo disminuye con el tiempo
- ③ **Riesgo:** El futuro es incierto

Implicación

Para comparar flujos de dinero en diferentes momentos, necesitamos un **mecanismo de equivalencia:** las tasas de interés.

Definiciones Clave

Principal (P)

Cantidad inicial de dinero invertida o prestada.

Tasa de Interés (r o i)

Precio del dinero expresado como porcentaje por período.

Período (n)

Unidad de tiempo (años, meses, días) durante la cual se aplica el interés.

Valor Futuro (F o FV)

Valor del dinero en un momento posterior al presente.

Definición

En el **interés simple**, los intereses se calculan únicamente sobre el principal original, sin considerar intereses acumulados anteriormente.

Definición

En el **interés simple**, los intereses se calculan únicamente sobre el principal original, sin considerar intereses acumulados anteriormente.

Característica clave: El interés ganado en cada período es **constante**.

Interés Simple: Concepto

Definición

En el **interés simple**, los intereses se calculan únicamente sobre el principal original, sin considerar intereses acumulados anteriormente.

Característica clave: El interés ganado en cada período es **constante**.

Ejemplo Conceptual

Si inviertes \$1,000 al 10% anual simple:

- Año 1: Ganas \$100 de interés
- Año 2: Ganas \$100 de interés (sobre los \$1,000 originales)
- Año 3: Ganas \$100 de interés (sobre los \$1,000 originales)

Derivación: Fórmula de Interés Simple

Paso 1: El interés ganado en cada período es:

$$I_{\text{por período}} = P \cdot r$$

Derivación: Fórmula de Interés Simple

Paso 1: El interés ganado en cada período es:

$$I_{\text{por período}} = P \cdot r$$

Paso 2: Después de n períodos, el interés total es:

$$I_{\text{total}} = P \cdot r \cdot n$$

Derivación: Fórmula de Interés Simple

Paso 1: El interés ganado en cada período es:

$$I_{\text{por período}} = P \cdot r$$

Paso 2: Después de n períodos, el interés total es:

$$I_{\text{total}} = P \cdot r \cdot n$$

Paso 3: El valor futuro es el principal más el interés:

$$F = P + I_{\text{total}}$$

$$F = P + P \cdot r \cdot n$$

$$F = P(1 + r \cdot n)$$

Derivación: Fórmula de Interés Simple

Paso 1: El interés ganado en cada período es:

$$I_{\text{por período}} = P \cdot r$$

Paso 2: Después de n períodos, el interés total es:

$$I_{\text{total}} = P \cdot r \cdot n$$

Paso 3: El valor futuro es el principal más el interés:

$$F = P + I_{\text{total}}$$

$$F = P + P \cdot r \cdot n$$

$$F = P(1 + r \cdot n)$$

Fórmula de Interés Simple

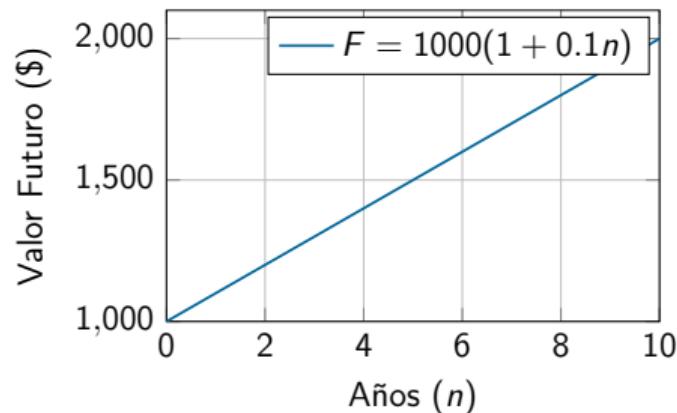
$$F = P(1 + rn)$$

donde $I = Prn$ es el interés total ganado.

Interés Simple: Crecimiento Lineal

Tabla de valores ($P = \$1,000$, $r = 10\%$)

n	Interés	F
0	\$0	\$1,000
1	\$100	\$1,100
2	\$200	\$1,200
3	\$300	\$1,300
5	\$500	\$1,500
10	\$1,000	\$2,000



Observación: El crecimiento es **lineal**.

Definición

En el **interés compuesto**, los intereses se calculan sobre el principal **más** los intereses acumulados. Es decir, los intereses generan intereses.

Interés Compuesto: Concepto

Definición

En el **interés compuesto**, los intereses se calculan sobre el principal **más** los intereses acumulados. Es decir, los intereses generan intereses.

La Magia del Interés Compuesto

“El interés compuesto es la octava maravilla del mundo. El que lo entiende, lo gana; el que no, lo paga.” — Atribuido a Albert Einstein

Derivación: Fórmula de Interés Compuesto (Paso a Paso)

Sea P el principal y r la tasa de interés por período.

Derivación: Fórmula de Interés Compuesto (Paso a Paso)

Sea P el principal y r la tasa de interés por período.

Al final del período 1:

$$F_1 = P + P \cdot r = P(1 + r)$$

Derivación: Fórmula de Interés Compuesto (Paso a Paso)

Sea P el principal y r la tasa de interés por período.

Al final del período 1:

$$F_1 = P + P \cdot r = P(1 + r)$$

Al final del período 2:

$$F_2 = F_1 + F_1 \cdot r = F_1(1 + r) = P(1 + r)(1 + r) = P(1 + r)^2$$

Derivación: Fórmula de Interés Compuesto (Paso a Paso)

Sea P el principal y r la tasa de interés por período.

