

Amortización de Préstamos

Sistemas de pago de deuda

Matemáticas Financieras

Valor del Dinero en el Tiempo

Semana 4 | Clase 1 | Duración: 1h 50min

Contenido de la Sesión

- 1 Introducción
- 2 Sistema Francés (Cuota Fija)
- 3 Sistema Alemán (Amortización Constante)
- 4 Sistema Americano (Bullet)
- 5 Comparación de Sistemas
- 6 Trucos de Estimación Mental
- 7 Calculadora HP 12C
- 8 Ejercicios Prácticos
- 9 Python con numpy-financial
- 10 Resumen y Tarea

Sesiones 5 y 6: Anualidades

Aprendimos que un préstamo con cuota fija es una **anualidad ordinaria**:

$$PV = PMT \cdot \frac{1 - (1 + r)^{-n}}{r}$$

Y calculamos el pago mensual.

Conexión con las Sesiones Anteriores

Sesiones 5 y 6: Anualidades

Aprendimos que un préstamo con cuota fija es una **anualidad ordinaria**:

$$PV = PMT \cdot \frac{1 - (1 + r)^{-n}}{r}$$

Y calculamos el pago mensual.

Pero surgen preguntas...

- ¿Qué parte del pago es interés y qué parte es capital?
- ¿Cuánto debo después de 12 pagos?
- ¿Existen otras formas de estructurar un préstamo?

Objetivos de Aprendizaje

Al finalizar esta sesión, serás capaz de:

- ① Construir tablas de amortización completas
- ② Calcular el saldo insoluto en cualquier momento
- ③ Separar cada pago en componente de interés y capital
- ④ Comparar los tres sistemas de amortización principales
- ⑤ Analizar el impacto de pagos anticipados
- ⑥ Usar la HP 12C para cálculos de amortización

¿Qué es la Amortización?

Definición

Amortización es el proceso de pagar una deuda mediante pagos periódicos que incluyen:

- **Interés:** Costo del dinero prestado
- **Amortización del capital:** Reducción del saldo adeudado

¿Qué es la Amortización?

Definición

Amortización es el proceso de pagar una deuda mediante pagos periódicos que incluyen:

- **Interés:** Costo del dinero prestado
- **Amortización del capital:** Reducción del saldo adeudado

Ecuación fundamental:

$$\text{Pago} = \text{Interés} + \text{Amortización del Capital}$$

¿Qué es la Amortización?

Definición

Amortización es el proceso de pagar una deuda mediante pagos periódicos que incluyen:

- **Interés:** Costo del dinero prestado
- **Amortización del capital:** Reducción del saldo adeudado

Ecuación fundamental:

$$\text{Pago} = \text{Interés} + \text{Amortización del Capital}$$

Nota importante

El interés siempre se calcula sobre el **saldo insoluto** (lo que aún se debe), no sobre el monto original.

Sistema Francés: Características

Definición

En el **sistema francés**, el pago total es **constante** en cada período. Es el sistema más común en préstamos hipotecarios y de consumo.

Sistema Francés: Características

Definición

En el **sistema francés**, el pago total es **constante** en cada período. Es el sistema más común en préstamos hipotecarios y de consumo.

Características:

- Cuota fija: $PMT = PV \cdot \frac{r}{1-(1+r)^{-n}}$
- Al inicio: más interés, menos capital
- Al final: menos interés, más capital
- El saldo decrece de forma exponencial

Sistema Francés: Características

Definición

En el **sistema francés**, el pago total es **constante** en cada período. Es el sistema más común en préstamos hipotecarios y de consumo.

Características:

- Cuota fija: $PMT = PV \cdot \frac{r}{1-(1+r)^{-n}}$
- Al inicio: más interés, menos capital
- Al final: menos interés, más capital
- El saldo decrece de forma exponencial

Ventaja práctica

Facilita la planificación financiera porque el pago es predecible.

Sistema Francés: Cálculos Período a Período

Para el período t :

Sistema Francés: Cálculos Período a Período

Para el período t :

Interés del período:

$$I_t = \text{Saldo}_{t-1} \times r$$

Sistema Francés: Cálculos Período a Período

Para el período t :

Interés del período:

$$I_t = \text{Saldo}_{t-1} \times r$$

Amortización del capital:

$$A_t = PMT - I_t$$

Sistema Francés: Cálculos Período a Período

Para el período t :

Interés del período:

$$I_t = \text{Saldo}_{t-1} \times r$$

Amortización del capital:

$$A_t = PMT - I_t$$

Nuevo saldo:

$$\text{Saldo}_t = \text{Saldo}_{t-1} - A_t$$

Sistema Francés: Cálculos Período a Período

Para el período t :

Interés del período:

$$I_t = \text{Saldo}_{t-1} \times r$$

Amortización del capital:

$$A_t = PMT - I_t$$

Nuevo saldo:

$$\text{Saldo}_t = \text{Saldo}_{t-1} - A_t$$

Observación

Como el saldo disminuye, I_t disminuye y A_t aumenta con el tiempo (pero su suma PMT es constante).

