Valuación de Bonos

Precio, rendimiento y curvas de tasas

Matemáticas Financieras

Valor del Dinero en el Tiempo

Semana 4 | Clase 2 | Duración: 1h 50min

Contenido de la Sesión

Conexión con la Sesión Anterior

Sesión 7: Amortización de Préstamos

Vimos cómo se estructuran los préstamos bancarios (deuda privada):

- Sistema francés, alemán, americano
- Tablas de amortización

Conexión con la Sesión Anterior

Sesión 7: Amortización de Préstamos

Vimos cómo se estructuran los préstamos bancarios (deuda privada):

- Sistema francés, alemán, americano
- Tablas de amortización

Hoy: Bonos (Deuda Pública Negociable)

Los bonos son instrumentos de deuda que:

- Se negocian en mercados secundarios
- Tienen un precio que fluctúa
- Pagan cupones periódicos (generalmente)
- Devuelven el principal al vencimiento

Objetivos de Aprendizaje

Al finalizar esta sesión, serás capaz de:

1. Identificar los componentes de un bono
2. Calcular el precio de un bono dada una tasa de descuento
3. Calcular el rendimiento al vencimiento (YTM)
4. Entender la relación inversa precio-rendimiento
5. Interpretar la curva de rendimientos
6. Aplicar interpolación lineal de tasas
7. Clasificar bonos como prima, par o descuento

Anatomía de un Bono

Componentes Principales

- **Valor Nominal / Par (F):** Monto que se paga al vencimiento (típicamente \$1,000)
- **Tasa Cupón (c):** Tasa anual sobre el valor nominal
- **Cupón (C):** Pago periódico $= F \times c/m$ (donde $m =$ pagos por año)
- **Vencimiento (n):** Fecha de pago del principal
- **Precio (P):** Valor de mercado del bono

Anatomía de un Bono

Componentes Principales

- **Valor Nominal / Par (F):** Monto que se paga al vencimiento (típicamente \$1,000)
- **Tasa Cupón (c):** Tasa anual sobre el valor nominal
- **Cupón (C):** Pago periódico $= F \times c/m$ (donde $m =$ pagos por año)
- **Vencimiento (n):** Fecha de pago del principal
- **Precio (P):** Valor de mercado del bono

Ejemplo

Bono del Tesoro: \$1,000 nominal, cupón 5% semestral, 10 años.
Cupón $= 1,000 \times 0.05/2 =$ \$25 cada 6 meses.
20 pagos de \$25 + \$1,000 al final.

Diagrama de Flujos de un Bono

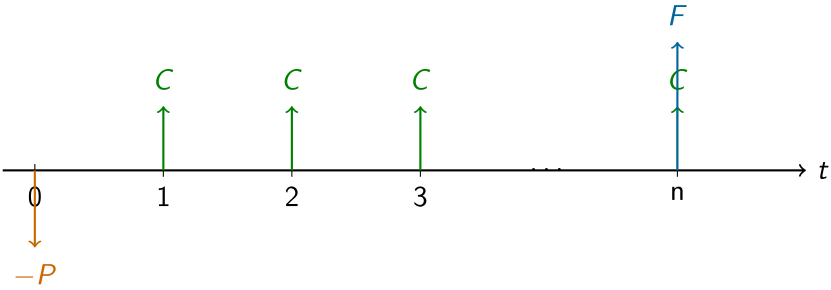
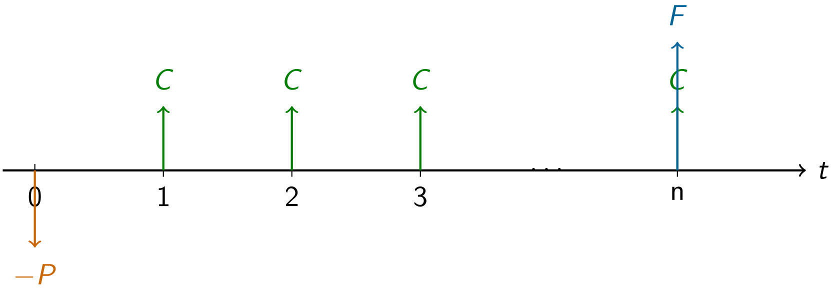


Diagrama de Flujos de un Bono



El inversionista paga P hoy y recibe n cupones de C más el principal F al final.

