

# Interés Simple e Interés Compuesto

## Fundamentos del valor del dinero en el tiempo

Matemáticas Financieras

Valor del Dinero en el Tiempo

Semana 1 | Clase 1 | Duración: 1h 50min

# Contenido de la Sesión

Al finalizar esta sesión, serás capaz de:

- ➊ Comprender por qué el dinero tiene valor en el tiempo
- ➋ Calcular interés simple y valor futuro con interés simple
- ➌ Derivar y aplicar la fórmula de interés compuesto
- ➍ Comparar el crecimiento lineal vs. exponencial del dinero
- ➎ Utilizar la HP 12C y Python para cálculos financieros

# ¿Por qué \$1 hoy vale más que \$1 mañana?

## Pregunta Inicial

Si te ofrecen \$10,000 hoy o \$10,000 dentro de un año, ¿cuál eliges?

# ¿Por qué \$1 hoy vale más que \$1 mañana?

## Pregunta Inicial

Si te ofrecen \$10,000 hoy o \$10,000 dentro de un año, ¿cuál eliges?

Tres razones fundamentales:

- 1 **Costo de oportunidad:** Puedes invertir el dinero hoy

# ¿Por qué \$1 hoy vale más que \$1 mañana?

## Pregunta Inicial

Si te ofrecen \$10,000 hoy o \$10,000 dentro de un año, ¿cuál eliges?

Tres razones fundamentales:

- 1 **Costo de oportunidad:** Puedes invertir el dinero hoy
- 2 **Inflación:** El poder adquisitivo disminuye con el tiempo

# ¿Por qué \$1 hoy vale más que \$1 mañana?

## Pregunta Inicial

Si te ofrecen \$10,000 hoy o \$10,000 dentro de un año, ¿cuál eliges?

Tres razones fundamentales:

- 1 **Costo de oportunidad:** Puedes invertir el dinero hoy
- 2 **Inflación:** El poder adquisitivo disminuye con el tiempo
- 3 **Riesgo:** El futuro es incierto

# ¿Por qué \$1 hoy vale más que \$1 mañana?

## Pregunta Inicial

Si te ofrecen \$10,000 hoy o \$10,000 dentro de un año, ¿cuál eliges?

Tres razones fundamentales:

- 1 **Costo de oportunidad:** Puedes invertir el dinero hoy
- 2 **Inflación:** El poder adquisitivo disminuye con el tiempo
- 3 **Riesgo:** El futuro es incierto

## Implicación

Para comparar flujos de dinero en diferentes momentos, necesitamos un **mecanismo de equivalencia**: las tasas de interés.

# Definiciones Clave

## Principal ( $P$ )

Cantidad inicial de dinero invertida o prestada.

## Tasa de Interés ( $r$ o $i$ )

Precio del dinero expresado como porcentaje por período.

## Período ( $n$ )

Unidad de tiempo (años, meses, días) durante la cual se aplica el interés.

## Valor Futuro ( $F$ o $FV$ )

Valor del dinero en un momento posterior al presente.

## Definición

En el **interés simple**, los intereses se calculan únicamente sobre el principal original, sin considerar intereses acumulados anteriormente.

# Interés Simple: Concepto

## Definición

En el **interés simple**, los intereses se calculan únicamente sobre el principal original, sin considerar intereses acumulados anteriormente.

**Característica clave:** El interés ganado en cada período es **constante**.

# Interés Simple: Concepto

## Definición

En el **interés simple**, los intereses se calculan únicamente sobre el principal original, sin considerar intereses acumulados anteriormente.

**Característica clave:** El interés ganado en cada período es **constante**.

## Ejemplo Conceptual

Si inviertes \$1,000 al 10% anual simple:

- Año 1: Ganas \$100 de interés
- Año 2: Ganas \$100 de interés (sobre los \$1,000 originales)
- Año 3: Ganas \$100 de interés (sobre los \$1,000 originales)