Ejemplo: Tabla de Amortización Francesa

Préstamo: \$100,000 | **Tasa:** 10% anual | **Plazo:** 5 años

Ejemplo: Tabla de Amortización Francesa

Préstamo: \$100,000 | **Tasa:** 10% anual | **Plazo:** 5 años

Cuota anual: $PMT = 100,000 \times \frac{0.10}{1-(1.10)^{-5}} = \$26,379.75$

Ejemplo: Tabla de Amortización Francesa

Préstamo: \$100,000 | **Tasa:** 10% anual | **Plazo:** 5 años

Cuota anual: $PMT = 100,000 \times \frac{0.10}{1-(1.10)^{-5}} = \$26,379.75$

| Año | Saldo Inicial | Pago | Interés | Capital | Saldo Final |
|--------------|---------------|--------------|-------------|--------------|-------------|
| 1 | \$100,000.00 | \$26,379.75 | \$10,000.00 | \$16,379.75 | \$83,620.25 |
| 2 | \$83,620.25 | \$26,379.75 | \$8,362.02 | \$18,017.72 | \$65,602.53 |
| 3 | \$65,602.53 | \$26,379.75 | \$6,560.25 | \$19,819.50 | \$45,783.03 |
| 4 | \$45,783.03 | \$26,379.75 | \$4,578.30 | \$21,801.45 | \$23,981.59 |
| 5 | \$23,981.59 | \$26,379.75 | \$2,398.16 | \$23,981.59 | \$0.00 |
| Total | | \$131,898.73 | \$31,898.73 | \$100,000.00 | |

Saldo Insoluto: Fórmula Directa

No necesitamos calcular período por período. Hay una fórmula directa:

Saldo Insoluto: Fórmula Directa

No necesitamos calcular período por período. Hay una fórmula directa:

Saldo Insoluto después de k pagos

$$\text{Saldo}_k = PV \cdot \frac{(1 + r)^n - (1 + r)^k}{(1 + r)^n - 1}$$

O equivalentemente:

$$\text{Saldo}_k = PMT \cdot \frac{1 - (1 + r)^{-(n-k)}}{r}$$

Saldo Insoluto: Fórmula Directa

No necesitamos calcular período por período. Hay una fórmula directa:

Saldo Insoluto después de k pagos

$$\text{Saldo}_k = PV \cdot \frac{(1 + r)^n - (1 + r)^k}{(1 + r)^n - 1}$$

O equivalentemente:

$$\text{Saldo}_k = PMT \cdot \frac{1 - (1 + r)^{-(n-k)}}{r}$$

Interpretación de la segunda fórmula

El saldo es el VP de los pagos **restantes** ($n - k$ pagos).

Ejemplo: Saldo Insoluto

Problema

Préstamo de \$200,000 a 10 años, 8% anual, pagos anuales. ¿Cuál es el saldo después del pago 6?

Ejemplo: Saldo Insoluto

Problema

Préstamo de \$200,000 a 10 años, 8% anual, pagos anuales. ¿Cuál es el saldo después del pago 6?

Cuota anual:

$$PMT = 200,000 \times \frac{0.08}{1 - (1.08)^{-10}} = \$29,805.86$$

Ejemplo: Saldo Insoluto

Problema

Préstamo de \$200,000 a 10 años, 8% anual, pagos anuales. ¿Cuál es el saldo después del pago 6?

Cuota anual:

$$PMT = 200,000 \times \frac{0.08}{1 - (1.08)^{-10}} = \$29,805.86$$

Saldo después del pago 6 (quedan 4 pagos):

$$\begin{aligned}\text{Saldo}_6 &= PMT \times \frac{1 - (1.08)^{-4}}{0.08} \\ &= 29,805.86 \times 3.3121 = \$98,745.84\end{aligned}$$

Sistema Alemán: Características

Definición

En el **sistema alemán**, la amortización del capital es **constante** en cada período. El pago total disminuye con el tiempo.

Sistema Alemán: Características

Definición

En el **sistema alemán**, la amortización del capital es **constante** en cada período. El pago total disminuye con el tiempo.

Características:

- Amortización constante: $A = \frac{PV}{n}$
- Cuota decreciente: $\text{Pago}_t = A + I_t$
- Más interés total que sistema francés (pero menos al inicio)
- Pagos más altos al principio

Sistema Alemán: Características

Definición

En el **sistema alemán**, la amortización del capital es **constante** en cada período. El pago total disminuye con el tiempo.

Características:

- Amortización constante: $A = \frac{PV}{n}$
- Cuota decreciente: $\text{Pago}_t = A + I_t$
- Más interés total que sistema francés (pero menos al inicio)
- Pagos más altos al principio

Uso común

Préstamos corporativos y algunos créditos hipotecarios en Europa.