Fórmula del Precio de un Bono

El precio es el VP de todos los flujos futuros:

Fórmula del Precio de un Bono

El precio es el VP de todos los flujos futuros:

$$P = \frac{C}{(1+r)^1} + \frac{C}{(1+r)^2} + \cdots + \frac{C}{(1+r)^n} + \frac{F}{(1+r)^n}$$

Fórmula del Precio de un Bono

El precio es el VP de todos los flujos futuros:

$$P = \frac{C}{(1+r)^1} + \frac{C}{(1+r)^2} + \cdots + \frac{C}{(1+r)^n} + \frac{F}{(1+r)^n}$$

Separando cupones y principal:

$$P = C \cdot \frac{1-(1+r)^{-n}}{r} + \frac{F}{(1+r)^n}$$

Fórmula del Precio de un Bono

El precio es el VP de todos los flujos futuros:

$$P = \frac{C}{(1+r)^1} + \frac{C}{(1+r)^2} + \cdots + \frac{C}{(1+r)^n} + \frac{F}{(1+r)^n}$$

Separando cupones y principal:

$$P = C \cdot \frac{1-(1+r)^{-n}}{r} + \frac{F}{(1+r)^n}$$

Precio del Bono

$$\boxed{P = C \cdot \underbrace{\frac{1-(1+r)^{-n}}{r}}_{\text{VP cupones}} + \underbrace{\frac{F}{(1+r)^n}}_{\text{VP principal}}}$$

Ejemplo: Calcular Precio del Bono

Problema

Bono con valor nominal \$1,000, cupón 8% anual (pagos anuales), vencimiento 5 años. Si la tasa de mercado es 10%, ¿cuál es el precio?

Ejemplo: Calcular Precio del Bono

Problema

Bono con valor nominal \$1,000, cupón 8% anual (pagos anuales), vencimiento 5 años. Si la tasa de mercado es 10%, ¿cuál es el precio?

Datos: $F = 1,000$, $C = 80$, $n = 5$, $r = 10\%$

Ejemplo: Calcular Precio del Bono

Problema

Bono con valor nominal \$1,000, cupón 8% anual (pagos anuales), vencimiento 5 años. Si la tasa de mercado es 10%, ¿cuál es el precio?

Datos: $F = 1,000$, $C = 80$, $n = 5$, $r = 10\%$
Solución:

$$P = 80 \cdot \frac{1 - (1.10)^{-5}}{0.10} + \frac{1,000}{(1.10)^5}$$

$$P = 80 \times 3.7908 + 1,000 \times 0.6209$$

$$P = 303.26 + 620.92 = \$924.18$$

Ejemplo: Calcular Precio del Bono

Problema

Bono con valor nominal \$1,000, cupón 8% anual (pagos anuales), vencimiento 5 años. Si la tasa de mercado es 10%, ¿cuál es el precio?

Datos: $F = 1,000$, $C = 80$, $n = 5$, $r = 10\%$
Solución:

$$P = 80 \cdot \frac{1-(1.10)^{-5}}{0.10} + \frac{1,000}{(1.10)^5}$$

$$P = 80 \times 3.7908 + 1,000 \times 0.6209$$

$$P = 303.26 + 620.92 = \$924.18$$

El bono se vende con **descuento** (bajo par) porque $r > c$.

Prima, Par y Descuento

Clasificación según Precio

- **Par:** $P = F$ cuando $r = c$ (tasa de mercado = tasa cupón)
- **Prima:** $P > F$ cuando $r < c$ (tasa de mercado < tasa cupón)
- **Descuento:** $P < F$ cuando $r > c$ (tasa de mercado > tasa cupón)

Prima, Par y Descuento

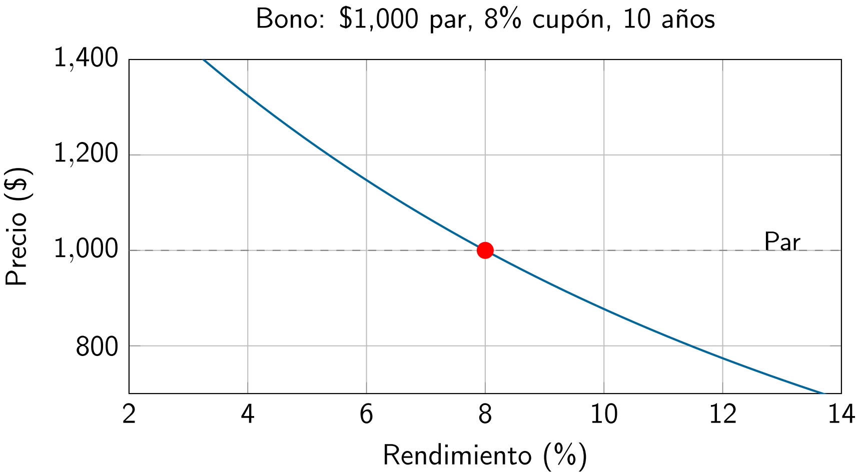
Clasificación según Precio

- **Par:** $P = F$ cuando $r = c$ (tasa de mercado = tasa cupón)
- **Prima:** $P > F$ cuando $r < c$ (tasa de mercado < tasa cupón)
- **Descuento:** $P < F$ cuando $r > c$ (tasa de mercado > tasa cupón)

Intuición

- Si el cupón es más atractivo que las tasas de mercado, los inversionistas pagan más (prima)
- Si el cupón es menos atractivo, exigen descuento

Relación Precio-Rendimiento



Relación inversa: Cuando el rendimiento sube, el precio baja (y viceversa).

