Inflación y Tasas Reales

El poder adquisitivo del dinero

Matemáticas Financieras

Valor del Dinero en el Tiempo

Semana 2 | Clase 2 | Duración: 1h 50min

Contenido de la Sesión

Sesión 3: Tasas Nominales y Efectivas

Aprendimos que la tasa nominal no refleja el verdadero rendimiento cuando hay capitalización frecuente:

$$r_{ef} = \left(1 + \frac{r_{nom}}{m}\right)^m - 1$$

Conexión con la Sesión Anterior

Sesión 3: Tasas Nominales y Efectivas

Aprendimos que la tasa nominal no refleja el verdadero rendimiento cuando hay capitalización frecuente:

$$r_{ef} = \left(1 + \frac{r_{nom}}{m}\right)^m - 1$$

Pero hay otro factor que distorsiona...

Las tasas nominales y efectivas asumen que el dinero mantiene su **poder adquisitivo**.

¿Qué pasa cuando consideramos la **inflación**?

Objetivos de Aprendizaje

Al finalizar esta sesión, serás capaz de:

1. Comprender qué es la inflación y cómo se mide
2. Derivar y aplicar la ecuación de Fisher
3. Calcular tasas de interés reales
4. Distinguir entre flujos nominales y reales
5. Analizar el impacto de la inflación en inversiones
6. Entender la indexación y los instrumentos protegidos

Motivación: La Ilusión del Rendimiento

Escenario

Tu cuenta de ahorro genera 8% anual. La inflación es 6% anual.

- Hoy tienes $100,000
- En un año tendrás $108,000 nominales
- ¿Cuánto "valen" realmente esos $108,000?

Motivación: La Ilusión del Rendimiento

Escenario

Tu cuenta de ahorro genera 8% anual. La inflación es 6% anual.

- Hoy tienes \$100,000
- En un año tendrás \$108,000 nominales
- ¿Cuánto "valen" realmente esos \$108,000?

Análisis del poder adquisitivo:

- Si una canasta básica cuesta \$1,000 hoy

Motivación: La Ilusión del Rendimiento

Escenario

Tu cuenta de ahorro genera 8% anual. La inflación es 6% anual.

- Hoy tienes \$100,000
- En un año tendrás \$108,000 nominales
- ¿Cuánto "valen" realmente esos \$108,000?

Análisis del poder adquisitivo:

- Si una canasta básica cuesta \$1,000 hoy
- En un año costará $\$1,000 \times 1.06 = \$1,060$

Motivación: La Ilusión del Rendimiento

Escenario

Tu cuenta de ahorro genera 8% anual. La inflación es 6% anual.

- Hoy tienes \$100,000
- En un año tendrás \$108,000 nominales
- ¿Cuánto "valen" realmente esos \$108,000?

Análisis del poder adquisitivo:

- Si una canasta básica cuesta \$1,000 hoy
- En un año costará $\$1,000 \times 1.06 = \$1,060$
- Con \$108,000 puedes comprar: $108,000/1,060 = 101.89$ canastas

Motivación: La Ilusión del Rendimiento

Escenario

Tu cuenta de ahorro genera 8% anual. La inflación es 6% anual.

- Hoy tienes \$100,000
- En un año tendrás \$108,000 nominales
- ¿Cuánto "valen" realmente esos \$108,000?

Análisis del poder adquisitivo:

- Si una canasta básica cuesta \$1,000 hoy
- En un año costará $\$1,000 \times 1.06 = \$1,060$
- Con \$108,000 puedes comprar: $108,000/1,060 = 101.89$ canastas
- Antes podías comprar: $100,000/1,000 = 100$ canastas

Motivación: La Ilusión del Rendimiento

Escenario

Tu cuenta de ahorro genera 8% anual. La inflación es 6% anual.

- Hoy tienes \$100,000
- En un año tendrás \$108,000 nominales
- ¿Cuánto "valen" realmente esos \$108,000?

Análisis del poder adquisitivo:

- Si una canasta básica cuesta \$1,000 hoy
- En un año costará $\$1,000 \times 1.06 = \$1,060$
- Con \$108,000 puedes comprar: $108,000/1,060 = 101.89$ canastas
- Antes podías comprar: $100,000/1,000 = 100$ canastas

Ganancia real: Solo 1.89%, no 8%.

Definiciones Clave

Inflación (π)

Aumento sostenido y generalizado del nivel de precios en una economía. Se mide como la variación porcentual del índice de precios.

Definiciones Clave

Inflación (π)

Aumento sostenido y generalizado del nivel de precios en una economía. Se mide como la variación porcentual del índice de precios.

Tasa Nominal (r_{nom})

Tasa de interés expresada en términos monetarios, sin ajustar por inflación. Es la tasa que ves en contratos y publicidad.

Definiciones Clave

Inflación (π)

Aumento sostenido y generalizado del nivel de precios en una economía. Se mide como la variación porcentual del índice de precios.

Tasa Nominal (r_{nom})

Tasa de interés expresada en términos monetarios, sin ajustar por inflación. Es la tasa que ves en contratos y publicidad.

Tasa Real (r_{real})

Tasa de interés ajustada por inflación. Refleja el verdadero cambio en el poder adquisitivo.

Definiciones Clave

Inflación (π)

Aumento sostenido y generalizado del nivel de precios en una economía. Se mide como la variación porcentual del índice de precios.

Tasa Nominal (r_{nom})

Tasa de interés expresada en términos monetarios, sin ajustar por inflación. Es la tasa que ves en contratos y publicidad.

