Valor Presente y Descuento

El proceso inverso de la capitalización

Matemáticas Financieras

Valor del Dinero en el Tiempo

Semana 1 | Clase 2 | Duración: 1h 50min

Contenido de la Sesión

Conexión con la Sesión Anterior

Sesión 1: Capitalización

Aprendimos a mover el dinero **hacia adelante** en el tiempo:

$$F = P(1 + r)^n$$

Dado un valor presente P, calculamos su valor futuro F.

Conexión con la Sesión Anterior

Sesión 1: Capitalización

Aprendimos a mover el dinero **hacia adelante** en el tiempo:

$$F = P(1 + r)^n$$

Dado un valor presente P, calculamos su valor futuro F.

Sesión 2: Descuento

Hoy aprenderemos el proceso **inverso**: mover el dinero **hacia atrás** en el tiempo.
Pregunta clave: ¿Cuánto vale HOY un pago que recibiré en el FUTURO?

Objetivos de Aprendizaje

Al finalizar esta sesión, serás capaz de:

1. Comprender el concepto de valor presente y su derivación
2. Aplicar el factor de descuento para traer valores al presente
3. Distinguir entre tasa de descuento y tasa de interés
4. Construir e interpretar diagramas de flujo de caja
5. Diferenciar entre descuento simple y descuento compuesto
6. Calcular el valor presente de flujos futuros con HP 12C y Python

Motivación: ¿Cuánto Pagarías Hoy?

Pregunta

Te prometen pagar \$10,000 dentro de 5 años con certeza. Si puedes invertir al 8% anual, ¿cuál es el **máximo** que pagarías hoy por ese derecho?

Motivación: ¿Cuánto Pagarías Hoy?

Pregunta

Te prometen pagar \$10,000 dentro de 5 años con certeza. Si puedes invertir al 8% anual, ¿cuál es el **máximo** que pagarías hoy por ese derecho?

Razonamiento:

- Si pagas X hoy, en 5 años tendrás: $X(1.08)^5$

Motivación: ¿Cuánto Pagarías Hoy?

Pregunta

Te prometen pagar \$10,000 dentro de 5 años con certeza. Si puedes invertir al 8% anual, ¿cuál es el **máximo** que pagarías hoy por ese derecho?

Razonamiento:

- Si pagas X hoy, en 5 años tendrás: $X(1.08)^5$
- Para que valga la pena: $X(1.08)^5 \geq \$10,000$

Motivación: ¿Cuánto Pagarías Hoy?

Pregunta

Te prometen pagar \$10,000 dentro de 5 años con certeza. Si puedes invertir al 8% anual, ¿cuál es el **máximo** que pagarías hoy por ese derecho?

Razonamiento:

- Si pagas X hoy, en 5 años tendrás: $X(1.08)^5$
- Para que valga la pena: $X(1.08)^5 \geq \$10,000$
- El punto de indiferencia: $X = \$10,000/(1.08)^5$

Motivación: ¿Cuánto Pagarías Hoy?

Pregunta

Te prometen pagar \$10,000 dentro de 5 años con certeza. Si puedes invertir al 8% anual, ¿cuál es el **máximo** que pagarías hoy por ese derecho?

Razonamiento:

- Si pagas X hoy, en 5 años tendrás: $X(1.08)^5$
- Para que valga la pena: $X(1.08)^5 \geq \$10,000$
- El punto de indiferencia: $X = \$10,000/(1.08)^5$
- $X = \$10,000/1.4693 = \$6,805.83$

Motivación: ¿Cuánto Pagarías Hoy?

Pregunta

Te prometen pagar \$10,000 dentro de 5 años con certeza. Si puedes invertir al 8% anual, ¿cuál es el **máximo** que pagarías hoy por ese derecho?

Razonamiento:

- Si pagas X hoy, en 5 años tendrás: $X(1.08)^5$
- Para que valga la pena: $X(1.08)^5 \geq \$10,000$
- El punto de indiferencia: $X = \$10,000/(1.08)^5$
- $X = \$10,000/1.4693 = \$6,805.83$

Conclusión

\$6,805.83 hoy es **equivalente** a \$10,000 en 5 años (al 8%).

Definiciones Clave

Valor Presente (P o PV)

Valor actual de un flujo de dinero futuro, descontado a una tasa apropiada.

Definiciones Clave

Valor Presente (P o PV)

Valor actual de un flujo de dinero futuro, descontado a una tasa apropiada.

Factor de Descuento

El término $\frac{1}{(1+r)^n}$ que "reduce" el valor futuro al presente.

Definiciones Clave

Valor Presente (P o PV)

Valor actual de un flujo de dinero futuro, descontado a una tasa apropiada.

Factor de Descuento

El término $\dfrac{1}{(1+r)^n}$ que "reduce" el valor futuro al presente.

Tasa de Descuento (r)

Tasa utilizada para calcular el valor presente. Refleja el costo de oportunidad del dinero.

Definiciones Clave

Valor Presente (P o PV)

Valor actual de un flujo de dinero futuro, descontado a una tasa apropiada.

Factor de Descuento

El término $\frac{1}{(1+r)^n}$ que "reduce" el valor futuro al presente.

Tasa de Descuento (r)

Tasa utilizada para calcular el valor presente. Refleja el costo de oportunidad del dinero.

Nota Importante

Descontar es el proceso de encontrar el valor presente de un flujo futuro.