# Derivación: Fórmula de Interés Simple

**Paso 1:** El interés ganado en cada período es:

$$I_{\text{por período}} = P \cdot r$$

# Derivación: Fórmula de Interés Simple

**Paso 1:** El interés ganado en cada período es:

$$I_{\text{por período}} = P \cdot r$$

**Paso 2:** Después de  $n$  períodos, el interés total es:

$$I_{\text{total}} = P \cdot r \cdot n$$

# Derivación: Fórmula de Interés Simple

**Paso 1:** El interés ganado en cada período es:

$$I_{\text{por período}} = P \cdot r$$

**Paso 2:** Después de  $n$  períodos, el interés total es:

$$I_{\text{total}} = P \cdot r \cdot n$$

**Paso 3:** El valor futuro es el principal más el interés:

$$F = P + I_{\text{total}}$$

$$F = P + P \cdot r \cdot n$$

$$F = P(1 + r \cdot n)$$

# Derivación: Fórmula de Interés Simple

**Paso 1:** El interés ganado en cada período es:

$$I_{\text{por período}} = P \cdot r$$

**Paso 2:** Después de  $n$  períodos, el interés total es:

$$I_{\text{total}} = P \cdot r \cdot n$$

**Paso 3:** El valor futuro es el principal más el interés:

$$F = P + I_{\text{total}}$$

$$F = P + P \cdot r \cdot n$$

$$F = P(1 + r \cdot n)$$

## Fórmula de Interés Simple

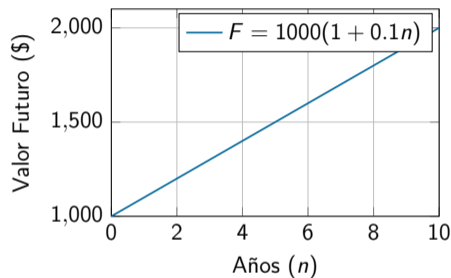
$$F = P(1 + rn)$$

donde  $I = Prn$  es el interés total ganado.

# Interés Simple: Crecimiento Lineal

**Tabla de valores** ( $P = \$1,000$ ,  $r = 10\%$ )

$n$	Interés	$F$
0	\$0	\$1,000
1	\$100	\$1,100
2	\$200	\$1,200
3	\$300	\$1,300
5	\$500	\$1,500
10	\$1,000	\$2,000



**Observación:** El crecimiento es **lineal**.

# Interés Compuesto: Concepto

## Definición

En el **interés compuesto**, los intereses se calculan sobre el principal **más** los intereses acumulados. Es decir, los intereses generan intereses.

# Interés Compuesto: Concepto

## Definición

En el **interés compuesto**, los intereses se calculan sobre el principal **más** los intereses acumulados. Es decir, los intereses generan intereses.

## La Magia del Interés Compuesto

“El interés compuesto es la octava maravilla del mundo. El que lo entiende, lo gana; el que no, lo paga.” — Atribuido a Albert Einstein

## Derivación: Fórmula de Interés Compuesto (Paso a Paso)

Sea  $P$  el principal y  $r$  la tasa de interés por período.

# Derivación: Fórmula de Interés Compuesto (Paso a Paso)

Sea  $P$  el principal y  $r$  la tasa de interés por período.

**Al final del período 1:**

$$F_1 = P + P \cdot r = P(1 + r)$$

# Derivación: Fórmula de Interés Compuesto (Paso a Paso)

Sea  $P$  el principal y  $r$  la tasa de interés por período.

**Al final del período 1:**

$$F_1 = P + P \cdot r = P(1 + r)$$

**Al final del período 2:**

$$F_2 = F_1 + F_1 \cdot r = F_1(1 + r) = P(1 + r)(1 + r) = P(1 + r)^2$$

# Derivación: Fórmula de Interés Compuesto (Paso a Paso)

Sea  $P$  el principal y  $r$  la tasa de interés por período.

**Al final del período 1:**

$$F_1 = P + P \cdot r = P(1 + r)$$

**Al final del período 2:**

$$F_2 = F_1 + F_1 \cdot r = F_1(1 + r) = P(1 + r)(1 + r) = P(1 + r)^2$$

**Al final del período 3:**

$$F_3 = F_2(1 + r) = P(1 + r)^2(1 + r) = P(1 + r)^3$$

# Derivación: Fórmula General

**Patrón general:** Al final del período  $n$ :

$$F_n = P(1 + r)^n$$

# Derivación: Fórmula General

**Patrón general:** Al final del período  $n$ :

$$F_n = P(1 + r)^n$$

## Fórmula de Interés Compuesto

$$F = P(1 + r)^n$$

# Derivación: Fórmula General

**Patrón general:** Al final del período  $n$ :

$$F_n = P(1 + r)^n$$

## Fórmula de Interés Compuesto

$$F = P(1 + r)^n$$

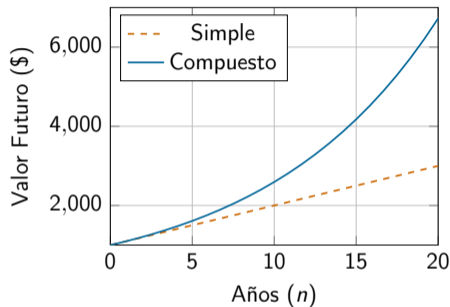
## Componentes

- $(1 + r)^n$  se llama **factor de capitalización**
- Representa cuántas veces se multiplica el principal