Amortización por período (constante):

$$A = \frac{PV}{n}$$

Amortización por período (constante):

$$A = \frac{PV}{n}$$

Saldo después del pago t :

$$\text{Saldo}_t = PV - t \cdot A = PV \left(1 - \frac{t}{n}\right)$$

Amortización por período (constante):

$$A = \frac{PV}{n}$$

Saldo después del pago t :

$$\text{Saldo}_t = PV - t \cdot A = PV \left(1 - \frac{t}{n}\right)$$

Interés en el período t :

$$I_t = \text{Saldo}_{t-1} \times r = PV \left(1 - \frac{t-1}{n}\right) \times r$$

Amortización por período (constante):

$$A = \frac{PV}{n}$$

Saldo después del pago t :

$$\text{Saldo}_t = PV - t \cdot A = PV \left(1 - \frac{t}{n}\right)$$

Interés en el período t :

$$I_t = \text{Saldo}_{t-1} \times r = PV \left(1 - \frac{t-1}{n}\right) \times r$$

Pago en el período t :

$$\text{Pago}_t = A + I_t$$

Ejemplo: Tabla de Amortización Alemana

Préstamo: \$100,000 | **Tasa:** 10% anual | **Plazo:** 5 años

Ejemplo: Tabla de Amortización Alemana

Préstamo: \$100,000 | **Tasa:** 10% anual | **Plazo:** 5 años

Amortización anual: $A = 100,000/5 = \$20,000$

Ejemplo: Tabla de Amortización Alemana

Préstamo: \$100,000 | **Tasa:** 10% anual | **Plazo:** 5 años

Amortización anual: $A = 100,000/5 = \$20,000$

| Año | Saldo Inicial | Pago | Interés | Capital | Saldo Final |
|--------------|---------------|-----------|----------|-----------|-------------|
| 1 | \$100,000 | \$30,000 | \$10,000 | \$20,000 | \$80,000 |
| 2 | \$80,000 | \$28,000 | \$8,000 | \$20,000 | \$60,000 |
| 3 | \$60,000 | \$26,000 | \$6,000 | \$20,000 | \$40,000 |
| 4 | \$40,000 | \$24,000 | \$4,000 | \$20,000 | \$20,000 |
| 5 | \$20,000 | \$22,000 | \$2,000 | \$20,000 | \$0 |
| Total | | \$130,000 | \$30,000 | \$100,000 | |

Ejemplo: Tabla de Amortización Alemana

Préstamo: \$100,000 | **Tasa:** 10% anual | **Plazo:** 5 años

Amortización anual: $A = 100,000/5 = \$20,000$

| Año | Saldo Inicial | Pago | Interés | Capital | Saldo Final |
|--------------|---------------|-----------|----------|-----------|-------------|
| 1 | \$100,000 | \$30,000 | \$10,000 | \$20,000 | \$80,000 |
| 2 | \$80,000 | \$28,000 | \$8,000 | \$20,000 | \$60,000 |
| 3 | \$60,000 | \$26,000 | \$6,000 | \$20,000 | \$40,000 |
| 4 | \$40,000 | \$24,000 | \$4,000 | \$20,000 | \$20,000 |
| 5 | \$20,000 | \$22,000 | \$2,000 | \$20,000 | \$0 |
| Total | | \$130,000 | \$30,000 | \$100,000 | |

Comparación: Sistema francés pagó \$31,899 de interés vs. \$30,000 del alemán.

Sistema Americano: Características

Definición

En el **sistema americano** (o “bullet”), solo se pagan **intereses** durante la vida del préstamo. El **principal completo** se paga al vencimiento.

Sistema Americano: Características

Definición

En el **sistema americano** (o “bullet”), solo se pagan **intereses** durante la vida del préstamo. El **principal completo** se paga al vencimiento.

Características:

- Pagos periódicos: solo interés = $PV \times r$
- Pago final: Principal completo PV
- Mayor pago total de intereses
- Saldo insoluto constante hasta el final

Sistema Americano: Características

Definición

En el **sistema americano** (o “bullet”), solo se pagan **intereses** durante la vida del préstamo. El **principal completo** se paga al vencimiento.

Características:

- Pagos periódicos: solo interés = $PV \times r$
- Pago final: Principal completo PV
- Mayor pago total de intereses
- Saldo insoluto constante hasta el final

Uso común

Bonos corporativos, algunos préstamos puente, créditos para desarrollo inmobiliario.

Ejemplo: Sistema Americano

Préstamo: \$100,000 | **Tasa:** 10% anual | **Plazo:** 5 años

Ejemplo: Sistema Americano

Préstamo: \$100,000 | **Tasa:** 10% anual | **Plazo:** 5 años

| Año | Saldo Inicial | Pago | Interés | Capital | Saldo Final |
|--------------|---------------|-----------|----------|-----------|-------------|
| 1 | \$100,000 | \$10,000 | \$10,000 | \$0 | \$100,000 |
| 2 | \$100,000 | \$10,000 | \$10,000 | \$0 | \$100,000 |
| 3 | \$100,000 | \$10,000 | \$10,000 | \$0 | \$100,000 |
| 4 | \$100,000 | \$10,000 | \$10,000 | \$0 | \$100,000 |
| 5 | \$100,000 | \$110,000 | \$10,000 | \$100,000 | \$0 |
| Total | | \$150,000 | \$50,000 | \$100,000 | |