Tasa Real (r_{real})

Tasa de interés ajustada por inflación. Refleja el verdadero cambio en el poder adquisitivo.

Poder Adquisitivo

Cantidad de bienes y servicios que se pueden comprar con una cantidad de dinero.

Derivación de la Ecuación de Fisher

Punto de partida: El valor real del dinero futuro.

Derivación de la Ecuación de Fisher

Punto de partida: El valor real del dinero futuro.

Si inviertes $1 a tasa nominal r_{nom} por un año:

$$\text{Valor nominal al final} = 1 + r_{nom}$$

Derivación de la Ecuación de Fisher

Punto de partida: El valor real del dinero futuro.

Si inviertes $1 a tasa nominal r_{nom} por un año:

$$\text{Valor nominal al final} = 1 + r_{nom}$$

Si la inflación es π, el poder adquisitivo de $1 al final del año es:

$$\text{Poder adquisitivo de \$1 futuro} = \frac{1}{1+\pi}$$

Derivación de la Ecuación de Fisher

Punto de partida: El valor real del dinero futuro.

Si inviertes \$1 a tasa nominal r_{nom} por un año:

$$\text{Valor nominal al final} = 1 + r_{nom}$$

Si la inflación es π, el poder adquisitivo de \$1 al final del año es:

$$\text{Poder adquisitivo de \$1 futuro} = \frac{1}{1+\pi}$$

Valor real del monto final:

$$\text{Valor real} = \frac{1 + r_{nom}}{1+\pi}$$

La Ecuación de Fisher

El valor real también puede expresarse como:

$$1 + r_{real} = \frac{1 + r_{nom}}{1 + \pi}$$

La Ecuación de Fisher

El valor real también puede expresarse como:

$$1 + r_{real} = \frac{1 + r_{nom}}{1 + \pi}$$

Reorganizando:

Ecuación de Fisher (Forma Exacta)

$$\boxed{(1 + r_{real})(1 + \pi) = (1 + r_{nom})}$$

El valor real también puede expresarse como:

$$1 + r_{real} = \frac{1 + r_{nom}}{1 + \pi}$$

Reorganizando:

Ecuación de Fisher (Forma Exacta)

$$\boxed{(1 + r_{real})(1 + \pi) = (1 + r_{nom})}$$

Despejando r_{real}:

$$\boxed{r_{real} = \frac{1 + r_{nom}}{1 + \pi} - 1 = \frac{r_{nom} - \pi}{1 + \pi}}$$

Aproximación de Fisher

Expandiendo $(1 + r_{real})(1 + \pi)$:

$$1 + r_{nom} = 1 + r_{real} + \pi + r_{real} \cdot \pi$$

Aproximación de Fisher

Expandiendo $(1 + r_{real})(1 + \pi)$:

$$1 + r_{nom} = 1 + r_{real} + \pi + r_{real} \cdot \pi$$

Si r_{real} y π son pequeños, el término $r_{real} \cdot \pi \approx 0$:

Aproximación de Fisher

$$\boxed{r_{nom} \approx r_{real} + \pi}$$

o equivalentemente:

$$\boxed{r_{real} \approx r_{nom} - \pi}$$

Aproximación de Fisher

Expandiendo $(1 + r_{real})(1 + \pi)$:

$$1 + r_{nom} = 1 + r_{real} + \pi + r_{real} \cdot \pi$$

Si r_{real} y π son pequeños, el término $r_{real} \cdot \pi \approx 0$:

Aproximación de Fisher

$$\boxed{r_{nom} \approx r_{real} + \pi}$$

o equivalentemente:

$$\boxed{r_{real} \approx r_{nom} - \pi}$$

Cuándo usar la aproximación

Es razonable cuando r y π son menores a 10%. Para tasas altas (hiperinflación), usar la forma exacta.

Ejemplo: Cálculo de Tasa Real

Problema

Un bono paga 12% nominal anual. La inflación esperada es 5%. ¿Cuál es la tasa real?

Ejemplo: Cálculo de Tasa Real

Problema

Un bono paga 12% nominal anual. La inflación esperada es 5%. ¿Cuál es la tasa real?

Forma exacta:

$$r_{real} = \frac{1 + r_{nom}}{1 + \pi} - 1$$

$$r_{real} = \frac{1.12}{1.05} - 1$$

$$r_{real} = 1.0667 - 1 = 6.67\%$$

Ejemplo: Cálculo de Tasa Real

Problema

Un bono paga 12% nominal anual. La inflación esperada es 5%. ¿Cuál es la tasa real?

Forma exacta:

$$r_{real} = \frac{1 + r_{nom}}{1 + \pi} - 1$$
$$r_{real} = \frac{1.12}{1.05} - 1$$
$$r_{real} = 1.0667 - 1 = 6.67\%$$

Aproximación:

$$r_{real} \approx 12\% - 5\% = 7\%$$

Ejemplo: Cálculo de Tasa Real

Problema

Un bono paga 12% nominal anual. La inflación esperada es 5%. ¿Cuál es la tasa real?

Forma exacta:

$$r_{real} = \frac{1 + r_{nom}}{1 + \pi} - 1$$
$$r_{real} = \frac{1.12}{1.05} - 1$$
$$r_{real} = 1.0667 - 1 = 6.67\%$$

Aproximación:

$$r_{real} \approx 12\% - 5\% = 7\%$$

Error de aproximación: $7\% - 6.67\% = 0.33$ pp (aceptable).