# Interés Compuesto: Crecimiento Exponencial

**Tabla de valores** ( $P = \$1,000$ ,  $r = 10\%$ )

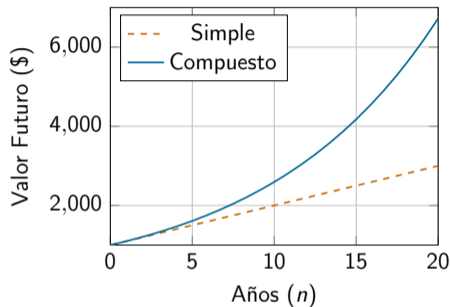
$n$	Simple	Compuesto
0	\$1,000	\$1,000
1	\$1,100	\$1,100
2	\$1,200	\$1,210
3	\$1,300	\$1,331
5	\$1,500	\$1,611
10	\$2,000	\$2,594
20	\$3,000	\$6,727



# Interés Compuesto: Crecimiento Exponencial

Tabla de valores ( $P = \$1,000$ ,  $r = 10\%$ )

$n$	Simple	Compuesto
0	\$1,000	\$1,000
1	\$1,100	\$1,100
2	\$1,200	\$1,210
3	\$1,300	\$1,331
5	\$1,500	\$1,611
10	\$2,000	\$2,594
20	\$3,000	\$6,727



## Conclusión Clave

A largo plazo, el interés compuesto genera rendimientos **significativamente mayores**.

# Despejando las Variables

A partir de  $F = P(1 + r)^n$ , podemos despejar:

# Despejando las Variables

A partir de  $F = P(1 + r)^n$ , podemos despejar:

**El Principal (Valor Presente):**

$$P = \frac{F}{(1 + r)^n}$$

# Despejando las Variables

A partir de  $F = P(1 + r)^n$ , podemos despejar:

**El Principal (Valor Presente):**

$$P = \frac{F}{(1 + r)^n}$$

**La Tasa de Interés:**

$$r = \left( \frac{F}{P} \right)^{1/n} - 1$$

# Despejando las Variables

A partir de  $F = P(1 + r)^n$ , podemos despejar:

**El Principal (Valor Presente):**

$$P = \frac{F}{(1 + r)^n}$$

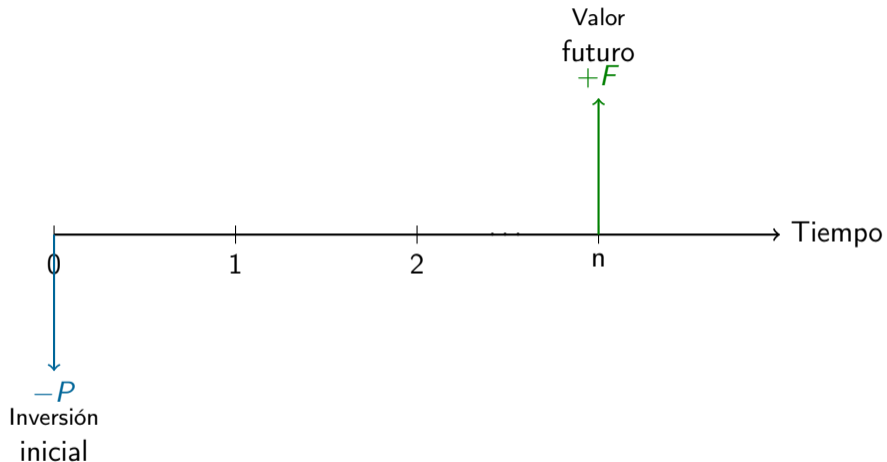
**La Tasa de Interés:**

$$r = \left( \frac{F}{P} \right)^{1/n} - 1$$

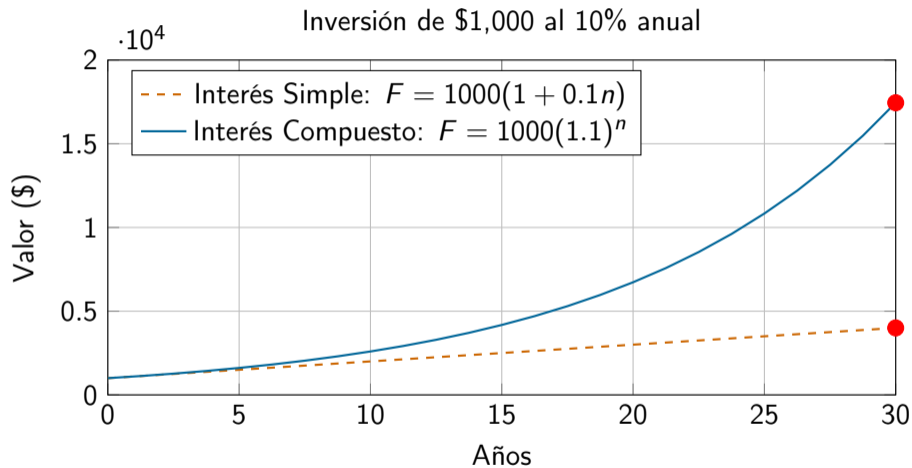
**El Número de Períodos:**

$$n = \frac{\ln(F/P)}{\ln(1 + r)}$$

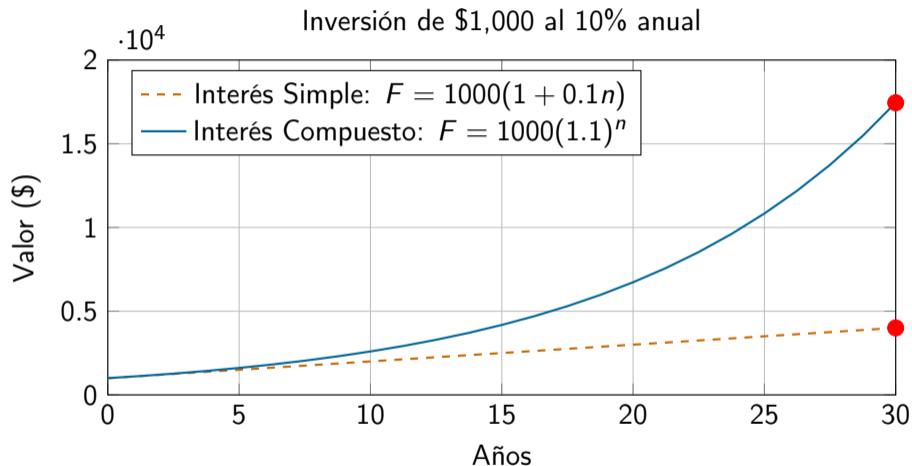
# Diagrama de Flujo de Caja



# Comparación Visual: Simple vs. Compuesto

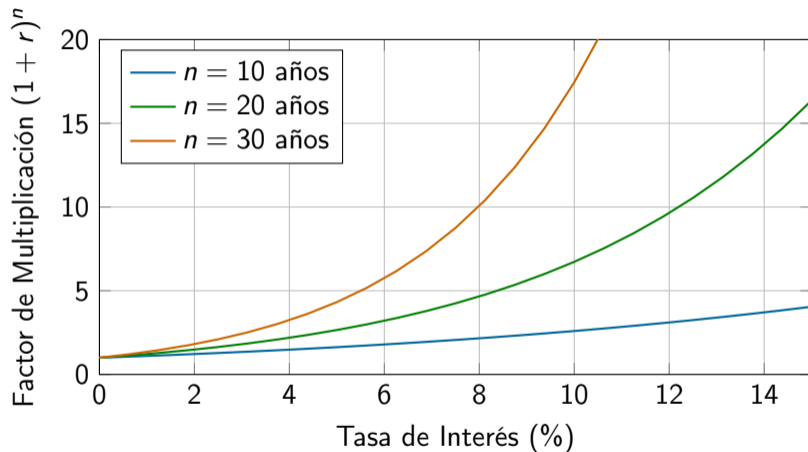


# Comparación Visual: Simple vs. Compuesto



En 30 años: Simple = \$4,000 vs. Compuesto = \$17,449. ¡Diferencia de \$13,449!

# El Poder del Tiempo



**Observación:** El tiempo amplifica dramáticamente el efecto de la tasa de interés.

# La Regla del 72

## Regla del 72

Para estimar cuántos años tarda una inversión en **duplicarse**:

$$n \approx \frac{72}{r\%}$$

donde  $r\%$  es la tasa de interés expresada en porcentaje.

## Regla del 72

Para estimar cuántos años tarda una inversión en **duplicarse**:

$$n \approx \frac{72}{r\%}$$

donde  $r\%$  es la tasa de interés expresada en porcentaje.

### Ejemplos rápidos:

- Al 6% anual:  $n \approx 72/6 = 12$  años para duplicar
- Al 8% anual:  $n \approx 72/8 = 9$  años para duplicar
- Al 12% anual:  $n \approx 72/12 = 6$  años para duplicar

# La Regla del 72

## Regla del 72

Para estimar cuántos años tarda una inversión en **duplicarse**:

$$n \approx \frac{72}{r\%}$$

donde  $r\%$  es la tasa de interés expresada en porcentaje.

### Ejemplos rápidos:

- Al 6% anual:  $n \approx 72/6 = 12$  años para duplicar
- Al 8% anual:  $n \approx 72/8 = 9$  años para duplicar
- Al 12% anual:  $n \approx 72/12 = 6$  años para duplicar

## Verificación

## ¿Por qué 72?

La regla viene de resolver  $2 = (1 + r)^n$  para  $n$ :

$$\ln(2) = n \cdot \ln(1 + r)$$

$$n = \frac{\ln(2)}{\ln(1 + r)} \approx \frac{0.693}{r} \quad (\text{para } r \text{ pequeño})$$

## ¿Por qué 72?

La regla viene de resolver  $2 = (1 + r)^n$  para  $n$ :

$$\ln(2) = n \cdot \ln(1 + r)$$

$$n = \frac{\ln(2)}{\ln(1 + r)} \approx \frac{0.693}{r} \quad (\text{para } r \text{ pequeño})$$