¿Qué es el YTM?

Definición

El **Yield to Maturity (YTM)** es la tasa interna de retorno de un bono; es decir, la tasa que hace que el VP de los flujos futuros iguale el precio actual.

¿Qué es el YTM?

Definición

El **Yield to Maturity (YTM)** es la tasa interna de retorno de un bono; es decir, la tasa que hace que el VP de los flujos futuros iguale el precio actual.

Matemáticamente, es la r que resuelve:

$$P = C \cdot \frac{1-(1+r)^{-n}}{r} + \frac{F}{(1+r)^n}$$

¿Qué es el YTM?

Definición

El **Yield to Maturity (YTM)** es la tasa interna de retorno de un bono; es decir, la tasa que hace que el VP de los flujos futuros iguale el precio actual.

Matemáticamente, es la r que resuelve:

$$P = C \cdot \frac{1 - (1+r)^{-n}}{r} + \frac{F}{(1+r)^n}$$

Nota importante

El YTM no tiene solución algebraica directa. Se calcula por:

- Prueba y error / interpolación
- Calculadora financiera
- Métodos numéricos (Newton-Raphson)

Ejemplo: Calcular YTM

Problema

Un bono con valor nominal \$1,000 y cupón 6% anual se vende a \$950. Vence en 4 años. ¿Cuál es el YTM?

Ejemplo: Calcular YTM

Problema

Un bono con valor nominal \$1,000 y cupón 6% anual se vende a \$950. Vence en 4 años. ¿Cuál es el YTM?

Buscamos r tal que:

$$950 = 60 \cdot \frac{1 - (1 + r)^{-4}}{r} + \frac{1,000}{(1 + r)^4}$$

Ejemplo: Calcular YTM

Problema

Un bono con valor nominal \$1,000 y cupón 6% anual se vende a \$950. Vence en 4 años. ¿Cuál es el YTM?

Buscamos r tal que:

$$950 = 60 \cdot \frac{1-(1+r)^{-4}}{r} + \frac{1,000}{(1+r)^4}$$

Probando valores:

- $r = 6\%$: $P = 1,000$ (muy alto)
- $r = 8\%$: $P = 933.76$ (muy bajo)
- $r = 7\%$: $P = 966.13$ (alto)
- $r = 7.5\%$: $P = 949.76 \approx 950$ ✓

Ejemplo: Calcular YTM

Problema

Un bono con valor nominal $1,000 y cupón 6% anual se vende a $950. Vence en 4 años. ¿Cuál es el YTM?

Buscamos r tal que:

$$950 = 60 \cdot \frac{1-(1+r)^{-4}}{r} + \frac{1,000}{(1+r)^4}$$

Probando valores:

- $r = 6\%$: $P = 1,000$ (muy alto)
- $r = 8\%$: $P = 933.76$ (muy bajo)
- $r = 7\%$: $P = 966.13$ (alto)
- $r = 7.5\%$: $P = 949.76 \approx 950$ ✓

YTM ≈ 7.5%

Aproximación del YTM

Fórmula Aproximada

$$\boxed{YTM \approx \frac{C + \frac{F-P}{n}}{\frac{F+P}{2}}}$$

Aproximación del YTM

Fórmula Aproximada

$$\boxed{YTM \approx \frac{C + \frac{F-P}{n}}{\frac{F+P}{2}}}$$

Ejemplo anterior:

$$YTM \approx \frac{60 + \frac{1000-950}{4}}{\frac{1000+950}{2}}$$

$$= \frac{60 + 12.5}{975} = \frac{72.5}{975} = 7.44\%$$

Aproximación del YTM

Fórmula Aproximada

$$\boxed{YTM \approx \frac{C + \frac{F-P}{n}}{\frac{F+P}{2}}}$$

Ejemplo anterior:

$$YTM \approx \frac{60 + \frac{1000-950}{4}}{\frac{1000+950}{2}}$$

$$= \frac{60 + 12.5}{975} = \frac{72.5}{975} = 7.44\%$$

Exacto: 7.5%. La aproximación es razonablemente precisa.