Tasas Reales Negativas

Fenómeno Importante

Si la inflación supera la tasa nominal, la tasa real es **negativa**. Esto significa que el inversionista **pierde** poder adquisitivo.

Tasas Reales Negativas

Fenómeno Importante

Si la inflación supera la tasa nominal, la tasa real es **negativa**. Esto significa que el inversionista **pierde** poder adquisitivo.

Ejemplo

- Cuenta de ahorro: 3% anual
- Inflación: 7% anual
- Tasa real: $\frac{1.03}{1.07} - 1 = -3.74\%$

Aunque tu saldo nominal crece, tu poder adquisitivo **disminuye**.

Tasas Reales Negativas

Fenómeno Importante

Si la inflación supera la tasa nominal, la tasa real es **negativa**. Esto significa que el inversionista **pierde** poder adquisitivo.

Ejemplo

- Cuenta de ahorro: 3% anual
- Inflación: 7% anual
- Tasa real: $\frac{1.03}{1.07} - 1 = -3.74\%$

Aunque tu saldo nominal crece, tu poder adquisitivo **disminuye**.

Implicación: Las tasas reales negativas incentivan el consumo presente sobre el ahorro.

Principio de Consistencia

Regla Fundamental

- Flujos **nominales** se descuentan con tasas **nominales**
- Flujos **reales** se descuentan con tasas **reales**

Ambos métodos dan el **mismo valor presente**.

Principio de Consistencia

Regla Fundamental

- Flujos **nominales** se descuentan con tasas **nominales**
- Flujos **reales** se descuentan con tasas **reales**

Ambos métodos dan el **mismo valor presente**.

Flujo nominal en el año t:

$$CF_{nom,t} = CF_{real,t} \times (1 + \pi)^t$$

Regla Fundamental

- Flujos **nominales** se descuentan con tasas **nominales**
- Flujos **reales** se descuentan con tasas **reales**

Ambos métodos dan el **mismo valor presente**.

Flujo nominal en el año t:

$$CF_{nom,t} = CF_{real,t} \times (1 + \pi)^t$$

Valor Presente (método nominal):

$$VP = \sum_{t=1}^{n} \frac{CF_{nom,t}}{(1 + r_{nom})^t}$$

Regla Fundamental

- Flujos **nominales** se descuentan con tasas **nominales**
- Flujos **reales** se descuentan con tasas **reales**

Ambos métodos dan el **mismo valor presente**.

Flujo nominal en el año t:

$$CF_{nom,t} = CF_{real,t} \times (1 + \pi)^t$$

Valor Presente (método nominal):

$$VP = \sum_{t=1}^{n} \frac{CF_{nom,t}}{(1 + r_{nom})^t}$$

Valor Presente (método real):

Ejemplo: Equivalencia de Métodos

Problema

Recibirás un pago de \$10,000 reales (en poder adquisitivo de hoy) dentro de 3 años. La tasa nominal es 10% y la inflación 4%. Calcula el VP con ambos métodos.

Ejemplo: Equivalencia de Métodos

Problema

Recibirás un pago de $10,000 reales (en poder adquisitivo de hoy) dentro de 3 años. La tasa nominal es 10% y la inflación 4%. Calcula el VP con ambos métodos.

Método Real:

$$r_{real} = \frac{1.10}{1.04} - 1 = 5.77\%$$

$$VP = \frac{10,000}{(1.0577)^3} = \frac{10,000}{1.1829} = \$8,454$$

Ejemplo: Equivalencia de Métodos

Problema

Recibirás un pago de \$10,000 reales (en poder adquisitivo de hoy) dentro de 3 años. La tasa nominal es 10% y la inflación 4%. Calcula el VP con ambos métodos.

Método Real:

$$r_{real} = \frac{1.10}{1.04} - 1 = 5.77\%$$

$$VP = \frac{10,000}{(1.0577)^3} = \frac{10,000}{1.1829} = \$8,454$$

Método Nominal:

$$CF_{nom} = 10,000 \times (1.04)^3 = 10,000 \times 1.1249 = \$11,249$$

$$VP = \frac{11,249}{(1.10)^3} = \frac{11,249}{1.331} = \$8,451$$

Ejemplo: Equivalencia de Métodos

Problema

Recibirás un pago de $10,000 reales (en poder adquisitivo de hoy) dentro de 3 años. La tasa nominal es 10% y la inflación 4%. Calcula el VP con ambos métodos.

Método Real:

$$r_{real} = \frac{1.10}{1.04} - 1 = 5.77\%$$

$$VP = \frac{10,000}{(1.0577)^3} = \frac{10,000}{1.1829} = \$8,454$$

Método Nominal:

$$CF_{nom} = 10,000 \times (1.04)^3 = 10,000 \times 1.1249 = \$11,249$$

$$VP = \frac{11,249}{(1.10)^3} = \frac{11,249}{1.331} = \$8,451$$

Verificación: Ambos métodos dan $\approx \$8,452$ (diferencia por redondeo).

¿Cuándo Usar Cada Método?

Usar Flujos Nominales cuando:

- Contratos especifican montos fijos
- Pagos de bonos (cupones fijos)
- Préstamos con cuotas definidas
- Análisis de impuestos

Usar Flujos Reales cuando:

- Proyecciones de largo plazo
- Salarios indexados
- Comparaciones entre épocas
- Planificación del retiro

¿Cuándo Usar Cada Método?