Al final del período 1:

$$F_1 = P + P \cdot r = P(1 + r)$$

Al final del período 2:

$$F_2 = F_1 + F_1 \cdot r = F_1(1 + r) = P(1 + r)(1 + r) = P(1 + r)^2$$

Al final del período 3:

$$F_3 = F_2(1 + r) = P(1 + r)^2(1 + r) = P(1 + r)^3$$

Patrón general: Al final del período n :

$$F_n = P(1 + r)^n$$

Derivación: Fórmula General

Patrón general: Al final del período n :

$$F_n = P(1 + r)^n$$

Fórmula de Interés Compuesto

$$F = P(1 + r)^n$$

Derivación: Fórmula General

Patrón general: Al final del período n :

$$F_n = P(1 + r)^n$$

Fórmula de Interés Compuesto

$$F = P(1 + r)^n$$

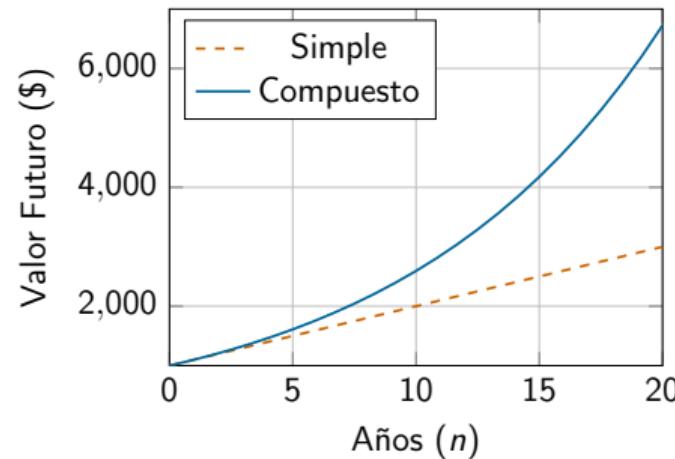
Componentes

- $(1 + r)^n$ se llama **factor de capitalización**
- Representa cuántas veces se multiplica el principal

Interés Compuesto: Crecimiento Exponencial

Tabla de valores ($P = \$1,000$, $r = 10\%$)

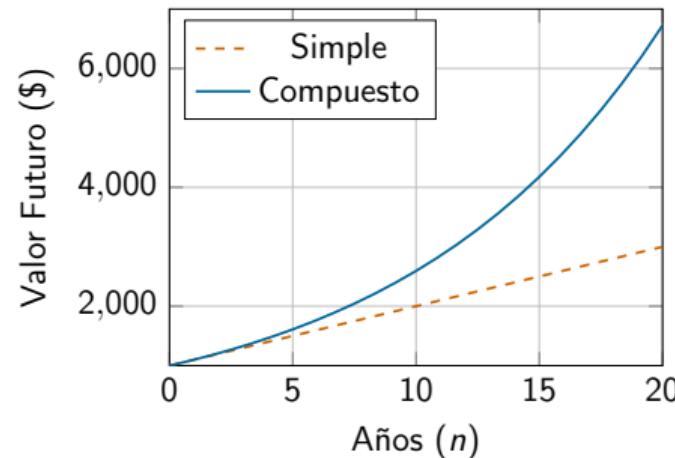
n	Simple	Compuesto
0	\$1,000	\$1,000
1	\$1,100	\$1,100
2	\$1,200	\$1,210
3	\$1,300	\$1,331
5	\$1,500	\$1,611
10	\$2,000	\$2,594
20	\$3,000	\$6,727



Interés Compuesto: Crecimiento Exponencial

Tabla de valores ($P = \$1,000$, $r = 10\%$)

n	Simple	Compuesto
0	\$1,000	\$1,000
1	\$1,100	\$1,100
2	\$1,200	\$1,210
3	\$1,300	\$1,331
5	\$1,500	\$1,611
10	\$2,000	\$2,594
20	\$3,000	\$6,727



Conclusión Clave

A largo plazo, el interés compuesto genera rendimientos **significativamente mayores**.

Despejando las Variables

A partir de $F = P(1 + r)^n$, podemos despejar:

Despejando las Variables

A partir de $F = P(1 + r)^n$, podemos despejar:

El Principal (Valor Presente):

$$P = \frac{F}{(1 + r)^n}$$

Despejando las Variables

A partir de $F = P(1 + r)^n$, podemos despejar:

El Principal (Valor Presente):

$$P = \frac{F}{(1 + r)^n}$$

La Tasa de Interés:

$$r = \left(\frac{F}{P}\right)^{1/n} - 1$$

Despejando las Variables

A partir de $F = P(1 + r)^n$, podemos despejar:

El Principal (Valor Presente):

$$P = \frac{F}{(1 + r)^n}$$

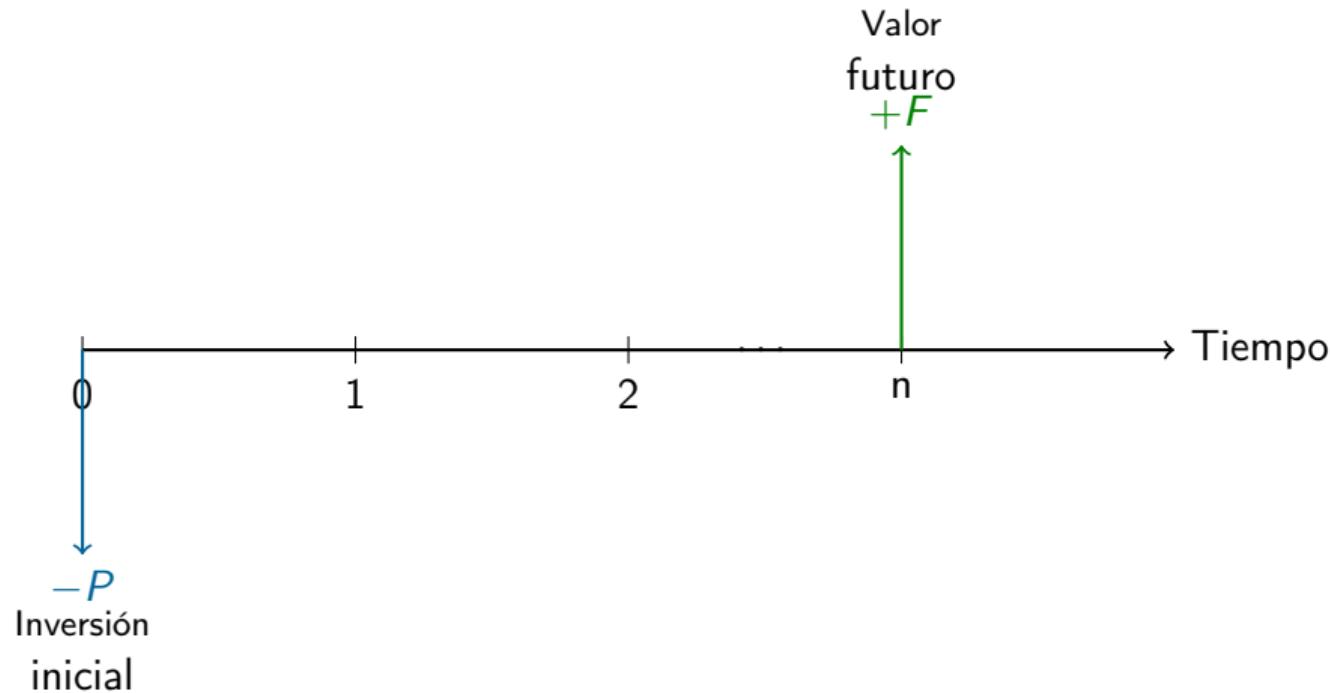
La Tasa de Interés:

$$r = \left(\frac{F}{P}\right)^{1/n} - 1$$

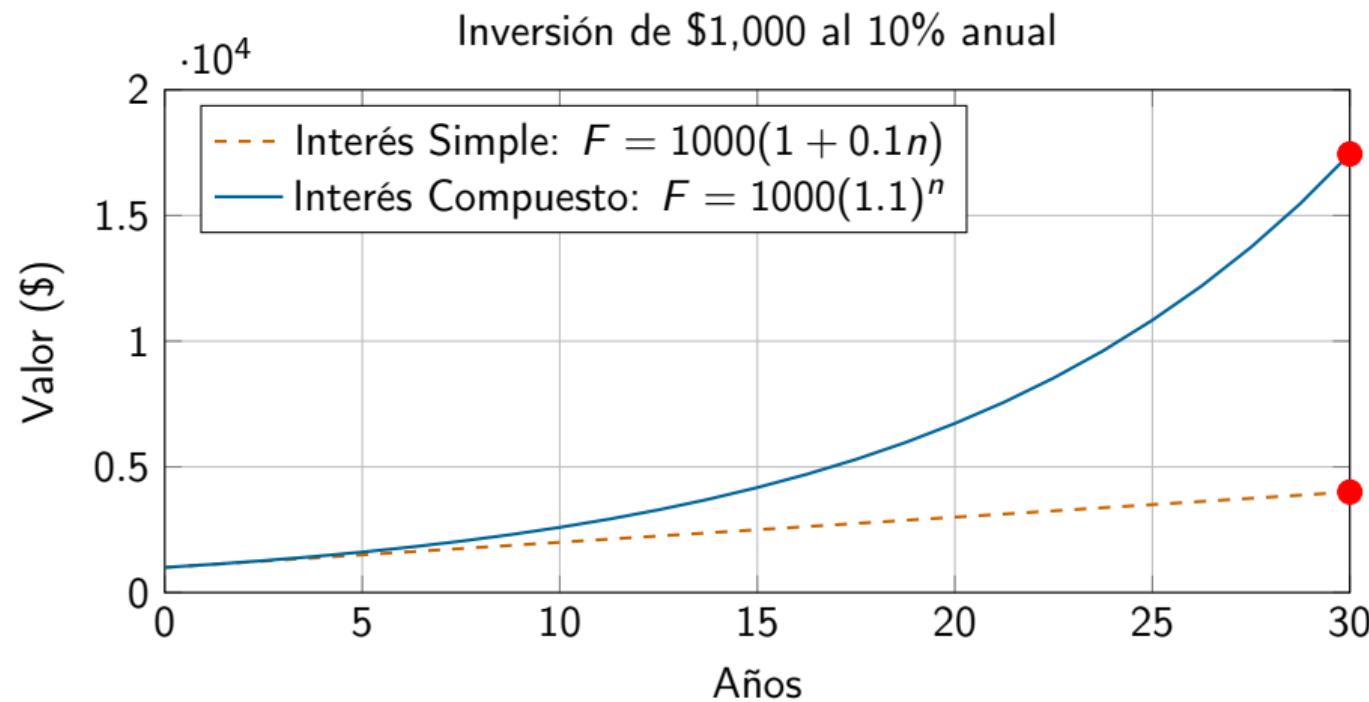
El Número de Períodos:

$$n = \frac{\ln(F/P)}{\ln(1 + r)}$$

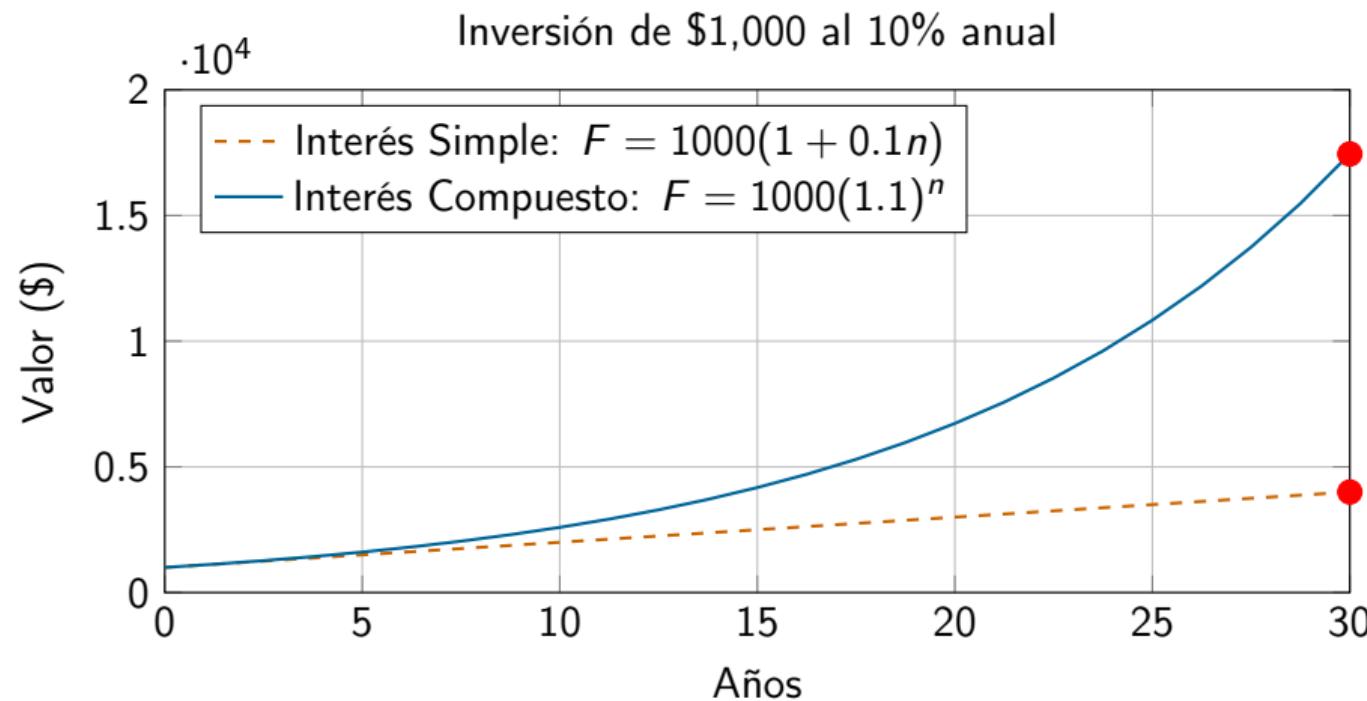
Diagrama de Flujo de Caja



Comparación Visual: Simple vs. Compuesto

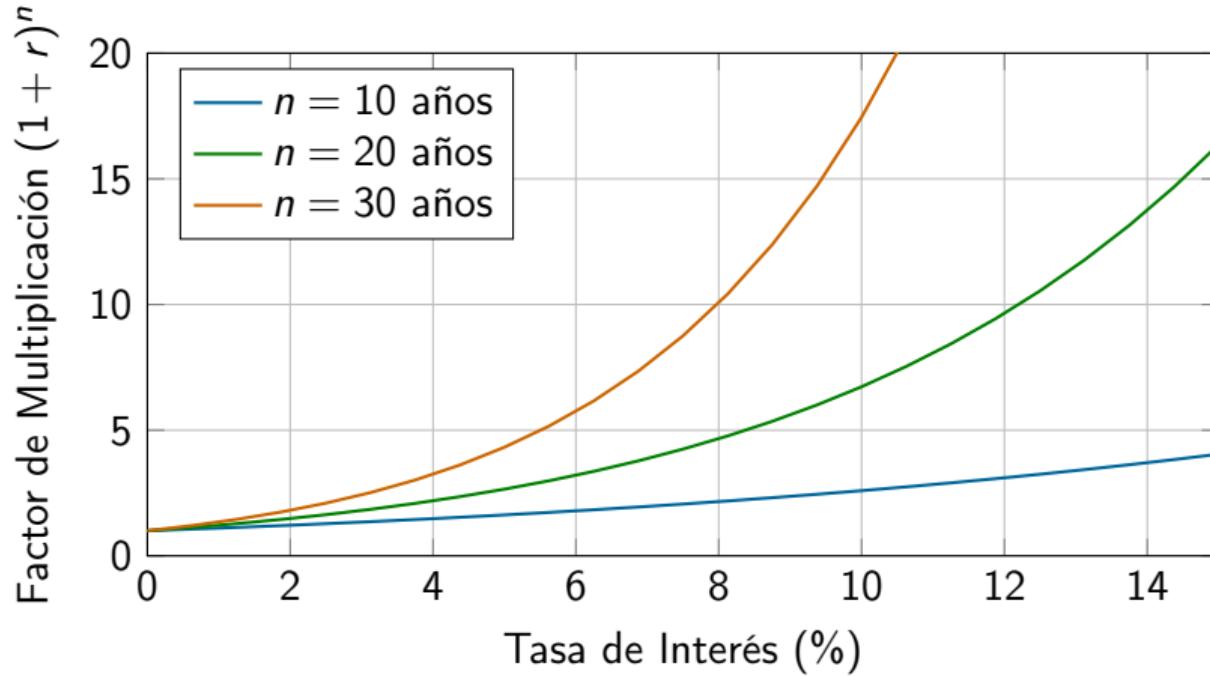


Comparación Visual: Simple vs. Compuesto



En 30 años: Simple = \$4,000 vs. Compuesto = \$17,449. ¡Diferencia de \$13,449!

El Poder del Tiempo



Observación: El tiempo amplifica dramáticamente el efecto de la tasa de interés.

La Regla del 72

Regla del 72

Para estimar cuántos años tarda una inversión en **duplicarse**:

$$n \approx \frac{72}{r\%}$$

donde $r\%$ es la tasa de interés expresada en porcentaje.

La Regla del 72

Regla del 72

Para estimar cuántos años tarda una inversión en **duplicarse**:

$$n \approx \frac{72}{r\%}$$

donde $r\%$ es la tasa de interés expresada en porcentaje.

Ejemplos rápidos:

- Al 6% anual: $n \approx 72/6 = 12$ años para duplicar
- Al 8% anual: $n \approx 72/8 = 9$ años para duplicar
- Al 12% anual: $n \approx 72/12 = 6$ años para duplicar

La Regla del 72

Regla del 72

Para estimar cuántos años tarda una inversión en **duplicarse**:

$$n \approx \frac{72}{r\%}$$

donde $r\%$ es la tasa de interés expresada en porcentaje.

Ejemplos rápidos:

- Al 6% anual: $n \approx 72/6 = 12$ años para duplicar
- Al 8% anual: $n \approx 72/8 = 9$ años para duplicar
- Al 12% anual: $n \approx 72/12 = 6$ años para duplicar

Verificación

¿Por qué 72?

La regla viene de resolver $2 = (1 + r)^n$ para n :

$$\ln(2) = n \cdot \ln(1 + r)$$

$$n = \frac{\ln(2)}{\ln(1 + r)} \approx \frac{0.693}{r} \quad (\text{para } r \text{ pequeño})$$

¿Por qué 72?

La regla viene de resolver $2 = (1 + r)^n$ para n :

$$\ln(2) = n \cdot \ln(1 + r)$$