La Curva de Rendimientos (Yield Curve)

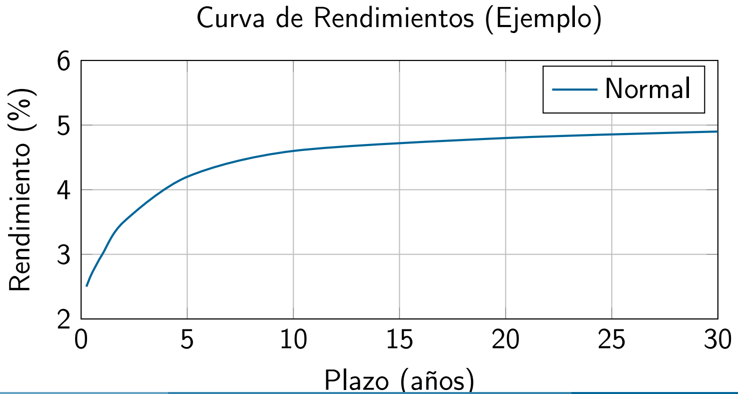
Definición

La **curva de rendimientos** muestra la relación entre el plazo al vencimiento y el rendimiento de bonos de la misma calidad crediticia.

La Curva de Rendimientos (Yield Curve)

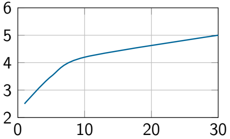
Definición

La **curva de rendimientos** muestra la relación entre el plazo al vencimiento y el rendimiento de bonos de la misma calidad crediticia.



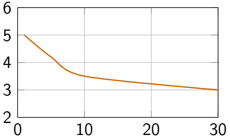
Formas de la Curva

Normal (Pendiente Positiva)



Tasas de largo plazo > corto plazo.
Expectativa de crecimiento económico.

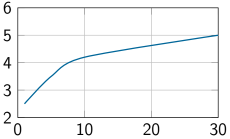
Invertida (Pendiente Negativa)



Tasas de largo plazo < corto plazo.
Señal histórica de recesión.

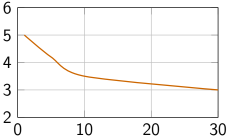
Formas de la Curva

Normal (Pendiente Positiva)



Tasas de largo plazo > corto plazo.
Expectativa de crecimiento económico.

Invertida (Pendiente Negativa)



Tasas de largo plazo < corto plazo.
Señal histórica de recesión.

Interpretación

La forma de la curva refleja expectativas del mercado sobre tasas futuras, inflación y crecimiento económico.

Tasas Spot vs. Forward

Tasa Spot (s_t)

Tasa de interés para un instrumento que comienza hoy y vence en t períodos. Es la tasa "del mercado" para cada plazo.

Tasas Spot vs. Forward

Tasa Spot (s_t)

Tasa de interés para un instrumento que comienza hoy y vence en t períodos. Es la tasa "del mercado" para cada plazo.

Tasa Forward (f_{t_1,t_2})

Tasa implícita para un período futuro, derivada de las tasas spot.
La tasa forward del año 1 al año 2:

$$(1 + s_2)^2 = (1 + s_1)(1 + f_{1,2})$$

Tasas Spot vs. Forward

Tasa Spot (s_t)

Tasa de interés para un instrumento que comienza hoy y vence en t períodos. Es la tasa "del mercado" para cada plazo.

Tasa Forward (f_{t_1,t_2})

Tasa implícita para un período futuro, derivada de las tasas spot.
La tasa forward del año 1 al año 2:

$$(1+s_2)^2 = (1+s_1)(1+f_{1,2})$$

Ejemplo

Si $s_1 = 4\%$ y $s_2 = 5\%$:
$f_{1,2} = \frac{(1.05)^2}{1.04} - 1 = \frac{1.1025}{1.04} - 1 = 6.01\%$

Interpolación Lineal

Problema

La curva de rendimientos da tasas para plazos específicos. ¿Qué tasa usar para un plazo intermedio?

Interpolación Lineal

Problema

La curva de rendimientos da tasas para plazos específicos. ¿Qué tasa usar para un plazo intermedio?

Interpolación Lineal

Si conocemos r_1 para plazo t_1 y r_2 para plazo t_2, la tasa para t intermedio:

$$\boxed{r_t = r_1 + \frac{(r_2 - r_1)(t - t_1)}{t_2 - t_1}}$$

Interpolación Lineal

Problema

La curva de rendimientos da tasas para plazos específicos. ¿Qué tasa usar para un plazo intermedio?