Usar Flujos Nominales cuando:

- Contratos especifican montos fijos
- Pagos de bonos (cupones fijos)
- Préstamos con cuotas definidas
- Análisis de impuestos

Usar Flujos Reales cuando:

- Proyecciones de largo plazo
- Salarios indexados
- Comparaciones entre épocas
- Planificación del retiro

Consejo Práctico

En proyecciones de largo plazo (> 10 años), los flujos reales son más fáciles de estimar porque eliminan la incertidumbre de la inflación futura.

Instrumentos Indexados

Definición

Un instrumento **indexado** ajusta sus pagos según un índice (generalmente de precios), protegiendo al inversionista de la inflación.

Instrumentos Indexados

Definición

Un instrumento **indexado** ajusta sus pagos según un índice (generalmente de precios), protegiendo al inversionista de la inflación.

Ejemplos comunes:

- **TIPS** (Treasury Inflation-Protected Securities, EE.UU.)
- **Udibonos** (México)
- **UF** (Unidad de Fomento, Chile)
- Salarios indexados a la inflación
- Alquileres con cláusulas de ajuste

Instrumentos Indexados

Definición

Un instrumento **indexado** ajusta sus pagos según un índice (generalmente de precios), protegiendo al inversionista de la inflación.

Ejemplos comunes:

- **TIPS** (Treasury Inflation-Protected Securities, EE.UU.)
- **Udibonos** (México)
- **UF** (Unidad de Fomento, Chile)
- Salarios indexados a la inflación
- Alquileres con cláusulas de ajuste

Característica Clave

Los bonos indexados ofrecen una **tasa real garantizada**, independiente de la inflación realizada.

Funcionamiento de un Bono Indexado

Ejemplo: Bono con principal indexado

- Principal inicial: $1,000
- Cupón: 3% real anual
- Vencimiento: 2 años
- Inflación año 1: 5%, año 2: 4%

Funcionamiento de un Bono Indexado

Ejemplo: Bono con principal indexado

- Principal inicial: \$1,000
- Cupón: 3% real anual
- Vencimiento: 2 años
- Inflación año 1: 5%, año 2: 4%

Flujos de caja:

Año	Principal Ajustado	Cupón	Pago Total
1	$1,000 \times 1.05 = 1,050$	$1,050 \times 3\% = 31.50$	\$31.50
2	$1,050 \times 1.04 = 1,092$	$1,092 \times 3\% = 32.76$	\$1,124.76

Funcionamiento de un Bono Indexado

Ejemplo: Bono con principal indexado

- Principal inicial: $1,000
- Cupón: 3% real anual
- Vencimiento: 2 años
- Inflación año 1: 5%, año 2: 4%

Flujos de caja:

Año	Principal Ajustado	Cupón	Pago Total
1	$1,000 \times 1.05 = 1,050$	$1,050 \times 3\% = 31.50$	$31.50
2	$1,050 \times 1.04 = 1,092$	$1,092 \times 3\% = 32.76$	$1,124.76

El inversionista recibe 3% real independientemente de la inflación.

Unidades de Inversión (UDI / UF)

Concepto

Una **unidad de cuenta** que se ajusta diariamente por inflación, permitiendo que contratos mantengan su valor real.

Unidades de Inversión (UDI / UF)

Concepto

Una **unidad de cuenta** que se ajusta diariamente por inflación, permitiendo que contratos mantengan su valor real.

Ejemplo (México - UDI):

- Valor inicial UDI: 1 peso (1995)
- Valor actual (2024): $\approx$ 8.2 pesos
- Un préstamo en UDIs mantiene el valor real del principal

Unidades de Inversión (UDI / UF)

Concepto

Una **unidad de cuenta** que se ajusta diariamente por inflación, permitiendo que contratos mantengan su valor real.

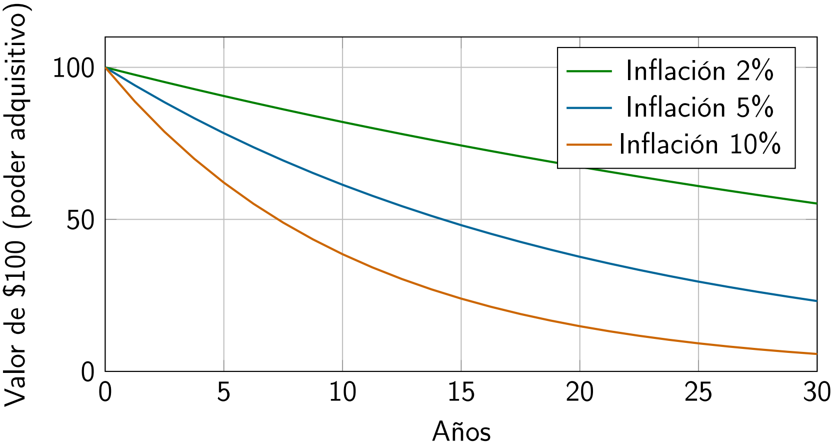
Ejemplo (México - UDI):

- Valor inicial UDI: 1 peso (1995)
- Valor actual (2024): $\approx$ 8.2 pesos
- Un préstamo en UDIs mantiene el valor real del principal

Cálculo:

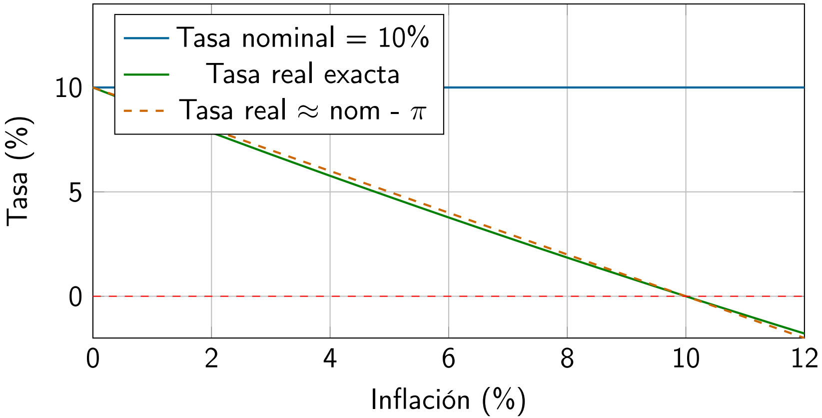
$$\text{Monto en pesos} = \text{Monto en UDIs} \times \text{Valor UDI del día}$$

Erosión del Poder Adquisitivo



Observación: Al 5% anual, \$100 pierden la mitad de su valor en $\approx$ 14 años.

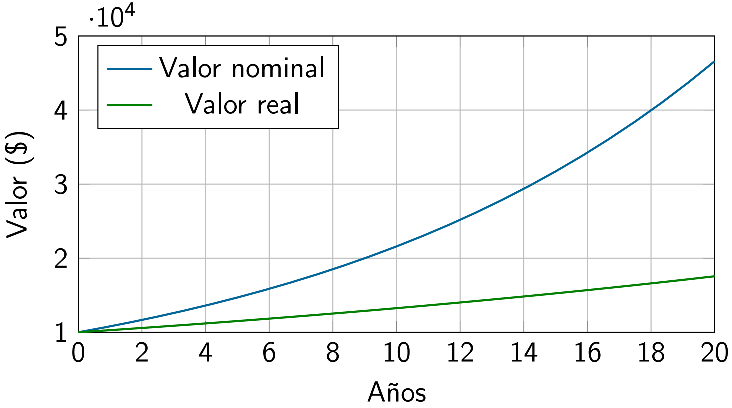
Tasa Nominal vs. Real vs. Inflación



Cuando la inflación iguala la tasa nominal, la tasa real es cero.

Crecimiento Nominal vs. Real

Inversión de $10,000 al 8% nominal, inflación 5%:



En 20 años: Nominal = $46,610, Real = $17,536 (en poder adquisitivo de hoy).

Regla del 70

Para estimar en cuántos años la inflación reduce el poder adquisitivo a la mitad:

$$\boxed{n \approx \frac{70}{\pi\%}}$$

Regla del 70 para Inflación

Regla del 70

Para estimar en cuántos años la inflación reduce el poder adquisitivo a la mitad:

$$\boxed{n \approx \frac{70}{\pi\%}}$$

Ejemplos:

- Inflación 2%: $70/2 = 35$ años para perder la mitad
- Inflación 5%: $70/5 = 14$ años para perder la mitad
- Inflación 10%: $70/10 = 7$ años para perder la mitad

Regla del 70 para Inflación

Regla del 70

Para estimar en cuántos años la inflación reduce el poder adquisitivo a la mitad:

$$\boxed{n \approx \frac{70}{\pi\%}}$$

Ejemplos:

- Inflación 2%: $70/2 = 35$ años para perder la mitad
- Inflación 5%: $70/5 = 14$ años para perder la mitad
- Inflación 10%: $70/10 = 7$ años para perder la mitad

Verificación

Al 5%: $(1.05)^{14} = 1.98 \approx 2$ ✓

Aproximación de Fisher Mejorada

Para tasas moderadas

$$r_{real} \approx r_{nom} - \pi - \frac{r_{nom} \cdot \pi}{1 + \pi}$$

Aproximación de Fisher Mejorada

Para tasas moderadas

$$r_{real} \approx r_{nom} - \pi - \frac{r_{nom} \cdot \pi}{1 + \pi}$$

Ejemplo: $r_{nom} = 15\%$, $\pi = 8\%$

Aproximación de Fisher Mejorada

Para tasas moderadas

$$r_{real} \approx r_{nom} - \pi - \frac{r_{nom} \cdot \pi}{1 + \pi}$$

Ejemplo: $r_{nom} = 15\%$, $\pi = 8\%$
Aproximación simple: $r_{real} \approx 15\% - 8\% = 7\%$

Aproximación de Fisher Mejorada

Para tasas moderadas

$$r_{real} \approx r_{nom} - \pi - \frac{r_{nom} \cdot \pi}{1 + \pi}$$

Ejemplo: $r_{nom} = 15\%$, $\pi = 8\%$
Aproximación simple: $r_{real} \approx 15\% - 8\% = 7\%$
Aproximación mejorada:

$$\begin{aligned} r_{real} &\approx 15\% - 8\% - \frac{0.15 \times 0.08}{1.08} \\ &= 7\% - 1.11\% = 5.89\% \end{aligned}$$

Aproximación de Fisher Mejorada

Para tasas moderadas

$$r_{real} \approx r_{nom} - \pi - \frac{r_{nom} \cdot \pi}{1 + \pi}$$

Ejemplo: $r_{nom} = 15\%$, $\pi = 8\%$
Aproximación simple: $r_{real} \approx 15\% - 8\% = 7\%$
Aproximación mejorada:

$$\begin{aligned} r_{real} &\approx 15\% - 8\% - \frac{0.15 \times 0.08}{1.08} \\ &= 7\% - 1.11\% = 5.89\% \end{aligned}$$

Exacto: $\frac{1.15}{1.08} - 1 = 6.48\%$
La aproximación mejorada es más precisa cuando las tasas son altas.