De Capitalización a Descuento

Partimos de la fórmula de valor futuro:

$$F = P(1 + r)^n$$

De Capitalización a Descuento

Partimos de la fórmula de valor futuro:

$$F = P(1 + r)^n$$

Despejamos el valor presente P**:**

$$F = P(1 + r)^n$$

$$\frac{F}{(1 + r)^n} = P$$

$$P = F \cdot \frac{1}{(1 + r)^n}$$

Fórmula del Valor Presente

$$\boxed{P = \frac{F}{(1 + r)^n} = F \cdot (1 + r)^{-n}}$$

De Capitalización a Descuento

Partimos de la fórmula de valor futuro:

$$F = P(1 + r)^n$$

Despejamos el valor presente P:

$$F = P(1 + r)^n$$

$$P = F \cdot \frac{1}{(1 + r)^n}$$

Fórmula del Valor Presente

$$\boxed{P = \frac{F}{(1 + r)^n} = F \cdot (1 + r)^{-n}}$$

De Capitalización a Descuento

Partimos de la fórmula de valor futuro:

$$F = P(1 + r)^n$$

Despejamos el valor presente P**:**

$$F = P(1 + r)^n$$

$$\frac{F}{(1 + r)^n} = P$$

$$P = F \cdot \frac{1}{(1 + r)^n}$$

De Capitalización a Descuento

Partimos de la fórmula de valor futuro:

$$F = P(1+r)^n$$

Despejamos el valor presente P**:**

$$F = P(1+r)^n$$

$$\frac{F}{(1+r)^n} = P$$

$$P = F \cdot \frac{1}{(1+r)^n}$$

Fórmula del Valor Presente

$$\boxed{P = \frac{F}{(1+r)^n} = F \cdot (1+r)^{-n}}$$

El Factor de Descuento

Definimos el **factor de descuento** como:

$$\boxed{DF = \frac{1}{(1+r)^n} = (1+r)^{-n}}$$

El Factor de Descuento

Definimos el **factor de descuento** como:

$$\boxed{DF = \frac{1}{(1+r)^n} = (1+r)^{-n}}$$

Propiedades del factor de descuento:

- Siempre está entre 0 y 1 (para $r > 0$)

El Factor de Descuento

Definimos el **factor de descuento** como:

$$\boxed{DF = \frac{1}{(1+r)^n} = (1+r)^{-n}}$$

Propiedades del factor de descuento:

- Siempre está entre 0 y 1 (para $r > 0$)
- Cuando $n = 0$: $DF = 1$ (no hay descuento)

El Factor de Descuento

Definimos el **factor de descuento** como:

$$\boxed{DF = \frac{1}{(1+r)^n} = (1+r)^{-n}}$$

Propiedades del factor de descuento:

- Siempre está entre 0 y 1 (para $r > 0$)
- Cuando $n = 0$: $DF = 1$ (no hay descuento)
- A mayor n: menor DF (más lejos = menos valor hoy)

El Factor de Descuento

Definimos el **factor de descuento** como:

$$\boxed{DF = \frac{1}{(1+r)^n} = (1+r)^{-n}}$$

Propiedades del factor de descuento:

- Siempre está entre 0 y 1 (para $r > 0$)
- Cuando $n = 0$: $DF = 1$ (no hay descuento)
- A mayor n: menor DF (más lejos = menos valor hoy)
- A mayor r: menor DF (mayor costo de oportunidad)

El Factor de Descuento

Definimos el **factor de descuento** como:

$$\boxed{DF = \frac{1}{(1+r)^n} = (1+r)^{-n}}$$

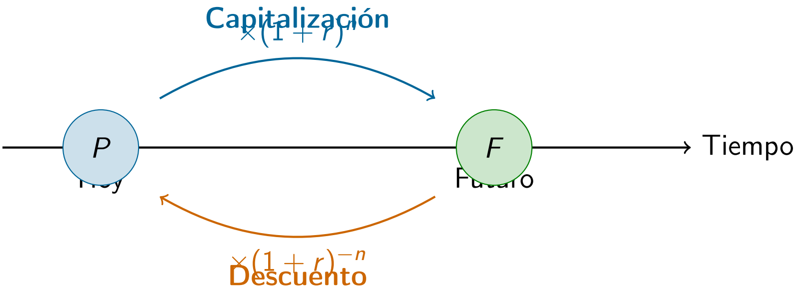
Propiedades del factor de descuento:

- Siempre está entre 0 y 1 (para $r > 0$)
- Cuando $n = 0$: $DF = 1$ (no hay descuento)
- A mayor n: menor DF (más lejos = menos valor hoy)
- A mayor r: menor DF (mayor costo de oportunidad)

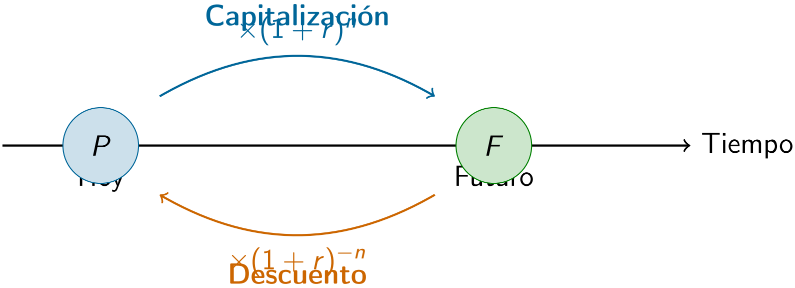
Relación con el factor de capitalización:

$$\text{Factor de descuento} = \frac{1}{\text{Factor de capitalización}}$$

Factor de Descuento vs. Factor de Capitalización



Factor de Descuento vs. Factor de Capitalización



Capitalización:

$$F = P \cdot (1+r)^n$$

Mover hacia el futuro

Descuento:

$$P = F \cdot (1+r)^{-n}$$

Mover hacia el presente

Tasa de Descuento vs. Tasa de Interés

¿Son lo mismo?

Matemáticamente, usamos el mismo valor r, pero conceptualmente tienen interpretaciones distintas:

Tasa de Descuento vs. Tasa de Interés

¿Son lo mismo?