Interpolación Lineal

Si conocemos r_1 para plazo t_1 y r_2 para plazo t_2, la tasa para t intermedio:

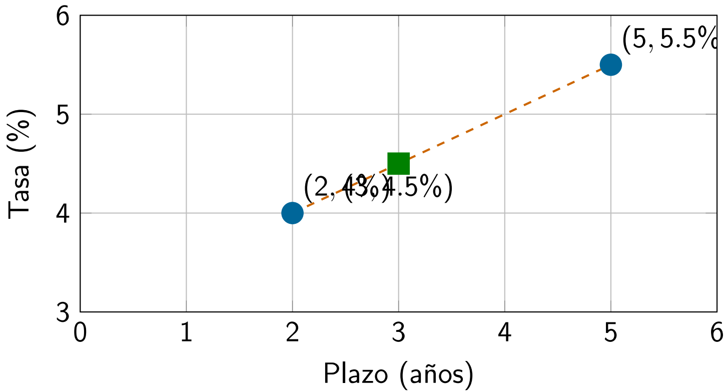
$$\boxed{r_t = r_1 + \frac{(r_2 - r_1)(t - t_1)}{t_2 - t_1}}$$

Ejemplo

Tasa a 2 años: 4%. Tasa a 5 años: 5.5%. ¿Tasa a 3 años?

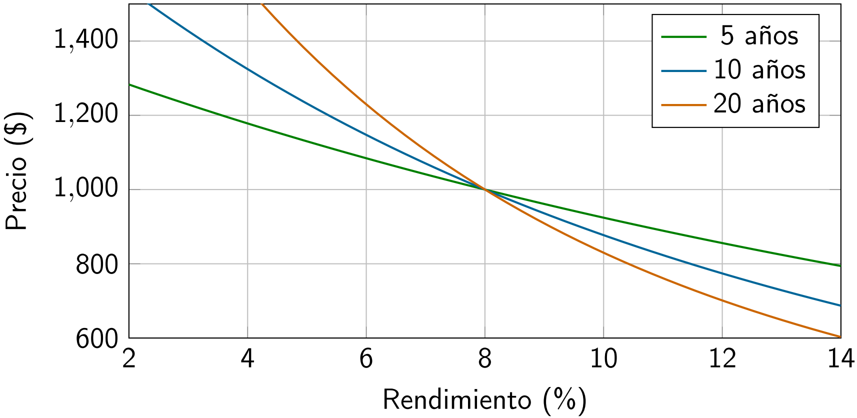
$r_3 = 4\% + \frac{(5.5\% - 4\%)(3-2)}{5-2} = 4\% + \frac{1.5\%}{3} = 4.5\%$

Interpolación: Ejemplo Visual



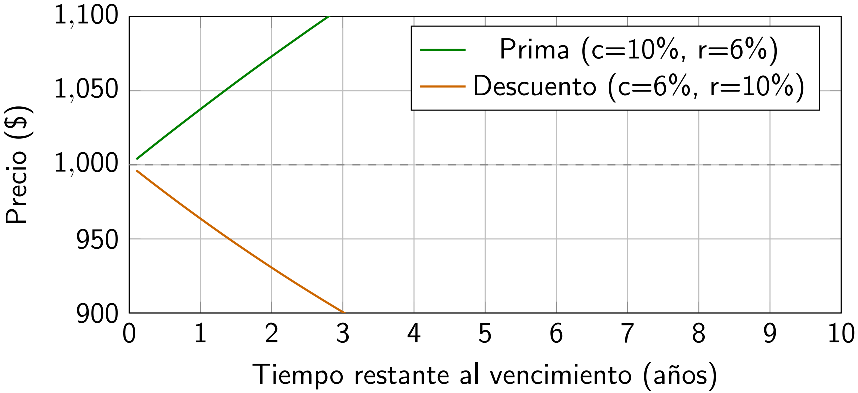
La interpolación lineal asume que la tasa cambia uniformemente entre puntos conocidos.

Sensibilidad del Precio al Plazo



Observación: Bonos de mayor plazo son más sensibles a cambios en tasas.

Convergencia al Par



Los bonos convergen al valor par conforme se acercan al vencimiento.

Estimación Rápida del Cambio de Precio

Regla del 1%

Para un bono con duración D años:
Si la tasa cambia Δr, el precio cambia aproximadamente:

$$\Delta P \approx -D \times \Delta r \times P$$

Estimación Rápida del Cambio de Precio

Regla del 1%

Para un bono con duración D años:
Si la tasa cambia Δr, el precio cambia aproximadamente:

$$\Delta P \approx -D \times \Delta r \times P$$

Ejemplo simplificado:
Bono de 10 años (duración $\approx$ 7-8 años), precio \$1,000.
Si las tasas suben 1%:
$\Delta P \approx -7.5 \times 0.01 \times 1000 = -\$75$
Nuevo precio $\approx$ \$925.