Tasa real aproximada ($r_{nom} - \pi$) vs. exacta:

r_{nom}	π	Aprox.	Exacta	Error
5%	2%	3.00%	2.94%	0.06 pp
8%	3%	5.00%	4.85%	0.15 pp
10%	5%	5.00%	4.76%	0.24 pp
15%	8%	7.00%	6.48%	0.52 pp
20%	12%	8.00%	7.14%	0.86 pp
30%	25%	5.00%	4.00%	1.00 pp

Tabla de Referencia Rápida

Tasa real aproximada ($r_{nom} - \pi$) vs. exacta:

r_{nom}	π	Aprox.	Exacta	Error
5%	2%	3.00%	2.94%	0.06 pp
8%	3%	5.00%	4.85%	0.15 pp
10%	5%	5.00%	4.76%	0.24 pp
15%	8%	7.00%	6.48%	0.52 pp
20%	12%	8.00%	7.14%	0.86 pp
30%	25%	5.00%	4.00%	1.00 pp

Conclusión: La aproximación funciona bien para tasas bajas; usar la fórmula exacta cuando $\pi > 10\%$.

HP 12C: Cálculo de Tasa Real

No hay función directa para tasa real, pero podemos calcularla paso a paso.

HP 12C: Cálculo de Tasa Real

No hay función directa para tasa real, pero podemos calcularla paso a paso.

Problema

Calcular la tasa real si $r_{nom} = 12\%$ y $\pi = 5\%$.

HP 12C: Cálculo de Tasa Real

No hay función directa para tasa real, pero podemos calcularla paso a paso.

Problema

Calcular la tasa real si $r_{nom} = 12\%$ y $\pi = 5\%$.

Teclas	**Display**	**Descripción**
`1.12 ENTER`	1.12	Factor nominal
`1.05` $\div$	1.0667	Factor real
`1 -`	0.0667	Tasa real decimal
100 $\times$	**6.67**	Tasa real %

HP 12C: Cálculo de Tasa Real

No hay función directa para tasa real, pero podemos calcularla paso a paso.

Problema

Calcular la tasa real si $r_{nom} = 12\%$ y $\pi = 5\%$.

Teclas	**Display**	**Descripción**
`1.12 ENTER`	1.12	Factor nominal
`1.05` $\div$	1.0667	Factor real
`1 -`	0.0667	Tasa real decimal
100 $\times$	**6.67**	Tasa real %

Tasa real = 6.67%

HP 12C: Valor Presente con Inflación

Problema

Recibirás $50,000 nominales en 5 años. La tasa nominal es 10% y la inflación 4%. ¿Cuál es el VP?

HP 12C: Valor Presente con Inflación

Problema

Recibirás \$50,000 nominales en 5 años. La tasa nominal es 10% y la inflación 4%. ¿Cuál es el VP?

Opción 1: Usar tasa nominal directamente

Teclas	Display	Descripción
`f CLX`	0.00	Limpiar
`50000 FV`	50,000.00	Valor futuro nominal
`10 i`	10.00	Tasa nominal
`5 n`	5.00	Períodos
`PV`	**-31,046.07**	Valor presente

Continuando el ejemplo anterior...
El VP de \$31,046 está en pesos de hoy. ¿Cuál es su poder adquisitivo en 5 años?

HP 12C: Poder Adquisitivo del VP

Continuando el ejemplo anterior...
El VP de $31,046 está en pesos de hoy. ¿Cuál es su poder adquisitivo en 5 años?

Ajuste por inflación futura:

Teclas	Display	Descripción
`31046.07 PV`	31,046.07	VP calculado
`4 i`	4.00	Tasa de inflación
`5 n`	5.00	Períodos
`FV`	**37,773.24**	Equivalente nominal en año 5

HP 12C: Poder Adquisitivo del VP

Continuando el ejemplo anterior...
El VP de $31,046 está en pesos de hoy. ¿Cuál es su poder adquisitivo en 5 años?

Ajuste por inflación futura:

Teclas	**Display**	**Descripción**
`31046.07 PV`	31,046.07	VP calculado
`4 i`	4.00	Tasa de inflación
`5 n`	5.00	Períodos
`FV`	**37,773.24**	Equivalente nominal en año 5

$31,046 hoy tienen el mismo poder adquisitivo que $37,773 en 5 años.

Ejercicio 1: Tasa Real Básica

Problema

Un CETE paga 11% anual nominal. La inflación esperada es 4.5%. ¿Cuál es la tasa real esperada?

Ejercicio 1: Tasa Real Básica

Problema

Un CETE paga 11% anual nominal. La inflación esperada es 4.5%. ¿Cuál es la tasa real esperada?

Solución exacta:

$$r_{real} = \frac{1 + r_{nom}}{1 + \pi} - 1$$

$$r_{real} = \frac{1.11}{1.045} - 1$$

$$r_{real} = 1.0622 - 1 = 6.22\%$$

Ejercicio 1: Tasa Real Básica

Problema

Un CETE paga 11% anual nominal. La inflación esperada es 4.5%. ¿Cuál es la tasa real esperada?