Matemáticamente, usamos el mismo valor r, pero conceptualmente tienen interpretaciones distintas:

Tasa de Interés

- Perspectiva del prestamista
- Lo que **ganas** por prestar
- Mide el crecimiento del dinero

Tasa de Descuento

- Perspectiva del inversionista
- El **costo de oportunidad**
- Mide la pérdida de valor en el tiempo

Tasa de Descuento vs. Tasa de Interés

¿Son lo mismo?

Matemáticamente, usamos el mismo valor r, pero conceptualmente tienen interpretaciones distintas:

Tasa de Interés

- Perspectiva del prestamista
- Lo que **ganas** por prestar
- Mide el crecimiento del dinero

Tasa de Descuento

- Perspectiva del inversionista
- El **costo de oportunidad**
- Mide la pérdida de valor en el tiempo

En la práctica

La tasa de descuento refleja el **rendimiento mínimo requerido** que exige un inversionista para aceptar un flujo futuro.

Tabla de Factores de Descuento

Factores de descuento $(1 + r)^{-n}$ para valores comunes:

$r \setminus n$	1	5	10	15	20
5%	0.9524	0.7835	0.6139	0.4810	0.3769
8%	0.9259	0.6806	0.4632	0.3152	0.2145
10%	0.9091	0.6209	0.3855	0.2394	0.1486
12%	0.8929	0.5674	0.3220	0.1827	0.1037
15%	0.8696	0.4972	0.2472	0.1229	0.0611

Tabla de Factores de Descuento

Factores de descuento $(1+r)^{-n}$ para valores comunes:

$r \setminus n$	1	5	10	15	20
5%	0.9524	0.7835	0.6139	0.4810	0.3769
8%	0.9259	0.6806	0.4632	0.3152	0.2145
10%	0.9091	0.6209	0.3855	0.2394	0.1486
12%	0.8929	0.5674	0.3220	0.1827	0.1037
15%	0.8696	0.4972	0.2472	0.1229	0.0611

Ejemplo de uso

VP de $10,000 en 10 años al 10%: $P = \$10,000 \times 0.3855 = \$3,855$

¿Qué es un Diagrama de Flujo de Caja?

Definición

Representación gráfica de los flujos de dinero a lo largo del tiempo, mostrando el momento y la dirección de cada flujo.

¿Qué es un Diagrama de Flujo de Caja?

Definición

Representación gráfica de los flujos de dinero a lo largo del tiempo, mostrando el momento y la dirección de cada flujo.

Elementos del diagrama:

- **Línea horizontal:** Eje del tiempo (períodos)
- **Flechas hacia arriba:** Entradas de dinero (positivas)
- **Flechas hacia abajo:** Salidas de dinero (negativas)
- **Longitud de flechas:** Proporcional al monto

¿Qué es un Diagrama de Flujo de Caja?

Definición

Representación gráfica de los flujos de dinero a lo largo del tiempo, mostrando el momento y la dirección de cada flujo.

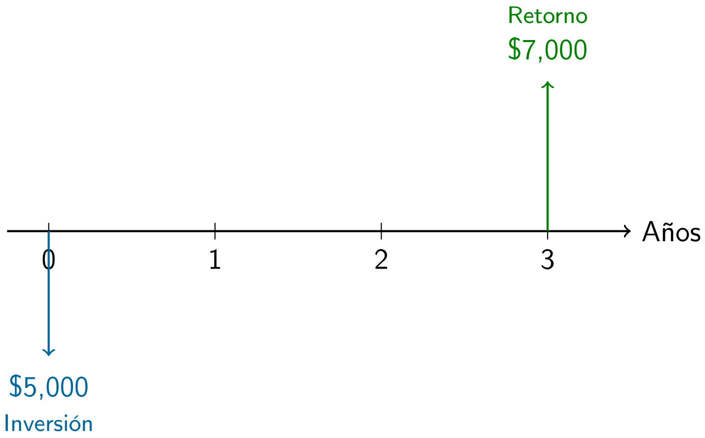
Elementos del diagrama:

- **Línea horizontal:** Eje del tiempo (períodos)
- **Flechas hacia arriba:** Entradas de dinero (positivas)
- **Flechas hacia abajo:** Salidas de dinero (negativas)
- **Longitud de flechas:** Proporcional al monto

Importancia

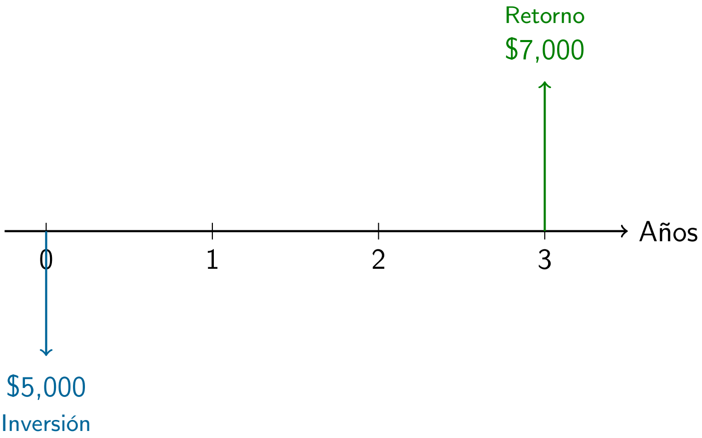
Los diagramas ayudan a visualizar problemas complejos y evitar errores de signo.

Situación: Inviertes $5,000 hoy y recibes $7,000 en 3 años.



Ejemplo: Inversión Simple

Situación: Inviertes \$5,000 hoy y recibes \$7,000 en 3 años.



Pregunta: ¿Es buena inversión si el costo de oportunidad es 12%?