Ejemplo: Sistema Americano

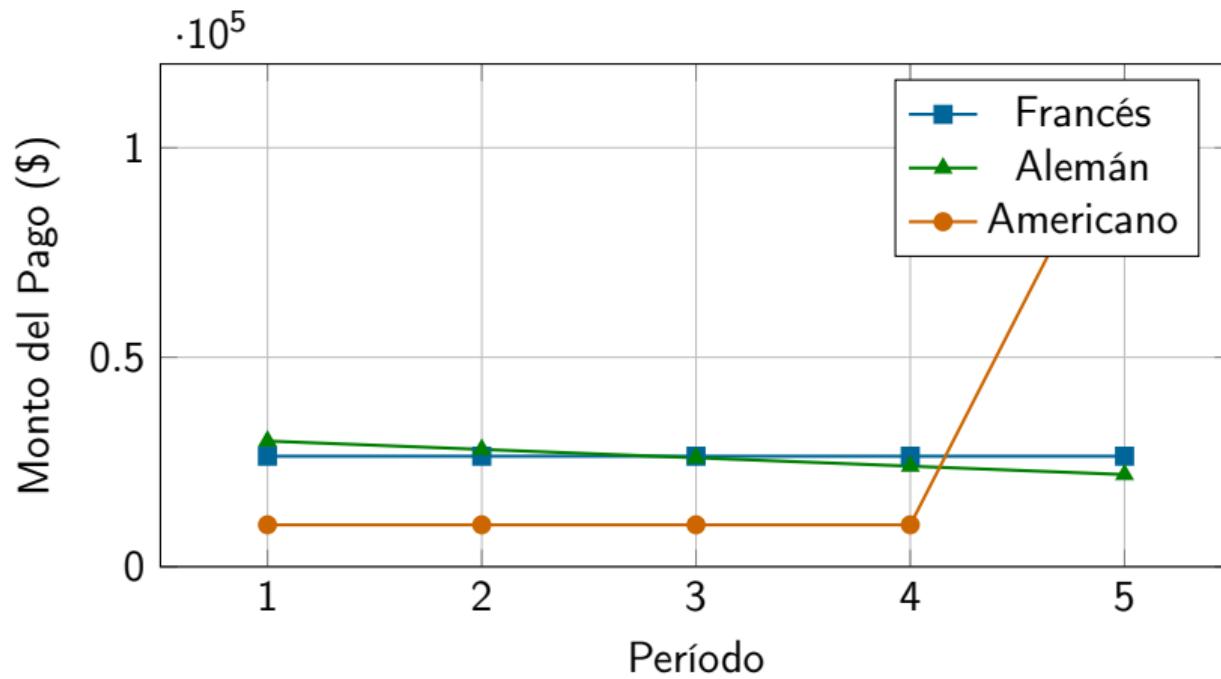
Préstamo: \$100,000 | **Tasa:** 10% anual | **Plazo:** 5 años

| Año | Saldo Inicial | Pago | Interés | Capital | Saldo Final |
|--------------|---------------|-----------|----------|-----------|-------------|
| 1 | \$100,000 | \$10,000 | \$10,000 | \$0 | \$100,000 |
| 2 | \$100,000 | \$10,000 | \$10,000 | \$0 | \$100,000 |
| 3 | \$100,000 | \$10,000 | \$10,000 | \$0 | \$100,000 |
| 4 | \$100,000 | \$10,000 | \$10,000 | \$0 | \$100,000 |
| 5 | \$100,000 | \$110,000 | \$10,000 | \$100,000 | \$0 |
| Total | | \$150,000 | \$50,000 | \$100,000 | |

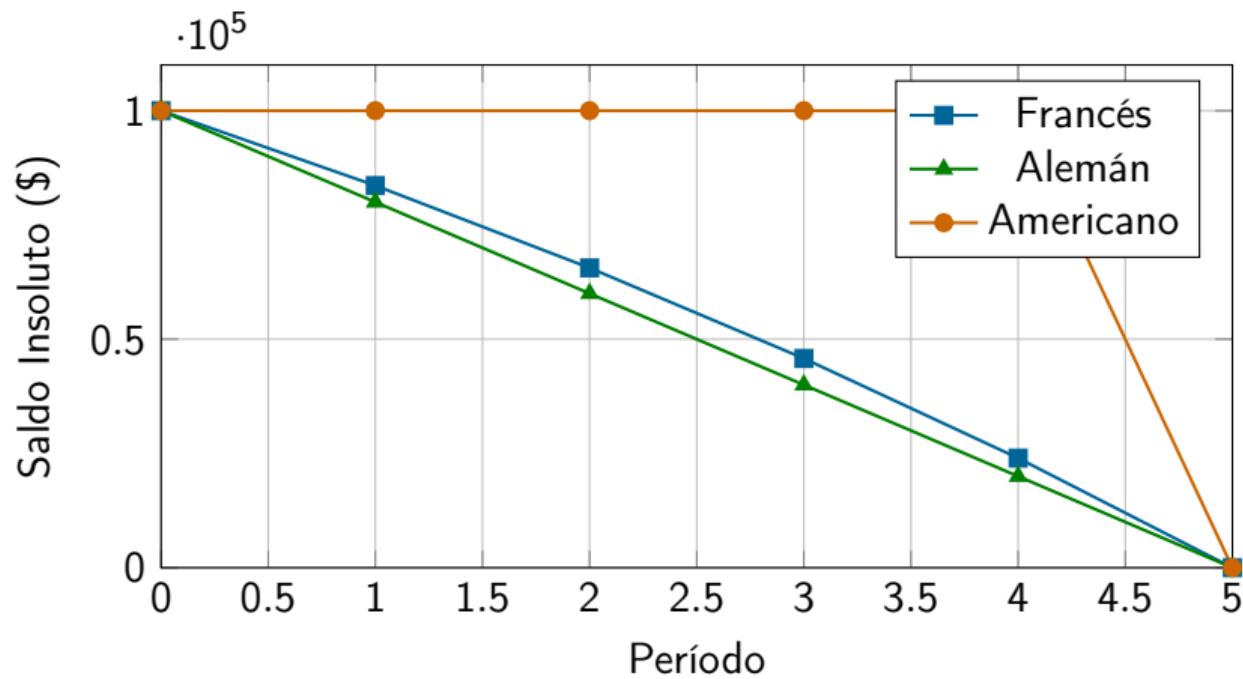
Comparación de intereses totales:

- Francés: \$31,899
- Alemán: \$30,000
- Americano: \$50,000

Comparación Visual: Pagos



Comparación Visual: Saldo Insoluto



Resumen Comparativo

| Característica | Francés | Alemán | Americano |
|----------------------|-------------|-------------|-----------------------|
| Cuota | Constante | Decreciente | Solo interés + bullet |
| Amortización capital | Creciente | Constante | Todo al final |
| Interés por período | Decreciente | Decreciente | Constante |
| Interés total | Medio | Menor | Mayor |
| Pago inicial | Medio | Mayor | Menor |
| Pago final | Medio | Menor | Muy alto |
| Saldo insoluto | Curvo | Lineal | Constante |
| Uso típico | Hipotecas | Corporativo | Bonos |

Resumen Comparativo

| Característica | Francés | Alemán | Americano |
|----------------------|-------------|-------------|-----------------------|
| Cuota | Constante | Decreciente | Solo interés + bullet |
| Amortización capital | Creciente | Constante | Todo al final |
| Interés por período | Decreciente | Decreciente | Constante |
| Interés total | Medio | Menor | Mayor |
| Pago inicial | Medio | Mayor | Menor |
| Pago final | Medio | Menor | Muy alto |
| Saldo insoluto | Curvo | Lineal | Constante |
| Uso típico | Hipotecas | Corporativo | Bonos |

¿Cuál es mejor?

Depende del contexto: flujo de caja del deudor, expectativas de refinanciamiento, y preferencias de liquidez.

Estimación del Interés Total (Francés)

Regla práctica

Para un préstamo a cuota fija, el interés total es aproximadamente:

$$\text{Interés total} \approx \frac{PV \times r \times (n + 1)}{2}$$

Estimación del Interés Total (Francés)

Regla práctica

Para un préstamo a cuota fija, el interés total es aproximadamente:

$$\text{Interés total} \approx \frac{PV \times r \times (n + 1)}{2}$$

Ejemplo: \$100,000 al 10% por 5 años

$$\text{Interés} \approx \frac{100,000 \times 0.10 \times 6}{2} = \$30,000$$

Exacto: \$31,899. Error: 6% (aceptable para estimación rápida).

Estimación del Interés Total (Francés)

Regla práctica

Para un préstamo a cuota fija, el interés total es aproximadamente:

$$\text{Interés total} \approx \frac{PV \times r \times (n + 1)}{2}$$

Ejemplo: \$100,000 al 10% por 5 años

$$\text{Interés} \approx \frac{100,000 \times 0.10 \times 6}{2} = \$30,000$$

Exacto: \$31,899. Error: 6% (aceptable para estimación rápida).

Por qué funciona

Es el promedio de pagar interés sobre el saldo completo y sobre cero.

Proporción de Capital en el Primer Pago

Estimación del capital inicial

El capital amortizado en el primer pago es aproximadamente:

$$A_1 \approx \frac{PV}{n} \times \left(1 - \frac{r \times n}{2}\right)$$

O más simple: si la cuota es PMT y el interés del primer mes es $I_1 = PV \times r$:

$$A_1 = PMT - I_1$$

Proporción de Capital en el Primer Pago

Estimación del capital inicial

El capital amortizado en el primer pago es aproximadamente:

$$A_1 \approx \frac{PV}{n} \times \left(1 - \frac{r \times n}{2}\right)$$

O más simple: si la cuota es PMT y el interés del primer mes es $I_1 = PV \times r$:

$$A_1 = PMT - I_1$$

Ejemplo: Préstamo de \$300,000 a 1% mensual, 360 meses

$PMT \approx \$3,086$ (calculado)

$$I_1 = 300,000 \times 0.01 = \$3,000$$

$$A_1 = 3,086 - 3,000 = \$86 \text{ (solo 2.8\% de la cuota va a capital)}$$

HP 12C: Funciones de Amortización

| Teclas | Función |
|---------|--|
| f AMORT | Muestra interés de los próximos períodos |
| x↔y | Altera: muestra capital amortizado |
| RCL PV | Muestra saldo insoluto actual |

| Teclas | Función |
|---------|--|
| f AMORT | Muestra interés de los próximos períodos |
| x↔y | Alterna: muestra capital amortizado |
| RCL PV | Muestra saldo insoluto actual |

Procedimiento:

- ① Ingresar datos del préstamo (PV, i, n, calcular PMT)
- ② Ingresar número de períodos a amortizar
- ③ Presionar f AMORT para ver interés
- ④ Presionar x↔y para ver capital
- ⑤ RCL PV para ver nuevo saldo

Problema

Préstamo de \$50,000, 12 meses, 1.5% mensual. ¿Cuánto interés y capital se paga en los primeros 3 meses?