Estimación Rápida del Cambio de Precio

Regla del 1%

Para un bono con duración D años:
Si la tasa cambia Δr, el precio cambia aproximadamente:

$$\Delta P \approx -D \times \Delta r \times P$$

Ejemplo simplificado:
Bono de 10 años (duración $\approx$ 7-8 años), precio \$1,000.
Si las tasas suben 1%:
$\Delta P \approx -7.5 \times 0.01 \times 1000 = -\$75$
Nuevo precio $\approx$ \$925.

Nota: La "duración" precisa se verá en cursos avanzados.

Aproximación del YTM

Recordatorio de la fórmula aproximada

$$YTM \approx \frac{C + \frac{F-P}{n}}{\frac{F+P}{2}} = \frac{\text{Ingreso anual promedio}}{\text{Inversión promedio}}$$

Aproximación del YTM

Recordatorio de la fórmula aproximada

$$YTM \approx \frac{C + \frac{F-P}{n}}{\frac{F+P}{2}} = \frac{\text{Ingreso anual promedio}}{\text{Inversión promedio}}$$

Componentes:

- Numerador: Cupón + amortización anual del descuento (o descuento de la prima)
- Denominador: Promedio entre precio pagado y valor a recibir

HP 12C: Precio del Bono

Problema

Bono: $1,000 par, 7% cupón semestral, 8 años, rendimiento requerido 9%. ¿Precio?

Problema

Bono: \$1,000 par, 7% cupón semestral, 8 años, rendimiento requerido 9%. ¿Precio?

Teclas	**Display**	**Descripción**
`f CLX`	0.00	Limpiar
`1000 FV`	1,000.00	Valor nominal
`16 n`	16.00	8 años $\times$ 2 $=$ 16 semestres
`4.5 i`	4.50	9%/2 $=$ 4.5% semestral
`35 PMT`	35.00	Cupón $=$ 1000 $\times$ 7%/2
`PV`	**-889.30**	Precio del bono

HP 12C: Precio del Bono

Problema

Bono: $1,000 par, 7% cupón semestral, 8 años, rendimiento requerido 9%. ¿Precio?

Teclas	**Display**	**Descripción**
`f CLX`	0.00	Limpiar
`1000 FV`	1,000.00	Valor nominal
`16 n`	16.00	8 años $\times$ 2 = 16 semestres
`4.5 i`	4.50	9%/2 = 4.5% semestral
`35 PMT`	35.00	Cupón = 1000 $\times$ 7%/2
`PV`	**-889.30**	Precio del bono

Precio = $889.30 (descuento, porque YTM > cupón)

HP 12C: Calcular YTM

Problema

Mismo bono se vende a $950. ¿Cuál es el YTM?

HP 12C: Calcular YTM

Problema

Mismo bono se vende a $950. ¿Cuál es el YTM?

Teclas	**Display**	**Descripción**
`f CLX`	0.00	Limpiar
`950 CHS PV`	-950.00	Precio (lo que pagas)
`1000 FV`	1,000.00	Valor nominal
`16 n`	16.00	16 semestres
`35 PMT`	35.00	Cupón semestral
`i`	**3.97**	Tasa semestral

HP 12C: Calcular YTM

Problema

Mismo bono se vende a $950. ¿Cuál es el YTM?

Teclas	Display	Descripción
`f CLX`	0.00	Limpiar
`950 CHS PV`	-950.00	Precio (lo que pagas)
`1000 FV`	1,000.00	Valor nominal
`16 n`	16.00	16 semestres
`35 PMT`	35.00	Cupón semestral
`i`	**3.97**	Tasa semestral

YTM anual $= 3.97\% \times 2 = 7.94\%$
(O efectiva: $(1.0397)^2 - 1 = 8.10\%$)

Ejercicio 1: Precio del Bono

Problema

Un bono del gobierno tiene valor nominal $10,000, cupón 5% anual, vence en 6 años. Si el rendimiento requerido es 4%, ¿cuál es el precio?

Ejercicio 1: Precio del Bono

Problema

Un bono del gobierno tiene valor nominal \$10,000, cupón 5% anual, vence en 6 años. Si el rendimiento requerido es 4%, ¿cuál es el precio?

Datos: $F = 10,000$, $C = 500$, $n = 6$, $r = 4\%$
Solución:

$$P = 500 \cdot \frac{1 - (1.04)^{-6}}{0.04} + \frac{10,000}{(1.04)^6}$$

$$P = 500 \times 5.2421 + 10,000 \times 0.7903$$

$$P = 2,621.05 + 7,903.15 = \$10,524.20$$

Ejercicio 1: Precio del Bono

Problema

Un bono del gobierno tiene valor nominal \$10,000, cupón 5% anual, vence en 6 años. Si el rendimiento requerido es 4%, ¿cuál es el precio?