Método 1: Llevar todo al futuro

$$VF_{\text{inversión}} = \$5,000 \times (1.12)^3 = \$5,000 \times 1.4049 = \$7,025$$

Como \$7,025 > \$7,000, **no** es buena inversión (ganas menos de lo que podrías).

Análisis del Ejemplo

Método 1: Llevar todo al futuro

$$VF_{\text{inversión}} = \$5,000 \times (1.12)^3 = \$5,000 \times 1.4049 = \$7,025$$

Como \$7,025 > \$7,000, **no** es buena inversión (ganas menos de lo que podrías).

Método 2: Llevar todo al presente

$$VP_{\text{retorno}} = \$7,000 \times (1.12)^{-3} = \$7,000 \times 0.7118 = \$4,983$$

Como \$4,983 < \$5,000, **no** es buena inversión (el VP del retorno es menor que la inversión).

Análisis del Ejemplo

Método 1: Llevar todo al futuro

$$VF_{\text{inversión}} = \$5,000 \times (1.12)^3 = \$5,000 \times 1.4049 = \$7,025$$

Como \$7,025 > \$7,000, **no** es buena inversión (ganas menos de lo que podrías).

Método 2: Llevar todo al presente

$$VP_{\text{retorno}} = \$7,000 \times (1.12)^{-3} = \$7,000 \times 0.7118 = \$4,983$$

Como \$4,983 < \$5,000, **no** es buena inversión (el VP del retorno es menor que la inversión).

Ambos métodos dan la misma respuesta

Siempre debemos comparar valores en el **mismo punto del tiempo**.

Diagrama con Múltiples Flujos

Situación: Recibes \$2,000 al final del año 1, \$3,000 al final del año 2, y \$4,000 al final del año 3.

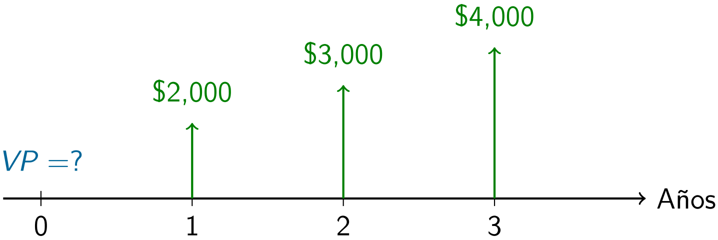
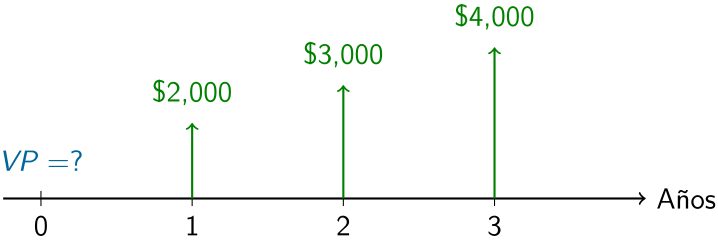


Diagrama con Múltiples Flujos

Situación: Recibes \$2,000 al final del año 1, \$3,000 al final del año 2, y \$4,000 al final del año 3.



Valor Presente Total (al 10%):

$$VP = \frac{2,000}{(1.10)^1} + \frac{3,000}{(1.10)^2} + \frac{4,000}{(1.10)^3}$$

$$VP = 1,818 + 2,479 + 3,005 = \$7,302$$

Descuento Simple (Comercial)

Definición

En el **descuento simple**, el descuento se calcula sobre el valor nominal (futuro) del documento.

Descuento Simple (Comercial)

Definición

En el **descuento simple**, el descuento se calcula sobre el valor nominal (futuro) del documento.

Fórmula del descuento simple:

$$D = F \cdot d \cdot n$$

donde d es la **tasa de descuento** y D es el monto del descuento.

Descuento Simple (Comercial)

Definición

En el **descuento simple**, el descuento se calcula sobre el valor nominal (futuro) del documento.

Fórmula del descuento simple:

$$D = F \cdot d \cdot n$$

donde d es la **tasa de descuento** y D es el monto del descuento.

Valor Presente:

$$\boxed{P = F - D = F(1 - d \cdot n)}$$

Descuento Simple (Comercial)

Definición

En el **descuento simple**, el descuento se calcula sobre el valor nominal (futuro) del documento.

Fórmula del descuento simple:

$$D = F \cdot d \cdot n$$

donde d es la **tasa de descuento** y D es el monto del descuento.

Valor Presente:

$$\boxed{P = F - D = F(1 - d \cdot n)}$$

Uso común

Se utiliza en operaciones de corto plazo: descuento de pagarés, letras de cambio, factoraje.

Ejemplo: Descuento de un Pagaré

Problema

Un pagaré con valor nominal de \$50,000 vence en 90 días. El banco lo descuenta a una tasa de descuento simple del 18% anual. ¿Cuánto recibe el tenedor hoy?

Ejemplo: Descuento de un Pagaré

Problema

Un pagaré con valor nominal de \$50,000 vence en 90 días. El banco lo descuenta a una tasa de descuento simple del 18% anual. ¿Cuánto recibe el tenedor hoy?

Solución:

$$n = \frac{90}{360} = 0.25 \text{ años}$$

$$D = F \cdot d \cdot n = 50,000 \times 0.18 \times 0.25 = \$2,250$$

$$P = F - D = 50,000 - 2,250 = \$47,750$$

Ejemplo: Descuento de un Pagaré

Problema

Un pagaré con valor nominal de $50,000 vence en 90 días. El banco lo descuenta a una tasa de descuento simple del 18% anual. ¿Cuánto recibe el tenedor hoy?

Solución:

$$n = \frac{90}{360} = 0.25 \text{ años}$$

$$D = F \cdot d \cdot n = 50,000 \times 0.18 \times 0.25 = \$2,250$$

$$P = F - D = 50,000 - 2,250 = \$47,750$$

El tenedor recibe **$47,750** hoy a cambio de un pagaré de $50,000 en 90 días.