Solución exacta:

$$r_{real} = \frac{1 + r_{nom}}{1 + \pi} - 1$$
$$r_{real} = \frac{1.11}{1.045} - 1$$
$$r_{real} = 1.0622 - 1 = 6.22\%$$

Aproximación: $r_{real} \approx 11\% - 4.5\% = 6.5\%$
Error: 0.28 pp (aceptable para estimaciones rápidas).

Ejercicio 2: Tasa Nominal Requerida

Problema

Un inversionista requiere un rendimiento real mínimo de 4%. Si la inflación esperada es 6%, ¿qué tasa nominal mínima debe exigir?

Ejercicio 2: Tasa Nominal Requerida

Problema

Un inversionista requiere un rendimiento real mínimo de 4%. Si la inflación esperada es 6%, ¿qué tasa nominal mínima debe exigir?

Usando la ecuación de Fisher:

$$
\begin{aligned}
(1 + r_{real})(1 + \pi) &= (1 + r_{nom}) \\
(1.04)(1.06) &= 1 + r_{nom} \\
1.1024 &= 1 + r_{nom} \\
r_{nom} &= 10.24\%
\end{aligned}
$$

Ejercicio 2: Tasa Nominal Requerida

Problema

Un inversionista requiere un rendimiento real mínimo de 4%. Si la inflación esperada es 6%, ¿qué tasa nominal mínima debe exigir?

Usando la ecuación de Fisher:

$$\begin{aligned}(1 + r_{real})(1 + \pi) &= (1 + r_{nom}) \\ (1.04)(1.06) &= 1 + r_{nom} \\ 1.1024 &= 1 + r_{nom} \\ r_{nom} &= 10.24\%\end{aligned}$$

Verificación con aproximación: $r_{nom} \approx 4\% + 6\% = 10\%$ (cerca).
Respuesta: Debe exigir al menos 10.24% nominal.

Ejercicio 3: Flujos Reales y Nominales

Problema

Un proyecto genera $100,000 reales anuales por 3 años. La tasa real de descuento es 5% y la inflación es 3%. Calcula el VP usando ambos métodos.

Ejercicio 3: Flujos Reales y Nominales

Problema

Un proyecto genera $100,000 reales anuales por 3 años. La tasa real de descuento es 5% y la inflación es 3%. Calcula el VP usando ambos métodos.

Método Real:

$$VP = \frac{100,000}{1.05} + \frac{100,000}{(1.05)^2} + \frac{100,000}{(1.05)^3}$$

$$VP = 95,238 + 90,703 + 86,384 = \$272,325$$

Ejercicio 3: Flujos Reales y Nominales

Problema

Un proyecto genera $100,000 reales anuales por 3 años. La tasa real de descuento es 5% y la inflación es 3%. Calcula el VP usando ambos métodos.

Método Real:

$$VP = \frac{100,000}{1.05} + \frac{100,000}{(1.05)^2} + \frac{100,000}{(1.05)^3}$$

$$VP = 95,238 + 90,703 + 86,384 = \$272,325$$

Método Nominal: $r_{nom} = 1.05 \times 1.03 - 1 = 8.15\%$

$$CF_1 = 100,000 \times 1.03 = 103,000$$

$$CF_2 = 100,000 \times (1.03)^2 = 106,090$$

$$CF_3 = 100,000 \times (1.03)^3 = 109,273$$

$VP = \frac{103{,}000}{1.0815} + \frac{106{,}090}{(1.0815)^2} + \frac{109{,}273}{(1.0815)^3} = \$272,324$

Ejercicio 4: Planificación del Retiro

Problema

Necesitas \$500,000 en poder adquisitivo de hoy para retirarte en 25 años. Si la inflación promedio será 3% y puedes invertir al 7% nominal, ¿cuánto debes invertir hoy?

Ejercicio 4: Planificación del Retiro

Problema

Necesitas \$500,000 en poder adquisitivo de hoy para retirarte en 25 años. Si la inflación promedio será 3% y puedes invertir al 7% nominal, ¿cuánto debes invertir hoy?

Paso 1: Calcular cuánto necesitas nominalmente en 25 años:

$$F_{nom} = 500,000 \times (1.03)^{25} = 500,000 \times 2.0938 = \$1,046,900$$

Ejercicio 4: Planificación del Retiro

Problema

Necesitas $500,000 en poder adquisitivo de hoy para retirarte en 25 años. Si la inflación promedio será 3% y puedes invertir al 7% nominal, ¿cuánto debes invertir hoy?

Paso 1: Calcular cuánto necesitas nominalmente en 25 años:

$$F_{nom} = 500,000 \times (1.03)^{25} = 500,000 \times 2.0938 = \$1,046,900$$

Paso 2: Calcular VP con tasa nominal:

$$P = \frac{1,046,900}{(1.07)^{25}} = \frac{1,046,900}{5.4274} = \$192,912$$

Ejercicio 4: Planificación del Retiro

Problema

Necesitas $500,000 en poder adquisitivo de hoy para retirarte en 25 años. Si la inflación promedio será 3% y puedes invertir al 7% nominal, ¿cuánto debes invertir hoy?

Paso 1: Calcular cuánto necesitas nominalmente en 25 años:

$$F_{nom} = 500,000 \times (1.03)^{25} = 500,000 \times 2.0938 = \$1,046,900$$

Paso 2: Calcular VP con tasa nominal:

$$P = \frac{1,046,900}{(1.07)^{25}} = \frac{1,046,900}{5.4274} = \$192,912$$

Respuesta: Debes invertir $192,912 hoy.