Datos: $F = 10,000$, $C = 500$, $n = 6$, $r = 4\%$
Solución:

$$P = 500 \cdot \frac{1 - (1.04)^{-6}}{0.04} + \frac{10,000}{(1.04)^6}$$

$$P = 500 \times 5.2421 + 10,000 \times 0.7903$$

$$P = 2,621.05 + 7,903.15 = \$10,524.20$$

El bono se vende con **prima** porque cupón (5%) > rendimiento (4%).

Ejercicio 2: YTM con Fórmula Aproximada

Problema

Un bono con valor par \$1,000, cupón 9%, vence en 12 años y se vende a \$1,080. Estima el YTM.

Ejercicio 2: YTM con Fórmula Aproximada

Problema

Un bono con valor par \$1,000, cupón 9%, vence en 12 años y se vende a \$1,080. Estima el YTM.

Usando la aproximación:

$$YTM \approx \frac{C + \frac{F-P}{n}}{\frac{F+P}{2}}$$

$$YTM \approx \frac{90 + \frac{1000-1080}{12}}{\frac{1000+1080}{2}}$$

$$YTM \approx \frac{90 - 6.67}{1040} = \frac{83.33}{1040} = 8.01\%$$

Ejercicio 2: YTM con Fórmula Aproximada

Problema

Un bono con valor par \$1,000, cupón 9%, vence en 12 años y se vende a \$1,080. Estima el YTM.

Usando la aproximación:

$$YTM \approx \frac{C + \frac{F-P}{n}}{\frac{F+P}{2}}$$

$$YTM \approx \frac{90 + \frac{1000-1080}{12}}{\frac{1000+1080}{2}}$$

$$YTM \approx \frac{90 - 6.67}{1040} = \frac{83.33}{1040} = 8.01\%$$

El YTM es menor que el cupón porque el bono está en prima.

Ejercicio 3: Interpolación de Tasas

Problema

La curva de rendimientos muestra:

- 1 año: 3.5%
- 3 años: 4.2%
- 5 años: 4.8%
- 10 años: 5.5%

¿Cuál es la tasa para un bono a 7 años?

Ejercicio 3: Interpolación de Tasas

Problema

La curva de rendimientos muestra:

- 1 año: 3.5%
- 3 años: 4.2%
- 5 años: 4.8%
- 10 años: 5.5%

¿Cuál es la tasa para un bono a 7 años?

Interpolando entre 5 y 10 años:

$$r_7 = 4.8\% + \frac{(5.5\% - 4.8\%)(7 - 5)}{10 - 5}$$

$$r_7 = 4.8\% + \frac{0.7\% \times 2}{5} = 4.8\% + 0.28\% = 5.08\%$$

Ejercicio 4: Bono Cupón Cero

Problema

Un bono cupón cero (sin pagos periódicos) con valor nominal \$1,000 vence en 5 años. Si el rendimiento requerido es 6%, ¿cuál es el precio?

Ejercicio 4: Bono Cupón Cero

Problema

Un bono cupón cero (sin pagos periódicos) con valor nominal \$1,000 vence en 5 años. Si el rendimiento requerido es 6%, ¿cuál es el precio?

Sin cupones, solo el principal:

$$P = \frac{F}{(1+r)^n} = \frac{1,000}{(1.06)^5}$$

$$P = \frac{1,000}{1.3382} = \$747.26$$

Ejercicio 4: Bono Cupón Cero

Problema

Un bono cupón cero (sin pagos periódicos) con valor nominal $1,000 vence en 5 años. Si el rendimiento requerido es 6%, ¿cuál es el precio?

Sin cupones, solo el principal:

$$P = \frac{F}{(1+r)^n} = \frac{1,000}{(1.06)^5}$$

$$P = \frac{1,000}{1.3382} = \$747.26$$

Observación

Los bonos cupón cero siempre se venden con descuento (salvo tasas negativas).

Ejercicio 5: Comparar Bonos

Problema

Bono A: cupón 8%, 10 años, precio \$950.
Bono B: cupón 6%, 10 años, precio \$900.
¿Cuál tiene mayor YTM?

Ejercicio 5: Comparar Bonos

Problema

Bono A: cupón 8%, 10 años, precio \$950.
Bono B: cupón 6%, 10 años, precio \$900.
¿Cuál tiene mayor YTM?

Aproximación para Bono A: $YTM_A \approx \frac{80+(1000-950)/10}{975} = \frac{85}{975} = 8.72\%$

Ejercicio 5: Comparar Bonos

Problema

Bono A: cupón 8%, 10 años, precio \$950.
Bono B: cupón 6%, 10 años, precio \$900.
¿Cuál tiene mayor YTM?