Descuento Compuesto (Racional)

Definición

En el **descuento compuesto** (también llamado descuento racional o matemático), usamos la fórmula de valor presente con interés compuesto.

Descuento Compuesto (Racional)

Definición

En el **descuento compuesto** (también llamado descuento racional o matemático), usamos la fórmula de valor presente con interés compuesto.

Fórmula:

$$\boxed{P = \frac{F}{(1+r)^n}}$$

donde r es la tasa de interés (no la tasa de descuento).

Descuento Compuesto (Racional)

Definición

En el **descuento compuesto** (también llamado descuento racional o matemático), usamos la fórmula de valor presente con interés compuesto.

Fórmula:

$$\boxed{P = \frac{F}{(1+r)^n}}$$

donde r es la tasa de interés (no la tasa de descuento).

Uso común

Es el método estándar en finanzas para valuar flujos futuros, especialmente en plazos largos.

Comparación: Simple vs. Compuesto

Mismo problema: VP de \$10,000 a 2 años con tasa del 10%.

Comparación: Simple vs. Compuesto

Mismo problema: VP de \$10,000 a 2 años con tasa del 10%.

Descuento Simple:

$$P = F(1 - d \cdot n) = 10,000(1 - 0.10 \times 2)$$
$$P = 10,000 \times 0.80 = \$8,000$$

Comparación: Simple vs. Compuesto

Mismo problema: VP de $10,000 a 2 años con tasa del 10%.

Descuento Simple:

$$P = F(1 - d \cdot n) = 10,000(1 - 0.10 \times 2)$$
$$P = 10,000 \times 0.80 = \$8,000$$

Descuento Compuesto:

$$P = \frac{F}{(1+r)^n} = \frac{10,000}{(1.10)^2}$$
$$P = \frac{10,000}{1.21} = \$8,264.46$$

Comparación: Simple vs. Compuesto

Mismo problema: VP de $10,000 a 2 años con tasa del 10%.

Descuento Simple:

$$P = F(1 - d \cdot n) = 10,000(1 - 0.10 \times 2)$$
$$P = 10,000 \times 0.80 = \$8,000$$

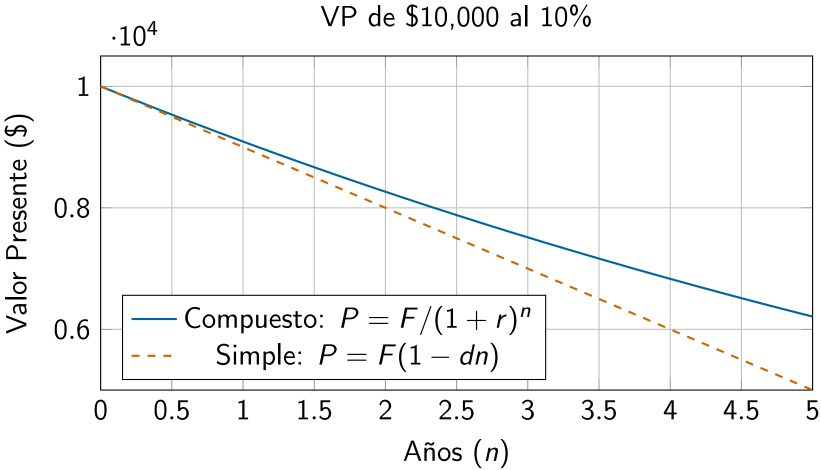
Descuento Compuesto:

$$P = \frac{F}{(1+r)^n} = \frac{10,000}{(1.10)^2}$$
$$P = \frac{10,000}{1.21} = \$8,264.46$$

Observación

El descuento simple genera un VP menor (descuenta más). Esta diferencia crece con el tiempo.

Gráfica Comparativa



Nota: A partir de $n = 10$ años, el descuento simple daría valores negativos (sin sentido).

Regla del 72 para Valor Presente

Aplicación Inversa de la Regla del 72

Si el dinero se duplica en $72/r\%$ años hacia adelante, también se **reduce a la mitad** en $72/r\%$ años hacia atrás.

Regla del 72 para Valor Presente

Aplicación Inversa de la Regla del 72

Si el dinero se duplica en $72/r\%$ años hacia adelante, también se **reduce a la mitad** en $72/r\%$ años hacia atrás.

Ejemplo: ¿Cuánto vale hoy \$100,000 que recibiré en 9 años al 8%?

Regla del 72 para Valor Presente

Aplicación Inversa de la Regla del 72

Si el dinero se duplica en $72/r\%$ años hacia adelante, también se **reduce a la mitad** en $72/r\%$ años hacia atrás.

Ejemplo: ¿Cuánto vale hoy \$100,000 que recibiré en 9 años al 8%?

1. Tiempo para duplicar al 8%: $72/8 = 9$ años
2. Por lo tanto, en 9 años el dinero se duplicaría
3. Hacia atrás: el valor se reduce a la mitad
4. $VP \approx \$100,000/2 = \$50,000$

Regla del 72 para Valor Presente

Aplicación Inversa de la Regla del 72

Si el dinero se duplica en $72/r\%$ años hacia adelante, también se **reduce a la mitad** en $72/r\%$ años hacia atrás.

Ejemplo: ¿Cuánto vale hoy $100,000 que recibiré en 9 años al 8%?