HP 12C: Ejemplo de Amortización

Problema

Préstamo de \$50,000, 12 meses, 1.5% mensual. ¿Cuánto interés y capital se paga en los primeros 3 meses?

| Teclas | Display | Descripción |
|-----------|------------|--------------------------|
| f CLX | 0.00 | Limpiar |
| 50000 PV | 50,000 | Préstamo |
| 12 n | 12 | Meses |
| 1.5 i | 1.5 | Tasa mensual |
| 0 FV | 0 | Sin valor residual |
| PMT | -4,607.08 | Pago mensual |
| 3 f AMORT | -2,111.14 | Interés meses 1-3 |
| x↔y | -11,710.09 | Capital meses 1-3 |
| RCL PV | 38,289.91 | Saldo después de 3 pagos |

Problema

Mismo préstamo. ¿Cuál es el saldo después del pago 8?

HP 12C: Saldo en Cualquier Momento

Problema

Mismo préstamo. ¿Cuál es el saldo después del pago 8?

Método 1: Continuar amortizando

(Después de los 3 primeros...)

| | | | | |
|-----|----|-------|-----------|-------------------------|
| 5 | f | AMORT | -1,486.45 | Interés meses 4-8 |
| RCL | PV | | 16,755.27 | Saldo después de pago 8 |

HP 12C: Saldo en Cualquier Momento

Problema

Mismo préstamo. ¿Cuál es el saldo después del pago 8?

Método 1: Continuar amortizando

(Después de los 3 primeros...)

| | | |
|-----------|-----------|-------------------------|
| 5 f AMORT | -1,486.45 | Interés meses 4-8 |
| RCL PV | 16,755.27 | Saldo después de pago 8 |

Método 2: Fórmula directa

Quedan 4 pagos:

$$\text{Saldo}_8 = 4,607.08 \times \frac{1 - (1.015)^{-4}}{0.015} = 4,607.08 \times 3.854 = \$17,755.40$$

(Diferencia por redondeo)

Ejercicio 1: Préstamo Hipotecario

Problema

Hipoteca de \$2,000,000 a 15 años, 9% anual con pagos mensuales. Calcular:

- ① Pago mensual
- ② Interés y capital del primer pago
- ③ Saldo después de 5 años

Ejercicio 1: Préstamo Hipotecario

Problema

Hipoteca de \$2,000,000 a 15 años, 9% anual con pagos mensuales. Calcular:

- ① Pago mensual
- ② Interés y capital del primer pago
- ③ Saldo después de 5 años

Datos: $n = 180$ meses, $r = 0.75\%$ mensual

Ejercicio 1: Préstamo Hipotecario

Problema

Hipoteca de \$2,000,000 a 15 años, 9% anual con pagos mensuales. Calcular:

- ① Pago mensual
- ② Interés y capital del primer pago
- ③ Saldo después de 5 años

Datos: $n = 180$ meses, $r = 0.75\%$ mensual

1. Pago mensual: $PMT = 2,000,000 \times \frac{0.0075}{1-(1.0075)^{-180}} = \$20,284.92$

Ejercicio 1: Préstamo Hipotecario

Problema

Hipoteca de \$2,000,000 a 15 años, 9% anual con pagos mensuales. Calcular:

- ① Pago mensual
- ② Interés y capital del primer pago
- ③ Saldo después de 5 años

Datos: $n = 180$ meses, $r = 0.75\%$ mensual

1. Pago mensual: $PMT = 2,000,000 \times \frac{0.0075}{1-(1.0075)^{-180}} = \$20,284.92$

2. Primer pago: $I_1 = 2,000,000 \times 0.0075 = \$15,000$ $A_1 = 20,284.92 - 15,000 = \$5,284.92$

Ejercicio 1: Préstamo Hipotecario

Problema

Hipoteca de \$2,000,000 a 15 años, 9% anual con pagos mensuales. Calcular:

- ① Pago mensual
- ② Interés y capital del primer pago
- ③ Saldo después de 5 años

Datos: $n = 180$ meses, $r = 0.75\%$ mensual

1. Pago mensual: $PMT = 2,000,000 \times \frac{0.0075}{1-(1.0075)^{-180}} = \$20,284.92$

2. Primer pago: $I_1 = 2,000,000 \times 0.0075 = \$15,000$ $A_1 = 20,284.92 - 15,000 = \$5,284.92$

3. Saldo después de 60 pagos (quedan 120):

$$\text{Saldo}_{60} = 20,284.92 \times \frac{1-(1.0075)^{-120}}{0.0075} = \$1,587,614$$

Ejercicio 2: Sistema Alemán

Problema

Préstamo de \$60,000 a 4 años, 8% anual, sistema alemán. Calcular el pago del año 3.