$$n = \frac{\ln(2)}{\ln(1 + r)} \approx \frac{0.693}{r} \quad (\text{para } r \text{ pequeño})$$

Multiplicando por 100: $n \approx \frac{69.3}{r\%}$

¿Por qué 72?

La regla viene de resolver $2 = (1 + r)^n$ para n :

$$\ln(2) = n \cdot \ln(1 + r)$$

$$n = \frac{\ln(2)}{\ln(1 + r)} \approx \frac{0.693}{r} \quad (\text{para } r \text{ pequeño})$$

Multiplicando por 100: $n \approx \frac{69.3}{r\%}$

¿Por qué usamos 72 y no 69?

- 72 es divisible entre 2, 3, 4, 6, 8, 9, 12...
- Facilita el cálculo mental
- El error es mínimo para tasas entre 5% y 15%

Regla del 114 y del 144

Para triplicar: Regla del 114

$$n_{\times 3} \approx \frac{114}{r\%}$$

Regla del 114 y del 144

Para triplicar: Regla del 114

$$n_{\times 3} \approx \frac{114}{r\%}$$

Para cuadruplicar: Regla del 144

$$n_{\times 4} \approx \frac{144}{r\%}$$

Nota: $144 = 72 \times 2$ (duplicar dos veces = cuadruplicar)

Regla del 114 y del 144

Para triplicar: Regla del 114

$$n_{\times 3} \approx \frac{114}{r\%}$$

Para cuadruplicar: Regla del 144

$$n_{\times 4} \approx \frac{144}{r\%}$$

Nota: $144 = 72 \times 2$ (duplicar dos veces = cuadruplicar)

Ejemplo: Al 6% anual:

- Duplicar: $72/6 = 12$ años
- Triplicar: $114/6 = 19$ años
- Cuadruplicar: $144/6 = 24$ años

Factores de Capitalización Útiles

Memoriza estos valores para estimaciones rápidas:

$r \setminus n$	5	10	15	20	30
5%	1.28	1.63	2.08	2.65	4.32
8%	1.47	2.16	3.17	4.66	10.06
10%	1.61	2.59	4.18	6.73	17.45
12%	1.76	3.11	5.47	9.65	29.96

Factores de Capitalización Útiles

Memoriza estos valores para estimaciones rápidas:

$r \setminus n$	5	10	15	20	30
5%	1.28	1.63	2.08	2.65	4.32
8%	1.47	2.16	3.17	4.66	10.06
10%	1.61	2.59	4.18	6.73	17.45
12%	1.76	3.11	5.47	9.65	29.96