Aproximación para Bono A: $YTM_A \approx \frac{80+(1000-950)/10}{975} = \frac{85}{975} = 8.72\%$
Aproximación para Bono B: $YTM_B \approx \frac{60+(1000-900)/10}{950} = \frac{70}{950} = 7.37\%$

Ejercicio 5: Comparar Bonos

Problema

Bono A: cupón 8%, 10 años, precio \$950.
Bono B: cupón 6%, 10 años, precio \$900.
¿Cuál tiene mayor YTM?

Aproximación para Bono A: $YTM_A \approx \frac{80+(1000-950)/10}{975} = \frac{85}{975} = 8.72\%$
Aproximación para Bono B: $YTM_B \approx \frac{60+(1000-900)/10}{950} = \frac{70}{950} = 7.37\%$

Respuesta: Bono A tiene mayor YTM (8.72% vs 7.37%).

Python: Precio del Bono

```
import numpy_financial as npf

def precio_bono(F, c, n, r, m=1):
    """
    F: Valor nominal
    c: Tasa cupon anual
    n: Anos al vencimiento
    r: Rendimiento requerido anual
    m: Pagos por ano (1=anual, 2=semestral)
    """
    C = F * c / m        # Cupon por periodo
    r_per = r / m        # Tasa por periodo
    n_per = n * m        # Numero de periodos

    # PV = VP cupones + VP principal
    pv_cupones = npf.pv(r_per, n_per, -C, 0)
    pv_principal = F / (1 + r_per)**n_per

    return pv_cupones + pv_principal
```

Python: Calcular YTM

```python
import numpy_financial as npf

def ytm_bono(precio, F, c, n, m=1):
    """Calcula YTM usando numpy-financial."""
    C = F * c / m
    n_per = n * m

    # Construir flujos: -precio, cupones, ultimo cupon + principal
    flujos = [-precio] + [C]*(n_per-1) + [C + F]

    # IRR da tasa por periodo
    irr_per = npf.irr(flujos)

    # Convertir a anual
    ytm_anual = irr_per * m  # Nominal
    ytm_efectivo = (1 + irr_per)**m - 1  # Efectivo

    return ytm_anual, ytm_efectivo
```

Python: Curva de Rendimientos

```python
import matplotlib.pyplot as plt
import numpy as np

# Datos de la curva
plazos = [0.25, 0.5, 1, 2, 5, 10, 20, 30]
tasas = [2.5, 2.7, 3.0, 3.5, 4.2, 4.6, 4.8, 4.9]

# Interpolacion para puntos intermedios
from scipy import interpolate
f = interpolate.interp1d(plazos, tasas, kind='linear')
plazos_interp = np.linspace(0.25, 30, 100)
tasas_interp = f(plazos_interp)

plt.figure(figsize=(10, 5))
plt.plot(plazos_interp, tasas_interp, 'b-', label='Curva interpolada')
plt.scatter(plazos, tasas, color='red', s=50, label='Datos')
plt.xlabel('Plazo (anos)')
plt.ylabel('Rendimiento (%)')
plt.title('Curva de Rendimientos')
```

Resumen de Fórmulas

Precio del Bono:

$$P = C \cdot \frac{1-(1+r)^{-n}}{r} + \frac{F}{(1+r)^n}$$

YTM Aproximado:

$$YTM \approx \frac{C + (F-P)/n}{(F+P)/2}$$

Interpolación Lineal:

$$r_t = r_1 + \frac{(r_2 - r_1)(t - t_1)}{t_2 - t_1}$$

Clasificación: Prima: $P > F$ | Par: $P = F$ | Descuento: $P < F$

Conceptos Clave

1. El **precio** de un bono es el VP de cupones + VP del principal
2. **YTM** es la TIR del bono (rendimiento si se mantiene hasta vencimiento)
3. Relación **inversa** entre precio y rendimiento
4. La **curva de rendimientos** muestra tasas por plazo
5. **Interpolación** para obtener tasas de plazos intermedios
6. Bonos de mayor plazo son más **sensibles** a cambios de tasas
7. Los precios convergen al **par** al acercarse al vencimiento

Tarea para la Próxima Sesión

1. **HP 12C:** Calcular precio y YTM de un bono con cupón 6% semestral, 5 años, valor par \$1,000, rendimiento 8%.
2. **Interpolación:** Dada la curva (1 año: 4%, 5 años: 5.5%, 10 años: 6.2%), encuentra la tasa a 3 y 7 años.
3. **Análisis:** Un bono cupón 10% se vende a \$1,100. ¿El YTM es mayor o menor que 10%? Explica sin calcular.
4. **Python:** Grafica cómo cambia el precio de un bono (8% cupón, 15 años) cuando el YTM varía de 2% a 14%.

¿Preguntas?

Próxima Sesión:

VPN y TIR

Semana 5, Clase 1