1. Tiempo para duplicar al 8%: $72/8 = 9$ años
2. Por lo tanto, en 9 años el dinero se duplicaría
3. Hacia atrás: el valor se reduce a la mitad
4. $VP \approx \$100,000/2 = \$50,000$

Verificación: $P = 100,000/(1.08)^9 = 100,000/2.00 = \$50,025$ ✓

Estimación por Mitades

Usando factores de descuento aproximados:

Tasa	Años para $\div 2$	Ejemplo
6%	12 años	\$80,000 en 12 años $\approx$ \$40,000 hoy
8%	9 años	\$80,000 en 9 años $\approx$ \$40,000 hoy
10%	7 años	\$80,000 en 7 años $\approx$ \$40,000 hoy
12%	6 años	\$80,000 en 6 años $\approx$ \$40,000 hoy

Estimación por Mitades

Usando factores de descuento aproximados:

Tasa	**Años para $\div 2$**	**Ejemplo**
6%	12 años	\$80,000 en 12 años $\approx$ \$40,000 hoy
8%	9 años	\$80,000 en 9 años $\approx$ \$40,000 hoy
10%	7 años	\$80,000 en 7 años $\approx$ \$40,000 hoy
12%	6 años	\$80,000 en 6 años $\approx$ \$40,000 hoy

Para períodos intermedios

Si el período es la mitad del tiempo de duplicación, el factor es aproximadamente $\sqrt{0.5} \approx 0.71$
Ejemplo: \$80,000 en 6 años al 12% $\approx$ \$40,000 (exacto: \$40,520)

Aproximación Lineal para Plazos Cortos

Para n pequeño

Si n es pequeño (1-3 años) y r es moderado:

$$(1+r)^{-n} \approx 1 - n \cdot r$$

Aproximación Lineal para Plazos Cortos

Para n pequeño

Si n es pequeño (1-3 años) y r es moderado:

$$(1 + r)^{-n} \approx 1 - n \cdot r$$

Ejemplo: VP de $10,000 en 2 años al 5%.

Aproximación Lineal para Plazos Cortos

Para n pequeño

Si n es pequeño (1-3 años) y r es moderado:

$$(1+r)^{-n} \approx 1 - n \cdot r$$

Ejemplo: VP de $10,000 en 2 años al 5%.
Aproximación:

$$DF \approx 1 - 2 \times 0.05 = 0.90$$
$$P \approx 10,000 \times 0.90 = \$9,000$$

Aproximación Lineal para Plazos Cortos

Para n pequeño

Si n es pequeño (1-3 años) y r es moderado:

$$(1+r)^{-n} \approx 1 - n \cdot r$$

Ejemplo: VP de $10,000 en 2 años al 5%.
Aproximación:

$$DF \approx 1 - 2 \times 0.05 = 0.90$$
$$P \approx 10,000 \times 0.90 = \$9,000$$

Exacto:

$$P = 10,000/(1.05)^2 = 10,000/1.1025 = \$9,070$$

Error: menos de 1%. Útil para cálculos mentales rápidos.

HP 12C: Recordatorio de Teclas

Tecla	Función
`n`	Número de períodos
`i`	Tasa de interés por período (%)
`PV`	Valor presente
`FV`	Valor futuro
`CHS`	Cambiar signo
`f CLX`	Limpiar registros financieros

HP 12C: Recordatorio de Teclas

Tecla	Función
`n`	Número de períodos
`i`	Tasa de interés por período (%)
`PV`	Valor presente
`FV`	Valor futuro
`CHS`	Cambiar signo
`f CLX`	Limpiar registros financieros

Recordatorio: Convención de Signos

- Si `FV` es positivo (dinero que recibes), `PV` será negativo
- Piensa: ¿cuánto **pagas** hoy para recibir ese `FV`?

HP 12C: Ejemplo 1 - Valor Presente Básico

Problema

¿Cuál es el valor presente de $25,000 que recibirás en 6 años si la tasa es 9% anual?

HP 12C: Ejemplo 1 - Valor Presente Básico

Problema

¿Cuál es el valor presente de $25,000 que recibirás en 6 años si la tasa es 9% anual?

Teclas	Display	Descripción
`f CLX`	0.00	Limpiar registros
`25000 FV`	25,000.00	Valor futuro
`9 i`	9.00	Tasa 9%
`6 n`	6.00	6 períodos
`PV`	**-14,906.57**	Valor presente

HP 12C: Ejemplo 1 - Valor Presente Básico

Problema

¿Cuál es el valor presente de $25,000 que recibirás en 6 años si la tasa es 9% anual?

Teclas	**Display**	**Descripción**
`f CLX`	0.00	Limpiar registros
`25000 FV`	25,000.00	Valor futuro
`9 i`	9.00	Tasa 9%
`6 n`	6.00	6 períodos
`PV`	**-14,906.57**	Valor presente

Respuesta: El VP es $14,906.57 (el signo negativo indica lo que pagarías hoy).

HP 12C: Ejemplo 2 - Comparar Opciones

Problema

Te ofrecen \$80,000 hoy o \$120,000 en 5 años. Si tu costo de oportunidad es 10%, ¿cuál eliges?

HP 12C: Ejemplo 2 - Comparar Opciones

Problema

Te ofrecen \$80,000 hoy o \$120,000 en 5 años. Si tu costo de oportunidad es 10%, ¿cuál eliges?

Calculamos VP de los \$120,000:

Teclas	Display	Descripción
`f CLX`	0.00	Limpiar
`120000 FV`	120,000.00	Valor futuro
`10 i`	10.00	Tasa 10%
`5 n`	5.00	5 años
`PV`	**-74,510.88**	VP de la opción futura

HP 12C: Ejemplo 2 - Comparar Opciones

Problema

Te ofrecen \$80,000 hoy o \$120,000 en 5 años. Si tu costo de oportunidad es 10%, ¿cuál eliges?