Uso Rápido

“¿Cuánto tendré si invierto \$5,000 al 10% por 20 años?”

$$F \approx \$5,000 \times 6.73 = \$33,650$$

HP 12C: Teclas Financieras Básicas

Tecla	Función
n	Número de períodos
i	Tasa de interés por período (%)
PV	Valor presente (Principal)
FV	Valor futuro
PMT	Pago periódico (no usado hoy)
CHS	Cambiar signo (+/-)
CLx	Borrar display
f CLX	Borrar registros financieros

Tecla	Función
n	Número de períodos
i	Tasa de interés por período (%)
PV	Valor presente (Principal)
FV	Valor futuro
PMT	Pago periódico (no usado hoy)
CHS	Cambiar signo (+/-)
CLx	Borrar display
f CLX	Borrar registros financieros

Convención de Signos

- Dinero que **sale** (inversión): **negativo** (usar CHS)
- Dinero que **entra** (retorno): **positivo**

HP 12C: Ejemplo 1 - Calcular Valor Futuro

Problema

Inviertes \$1,000 al 8% anual compuesto por 5 años. ¿Cuál es el valor futuro?

HP 12C: Ejemplo 1 - Calcular Valor Futuro

Problema

Inviertes \$1,000 al 8% anual compuesto por 5 años. ¿Cuál es el valor futuro?

Teclas	Display	Descripción
f CLX	0.00	Limpiar registros
1000 CHS PV	-1,000.00	Ingresa PV (negativo: sale)
8 i	8.00	Tasa de interés 8%
5 n	5.00	5 períodos
FV	1,469.33	Calcula valor futuro

HP 12C: Ejemplo 1 - Calcular Valor Futuro

Problema

Inviertes \$1,000 al 8% anual compuesto por 5 años. ¿Cuál es el valor futuro?

Teclas	Display	Descripción
f CLX	0.00	Limpiar registros
1000 CHS PV	-1,000.00	Ingresa PV (negativo: sale)
8 i	8.00	Tasa de interés 8%
5 n	5.00	5 períodos
FV	1,469.33	Calcula valor futuro

Verificación manual: $F = 1000(1.08)^5 = 1000 \times 1.4693 = \$1,469.33 \checkmark$

HP 12C: Ejemplo 2 - Calcular Tasa de Interés

Problema

Una inversión de \$5,000 creció a \$8,000 en 6 años. ¿Cuál fue la tasa anual?

HP 12C: Ejemplo 2 - Calcular Tasa de Interés

Problema

Una inversión de \$5,000 creció a \$8,000 en 6 años. ¿Cuál fue la tasa anual?

Teclas	Display	Descripción
f CLX	0.00	Limpiar registros
5000 CHS PV	-5,000.00	Valor presente (sale)
8000 FV	8,000.00	Valor futuro (entra)
6 n	6.00	6 períodos
i	8.15	Calcula tasa de interés

HP 12C: Ejemplo 2 - Calcular Tasa de Interés

Problema

Una inversión de \$5,000 creció a \$8,000 en 6 años. ¿Cuál fue la tasa anual?

Teclas	Display	Descripción
f CLX	0.00	Limpiar registros
5000 CHS PV	-5,000.00	Valor presente (sale)
8000 FV	8,000.00	Valor futuro (entra)
6 n	6.00	6 períodos
i	8.15	Calcula tasa de interés

Verificación: $r = (8000/5000)^{1/6} - 1 = (1.6)^{0.1667} - 1 = 0.0815 = 8.15\% \checkmark$

HP 12C: Ejemplo 3 - Calcular Número de Períodos

Problema

¿Cuántos años tardará \$2,000 en convertirse en \$5,000 al 7% anual?

HP 12C: Ejemplo 3 - Calcular Número de Períodos

Problema

¿Cuántos años tardará \$2,000 en convertirse en \$5,000 al 7% anual?

Teclas	Display	Descripción
f CLX	0.00	Limpiar registros
2000 CHS PV	-2,000.00	Valor presente
5000 FV	5,000.00	Valor futuro
7 i	7.00	Tasa 7%
n	13.54	Calcula períodos

HP 12C: Ejemplo 3 - Calcular Número de Períodos

Problema

¿Cuántos años tardará \$2,000 en convertirse en \$5,000 al 7% anual?

Teclas	Display	Descripción
f CLX	0.00	Limpiar registros
2000 CHS PV	-2,000.00	Valor presente
5000 FV	5,000.00	Valor futuro
7 i	7.00	Tasa 7%
n	13.54	Calcula períodos

$$\text{Verificación: } n = \frac{\ln(5000/2000)}{\ln(1.07)} = \frac{\ln(2.5)}{\ln(1.07)} = \frac{0.916}{0.0677} = 13.54 \text{ años } \checkmark$$

Ejercicio 1: Interés Simple

Problema

Un préstamo de \$15,000 se otorga a una tasa de interés simple del 9% anual. ¿Cuánto se debe pagar al final de 3 años?

Ejercicio 1: Interés Simple

Problema

Un préstamo de \$15,000 se otorga a una tasa de interés simple del 9% anual. ¿Cuánto se debe pagar al final de 3 años?

Solución:

$$F = P(1 + rn)$$

$$F = 15,000(1 + 0.09 \times 3)$$

$$F = 15,000(1 + 0.27)$$

$$F = 15,000 \times 1.27$$

$$F = \$19,050$$

Ejercicio 1: Interés Simple

Problema

Un préstamo de \$15,000 se otorga a una tasa de interés simple del 9% anual. ¿Cuánto se debe pagar al final de 3 años?

