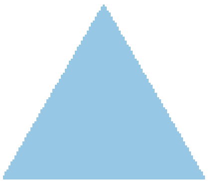
El copo de nieve

Construcción:

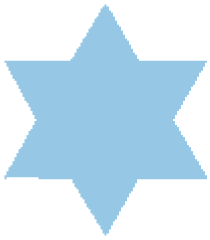
1. Se parte de un triangulo equilátero.
2. Se divide cada segmento en 3 partes iguales.
3. Se construye un triangulo equilátero sobre cada mitad de cada segmento.
4. Se descartan los segmentos centrales(la base de los triangulo creados).
5. Se repiten los pasos para cada segmento las veces que se quiera.

Figuras de las áreas de los distintos niveles:

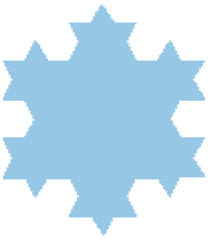
Término 0



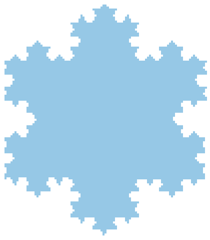
Término 1



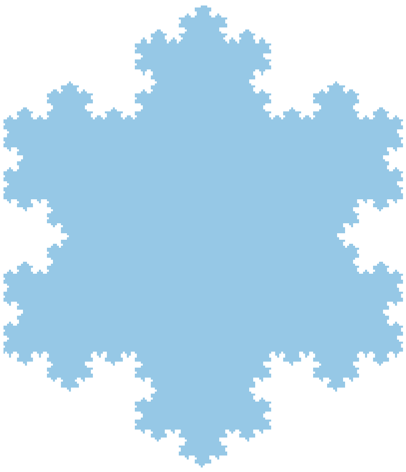
Término 2



Término 3



Término 4:



Calculo de distintas medidas del fractal:

Longitud de un segmento: cada segmento tiene un tercio del segmento n-1.

$$LS(n)=\frac{L_0}{3^n}$$

Cantidad de segmentos: cada segmento se multiplica por cuatro en cada etapa.

$$CS(n)=3\cdot 4^n$$

Perímetro total: es el producto de la cantidad de segmentos por la longitud de cada uno de ellos.

$$PC(n)=\frac{3\cdot L_0\cdot 4^n}{3^n}=\frac{L_0\cdot 4^n}{3^{n-1}}$$

Área bajo un triangulo nuevo: en cada etapa cada nuevo triangulo tiene un área igual a la longitud del segmento al cuadrado sobre dos.

$$AT(n)=\frac{\left(\frac{L_0}{3^n}\right)^2}{2}=\frac{\frac{L_0^2}{3^{2n}}}{2}=\frac{L_0^2}{2\cdot 3^{2n}}$$

Cantidad de triángulos nuevos: en cada etapa se construye un triángulo sobre cada segmento de la etapa anterior. Entonces la cantidad de triángulos nuevos es igual a la cantidad de segmentos de la etapa anterior.

$CT(n)=1$ para n = 0

$CT(n)=CS(n-1)=3\cdot 4^{(n-1)}$ para n > 0

Área el conjunto de todos los nuevos triángulos: es igual al área de un triángulo por la cantidad de triángulos nuevos.

$CT(n)=0$ Para n = 0

$ACT(n)=\frac{3\cdot L_0^2\cdot 4^{(n-1)}}{2\cdot 3^{2n}}=\frac{L_0^2\cdot 4^{(n-1)}}{2\cdot 3^{2n-1}}$ Para n > 0

Área bajo la curva: es la sumatoria de las áreas de cada etapa.

$$AC(n)=\frac{L_0^2}{2}+\sum\frac{L_0^2\cdot 4^{n_i-1}}{2\cdot 3^{2\cdot n_i-1}}\,0<n_i\leq n=\frac{L_0^2}{2}\cdot\left(1+\sum\frac{4^{n_i-1}}{3^{2\cdot n_i-1}}\,0<n_i\leq n\right)$$

Límites:

Longitud de un segmento

$$\lim \frac{L_0}{3^n} = 0$$

Cantidad de segmentos

$$\lim 3 \cdot 4^n = \infty$$

Perímetro total

$$\lim \frac{L_0 \cdot 4^n}{3^{n-1}} = \infty$$

Área bajo un triangulo nuevo

$$\lim \frac{L_0^2}{2 \cdot 3^{2n}} = 0$$

Cantidad de triángulos nuevos

$$\lim 3 \cdot 4^{(n-1)} = \infty$$

Área el conjunto de todos los nuevos triángulos

$$\lim \frac{L_0^2 \cdot 4^{(n-1)}}{2 \cdot 3^{2n-1}} = 0$$

Convergencia del área

$$AC(n)=\frac{L_0^2}{2}\cdot(1+\sum\frac{4^{n_i-1}}{3^{2\cdot n_i-1}}0<n_i\leq n)$$

Analizamos la serie:

$$\sum\frac{4^{n_i-1}}{3^{2\cdot n_i-1}}=3\cdot\sum\frac{4^{n_i-1}}{3^{2\cdot n_i}}=3\cdot\sum\frac{4^{n_i-1}}{9^{n_i}}=\frac{3}{9}\cdot\sum\frac{4^{n_i-1}}{9^{n_i-1}}$$

$$|r|=\left|\frac{4}{9}\right|\leq 1$$

Entonces el área es:

$$A_C=\frac{L_0^2}{2}\cdot(1+\frac{\frac{3}{9}}{1-\frac{4}{9}})=\frac{L_0^2}{2}\cdot(1+\frac{3}{5})=\frac{L_0^2}{2}\cdot(1+\frac{3}{5})=\frac{L_0^2}{2}\cdot(\frac{8}{5})=L_0^2\cdot(\frac{8}{10})$$