Ejercicio 5: Comparación de Inversiones

Problema

Inversión A: 9% nominal garantizado. Inversión B: 4% real garantizado (indexada). Si la inflación esperada es 4% pero puede variar entre 2% y 8%, ¿cuál es mejor?

Ejercicio 5: Comparación de Inversiones

Problema

Inversión A: 9% nominal garantizado. Inversión B: 4% real garantizado (indexada). Si la inflación esperada es 4% pero puede variar entre 2% y 8%, ¿cuál es mejor?

Análisis:

Inflación	r_{real} de A	r_{real} de B
2%	$(1.09/1.02) - 1 = 6.86\%$	4%
4%	$(1.09/1.04) - 1 = 4.81\%$	4%
8%	$(1.09/1.08) - 1 = 0.93\%$	4%

Ejercicio 5: Comparación de Inversiones

Problema

Inversión A: 9% nominal garantizado. Inversión B: 4% real garantizado (indexada). Si la inflación esperada es 4% pero puede variar entre 2% y 8%, ¿cuál es mejor?

Análisis:

Inflación	r_{real} de A	r_{real} de B
2%	$(1.09/1.02) - 1 = 6.86\%$	4%
4%	$(1.09/1.04) - 1 = 4.81\%$	4%
8%	$(1.09/1.08) - 1 = 0.93\%$	4%

Conclusión: A es mejor si la inflación es baja; B protege contra inflación alta.

Python: Funciones para Tasas Reales

```python
import numpy as np

def tasa_real_exacta(r_nom, inflacion):
    """Calcula tasa real usando ecuacion de Fisher exacta."""
    return (1 + r_nom) / (1 + inflacion) - 1

def tasa_real_aprox(r_nom, inflacion):
    """Aproximacion simple de Fisher."""
    return r_nom - inflacion

def tasa_nominal_requerida(r_real, inflacion):
    """Calcula tasa nominal dada tasa real e inflacion."""
    return (1 + r_real) * (1 + inflacion) - 1

# Ejemplos
r_nom = 0.12
pi = 0.05

print(f"Tasa nominal: {r_nom*100:.2f}%")
```

Python: Valor Presente con Inflación

```python
import numpy_financial as npf

def vp_flujos_reales(flujos_reales, r_real):
    """VP de flujos reales con tasa real."""
    vp = 0
    for t, cf in enumerate(flujos_reales):
        if t > 0:  # flujo en periodo t
            vp += cf / (1 + r_real)**t
    return vp

def vp_flujos_nominales(flujos_reales, r_nom, inflacion):
    """VP de flujos convertidos a nominales."""
    vp = 0
    for t, cf in enumerate(flujos_reales):
        if t > 0:
            cf_nom = cf * (1 + inflacion)**t
            vp += cf_nom / (1 + r_nom)**t
    return vp
```

Python: Simulación de Poder Adquisitivo

```python
import matplotlib.pyplot as plt
import numpy as np

años = np.arange(0, 31)
inversion_inicial = 100000
r_nom = 0.08
inflacion = 0.05

# Valor nominal
valor_nominal = inversion_inicial * (1 + r_nom)**años

# Valor real (poder adquisitivo)
valor_real = valor_nominal / (1 + inflacion)**años

plt.figure(figsize=(10, 6))
plt.plot(años, valor_nominal/1000, 'b-', label='Valor Nominal')
plt.plot(años, valor_real/1000, 'g-', label='Valor Real')
plt.xlabel('Años')
plt.ylabel('Valor (miles de $)')
```

Resumen de Fórmulas

Ecuación de Fisher

$$(1 + r_{real})(1 + \pi) = (1 + r_{nom})$$

Tasa Real Exacta

$$r_{real} = \frac{1 + r_{nom}}{1 + \pi} - 1$$

Aproximación

$$r_{real} \approx r_{nom} - \pi$$

Flujos Nominales

$$CF_{nom,t} = CF_{real} \times (1 + \pi)^t$$

Regla del 70

$$n_{\div 2} \approx \frac{70}{\pi\%}$$

Tasa Nominal Requerida

$$r_{nom} = (1 + r_{real})(1 + \pi) - 1$$

Conceptos Clave

1. La **inflación** erosiona el poder adquisitivo del dinero
2. La **tasa real** mide el verdadero rendimiento ajustado
3. La **ecuación de Fisher** relaciona tasas nominales, reales e inflación
4. Flujos nominales $\rightarrow$ tasa nominal; Flujos reales $\rightarrow$ tasa real
5. Los **instrumentos indexados** protegen contra la inflación
6. Las tasas reales pueden ser **negativas**
7. La **Regla del 70** estima el tiempo para perder la mitad del valor

Tarea para la Próxima Sesión

1. **Ejercicios HP 12C:**
   - Calcular tasa real si $r_{nom} = 15\%$ y $\pi = 9\%$
   - VP de \$200,000 nominales en 10 años, $r_{nom} = 8\%$, $\pi = 3\%$
2. **Problema:** Un bono paga \$1,000 reales anuales por 5 años. Si $r_{real} = 3\%$ y $\pi = 4\%$, calcula el VP usando ambos métodos.
3. **Python:** Grafica cómo cambia la tasa real cuando la inflación varía de 0% a 15%, manteniendo $r_{nom} = 10\%$ fijo.
4. **Investigación:** Busca la inflación actual de tu país y calcula la tasa real de una cuenta de ahorro típica.

¿Preguntas?

Próxima Sesión:

Anualidades Ordinarias (Vencidas)

Semana 3, Clase 1