Solución:

$$F = P(1 + rn)$$

$$F = 15,000(1 + 0.09 \times 3)$$

$$F = 15,000(1 + 0.27)$$

$$F = 15,000 \times 1.27$$

$$F = \$19,050$$

Interés pagado: $I = \$19,050 - \$15,000 = \$4,050$

Ejercicio 2: Interés Compuesto

Problema

Depositas \$25,000 en una cuenta que paga 6% anual compuesto. ¿Cuánto tendrás después de 8 años?

Ejercicio 2: Interés Compuesto

Problema

Depositas \$25,000 en una cuenta que paga 6% anual compuesto. ¿Cuánto tendrás después de 8 años?

Solución:

$$F = P(1 + r)^n$$

$$F = 25,000(1.06)^8$$

$$F = 25,000 \times 1.5938$$

$$F = \$39,846.04$$

Ejercicio 2: Interés Compuesto

Problema

Depositas \$25,000 en una cuenta que paga 6% anual compuesto. ¿Cuánto tendrás después de 8 años?

Solución:

$$F = P(1 + r)^n$$

$$F = 25,000(1.06)^8$$

$$F = 25,000 \times 1.5938$$

$$F = \$39,846.04$$

Verificación con Regla del 72

A 6%, duplica en $72/6 = 12$ años. En 8 años debería ser más que \$25,000 pero menos que \$50,000. ✓

Ejercicio 3: Encontrar la Tasa

Problema

Una inversión de \$10,000 se convirtió en \$16,000 en 5 años con capitalización anual. ¿Cuál fue la tasa de interés anual?

Ejercicio 3: Encontrar la Tasa

Problema

Una inversión de \$10,000 se convirtió en \$16,000 en 5 años con capitalización anual. ¿Cuál fue la tasa de interés anual?

Solución:

$$F = P(1 + r)^n$$

$$16,000 = 10,000(1 + r)^5$$

$$1.6 = (1 + r)^5$$

$$(1.6)^{1/5} = 1 + r$$

$$1.0986 = 1 + r$$

$$r = 0.0986 = 9.86\%$$

Ejercicio 3: Encontrar la Tasa

Problema

Una inversión de \$10,000 se convirtió en \$16,000 en 5 años con capitalización anual. ¿Cuál fue la tasa de interés anual?

Solución:

$$F = P(1 + r)^n$$

$$16,000 = 10,000(1 + r)^5$$

$$1.6 = (1 + r)^5$$

$$(1.6)^{1/5} = 1 + r$$

$$1.0986 = 1 + r$$

$$r = 0.0986 = 9.86\%$$

Respuesta: La tasa fue aproximadamente **9.86% anual.**

Ejercicio 4: Comparación Simple vs. Compuesto

Problema

Tienes \$50,000 para invertir por 10 años. El Banco A ofrece 8% simple anual. El Banco B ofrece 7% compuesto anual. ¿Cuál es mejor?

Ejercicio 4: Comparación Simple vs. Compuesto

Problema

Tienes \$50,000 para invertir por 10 años. El Banco A ofrece 8% simple anual. El Banco B ofrece 7% compuesto anual. ¿Cuál es mejor?

Banco A (Simple):

$$F_A = 50,000(1 + 0.08 \times 10) = 50,000 \times 1.80 = \$90,000$$

Ejercicio 4: Comparación Simple vs. Compuesto

Problema

Tienes \$50,000 para invertir por 10 años. El Banco A ofrece 8% simple anual. El Banco B ofrece 7% compuesto anual. ¿Cuál es mejor?

Banco A (Simple):

$$F_A = 50,000(1 + 0.08 \times 10) = 50,000 \times 1.80 = \$90,000$$

Banco B (Compuesto):

$$F_B = 50,000(1.07)^{10} = 50,000 \times 1.9672 = \$98,358$$

Ejercicio 4: Comparación Simple vs. Compuesto

Problema

Tienes \$50,000 para invertir por 10 años. El Banco A ofrece 8% simple anual. El Banco B ofrece 7% compuesto anual. ¿Cuál es mejor?

Banco A (Simple):

$$F_A = 50,000(1 + 0.08 \times 10) = 50,000 \times 1.80 = \$90,000$$

Banco B (Compuesto):

$$F_B = 50,000(1.07)^{10} = 50,000 \times 1.9672 = \$98,358$$

Conclusión

El Banco B es mejor por \$8,358, a pesar de tener menor tasa nominal.

Ejercicio 5: Encontrar el Tiempo

Problema

¿En cuántos años se triplicará una inversión al 12% anual compuesto?

Ejercicio 5: Encontrar el Tiempo

Problema

¿En cuántos años se triplicará una inversión al 12% anual compuesto?

Solución exacta:

$$3P = P(1.12)^n$$

$$3 = (1.12)^n$$

$$\ln(3) = n \cdot \ln(1.12)$$

$$n = \frac{\ln(3)}{\ln(1.12)} = \frac{1.0986}{0.1133} = 9.69 \text{ años}$$

Ejercicio 5: Encontrar el Tiempo

Problema

¿En cuántos años se triplicará una inversión al 12% anual compuesto?