Multiplicando por 100:  $n \approx \frac{69.3}{r\%}$

## ¿Por qué 72?

La regla viene de resolver  $2 = (1 + r)^n$  para  $n$ :

$$\ln(2) = n \cdot \ln(1 + r)$$
$$n = \frac{\ln(2)}{\ln(1 + r)} \approx \frac{0.693}{r} \quad (\text{para } r \text{ pequeño})$$

Multiplicando por 100:  $n \approx \frac{69.3}{r\%}$

### ¿Por qué usamos 72 y no 69?

- 72 es divisible entre 2, 3, 4, 6, 8, 9, 12...
- Facilita el cálculo mental
- El error es mínimo para tasas entre 5% y 15%

# Regla del 114 y del 144

Para triplicar: Regla del 114

$$n_{\times 3} \approx \frac{114}{r\%}$$

## Regla del 114 y del 144

Para triplicar: Regla del 114

$$n_{\times 3} \approx \frac{114}{r\%}$$

Para cuadruplicar: Regla del 144

$$n_{\times 4} \approx \frac{144}{r\%}$$

Nota:  $144 = 72 \times 2$  (duplicar dos veces = cuadruplicar)

# Regla del 114 y del 144

Para triplicar: Regla del 114

$$n_{\times 3} \approx \frac{114}{r\%}$$

Para cuadruplicar: Regla del 144

$$n_{\times 4} \approx \frac{144}{r\%}$$

Nota:  $144 = 72 \times 2$  (duplicar dos veces = cuadruplicar)

**Ejemplo:** Al 6% anual:

- Duplicar:  $72/6 = 12$  años
- Triplicar:  $114/6 = 19$  años
- Cuadruplicar:  $144/6 = 24$  años

# Factores de Capitalización Útiles

Memoriza estos valores para estimaciones rápidas:

$r \setminus n$	5	10	15	20	30
5%	1.28	1.63	2.08	2.65	4.32
8%	1.47	2.16	3.17	4.66	10.06
10%	1.61	2.59	4.18	6.73	17.45
12%	1.76	3.11	5.47	9.65	29.96

# Factores de Capitalización Útiles

Memoriza estos valores para estimaciones rápidas:

$r \setminus n$	5	10	15	20	30
5%	1.28	1.63	2.08	2.65	4.32
8%	1.47	2.16	3.17	4.66	10.06
10%	1.61	2.59	4.18	6.73	17.45
12%	1.76	3.11	5.47	9.65	29.96

## Uso Rápido

“¿Cuánto tendré si invierto \$5,000 al 10% por 20 años?”

$$F \approx \$5,000 \times 6.73 = \$33,650$$

# HP 12C: Teclas Financieras Básicas

Tecla	Función
n	Número de períodos
i	Tasa de interés por período (%)
PV	Valor presente (Principal)
FV	Valor futuro
PMT	Pago periódico (no usado hoy)
CHS	Cambiar signo (+/-)
CLx	Borrar display
f CLX	Borrar registros financieros

# HP 12C: Teclas Financieras Básicas

Tecla	Función
n	Número de períodos
i	Tasa de interés por período (%)
PV	Valor presente (Principal)
FV	Valor futuro
PMT	Pago periódico (no usado hoy)
CHS	Cambiar signo (+/-)
CLx	Borrar display
f CLX	Borrar registros financieros

## Convención de Signos

- Dinero que **sale** (inversión): **negativo** (usar CHS)
- Dinero que **entra** (retorno): **positivo**

# HP 12C: Ejemplo 1 - Calcular Valor Futuro

## Problema

Inviertes \$1,000 al 8% anual compuesto por 5 años. ¿Cuál es el valor futuro?

# HP 12C: Ejemplo 1 - Calcular Valor Futuro

## Problema

Inviertes \$1,000 al 8% anual compuesto por 5 años. ¿Cuál es el valor futuro?

Teclas	Display	Descripción
f CLX	0.00	Limpiar registros
1000 CHS PV	-1,000.00	Ingresa PV (negativo: sale)
8 i	8.00	Tasa de interés 8%
5 n	5.00	5 períodos
FV	<b>1,469.33</b>	Calcula valor futuro

# HP 12C: Ejemplo 1 - Calcular Valor Futuro

## Problema

Inviertes \$1,000 al 8% anual compuesto por 5 años. ¿Cuál es el valor futuro?

Teclas	Display	Descripción
f CLX	0.00	Limpiar registros
1000 CHS PV	-1,000.00	Ingresa PV (negativo: sale)
8 i	8.00	Tasa de interés 8%
5 n	5.00	5 períodos
FV	<b>1,469.33</b>	Calcula valor futuro

**Verificación manual:**  $F = 1000(1.08)^5 = 1000 \times 1.4693 = \$1,469.33 \checkmark$

## HP 12C: Ejemplo 2 - Calcular Tasa de Interés

### Problema

Una inversión de \$5,000 creció a \$8,000 en 6 años. ¿Cuál fue la tasa anual?

