La curva de Koch

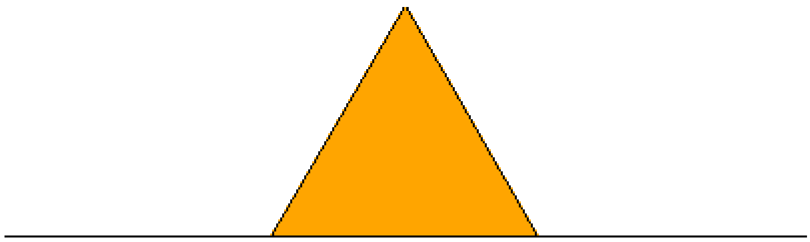
Construcción:

1. Se parte de un segmento.
2. Se divide el segmento en 3 partes iguales.
3. Se construye un triangulo equilátero sobre el segmento central.
4. Se descarta el segmento central(la base del triangulo).
5. Se repiten los pasos para cada segmento las veces que se quiera.

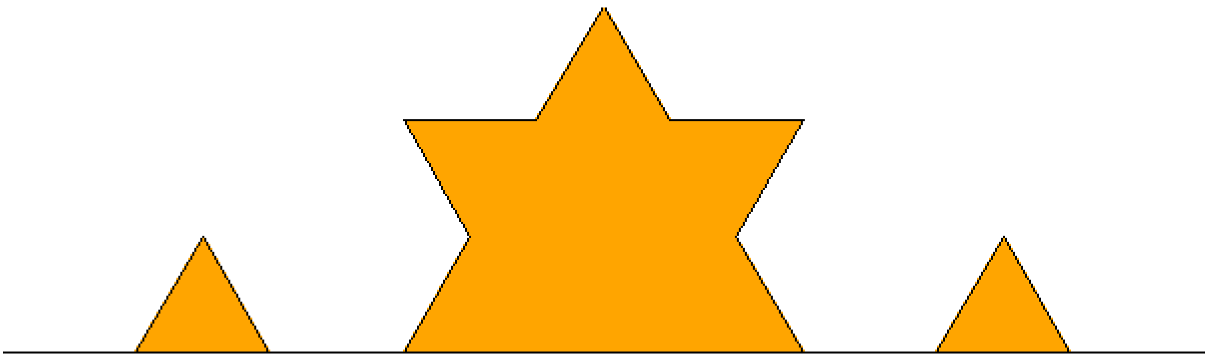
Figuras de las áreas de los distintos niveles:

Término 0:

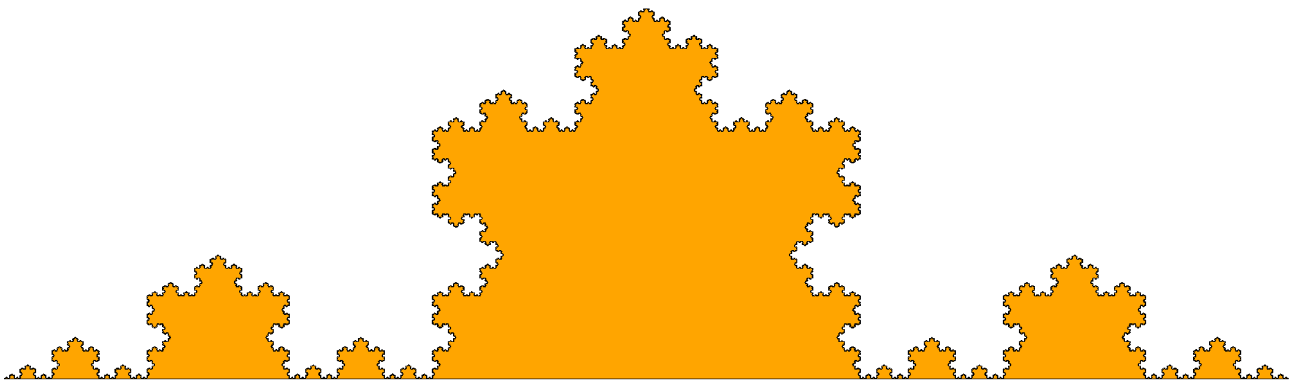
Término 1:



Termino 2:



Término 10:



Calculo de distintas medidas del fractal:

Longitud de un segmento: cada segmento tiene un tercio del segmento n-1.

$$LS(n)=\frac{1}{3^n}\cdot L_0$$

Cantidad de segmentos: cada segmento se multiplica por cuatro en cada etapa.

$$CS(n)=4^n$$

Perímetro de la curva de Koch: es el producto de la cantidad de segmentos por la longitud de cada uno de ellos.

$$PC(n)=\frac{4^n}{3^n}\cdot L_0$$

Área bajo un triangulo nuevo: en cada etapa cada nuevo triangulo tiene un área igual a la longitud de el segmento al cuadrado sobre dos.

$$AT(n)=\frac{\left(\frac{L_0}{3^n}\right)^2}{2}=\frac{\frac{L_0^2}{3^{2n}}}{2}=\frac{L_0^2}{2\cdot 3^{2n}}$$

Cantidad de triángulos nuevos: en cada etapa se construye un triángulo sobre cada segmento de la etapa anterior. Entonces la cantidad de triángulos nuevos es igual a la cantidad de segmentos de la etapa anterior.

$CT(n)=CS(n-1)=4^{(n-1)}$ Esto es valido para n>0

Por lo tanto nos queda:

$CT(n)=0$ para n = 0

$CT(n)=CS(n-1)=4^{(n-1)}$ para n > 0

Área el conjunto de todos los nuevos triángulos: es igual al área de un triángulo por la cantidad de triángulos nuevos.

$CT(n)=0$ Para n = 0

$ACT(n)=\frac{L_0^2\cdot 4^{(n-1)}}{2\cdot 3^{2n}}$ Para n > 0

Área bajo la curva: es la sumatoria de las áreas de cada etapa.

$$AC(n)=\sum \frac{L_0^2\cdot 4^{(n_i-1)}}{2\cdot 3^{2n_i}} 0<n_i\leq n$$

Límites:

Longitud de un segmento

$$\lim \frac{1}{3^n} \cdot L_0 = 0$$

Cantidad de segmentos

$$li 4^n = \infty$$

Perímetro de la curva de Koch

$$\lim \frac{4^n}{3^n} \cdot L_0 = \infty$$

Área bajo un triangulo

$$\lim \frac{L_0^2}{2 \cdot 3^{2n}} = 0$$

Cantidad de triángulos nuevos

$$\lim 4^{(n-1)} = \infty$$

Área el conjunto de todos los nuevos triángulos

$$\lim \frac{L_0^2 \cdot 4^{(n-1)}}{2 \cdot 3^{2n}} = 0$$

Convergencia del área

$$AC(n) = \sum \frac{L_0^2 \cdot 4^{(n_i-1)}}{2 \cdot 3^{2n_i}} = \sum \frac{L_0^2 \cdot 4^{(n_i-1)}}{2 \cdot 9^{n_i}} = \sum \frac{L_0^2 \cdot 4^{(n_i-1)}}{2 \cdot 9 \cdot 9^{n_i-1}} = \sum \frac{L_0^2}{18} \cdot \left(\frac{4}{9}\right)^{n_i-1}$$

$$|r| = \left|\frac{4}{9}\right| \leq 1$$

Entonces la serie es convergente en:

$$A_C = \frac{\frac{L_0^2}{18}}{1 - \frac{4}{9}} = \frac{L_0^2}{10}$$