Solución exacta:

$$3P = P(1.12)^n$$

$$3 = (1.12)^n$$

$$\ln(3) = n \cdot \ln(1.12)$$

$$n = \frac{\ln(3)}{\ln(1.12)} = \frac{1.0986}{0.1133} = 9.69 \text{ años}$$

Verificación con Regla del 114

$n \approx 114/12 = 9.5$ años. ¡Muy cercano! ✓

Python: Instalación y Conceptos

Instalación:

```
pip install numpy-financial
```

Python: Instalación y Conceptos

Instalación:

```
pip install numpy-financial
```

Funciones principales para esta sesión:

- `npf.fv(rate, nper, pmt, pv)` – Calcula valor futuro
- `npf.pv(rate, nper, pmt, fv)` – Calcula valor presente
- `npf.rate(nper, pmt, pv, fv)` – Calcula tasa
- `npf.nper(rate, pmt, pv, fv)` – Calcula períodos

Python: Instalación y Conceptos

Instalación:

```
pip install numpy-financial
```

Funciones principales para esta sesión:

- `npf.fv(rate, nper, pmt, pv)` – Calcula valor futuro
- `npf.pv(rate, nper, pmt, fv)` – Calcula valor presente
- `npf.rate(nper, pmt, pv, fv)` – Calcula tasa
- `npf.nper(rate, pmt, pv, fv)` – Calcula períodos

Convención de Signos (igual que HP 12C)

- Dinero que sale: **negativo**
- Dinero que entra: **positivo**
- `pmt = 0` cuando no hay pagos periódicos

Python: Ejercicio Completo

```
import numpy_financial as npf

# Datos del problema
P = -1000      # Inversión inicial (negativo: sale)
r = 0.08        # Tasa 8% anual
n = 5           # 5 años

# Calcular valor futuro
F = npf.fv(rate=r, nper=n, pmt=0, pv=P)
print(f"Valor Futuro: ${F:.2f}")

# Calcular tasa dado P, F, n
tasa = npf.rate(nper=n, pmt=0, pv=-1000, fv=1469.33)
print(f"Tasa calculada: {tasa*100:.2f}%")

# Calcular períodos para duplicar al 8%
periodos = npf.nper(rate=0.08, pmt=0, pv=-1, fv=2)
print(f"Períodos para duplicar: {periodos:.2f} años")
```

Python: Ejercicio Completo

```
import numpy_financial as npf

# Datos del problema
P = -1000      # Inversión inicial (negativo: sale)
r = 0.08        # Tasa 8% anual
n = 5           # 5 años

# Calcular valor futuro
F = npf.fv(rate=r, nper=n, pmt=0, pv=P)
print(f"Valor Futuro: ${F:.2f}")

# Calcular tasa dado P, F, n
tasa = npf.rate(nper=n, pmt=0, pv=-1000, fv=1469.33)
print(f"Tasa calculada: {tasa*100:.2f}%")

# Calcular períodos para duplicar al 8%
periodos = npf.nper(rate=0.08, pmt=0, pv=-1, fv=2)
print(f"Períodos para duplicar: {periodos:.2f} años")
```

Python: Comparación Simple vs. Compuesto

```
import numpy_financial as npf
import numpy as np

P = 10000 # Principal
r = 0.10 # Tasa 10%
años = np.arange(0, 31)

# Interes simple (formula manual)
F_simple = P * (1 + r * años)

# Interes compuesto (usando npf.fv)
F_compuesto = [-npf.fv(r, n, 0, -P) for n in años]

# Mostrar algunos valores
print("Año | Simple | Compuesto")
print("-" * 35)
for n in [0, 5, 10, 20, 30]:
    print(f" {n:2d} | ${F_simple[n]:9,.2f} | ${F_compuesto[n]:9,.2f}")
```

Resumen de Fórmulas

Interés Simple

$$F = P(1 + rn)$$

$$I = Prn$$

Despeje de variables

$$r = \left(\frac{F}{P}\right)^{1/n} - 1$$

$$n = \frac{\ln(F/P)}{\ln(1+r)}$$

Interés Compuesto

$$F = P(1 + r)^n$$

$$P = \frac{F}{(1 + r)^n}$$

Reglas de estimación

$$n_{\times 2} \approx 72/r\%$$

$$n_{\times 3} \approx 114/r\%$$

- ① El dinero tiene **valor en el tiempo** por costo de oportunidad, inflación y riesgo
- ② **Interés simple:** crecimiento lineal, interés solo sobre el principal
- ③ **Interés compuesto:** crecimiento exponencial, interés sobre interés
- ④ A largo plazo, el compuesto supera significativamente al simple
- ⑤ La **Regla del 72** permite estimaciones mentales rápidas
- ⑥ Convención de signos: salidas (-), entradas (+)

① Ejercicios HP 12C:

- Calcular F si $P = \$20,000$, $r = 9\%$, $n = 7$ años
- Calcular n si $P = \$5,000$, $F = \$12,000$, $r = 11\%$

- ② **Problema:** Tienes la opción de recibir \$100,000 hoy o \$150,000 en 5 años. Si puedes invertir al 10% anual compuesto, ¿cuál opción es mejor? Justifica matemáticamente.
- ③ **Python:** Escribe un programa que grafique el crecimiento de una inversión de \$1,000 al 5%, 8% y 12% por 40 años.
- ④ **Reflexión:** ¿Por qué las instituciones financieras generalmente usan interés compuesto para préstamos e interés simple para algunos instrumentos de corto plazo?

¿Preguntas?

Próxima Sesión:
Valor Presente y Descuento

Semana 1, Clase 2