## HP 12C: Ejemplo 2 - Calcular Tasa de Interés

### Problema

Una inversión de \$5,000 creció a \$8,000 en 6 años. ¿Cuál fue la tasa anual?

Teclas	Display	Descripción
f CLX	0.00	Limpiar registros
5000 CHS PV	-5,000.00	Valor presente (sale)
8000 FV	8,000.00	Valor futuro (entra)
6 n	6.00	6 períodos
i	<b>8.15</b>	Calcula tasa de interés

## HP 12C: Ejemplo 2 - Calcular Tasa de Interés

### Problema

Una inversión de \$5,000 creció a \$8,000 en 6 años. ¿Cuál fue la tasa anual?

Teclas	Display	Descripción
f CLX	0.00	Limpiar registros
5000 CHS PV	-5,000.00	Valor presente (sale)
8000 FV	8,000.00	Valor futuro (entra)
6 n	6.00	6 períodos
i	<b>8.15</b>	Calcula tasa de interés

**Verificación:**  $r = (8000/5000)^{1/6} - 1 = (1.6)^{0.1667} - 1 = 0.0815 = 8.15\% \checkmark$

## HP 12C: Ejemplo 3 - Calcular Número de Períodos

### Problema

¿Cuántos años tardará \$2,000 en convertirse en \$5,000 al 7% anual?

## HP 12C: Ejemplo 3 - Calcular Número de Períodos

### Problema

¿Cuántos años tardará \$2,000 en convertirse en \$5,000 al 7% anual?

Teclas	Display	Descripción
f CLX	0.00	Limpiar registros
2000 CHS PV	-2,000.00	Valor presente
5000 FV	5,000.00	Valor futuro
7 i	7.00	Tasa 7%
n	<b>13.54</b>	Calcula períodos

## HP 12C: Ejemplo 3 - Calcular Número de Períodos

### Problema

¿Cuántos años tardará \$2,000 en convertirse en \$5,000 al 7% anual?

Teclas	Display	Descripción
f CLX	0.00	Limpiar registros
2000 CHS PV	-2,000.00	Valor presente
5000 FV	5,000.00	Valor futuro
7 i	7.00	Tasa 7%
n	<b>13.54</b>	Calcula períodos

**Verificación:**  $n = \frac{\ln(5000/2000)}{\ln(1.07)} = \frac{\ln(2.5)}{\ln(1.07)} = \frac{0.916}{0.0677} = 13.54 \text{ años } \checkmark$

# Ejercicio 1: Interés Simple

## Problema

Un préstamo de \$15,000 se otorga a una tasa de interés simple del 9% anual. ¿Cuánto se debe pagar al final de 3 años?

# Ejercicio 1: Interés Simple

## Problema

Un préstamo de \$15,000 se otorga a una tasa de interés simple del 9% anual. ¿Cuánto se debe pagar al final de 3 años?

## Solución:

$$F = P(1 + rn)$$

$$F = 15,000(1 + 0.09 \times 3)$$

$$F = 15,000(1 + 0.27)$$

$$F = 15,000 \times 1.27$$

$$F = \$19,050$$

# Ejercicio 1: Interés Simple

## Problema

Un préstamo de \$15,000 se otorga a una tasa de interés simple del 9% anual. ¿Cuánto se debe pagar al final de 3 años?

## Solución:

$$F = P(1 + rn)$$

$$F = 15,000(1 + 0.09 \times 3)$$

$$F = 15,000(1 + 0.27)$$

$$F = 15,000 \times 1.27$$

$$F = \$19,050$$

**Interés pagado:**  $I = \$19,050 - \$15,000 = \$4,050$

## Ejercicio 2: Interés Compuesto

### Problema

Depositas \$25,000 en una cuenta que paga 6% anual compuesto. ¿Cuánto tendrás después de 8 años?

## Ejercicio 2: Interés Compuesto

### Problema

Depositas \$25,000 en una cuenta que paga 6% anual compuesto. ¿Cuánto tendrás después de 8 años?

### Solución:

$$F = P(1 + r)^n$$

$$F = 25,000(1.06)^8$$

$$F = 25,000 \times 1.5938$$

$$F = \$39,846.04$$

## Ejercicio 2: Interés Compuesto

### Problema

Depositas \$25,000 en una cuenta que paga 6% anual compuesto. ¿Cuánto tendrás después de 8 años?