Ejercicio 2: Sistema Alemán

Problema

Préstamo de \$60,000 a 4 años, 8% anual, sistema alemán. Calcular el pago del año 3.

Amortización anual:

$$A = \frac{60,000}{4} = \$15,000$$

Ejercicio 2: Sistema Alemán

Problema

Préstamo de \$60,000 a 4 años, 8% anual, sistema alemán. Calcular el pago del año 3.

Amortización anual:

$$A = \frac{60,000}{4} = \$15,000$$

Saldo al inicio del año 3:

$$\text{Saldo}_2 = 60,000 - 2 \times 15,000 = \$30,000$$

Ejercicio 2: Sistema Alemán

Problema

Préstamo de \$60,000 a 4 años, 8% anual, sistema alemán. Calcular el pago del año 3.

Amortización anual:

$$A = \frac{60,000}{4} = \$15,000$$

Saldo al inicio del año 3:

$$\text{Saldo}_2 = 60,000 - 2 \times 15,000 = \$30,000$$

Interés del año 3:

$$I_3 = 30,000 \times 0.08 = \$2,400$$

Ejercicio 2: Sistema Alemán

Problema

Préstamo de \$60,000 a 4 años, 8% anual, sistema alemán. Calcular el pago del año 3.

Amortización anual:

$$A = \frac{60,000}{4} = \$15,000$$

Saldo al inicio del año 3:

$$\text{Saldo}_2 = 60,000 - 2 \times 15,000 = \$30,000$$

Interés del año 3:

$$I_3 = 30,000 \times 0.08 = \$2,400$$

Pago del año 3:

$$\text{Pago}_3 = A + I_3 = 15,000 + 2,400 = \$17,400$$

Ejercicio 3: Comparación de Intereses

Problema

Préstamo de \$80,000 a 3 años, 12% anual. Calcular el interés total bajo cada sistema.

Ejercicio 3: Comparación de Intereses

Problema

Préstamo de \$80,000 a 3 años, 12% anual. Calcular el interés total bajo cada sistema.

Sistema Francés:

$$PMT = 80,000 \times \frac{0.12}{1-(1.12)^{-3}} = \$33,309.76$$

$$\text{Interés total} = 3 \times 33,309.76 - 80,000 = \$19,929.28$$

Ejercicio 3: Comparación de Intereses

Problema

Préstamo de \$80,000 a 3 años, 12% anual. Calcular el interés total bajo cada sistema.

Sistema Francés:

$$PMT = 80,000 \times \frac{0.12}{1-(1.12)^{-3}} = \$33,309.76$$

$$\text{Interés total} = 3 \times 33,309.76 - 80,000 = \$19,929.28$$

Sistema Alemán:

$$I_1 = 80,000 \times 0.12 = 9,600; I_2 = 53,333 \times 0.12 = 6,400; I_3 = 26,667 \times 0.12 = 3,200$$

$$\text{Interés total} = 9,600 + 6,400 + 3,200 = \$19,200$$

Ejercicio 3: Comparación de Intereses

Problema

Préstamo de \$80,000 a 3 años, 12% anual. Calcular el interés total bajo cada sistema.

Sistema Francés:

$$PMT = 80,000 \times \frac{0.12}{1-(1.12)^{-3}} = \$33,309.76$$

$$\text{Interés total} = 3 \times 33,309.76 - 80,000 = \$19,929.28$$

Sistema Alemán:

$$I_1 = 80,000 \times 0.12 = 9,600; I_2 = 53,333 \times 0.12 = 6,400; I_3 = 26,667 \times 0.12 = 3,200$$

$$\text{Interés total} = 9,600 + 6,400 + 3,200 = \$19,200$$

Sistema Americano:

$$\text{Interés total} = 3 \times 80,000 \times 0.12 = \$28,800$$

Ejercicio 4: Pago Anticipado

Problema

Tienes un préstamo de \$100,000 a 10 años, 10% anual, cuota fija. Después del pago 5, haces un abono extra de \$20,000. ¿Cómo cambia la situación si reduces el plazo manteniendo la cuota?

Ejercicio 4: Pago Anticipado

Problema

Tienes un préstamo de \$100,000 a 10 años, 10% anual, cuota fija. Después del pago 5, haces un abono extra de \$20,000. ¿Cómo cambia la situación si reduces el plazo manteniendo la cuota?

Cuota original: $PMT = 100,000 \times \frac{0.10}{1 - 1.10^{-10}} = \$16,274.54$

Ejercicio 4: Pago Anticipado

Problema

Tienes un préstamo de \$100,000 a 10 años, 10% anual, cuota fija. Después del pago 5, haces un abono extra de \$20,000. ¿Cómo cambia la situación si reduces el plazo manteniendo la cuota?

Cuota original: $PMT = 100,000 \times \frac{0.10}{1-1.10^{-10}} = \$16,274.54$

Saldo después del pago 5: $\text{Saldo}_5 = 16,274.54 \times \frac{1-1.10^{-5}}{0.10} = \$61,698$

Ejercicio 4: Pago Anticipado

Problema

Tienes un préstamo de \$100,000 a 10 años, 10% anual, cuota fija. Después del pago 5, haces un abono extra de \$20,000. ¿Cómo cambia la situación si reduces el plazo manteniendo la cuota?