Calculamos VP de los \$120,000:

Teclas	Display	Descripción
`f CLX`	0.00	Limpiar
`120000 FV`	120,000.00	Valor futuro
`10 i`	10.00	Tasa 10%
`5 n`	5.00	5 años
`PV`	**-74,510.88**	VP de la opción futura

Decisión: \$80,000 hoy > \$74,510.88. **Elige los \$80,000 hoy.**

HP 12C: Ejemplo 3 - Encontrar la Tasa Implícita

Problema

Un bono sin cupón paga $1,000 al vencimiento en 3 años. Si hoy cuesta $850, ¿cuál es la tasa de rendimiento anual?

HP 12C: Ejemplo 3 - Encontrar la Tasa Implícita

Problema

Un bono sin cupón paga $1,000 al vencimiento en 3 años. Si hoy cuesta $850, ¿cuál es la tasa de rendimiento anual?

Teclas	**Display**	**Descripción**
`f CLX`	0.00	Limpiar
`850 CHS PV`	-850.00	Precio (lo que pagas)
`1000 FV`	1,000.00	Valor al vencimiento
`3 n`	3.00	3 años
`i`	**5.57**	Tasa anual

HP 12C: Ejemplo 3 - Encontrar la Tasa Implícita

Problema

Un bono sin cupón paga $1,000 al vencimiento en 3 años. Si hoy cuesta $850, ¿cuál es la tasa de rendimiento anual?

Teclas	**Display**	**Descripción**
`f CLX`	0.00	Limpiar
`850 CHS PV`	-850.00	Precio (lo que pagas)
`1000 FV`	1,000.00	Valor al vencimiento
`3 n`	3.00	3 años
`i`	**5.57**	Tasa anual

Verificación: $r = (1000/850)^{1/3} - 1 = 1.1765^{0.333} - 1 = 5.57\% \checkmark$

Ejercicio 1: Valor Presente Básico

Problema

¿Cuánto debes invertir hoy al 7% anual compuesto para tener \$50,000 en 10 años?

Ejercicio 1: Valor Presente Básico

Problema

¿Cuánto debes invertir hoy al 7% anual compuesto para tener $50,000 en 10 años?

Solución:

$$P = \frac{F}{(1+r)^n}$$

$$P = \frac{50,000}{(1.07)^{10}}$$

$$P = \frac{50,000}{1.9672}$$

$$P = \$25,417.70$$

Ejercicio 1: Valor Presente Básico

Problema

¿Cuánto debes invertir hoy al 7% anual compuesto para tener $50,000 en 10 años?

Solución:

$$P = \frac{F}{(1+r)^n}$$

$$P = \frac{50,000}{(1.07)^{10}}$$

$$P = \frac{50,000}{1.9672}$$

$$P = \$25,417.70$$

Respuesta: Debes invertir $25,417.70 hoy.

Ejercicio 2: Descuento Comercial

Problema

Un pagaré con valor nominal de \$100,000 vence en 180 días. Si el banco aplica una tasa de descuento simple del 15% anual, ¿cuánto dinero recibe el tenedor? (Usar año comercial de 360 días)

Ejercicio 2: Descuento Comercial

Problema

Un pagaré con valor nominal de \$100,000 vence en 180 días. Si el banco aplica una tasa de descuento simple del 15% anual, ¿cuánto dinero recibe el tenedor? (Usar año comercial de 360 días)

Solución:

$$n = \frac{180}{360} = 0.5 \text{ años}$$

$$D = F \cdot d \cdot n = 100,000 \times 0.15 \times 0.5 = \$7,500$$

$$P = F - D = 100,000 - 7,500 = \$92,500$$

Ejercicio 2: Descuento Comercial

Problema

Un pagaré con valor nominal de $100,000 vence en 180 días. Si el banco aplica una tasa de descuento simple del 15% anual, ¿cuánto dinero recibe el tenedor? (Usar año comercial de 360 días)

Solución:

$$n = \frac{180}{360} = 0.5 \text{ años}$$

$$D = F \cdot d \cdot n = 100,000 \times 0.15 \times 0.5 = \$7,500$$

$$P = F - D = 100,000 - 7,500 = \$92,500$$

Respuesta: El tenedor recibe $92,500.

Ejercicio 3: Múltiples Flujos

Problema

Calcular el VP de los siguientes flujos al 8% anual:

- Año 1: $5,000
- Año 2: $7,000
- Año 3: $10,000

Ejercicio 3: Múltiples Flujos

Problema

Calcular el VP de los siguientes flujos al 8% anual:

- Año 1: \$5,000
- Año 2: \$7,000
- Año 3: \$10,000

Solución:

$$VP = \frac{5,000}{(1.08)^1} + \frac{7,000}{(1.08)^2} + \frac{10,000}{(1.08)^3}$$

$$VP = 4,629.63 + 6,001.37 + 7,938.32$$

$$VP = \$18,569.32$$

Ejercicio 4: Comparación de Ofertas

Problema

Vendes tu auto. Te ofrecen tres opciones:

- A) $35,000 hoy
- B) $40,000 en 1 año
- C) $50,000 en 3 años

Si tu costo de oportunidad es 12%, ¿cuál es mejor?

Ejercicio 4: Comparación de Ofertas

Problema

Vendes tu auto. Te ofrecen tres opciones:

- A) \$35,000 hoy
- B) \$40,000 en 1 año
- C) \$50,000 en 3 años

Si tu costo de oportunidad es 12%, ¿cuál es mejor?

Calculamos VP de cada opción:

$$VP_A = \$35,000$$

$$VP_B = \frac{40,000}{1.12} = \$35,714.29$$

$$VP_C = \frac{50,000}{(1.12)^3} = \frac{50,000}{1.4049} = \$35,589.01$$

Ejercicio 4: Comparación de Ofertas

Problema

Vendes tu auto. Te ofrecen tres opciones:

- A) \$35,000 hoy
- B) \$40,000 en 1 año
- C) \$50,000 en 3 años

Si tu costo de oportunidad es 12%, ¿cuál es mejor?