### Solución:

$$F = P(1 + r)^n$$

$$F = 25,000(1.06)^8$$

$$F = 25,000 \times 1.5938$$

$$F = \$39,846.04$$

### Verificación con Regla del 72

A 6%, duplica en  $72/6 = 12$  años. En 8 años debería ser más que \$25,000 pero menos que \$50,000. ✓

## Ejercicio 3: Encontrar la Tasa

### Problema

Una inversión de \$10,000 se convirtió en \$16,000 en 5 años con capitalización anual. ¿Cuál fue la tasa de interés anual?

## Ejercicio 3: Encontrar la Tasa

### Problema

Una inversión de \$10,000 se convirtió en \$16,000 en 5 años con capitalización anual. ¿Cuál fue la tasa de interés anual?

### Solución:

$$F = P(1 + r)^n$$

$$16,000 = 10,000(1 + r)^5$$

$$1.6 = (1 + r)^5$$

$$(1.6)^{1/5} = 1 + r$$

$$1.0986 = 1 + r$$

$$r = 0.0986 = 9.86\%$$

## Ejercicio 3: Encontrar la Tasa

### Problema

Una inversión de \$10,000 se convirtió en \$16,000 en 5 años con capitalización anual. ¿Cuál fue la tasa de interés anual?

### Solución:

$$F = P(1 + r)^n$$

$$16,000 = 10,000(1 + r)^5$$

$$1.6 = (1 + r)^5$$

$$(1.6)^{1/5} = 1 + r$$

$$1.0986 = 1 + r$$

$$r = 0.0986 = 9.86\%$$

**Respuesta:** La tasa fue aproximadamente **9.86% anual**.

## Ejercicio 4: Comparación Simple vs. Compuesto

### Problema

Tienes \$50,000 para invertir por 10 años. El Banco A ofrece 8% simple anual. El Banco B ofrece 7% compuesto anual. ¿Cuál es mejor?

## Ejercicio 4: Comparación Simple vs. Compuesto

### Problema

Tienes \$50,000 para invertir por 10 años. El Banco A ofrece 8% simple anual. El Banco B ofrece 7% compuesto anual. ¿Cuál es mejor?

#### Banco A (Simple):

$$F_A = 50,000(1 + 0.08 \times 10) = 50,000 \times 1.80 = \$90,000$$

## Ejercicio 4: Comparación Simple vs. Compuesto

### Problema

Tienes \$50,000 para invertir por 10 años. El Banco A ofrece 8% simple anual. El Banco B ofrece 7% compuesto anual. ¿Cuál es mejor?

#### Banco A (Simple):

$$F_A = 50,000(1 + 0.08 \times 10) = 50,000 \times 1.80 = \$90,000$$

#### Banco B (Compuesto):

$$F_B = 50,000(1.07)^{10} = 50,000 \times 1.9672 = \$98,358$$

## Ejercicio 4: Comparación Simple vs. Compuesto

### Problema

Tienes \$50,000 para invertir por 10 años. El Banco A ofrece 8% simple anual. El Banco B ofrece 7% compuesto anual. ¿Cuál es mejor?

#### Banco A (Simple):

$$F_A = 50,000(1 + 0.08 \times 10) = 50,000 \times 1.80 = \$90,000$$

#### Banco B (Compuesto):

$$F_B = 50,000(1.07)^{10} = 50,000 \times 1.9672 = \$98,358$$

### Conclusión

El Banco B es mejor por \$8,358, a pesar de tener menor tasa nominal.

## Ejercicio 5: Encontrar el Tiempo

### Problema

¿En cuántos años se triplicará una inversión al 12% anual compuesto?

## Ejercicio 5: Encontrar el Tiempo

### Problema

¿En cuántos años se triplicará una inversión al 12% anual compuesto?

**Solución exacta:**

$$3P = P(1.12)^n$$

$$3 = (1.12)^n$$

$$\ln(3) = n \cdot \ln(1.12)$$

$$n = \frac{\ln(3)}{\ln(1.12)} = \frac{1.0986}{0.1133} = 9.69 \text{ años}$$

## Ejercicio 5: Encontrar el Tiempo

### Problema

¿En cuántos años se triplicará una inversión al 12% anual compuesto?

**Solución exacta:**

$$3P = P(1.12)^n$$

$$3 = (1.12)^n$$

$$\ln(3) = n \cdot \ln(1.12)$$

$$n = \frac{\ln(3)}{\ln(1.12)} = \frac{1.0986}{0.1133} = 9.69 \text{ años}$$

**Verificación con Regla del 114**

$n \approx 114/12 = 9.5$  años. ¡Muy cercano! ✓

## Instalación:

```
pip install numpy-financial
```

## Instalación:

```
pip install numpy-financial
```

## Funciones principales para esta sesión:

- `npf.fv(rate, nper, pmt, pv)` – Calcula valor futuro
- `npf.pv(rate, nper, pmt, fv)` – Calcula valor presente
- `npf.rate(nper, pmt, pv, fv)` – Calcula tasa
- `npf.nper(rate, pmt, pv, fv)` – Calcula períodos