Cuota original: $PMT = 100,000 \times \frac{0.10}{1-1.10^{-10}} = \$16,274.54$

Saldo después del pago 5: $\text{Saldo}_5 = 16,274.54 \times \frac{1-1.10^{-5}}{0.10} = \$61,698$

Nuevo saldo después del abono: $\text{Saldo nuevo} = 61,698 - 20,000 = \$41,698$

Ejercicio 4: Pago Anticipado

Problema

Tienes un préstamo de \$100,000 a 10 años, 10% anual, cuota fija. Después del pago 5, haces un abono extra de \$20,000. ¿Cómo cambia la situación si reduces el plazo manteniendo la cuota?

Cuota original: $PMT = 100,000 \times \frac{0.10}{1-1.10^{-10}} = \$16,274.54$

Saldo después del pago 5: $\text{Saldo}_5 = 16,274.54 \times \frac{1-1.10^{-5}}{0.10} = \$61,698$

Nuevo saldo después del abono: $\text{Saldo nuevo} = 61,698 - 20,000 = \$41,698$

Nuevo plazo (manteniendo cuota): $n = \frac{\ln(16,274.54) - \ln(16,274.54 - 41,698 \times 0.10)}{\ln(1.10)} = 3.05 \text{ años}$

El préstamo se liquida en ≈ 3 años más (8 años total vs. 10 original).

Python: Tabla de Amortización Francesa

```
import numpy_financial as npf

def tabla_frances(pv, r, n):
    pmt = -npf.pmt(r, n, pv)
    saldo = pv

    print(f"Prestamo: ${pv:,.2f} | Tasa: {r*100:.2f}% | Periodos: {n}")
    print(f"Cuota: ${pmt:,.2f}")
    print("-" * 60)
    print("Per | Pago | Interes | Capital | Saldo")
    print("-" * 60)

    total_int = 0
    for t in range(1, n+1):
        interes = saldo * r
        capital = pmt - interes
        saldo -= capital
        total_int += interes
        print(f"{t:3} | ${pmt:9,.2f} | ${interes:9,.2f} | ${capital:9,.2f} | ${saldo:9,.2f}")


```

Python: Componentes con numpy-financial

```
import numpy_financial as npf

pv = 100000
r = 0.10
n = 5

# Calcular pago
pmt = -npf.pmt(r, n, pv)
print(f"Pago anual: ${pmt:,.2f}")

# Interes de cada periodo
for t in range(1, n+1):
    ipmt = -npf.ipmt(r, t, n, pv) # Interes periodo t
    ppmt = -npf.ppmt(r, t, n, pv) # Capital periodo t
    print(f"Año {t}: Interes=${ipmt:,.2f}, Capital=${ppmt:,.2f}")

# Saldo insoluto despues del periodo 3
saldo_3 = npf.pv(r, n-3, -pmt, 0)
print(f"\nSaldo despues de pago 3: ${-saldo_3:,.2f}")
```

Python: Comparación de Sistemas

```
import matplotlib.pyplot as plt
import numpy as np

pv, r, n = 100000, 0.10, 5

# Sistema Frances
pmt_f = pv * r / (1 - (1+r)**-n)
saldo_f = [pv]
for t in range(n):
    saldo_f.append(saldo_f[-1]*(1+r) - pmt_f)

# Sistema Aleman
A = pv / n
saldo_a = [pv - t*A for t in range(n+1)]

# Sistema Americano
saldo_am = [pv]*n + [0]

plt.figure(figsize=(10, 5))
```

Resumen de Fórmulas

Sistema Francés:

$$PMT = PV \cdot \frac{r}{1 - (1 + r)^{-n}}$$

$$\text{Saldo}_k = PMT \cdot \frac{1 - (1 + r)^{-(n-k)}}{r}$$

Sistema Alemán:

$$A = \frac{PV}{n} \quad (\text{constante})$$

$$\text{Saldo}_t = PV \cdot \left(1 - \frac{t}{n}\right)$$

Sistema Americano:

$$\text{Pago periódico} = PV \times r$$

$$\text{Pago final} = PV \times (1 + r)$$

- ① **Amortización** = proceso de pago de deuda
- ② Cada pago tiene componente de **interés y capital**
- ③ **Francés**: cuota fija, más usado
- ④ **Alemán**: amortización constante, menos interés total
- ⑤ **Americano**: solo interés + bullet, más interés total
- ⑥ El **saldo insoluto** = VP de pagos restantes
- ⑦ HP 12C: f AMORT para desglose

Tarea para la Próxima Sesión

- ① **Tabla de amortización:** Construye la tabla completa para un préstamo de \$50,000 a 6 meses, 2% mensual, sistema francés.
- ② **Comparación:** Para el mismo préstamo, calcula el interés total bajo los tres sistemas.
- ③ **HP 12C:** Usa f AMORT para verificar el interés de los primeros 3 meses del ejercicio anterior.
- ④ **Python:** Crea una función que genere la tabla de amortización para cualquiera de los tres sistemas, según un parámetro de entrada.

¿Preguntas?

Próxima Sesión:
Valuación de Bonos

Semana 4, Clase 2