Calculamos VP de cada opción:

$$VP_A = \$35,000$$

$$VP_B = \frac{40,000}{1.12} = \$35,714.29$$

$$VP_C = \frac{50,000}{(1.12)^3} = \frac{50,000}{1.4049} = \$35,589.01$$

Ejercicio 5: Tasa Implícita

Problema

Un terreno que costó \$200,000 hace 8 años hoy vale \$450,000. ¿Cuál fue la tasa de apreciación anual?

Ejercicio 5: Tasa Implícita

Problema

Un terreno que costó $200,000 hace 8 años hoy vale $450,000. ¿Cuál fue la tasa de apreciación anual?

Solución:

$$
\begin{aligned}
F &= P(1+r)^n \\
450,000 &= 200,000(1+r)^8 \\
2.25 &= (1+r)^8 \\
(2.25)^{1/8} &= 1+r \\
1.1067 &= 1+r \\
r &= 0.1067 = 10.67\%
\end{aligned}
$$

Ejercicio 5: Tasa Implícita

Problema

Un terreno que costó \$200,000 hace 8 años hoy vale \$450,000. ¿Cuál fue la tasa de apreciación anual?

Solución:

$$
\begin{aligned}
F &= P(1 + r)^n \\
450,000 &= 200,000(1 + r)^8 \\
2.25 &= (1 + r)^8 \\
(2.25)^{1/8} &= 1 + r \\
1.1067 &= 1 + r \\
r &= 0.1067 = 10.67\%
\end{aligned}
$$

Respuesta: La tasa de apreciación fue 10.67% anual.

Python: Cálculo de Valor Presente

```python
import numpy_financial as npf

# Ejemplo 1: VP de un flujo unico
F = 50000       # Valor futuro
r = 0.07        # Tasa 7%
n = 10          # Periodos

# Calcular VP (pmt=0 porque no hay pagos periodicos)
# FV positivo porque es dinero que recibes
PV = npf.pv(rate=r, nper=n, pmt=0, fv=F)
print(f"Valor Presente: ${-PV:,.2f}")

# Verificacion con formula
PV_manual = F / (1 + r)**n
print(f"Verificacion: ${PV_manual:,.2f}")
```

Python: Cálculo de Valor Presente

```
import numpy_financial as npf

# Ejemplo 1: VP de un flujo unico
F = 50000        # Valor futuro
r = 0.07         # Tasa 7%
n = 10           # Periodos

# Calcular VP (pmt=0 porque no hay pagos periodicos)
# FV positivo porque es dinero que recibes
PV = npf.pv(rate=r, nper=n, pmt=0, fv=F)
print(f"Valor Presente: ${-PV:,.2f}")

# Verificacion con formula
PV_manual = F / (1 + r)**n
print(f"Verificacion: ${PV_manual:,.2f}")
```

Salida:

```
Valor Presente: $25,417.70
```

Python: VP de Múltiples Flujos

```
import numpy as np

# Flujos de caja en cada periodo
flujos = [0, 5000, 7000, 10000]  # Indice 0 = hoy
r = 0.08

# Calcular VP de cada flujo
VP_total = 0
print("Año | Flujo     | Factor    | VP")
print("-" * 40)

for t, flujo in enumerate(flujos):
    factor = (1 + r)**(-t)
    vp = flujo * factor
    VP_total += vp
    if flujo > 0:
        print(f" {t}  | ${flujo:>7,.0f} | {factor:.4f}  | ${vp:>8,.2f}")

print("-" * 40)
```

Python: Gráfica del Factor de Descuento

```
import numpy as np
import matplotlib.pyplot as plt

años = np.arange(0, 31)
tasas = [0.05, 0.08, 0.10, 0.12]

plt.figure(figsize=(10, 6))
for r in tasas:
    factor = (1 + r)**(-años)
    plt.plot(años, factor, label=f'{r*100:.0f}%')

plt.xlabel('Años')
plt.ylabel('Factor de Descuento')
plt.title('Factor de Descuento vs. Tiempo')
plt.legend()
plt.grid(True)
plt.savefig('factor_descuento.png')
plt.show()
```

Resumen de Fórmulas

Descuento Compuesto

$$P = \frac{F}{(1+r)^n}$$

$$P = F \cdot (1+r)^{-n}$$

Factor de Descuento

$$DF = (1+r)^{-n}$$

Descuento Simple

$$D = F \cdot d \cdot n$$
$$P = F(1 - d \cdot n)$$

VP de Múltiples Flujos

$$VP = \sum_{t=1}^{n} \frac{CF_t}{(1+r)^t}$$

Conceptos Clave

1. El **valor presente** es el proceso inverso de la capitalización
2. El **factor de descuento** siempre está entre 0 y 1
3. Mayor tasa o mayor tiempo = menor valor presente
4. Los **diagramas de flujo** ayudan a visualizar problemas
5. **Descuento simple**: sobre el valor nominal (corto plazo)
6. **Descuento compuesto**: el estándar en finanzas
7. La **Regla del 72** funciona también en reversa

Tarea para la Próxima Sesión

1. **Ejercicios HP 12C:**
   - Calcular VP de \$100,000 en 12 años al 6%
   - Encontrar la tasa si $P = \$15,000$, $F = \$25,000$, $n = 5$
2. **Problema de decisión:** Una máquina cuesta \$80,000 hoy. Genera ahorros de \$15,000 anuales por 8 años. Si tu tasa de descuento es 10%, ¿conviene comprarla? (Calcula VP de los ahorros)
3. **Python:** Escribe una función que reciba una lista de flujos y una tasa, y devuelva el VP total.
4. **Reflexión:** ¿Por qué el descuento simple puede dar valores negativos y el compuesto no?

¿Preguntas?

Próxima Sesión:

Tasas Nominales, Efectivas y Equivalentes

Semana 2, Clase 1