## Instalación:

```
pip install numpy-financial
```

## Funciones principales para esta sesión:

- `npf.fv(rate, nper, pmt, pv)` – Calcula valor futuro
- `npf.pv(rate, nper, pmt, fv)` – Calcula valor presente
- `npf.rate(nper, pmt, pv, fv)` – Calcula tasa
- `npf.nper(rate, pmt, pv, fv)` – Calcula períodos

## Convención de Signos (igual que HP 12C)

- Dinero que sale: **negativo**
- Dinero que entra: **positivo**
- `pmt = 0` cuando no hay pagos periódicos

# Python: Ejercicio Completo

```
import numpy_financial as npf

# Datos del problema
P = -1000      # Inversion inicial (negativo: sale)
r = 0.08       # Tasa 8% anual
n = 5          # 5 a os

# Calcular valor futuro
F = npf.fv(rate=r, nper=n, pmt=0, pv=P)
print(f"Valor Futuro: ${F:,.2f}")

# Calcular tasa dado P, F, n
tasa = npf.rate(nper=n, pmt=0, pv=-1000, fv=1469.33)
print(f"Tasa calculada: {tasa*100:.2f}%")

# Calcular periodos para duplicar al 8%
periodos = npf.nper(rate=0.08, pmt=0, pv=-1, fv=2)
print(f"Periodos para duplicar: {periodos:.2f} a os")
```

# Python: Ejercicio Completo

```
import numpy_financial as npf

# Datos del problema
P = -1000      # Inversion inicial (negativo: sale)
r = 0.08       # Tasa 8% anual
n = 5          # 5 a os

# Calcular valor futuro
F = npf.fv(rate=r, nper=n, pmt=0, pv=P)
print(f"Valor Futuro: ${F:,.2f}")

# Calcular tasa dado P, F, n
tasa = npf.rate(nper=n, pmt=0, pv=-1000, fv=1469.33)
print(f"Tasa calculada: {tasa*100:.2f}%")

# Calcular periodos para duplicar al 8%
periodos = npf.nper(rate=0.08, pmt=0, pv=-1, fv=2)
print(f"Periodos para duplicar: {periodos:.2f} a os")
```

# Python: Comparación Simple vs. Compuesto

```
import numpy_financial as npf
import numpy as np

P = 10000    # Principal
r = 0.10     # Tasa 10%
a os = np.arange(0, 31)

# Interés simple (formula manual)
F_simple = P * (1 + r * a os)

# Interés compuesto (usando npf.fv)
F_compuesto = [-npf.fv(r, n, 0, -P) for n in a os]

# Mostrar algunos valores
print("A o | Simple      | Compuesto")
print("-" * 35)
for n in [0, 5, 10, 20, 30]:
    print(f" {n:2d} | ${F_simple[n]:9,.2f} | ${F_compuesto[n]:9,.2f}")
```

## Interés Simple

$$F = P(1 + rn)$$

$$I = Prn$$

## Interés Compuesto

$$F = P(1 + r)^n$$

$$P = \frac{F}{(1 + r)^n}$$

## Despeje de variables

$$r = \left(\frac{F}{P}\right)^{1/n} - 1$$

$$n = \frac{\ln(F/P)}{\ln(1 + r)}$$

## Reglas de estimación

$$n_{\times 2} \approx 72/r\%$$

$$n_{\times 3} \approx 114/r\%$$

- 1 El dinero tiene **valor en el tiempo** por costo de oportunidad, inflación y riesgo
- 2 **Interés simple**: crecimiento lineal, interés solo sobre el principal
- 3 **Interés compuesto**: crecimiento exponencial, interés sobre interés
- 4 A largo plazo, el compuesto supera significativamente al simple
- 5 La **Regla del 72** permite estimaciones mentales rápidas
- 6 Convención de signos: salidas (-), entradas (+)

# Tarea para la Próxima Sesión

## ① Ejercicios HP 12C:

- Calcular  $F$  si  $P = \$20,000$ ,  $r = 9\%$ ,  $n = 7$  años
- Calcular  $n$  si  $P = \$5,000$ ,  $F = \$12,000$ ,  $r = 11\%$

② **Problema:** Tienes la opción de recibir \$100,000 hoy o \$150,000 en 5 años. Si puedes invertir al 10% anual compuesto, ¿cuál opción es mejor? Justifica matemáticamente.

③ **Python:** Escribe un programa que grafique el crecimiento de una inversión de \$1,000 al 5%, 8% y 12% por 40 años.

④ **Reflexión:** ¿Por qué las instituciones financieras generalmente usan interés compuesto para préstamos e interés simple para algunos instrumentos de corto plazo?

# ¿Preguntas?

Próxima Sesión:  
**Valor Presente y Descuento**

Semana 1, Clase 2